ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1965
Seria: BUDOWNICTWO z. 16 Nr kol. 134

STANISŁAW MAJEWSKI

OKREŚLENIE OPTYMALNEJ WYSOKOŚCI BELKI KABLOBETONOWEJ

Streszczenie. W pracy podano wzory, tablice oraz wykresy pozwalające na łatwe i szybkie wyznaczanie parametrów przekroju poprzecznego belki sprężonej kablami w przypadku kiedy rozpiętość belki przekracza tzw. rozpiętość graniczną. Przy projektowaniu w oparciu o te wzory zakłada się wykorzystanie maksymalnego mimośrodu i trzech naprężeń krawędziowych. Podany sposób gwarantuje uzyskanie przekroju, dla którego wskaźnik wydajności ϱ wyniesie 0,5, zaś wskaźnik tęgości ν będzie zawarty w granicach 0,2-0,25. Takie wartości wskaźników są uznawane za prawidłowe dla często stosowanych w belkach kablobetonowych przekrojów dwuteowych. Przykład przeliczony na końcu pracy ilustruje sposób wykorzystania wyprowadzonych zależności.

1. Wstęp

Przy projektowaniu belek kablobetonowych bardzo często mamy do czynienia z przypadkiem kiedy rozpiętość belki przekracza rozpiętość graniczną ($l > l_{gr}$). Jeżeli warunki konstrukcyjne nie narzucają żadnych ograniczeń odnośnie kształtu przekroju poprzecznego, to projektowanie najbardziej ekonomiczne polega na wykorzystaniu maksymalnego mimośrodu cięgna sprężającego oraz trzech spośród czterech naprężeń dopuszczalnych, przy jednoczesnym uzyskaniu właściwej dla danego typu przekroju wartości wskaźnika wydajności ϱ oraz wskaźnika tęgości ν.

Równoczesne spełnienie tych wszystkich postulatów jest możliwe jedynie na drodze kolejnych przybliżeń, z których każde wiąże się z założeniem wysokości belki h. To czy dobrana wysokość jest w zadanych warunkach prawidłowa, wykaże sprawdzenie jednego z dwóch wspomnianych wskaźników ϱ względnie ν (wartość drugiego z nich bywa na początku zakładana). Jeżeli sprawdzany wskaźnik nie mieści się w granicach uznawanych za prawidłowe dla danego typu przekroju, konieczne jest przyjęcie innej wysokości belki i powtórzenie pewnej części obliczeń. To postępowanie stosunkowo szybko prowadzi do rozwiąza-

nia optymalnego, ale kilkakrotne przeprowadzanie tych samych obliczeń nasuwa myśl o niedoskonałości metody. Jest rzeczą oczywistą, że wspomnianych prób można byłoby uniknąć, gdyby już pierwsze założenie wysokości gwarantowało uzyskanie prawidłowych wartości wskaźników ϱ i ν. W dalszym ciągu pracy zostaną wyprowadzone zależności pozwalające na takie przyjęcie wysokości belki h, które gwarantuje otrzymanie przekroju charakteryzującego się wskaźnikiem $\varrho = 0,5$ oraz ν w granicach $0,2 \div 0,25$. Wartości te są uznawane za prawidłowe dla przekroju dwuteowego.

2. Określenie wysokości belki

2.1. Rozważana jest belka swobodnie podparta sprężona kablami kotwianymi w przekrojach końcowych

Odnośnie obciążenia przyjęto zakres 1-2. Zakładamy, że w przekroju niebezpiecznym cięgno sprężające osiąga maksymalny możliwy mimośród

$$e_{max} = v' - a = v' - \alpha . h = v' - 0,1.h$$

Obliczenie parametrów przekroju poprzecznego belki kablobetonowej można przeprowadzić w sposób następujący:

1) dla znanego M_{pmax} wyznaczamy $W' = \frac{M_{pmax}}{k_1 - k_2'}$,

2) przy $p = 0,5$ i założonej wartości h (np. $h = 1/20$) otrzymamy $\varkappa' = \frac{v'}{h}$ z równania:

$$\varkappa'^2(1-\varrho)(k_2 - k_2') + \varkappa'\left\{k_2' + \varrho\left[k_2 - k_2' + (1 + \frac{\Delta M_g}{M_p})(k_1 - k_2')\right] - \alpha(k_2 - k_2')\right\} - \frac{\gamma l^2}{8h} - (1 + \frac{\Delta M_g}{M_p})\varrho(k_1 - k_2') - \alpha k_2' = 0$$

lub dla $\Delta M_g = 0$ i $k_2' = 0$:

$$k_2(1-\varrho)\varkappa'^2 + \left[\varrho(k_1 + k_2) - \alpha k_2\right]\varkappa' - \frac{\gamma l^2}{8h} - \varrho k_1 = 0 \qquad (1)$$

