ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1965
Seria: BUDOWNICTWO z. 16 Nr kol. 134

JAN MORAWIEC

ANALIZA MOŻLIWOŚCI OBROTU BUDOWLI WSKUTEK PEŁZANIA TERENU

Streszczenie. Poddano analizie szczególny przypadek zachowania się budowli posadowionej na terenie podległym wpływom eksploatacji górniczej. Przy ukośnym w stosunku do osi budowli kierunku eksploatacji górniczej, pełzanie terenu wywoła nie tylko naprężenia rozciągające lub ściskające w fundamencie, lecz także może spowodować obrót budowli. Celem pracy jest ustalenie stosunku między momentem starającym się obrócić budowlę i momentem, który takiemu obrotowi przeciwdziała. Sporządzono wykresy ułatwiające obliczanie tych momentów. Podano zalecenia dotyczące projektowania budowli narażonych na obrót wskutek pełzania terenu.

1. Uwagi ogólne

Specyfika budownictwa w rejonie niecki węglowej polega przede wszystkim na konieczności kompleksowego uwzględnienia skutków poziomych i pionowych ruchów terenu wywołanych eksploatacją górniczą. W polskich warunkach najczęściej zabudowywane są tereny I, II i III kategorii górniczej. Konstrukcja budowli na tych obszarach winna być uodporniona na wpływy wynikające z poziomych ruchów terenu. Ruchy te zwane pełzaniem wywołują w fundamencie budowli dodatkowe siły wewnętrzne.

Rozpatruje się zagadnienie pracy fundamentu o rzucie prostokątnym lub kwadratowym przy ukośnym kierunku eksploatacji. Na skutek pełzania terenu, w prostokątnym lub kwadratowym fundamencie powstaje dwuosiowy stan naprężenia. Na brzegu niecki będą to naprężenia rozciągające, a na dnie niecki naprężenia ściskające. Oprócz tego ukośne pełzanie terenu wywołuje w płaszczyźnie styku fundamentu z gruntem moment obrotowy, którego zwrot zależny jest od usytuowania budowli na powierzchni niecki i któremu przeciwstawiać się będzie odpowiedni moment utrzymujący.

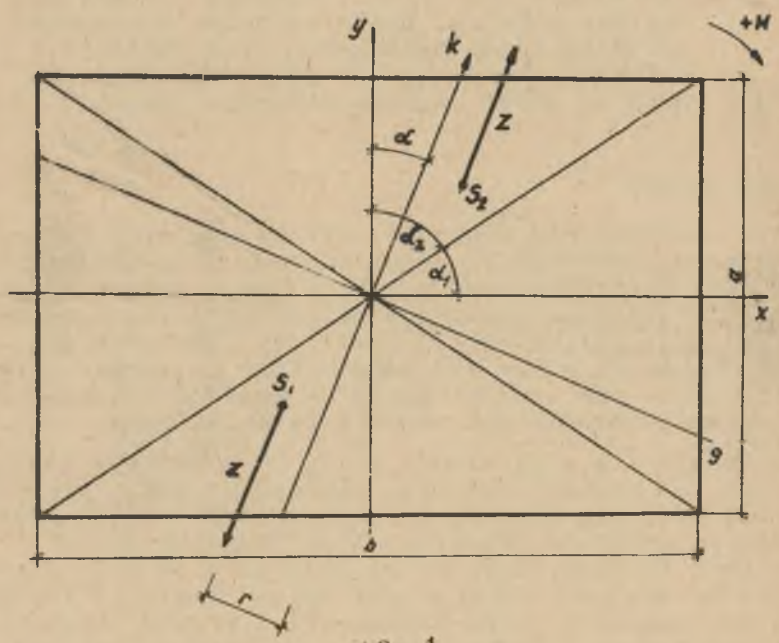
Przy rozpatrywaniu tego zjawiska trzeba wyróżnić dwie grupy budowli: posiadające swobodę obrotu i swobody tej nie posiadające. Do pierwszej grupy zaliczymy budowle, których e-

wentualnemu obrotowi nie będą się przeciwstawiały żadne inne siły poza tarciem i odporem gruntu. Do drugiej grupy zaliczymy natomiast takie budowle lub elementy budowli, których ewentualnemu obrotowi przeciwstawiają się nie tylko siły tarcia i odporu gruntu, lecz także inne siły, np. reakcje więzów konstrukcyjnych.