3) sprawdzamy

$$\vartheta = \frac{A_b}{h^2} = \frac{W'}{\varrho . h^3 . (1-\varkappa)} \tag{2}$$

4) Ponieważ rozważania niniejsze dotyczą przekrojów, dla których $\vartheta = 0,2 \div 0,25$, należy powtórzyć obliczenia wymienione pod 2) i 3) w przypadku kiedy ϑ nie mieści się w tych granicach. Aby tego uniknąć można przekształcić wzór (2) uzyskując:

$$h = \sqrt[3]{\frac{W'}{\varrho . \vartheta . (1-\varkappa)}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\varrho . \vartheta . (1-\varkappa)}} . \sqrt[3]{W'} = k_h . \sqrt[3]{W'} \tag{3}$$

przy czym

$$k_h = \frac{1}{\sqrt[3]{\varrho . \vartheta . (1-\varkappa)}} \tag{4}$$

We wzorze (4) wartości ϱ oraz ϑ można założyć. Nieznana natomiast jest wartość $\varkappa$. Wiadomo jednak, że $\varkappa$ zależy w decydującej mierze od tego, w jakim stopniu rzeczywisty stosunek $\frac{M_g}{M_p}$ przekracza swoją wartość graniczną. Inaczej mówiąc $\varkappa$ oraz wiążąca się z nim wartość współczynnika k_h (wzór 4) zależy od jakiegoś wskaźnika λ charakteryzującego wartość stosunku $\frac{M_g}{M_p}$ przy zadanym obciążeniu i zadanej rozpiętości belki. Określenie tego wskaźnika nie nastręcza specjalnych trudności, albowiem

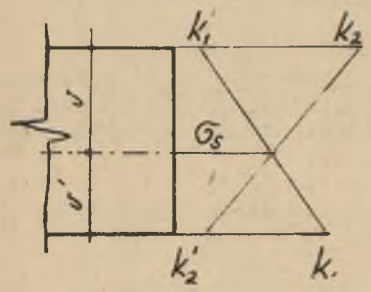
$$\frac{M_g}{M_p} = \frac{g}{p} = \frac{\vartheta . h^2 . \gamma}{p} = \frac{k_h^2 . \vartheta . \gamma . \sqrt[3]{W^2}}{p} = k_h^2 . \vartheta . \gamma \frac{1}{\sqrt[3]{64(k_1 - k_2')^2}} . \frac{\sqrt[3]{p^2 l^4}}{p}$$

Z dużą dokładnością można powiedzieć, że stosunek $\frac{M_g}{M_p}$ zależy od wyrażenia:

$$\lambda = \frac{\sqrt[3]{p^2 l^4}}{p} = l \sqrt[3]{\frac{l}{p}} \tag{5}$$

Błąd kryje się w pominięciu wpływu współczynnika $\varkappa$ zależnego od l i od p, a zawartego w wyrażeniu k_h^2. Jednakże zważywszy, że $\varkappa$ może się zmieniać w dość wąskich granicach, bo od ~ 0,46 do ~ 0,67, można wnioskować, że błąd ten jest nieznaczny, a

co za tym idzie, wskaźnik λ jest jedynym czynnikiem, od którego zależy $\varkappa'$ i wiążąca się z nim wartość współczynnika k_h.



Rys. 1

Będzie to w dalszym ciągu pracy uzasadnione matematycznie; tutaj poprzestaniemy na stwierdzeniu, że kilkadziesiąt przeliczonych przykładów pogląd ten w pełni potwierdziło. Obliczenia mające na celu uchwycenie zależności między wskaźnikiem λ a współczynnikiem k_h zostały przeprowadzone dla wartości λ od λ_{gr} do $\lambda = 250$. Ta druga granica jest podyktowana tym, że dla $\lambda = 250$ wartość $\varkappa' = \frac{v'}{h}$ przybiera bardzo znaczne, praktycznie niemożliwe do zrealizowania wartości ($\varkappa' > 0{,}67$). Symbolem λ_{gr} została tu oznaczona ta wartość λ, która odpowiada granicznemu stosunkowi $\frac{M_g}{M_p}$.

Wartość λ_{gr} jest największą wartością λ, przy której w przekroju poprzecznym mogą zostać jeszcze wykorzystane cztery naprężenia krawędziowe. W oparciu o to stwierdzenie wyznaczono wartości λ_{gr} dla poszczególnych marek betonu.

Dla przekroju, w którym naprężenia krawędziowe przyjmują wartości k_2, k_1', k_1 i k_2' (rys.1) $\varkappa'$ wynosi:

$$\varkappa'_{gr} = \frac{v'}{h} = \frac{\sigma_s - k_2'}{k_2 - k_2'}$$

$$\varkappa'_{gr}\,(k_2 - k_2') = \sigma_s - k_2'$$

Z zależności

$$\frac{k_1 - k_1}{\sigma_s - k_1'} = \frac{h}{h-v}, \quad \text{wynika} \quad \sigma_s = (1 - \varkappa'_{gr}) \cdot k_1 + \varkappa'_{gr}\, k_1'$$

Ostatecznie więc

$$\varkappa'_{gr} = \frac{k_1 - k_2'}{k_1 + k_2 - k_2' - k_1}$$

Po wstawieniu normowych wartości naprężeń dopuszczalnych uzyskuje się:

dla $R_w = 400\ kG/cm^2$ $\varkappa_{gr} = 0{,}466667$,
dla $R_w = 500\ kG/cm^2$ $\varkappa_{gr} = 0{,}470588$,
dla $R_w = 600\ kG/cm^2$ $\varkappa_{gr} = 0{,}473684$.

Zakładając $\vartheta = 0{,}25$ i $\varrho = 0{,}5$ można wyliczyć odpowiednie dla każdego betonu wartości współczynnika k_h (wzór 4). Wprowadzając następnie do równania (1) odpowiednie dla danego betonu wartosci h (wg wzoru (3) i $\varkappa_{gr}$ uzyskuje się (przy $\alpha = 0{,}1$) po prostych przekształceniach:

dla $R_w = 400\ kG/cm^2$ $\lambda_{gr} = 35{,}6$,
dla $R_w = 500\ kG/cm^2$ $\lambda_{gr} = 39{,}2$,
dla $R_w = 600\ kG/cm^2$ $\lambda_{gr} = 42{,}6$.

Wyliczone wartości λ_{gr} mogą stanowić podstawę do łatwego określania rozpiętości granicznej belek o przekrojach dla których $\vartheta = 0{,}25$ i $\varrho = 0{,}5$. Ze wzoru (5) otrzymujemy:

dla $R_w = 400\ kG/cm^2$; $l_{gr}^4 = 35{,}6^3 . p \longrightarrow l_{gr} = 14{,}574 \cdot \sqrt[4]{p}$,
dla $R_w = 500\ kG/cm^2$; $l_{gr}^4 = 39{,}2^3 . p \longrightarrow l_{gr} = 15{,}955 \cdot \sqrt[4]{p}$,
dla $R_w = 600\ kG/cm^2$; $l_{gr}^4 = 42{,}6^3 . p \longrightarrow l_{gr} = 16{,}674 \cdot \sqrt[4]{p}$.

Stawiając warunek, by dla $\lambda = \lambda_{gr}$ wskaźnik tęgosci przekroju $\vartheta = 0{,}25$, zaś dla $\lambda = 250$, $\vartheta \cong 0{,}20$, wyliczono wartości $\varkappa$ i k_h zestawione w tablicy 1.

Tablica 1

R_w [kG/cm²]	$\lambda = \lambda_{gr}$			$\lambda = 250$		
	ϑ	$\varkappa$	k_h	ϑ	$\varkappa$	k_h
400	0,2500	0,4667	2,4662	0,2020	0,6719	3,1131
500	0,2500	0,4706	2,4723	0,2020	0,6596	3,0752
600	0,2500	0,4737	2,4771	0,2020	0,6490	3,0439

Zakładając prostoliniowy przebieg funkcji $k_h = f(\lambda)$ uzyskano dla pośrednich λ z przedziału $(\lambda_{gr}, 250)$ wartości $\varkappa'$ zamieszczone w tablicy 2 i wartości ν' zamieszczone w tablicy 3.

Tablica 2

R_w [kG/cm^2]	wartości $\varkappa'$ dla λ równego:					
	λ_{gr}	80	120	160	200	250
400	0,4667	0,5209	0,5632	0,6007	0,6344	0,6719
500	0,4706	0,5168	0,5565	0,5920	0,6239	0,6596
600	0,4737	0,5132	0,5506	0,5843	0,6248	0,6490

Tablica 3

R_w [kG/cm^2]	wartości ν' dla λ równego:					
	λ_{gr}	80	120	160	200	250
400	0,2500	0,2374	0,2273	0,2183	0,2104	0,2020
500	0,2500	0,2385	0,2282	0,2191	0,2109	0,2020
600	0,2500	0,2395	0,2290	0,2197	0,2113	0,2020

Wyniki ujęte w tablicach 1÷3 przedstawiono wykreślnie na rysunku 2. Wykresy te mogą służyć do projektowania przekroju poprzecznego sprężonej belki kablobetonowej. Tok postępowania przy tym projektowaniu przedstawia się następująco:

1) dla danych l i p wyliczenie M_{pmax},

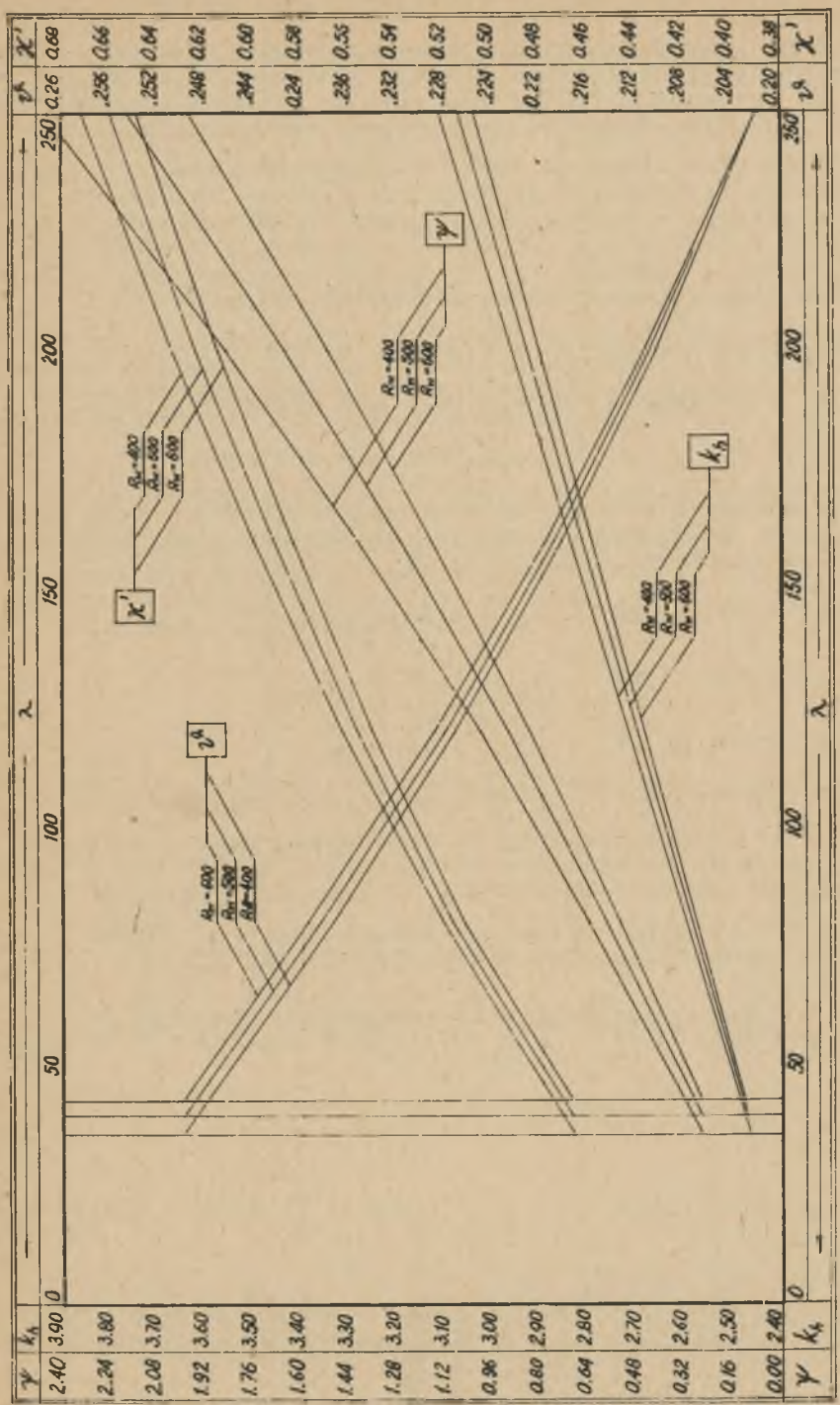
$$W' = \frac{M_{pmax}}{k_1 - k_2'} \quad \text{oraz} \quad \lambda = l\sqrt[3]{\frac{1}{p}},$$

2) dla danego λ odczytanie z wykresu wartości k_h, $\varkappa'$ i ν',

3) obliczenie $h = k_h \cdot \sqrt[3]{W'}$,

$A_b = \nu' \cdot h^2$,

$v' = \varkappa' \cdot h, \qquad v = (1 - \varkappa') \cdot h$



Rys. 2

Sposób ten, aczkolwiek bardzo prosty, wymaga konstruowania belek o wysokości dokładnie takiej, jaka wychodzi ze wzoru (3), tzn. bez zaokrąglania. Nie jest to wygodne z punktu widzenia wykonawstwa ale nie jest również nieprawidłowe.

Chcąc uzyskać wysokość belki zaokrągloną (np. do pełnych 5 cm) trzeba zrezygnować z wygodnego sposobu określania $\varkappa'$ oraz ϑ na podstawie wykresu i wyliczyć te wartości każdorazowo z równania kwadratowego (1) oraz ze wzoru (2), odczytując z wykresu jedynie wartości k_h. W takim przypadku można zamiast z wykresu skorzystać z zależności analitycznych:

$$\left.\begin{aligned} &\text{dla } R_w = 400\ \text{kG/cm}^2 \quad k_h = 2{,}3589 + 0{,}003017\,\lambda \\ &\text{dla } R_w = 500\ \text{kG/cm}^2 \quad k_h = 2{,}3602 + 0{,}002860\,\lambda \\ &\text{dla } R_w = 600\ \text{kG/cm}^2 \quad k_h = 2{,}3607 + 0{,}002733\,\lambda \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Ponieważ wartości h i tak mają być zaokrąglone, celowo będzie wprowadzenie zależności niewiele odbiegających od wzorów (6) lecz łatwiejszych do zapamiętania:

$$\left.\begin{aligned} &\text{dla } R_w = 400\ \text{kG/cm}^2 \quad k_h = 2{,}36 + \frac{\lambda}{331} \\ &\text{dla } R_w = 500\ \text{kG/cm}^2 \quad k_h = 2{,}36 + \frac{\lambda}{350} \\ &\text{dla } R_w = 600\ \text{kG/cm}^2 \quad k_h = 2{,}36 + \frac{\lambda}{366} \end{aligned}\right\} \qquad (6a)$$

Przyjęcie współczynnika k_h wg (6a), wyliczenie wysokości h ze wzoru (3) i zaokrąglenie jej do wygodnego wymiaru daje gwarancję, że po wyliczeniu $\varkappa'$ z równania (1) przy $\varrho = 0{,}5$ uzyska się wskaźnik tęgości przekroju ϑ w granicach $0{,}2 \div 0{,}25$.

Zamiast korzystać z równania kwadratowego (1) można przy przyjętych założeniach skorzystać ze wzorów:

$$\left.\begin{aligned} &\text{dla } R_w = 400\ \text{kG/cm}^2 \quad \varkappa' = -0{,}8375 + \sqrt{1{,}5764 + 0{,}3906\,\frac{l^2}{1000\,h}} \\ &\text{dla } R_w = 500\ \text{kG/cm}^2 \quad \varkappa' = -0{,}8444 + \sqrt{1{,}6020 + 0{,}3472\,\frac{l^2}{1000\,h}} \\ &\text{dla } R_w = 600\ \text{kG/cm}^2 \quad \varkappa' = -0{,}8500 + \sqrt{1{,}6225 + 0{,}3125\,\frac{l^2}{1000\,h}} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Na podstawie wzorów (7) można łatwo wykazać, że $\varkappa'$ może być uzależnione bezpośrednio od λ (abstrahując od konkretnych war-

tości p i l). Wartość $\varkappa'$ zależy bowiem od stosunku $\frac{l^2}{h}$, ten zaś jest równy:

$$\frac{l^2}{h} = \frac{l^2}{k_h \cdot \sqrt[3]{\frac{M_p}{k_1}}} = \frac{l^2}{k_h \sqrt[3]{\frac{pl^2}{8k_1}}} = \frac{\sqrt[3]{8k_1}}{k_h} \cdot \lambda$$

Ponieważ k_h uzależniono uprzednio bezpośrednio od λ za pomocą wzorów (6) lub (6a), więc jest rzeczą oczywistą, że dla belek o różnych parametrach l i p ale takim samym λ wartość $\varkappa'$ będzie taka sama. W podobny sposób można udowodnić, że wskaźnik tęgości przekroju φ' zależy również wyłącznie od λ.

2.2. Belka swobodnie podparta sprężona kablami odgiętymi

W przypadku, kiedy chcemy na pewnej partii belki (w sąsiedztwie przekroju niebezpiecznego) poprowadzić kable sprężające na stałym mimośrodzie $e = e_{max}$, wskaźnik zginania dla włókien dolnych wyrazi się wzorem:

$$W' = \frac{(1 - \zeta)\, M_g + M_p}{k_1 - k_2}$$

gdzie $\zeta = 1 - \frac{4}{n^2}$ zależy od położenia pierwszego odgięcia (rys 3).

Rys. 3

We wzorze tym M_g zależy od wysokości belki h, a co za tym idzie wprowadzenie wartości W' do wzoru (3) nie daje możliwości wyliczenia h bez uciekania się do metody kolejnych przybliżeń. Wprawdzie w tym przypadku już drugie wyliczenie wysokości ze wzoru (3) daje wynik wystarczająco dokładny, lecz uzyskanie bezpośredniej zależności między obciążeniem, rozpiętością i wysokością belki byłoby wygodniejsze. Taką zależność można o-

trzymać wykorzystując znany już fakt, że współczynnik λ z wystarczającą dokładnością charakteryzuje wartość stosunku

$$\frac{M_g}{M_p} = \frac{g}{p} = \frac{\gamma \cdot \nu \cdot h^2}{p}$$

skąd

$$M_g = \frac{\gamma \cdot \nu \cdot h^2}{p} \cdot M_p = \frac{\gamma \cdot \nu \cdot k_h^2 \cdot \sqrt[3]{W'^2}}{p} M_p$$

Za W' wprowadza się $W' = \frac{M_p}{k_1 - k_2} = \frac{pl^2}{8\ k_1}$, co nie jest ścisłe lecz dla stawianego tu celu wystarczająco dokładne (błąd mieści się na ogół w granicach przyjmowanego zaokrąglenia we wzorze na wysokość h).
Wobec tego

$$M_g = \frac{\gamma \cdot \nu \cdot k_h^2}{\sqrt[3]{64\ k_1^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{p^2 l^4}}{p} \cdot M_p = \frac{\gamma \cdot \nu \cdot k_h^2}{\sqrt[3]{64\ k_1^2}} \cdot \lambda \cdot M_p \tag{8}$$

Wprowadzając (8) do wzoru na W' uzyskuje się:

$$W' = \frac{\left[(1-\zeta)\ \frac{\gamma \cdot \nu \cdot k_h^2}{\sqrt[3]{64\ k_1^2}}\ \lambda + 1\right] M_p}{k_1}$$

lub

$$W' = \frac{\left[(1-\zeta)\psi + 1\right] M_p}{k_1} \tag{9}$$

gdzie

$$\psi = \frac{\gamma \cdot \nu \cdot k_h^2}{\sqrt[3]{64\ k_1^2}} \tag{10}$$

Podstawiając z kolei (9) do (3) otrzymujemy

$$h = k_h \cdot \sqrt[3]{(1-\zeta)\psi + 1} \cdot \sqrt[3]{\frac{M_p}{k_1}} \tag{11}$$

Znany nam już wzór (3) stanowi szczególny przypadek bardziej ogólnego wzoru (11) (przy $\zeta = 1$). Współczynnik λ może być uważany za jedyną zmienną decydującą o wartości ψ, gdyż występujące we wzorze (10) ϑ i k_h również od niego zależą. Zależność ψ od λ ujęto w tablicy 4.

Tablica 4

R_w [kG/cm^2]	wartości ψ dla λ równego:					
	λ_{gr}	80	120	160	200	250
400	0,2707	0,6420	1,0097	1,4102	1,8463	2,4471
500	0,2737	0,5845	0,9146	1,2720	1,6573	2,1825
600	0,2764	0,5392	0,8403	1,1641	1,5109	1,9792

Wartości k_h występujące we wzorze (11) można określić wzorami (6a).
Odpowiednie krzywe na wykresie (rys. 2) przedstawiają wykreślne ujęcie wyników zestawionych w tablicy 4.

2.3. Belka swobodnie podparta - zakres 0-2

Wszystkie dotychczasowe rozważania dotyczyły zakresu 1-2 (stany: bezużytkowy i użytkowy). Pełne projektowanie przekroju poprzecznego belki kablobetonowej wymaga jednak uwzględnienia stanu początkowego pracy belki (stanu 0), kiedy to siła sprężająca ma pełną swoją wartość nie pomniejszoną o straty reologiczne. Jak wynika z analizy wielu przypadków decydującym o wymiarach przekroju bywa zwykle właśnie zakres 0-2. W oparciu o zasady wyłożone w poprzednich punktach możliwe jest uzyskanie dla tego zakresu wzoru na wysokość w postaci analogicznej do tej jaką posiada wzór (11). Tutaj jednak współczynnik k_h oraz ψ zależałyby nie tylko od λ ale również od współczynnika strat η. Dla celów praktycznych wygodne będzie oparcie wzoru na wysokość h o znane już wartości współczynników k_h i ψ dla zakresu 1-2. Jest to możliwe przez wprowadzenie do wzoru dodatkowego współczynnika a_η zależnego od η.

$$h=\left(1-\frac{\eta}{a_\eta}\right).k_h.\sqrt[3]{(1-\zeta.\eta)+1}\,.\sqrt[3]{\frac{M_p}{\eta.k_o}} \qquad (12)$$

Ze względu na to, że wartość h ze wzoru (12) ma być zaokrąglona do pełnego wymiaru, nie wydaje się uzasadniona zbyt-

nia dokładność tegoż wzoru. Jak wykazał szereg przeliczonych przykładów dobre wyniki daje wzór o postaci:

$$h=(1-\frac{\lambda}{10000})\cdot k_h\cdot\sqrt[3]{(1-\zeta\eta)\psi+1}\cdot\sqrt[3]{\frac{M_p}{\eta\cdot k_o}} \qquad (13)$$

We wzorze tym k_h ma wartość wynikającą z (6a), zaś ψ można uzyskać z tablicy 4 względnie z wykresu na rys. 2. Przy spotykanych w praktyce wartościach λ błąd wynikający z pominięcia czynnika $1-\frac{}{10000}$ nie przekracza 2,5% a najczęściej wynosi ~ 1%. Pozwala to na dalsze uproszczenie wzoru (13):

$$h = 0{,}99\cdot k_h\cdot\sqrt[3]{(1-\eta\zeta)\psi+1}\cdot\sqrt[3]{\frac{M_p}{\eta\cdot k_o}} \qquad (14)$$

Wartości wyliczone ze wzoru (14) powinny być zaokrąglone raczej w dół niż w górę.

3. Przykład

Zaprojektować przekrój poprzeczny belki kablobetonowej, dwuteowej dla następujących danych:

rozpiętość belki $l = 51{,}8$ m,

obciążenie użytkowe $p = 4{,}17$ T/m,

beton $R_w = 400$ kG/cm^2.

Na odcinku $a = \frac{l}{10}$ od środka belki kable mają być prowadzone prosto.
Orientacyjny współczynnik strat reologicznych $\eta = 0{,}8$.
Normowe wartości naprężeń dopuszczalnych wynoszą:

$k_o = 1800$ T/m^2, $k_1 = 1400$ T/m^2, $k_2 = 1600$ T/m^2

$k'_o = -160$ T/m^2, $k'_1 = 0$ T/m^2, $k'_2 = 0$ T/m^2

Tok obliczeń przedstawia się następująco:

1) obliczamy $\lambda = l\sqrt[3]{\frac{l}{p}} = 51{,}8\sqrt[3]{\frac{51{,}8}{4{,}17}} = 120$

$$\zeta = 1-\frac{4}{n^2} = 1-\frac{4}{100} = 0{,}96$$

2) na podstawie (6a)

$$k_h = 2,36 + \frac{\lambda}{331} = 2,36 + \frac{120}{331} = 2,36 + 0,36$$

$$k_h = 2,72$$

z tablicy 4 lub z wykresu na rys. 2

$$\psi = 1,01$$

3) Obliczamy wysokość belki dla zakresu 1-2 (wzór 11)

$$h = 2,722 \sqrt[3]{(1-0,96).1,01+1} \cdot \sqrt[3]{\frac{1400}{1400}} =$$

$$= 2,722 \cdot \sqrt[3]{1,0404} = 2,765 \text{ m}$$

dla zakresu 0-2 (wzór 14)

$$h = 0,99 \cdot 2,722 \cdot \sqrt[3]{(1-0,8.0,96) \cdot 1,01+1} \cdot \sqrt[3]{\frac{1400}{0,8.1800}}$$

$$= 0,99.2,722 \cdot \sqrt[3]{1,2345} \cdot \sqrt[3]{0,973} = 2,87 \text{ m}$$

Przyjęto h = 2,85 m.

4) Na podstawie tablicy 3 orientacyjna wartość wskaźnika tęgości przekroju $\nu = 0,227$.

$$A_b = 0,227 \cdot 2,85^2 = 1,84 \text{ m}^2$$

$$g = \gamma \cdot A_b = 2,5 \cdot 1,84 = 4,6 \text{ T/m}$$

$$M_g = \frac{g\, l^2}{8} = \frac{4,6 \cdot 51,8^2}{8} = \frac{4,6 \cdot 2684}{8}$$

$$M_g = 1545 \text{ Tm}$$

$$W' = \frac{(1-\eta\zeta)M_g + M_p}{\eta k_o} = \frac{(1-0,8 \cdot 0,96) \cdot 1545+1400}{0,8 \cdot 1800}$$

$$W' = 1,232 \text{ m}^3$$

5) Wartość $\varkappa$ wyliczamy z równania:

$$\varkappa^2 (1-\varrho).(k_2-k'_2) + \varkappa\left[k'_2 + \varrho(\eta k_o + k_2 - 2k'_2) - \alpha(k_2-k'_2)\right] -$$

$$+ \frac{\eta.\gamma.l^2}{8h} - \varrho(\eta k_o - k'_2) - \alpha k'_2 = 0$$

$$800\,\varkappa^2 + 1360\,\varkappa - \frac{0,25\ .\ 2684}{2,85} - 720 = 0$$

$$8\,\varkappa^2 + 13,6\,\varkappa - 9,56 = 0$$

$$\varkappa = \frac{-13,6 + \sqrt{184,7 + 306}}{16} = \frac{-13,6 + 22,18}{16}$$

$$\varkappa = 0,536$$

6) Sprawdzamy

$$\vartheta = \frac{W'}{\varrho(1-\varkappa)h^3} = \frac{1,221}{0,5.0,464.23,08}$$

$$\vartheta = 0,228$$

a więc prawie tyle samo ile założono na podstawie tablicy 3.

Obliczona na podstawie wzoru (14) wysokość belki h=2,85 m zapewnia uzyskanie przekroju, dla którego wskaźnik wydajności $\varrho = 0,5$, zaś wskaźnik tęgości $\vartheta = 0,228$.
Tak zaprojektowany przekrój można uznać za rozwiązanie optymalne.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ВЫСОТЫ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ БАЛКИ

С о д е р ж а н и е

В этой статьии представлено простые формулы для определения высоты предварительно напряженной балки, в которой эксцентрицитет напряжающей силы имеет свою максимальную величину а три напряжения достигают величин допускаемых для бетона. Диаграмма приведена в статьии дает возможность скорого проектирования поперечного сечения предварительно напряженной балки.

OPTIMAL DEPTH OF A POST-TENSIONED DOUBLE-TEE BEAM

S u m m a r y

In this paper are represented the simple formulas for determination of the depth of a post-tensioned beam, in which an eccentricity of prestressing force has a greatest possible value and three stresses are equal to the allowable stresses in concrete. The diagram included in the work makes possible a very quick and easy designing of a cross section of post-tensioned double - tee and box-beams.