Przykładem budowli posiadającej swobodę obrotu może być wolnostojący budynek posadowiony na fundamencie płytowym. Przedstawicielem drugiej grupy będzie np. słup ramy bezprzegubowej.

2. Analiza wielkości momentu obrotowego

Analizę wielkości momentu obrotowego przeprowadza się przy założeniu równomiernego rozkładu naprężeń w gruncie pod fundamentem. Założenie to w dużym stopniu ogranicza zakres ważności rozważań. Będzie ono stosunkowo najbliższe rzeczywistości w przypadku osiowo obciążonej sztywnej płyty fundamentowej posadowionej na terenie I lub II kategorii górniczej.



Rys. 1

Schemat obciążenia fundamentu znajdującego się na brzegu niecki siłami wywołanymi ukośnym pełzaniem terenu przedstawiono na rys. 1.

Moment obrotowy wywołany ukośnym pełzaniem terenu działa w płaszczyźnie styku fundamentu z gruntem. Jego wielkość można określić wzorem:

$$M_Q = - Z \cdot r \tag{1}$$

gdzie:

Z - wypadkowa sił wywołanych pełzaniem terenu przyłożona w środku ciężkości S części fundamentu położonej po jednej stronie linii grzbietowej niecki,

r - ramię pary sił Z.

Wypadkowa sił wywołanych pełzaniem terenu:

$$Z = \frac{a \cdot b}{2} \cdot t \tag{2}$$

gdzie:

a - szerokość podeszwy fundamentu,
b - długość podeszwy fundamentu,
t - siła tarcia wywołana pełzaniem terenu przypadająca na jednostkę powierzchni.

Siłę jednostkową t określa znany wzór

$$t = f \cdot \sigma + c \tag{3}$$

gdzie:

c - spoistość gruntu,
σ - ciśnienie fundamentu na grunt,
f - współczynnik tarcia.

Miarodajnym będzie tu mniejszy z dwóch współczynników: współczynnika tarcia wewnętrznego i współczynnika tarcia podeszwy fundamentu o grunt. Ramię pary sił Z można wyznaczyć z zależności geometrycznych jako funkcję wymiarów boków fundamentu oraz kąta określającego kierunek eksploatacji. Ostatecznie

$$M_o = +\left[\left(\frac{a^2 \cdot b}{4} - \frac{b^3}{6}\right)\sin\alpha - \frac{1}{12}\, b^3 \cdot tg^2\alpha \cdot \sin\alpha\right] \cdot t \tag{4}$$

dla $\alpha \leqslant \alpha_1$ oraz

$$M_o = -\left[\left(\frac{ab^2}{4} - \frac{a^3}{6}\right)\cos\alpha - \frac{1}{12}\, a^3 ctg^2\alpha \cdot \cos\alpha\right] \cdot t \tag{5}$$

dla $\alpha \geqslant \alpha_1$,

przy czym

α - kąt między kierunkiem eksploatacji i osią y fundamentu,

α_1 - kąt między przekątną fundamentu i osią y.

Przyjmując, że $\frac{b}{a} = n$ można wzory (4) i (5) przekształcić następująco:

$$M_o = m_1 \cdot t \cdot b^3 \qquad (6)$$

$$\text{dla } \alpha \leqslant \alpha_1$$

$$M_o = m_2 \cdot t \cdot b^3 \qquad (7)$$

$$\text{dla } \alpha \geqslant \alpha_1$$

gdzie:

$$m_1 = \left(\frac{1}{4 \cdot n^2} - \frac{1}{6}\right)\sin\alpha - \frac{1}{12}\,\mathrm{tg}^2\alpha \cdot \sin\alpha \qquad (8)$$

$$m_2 = \left(-\frac{1}{4n} + \frac{1}{6n^3}\right)\cos\alpha + \frac{1}{12n^3}\,\mathrm{ctg}^2\alpha\cos\alpha. \qquad (9)$$

Przy założeniu $t = 1\ T/m^2$ oraz $b = 1$ m moment obrotowy będzie równy:

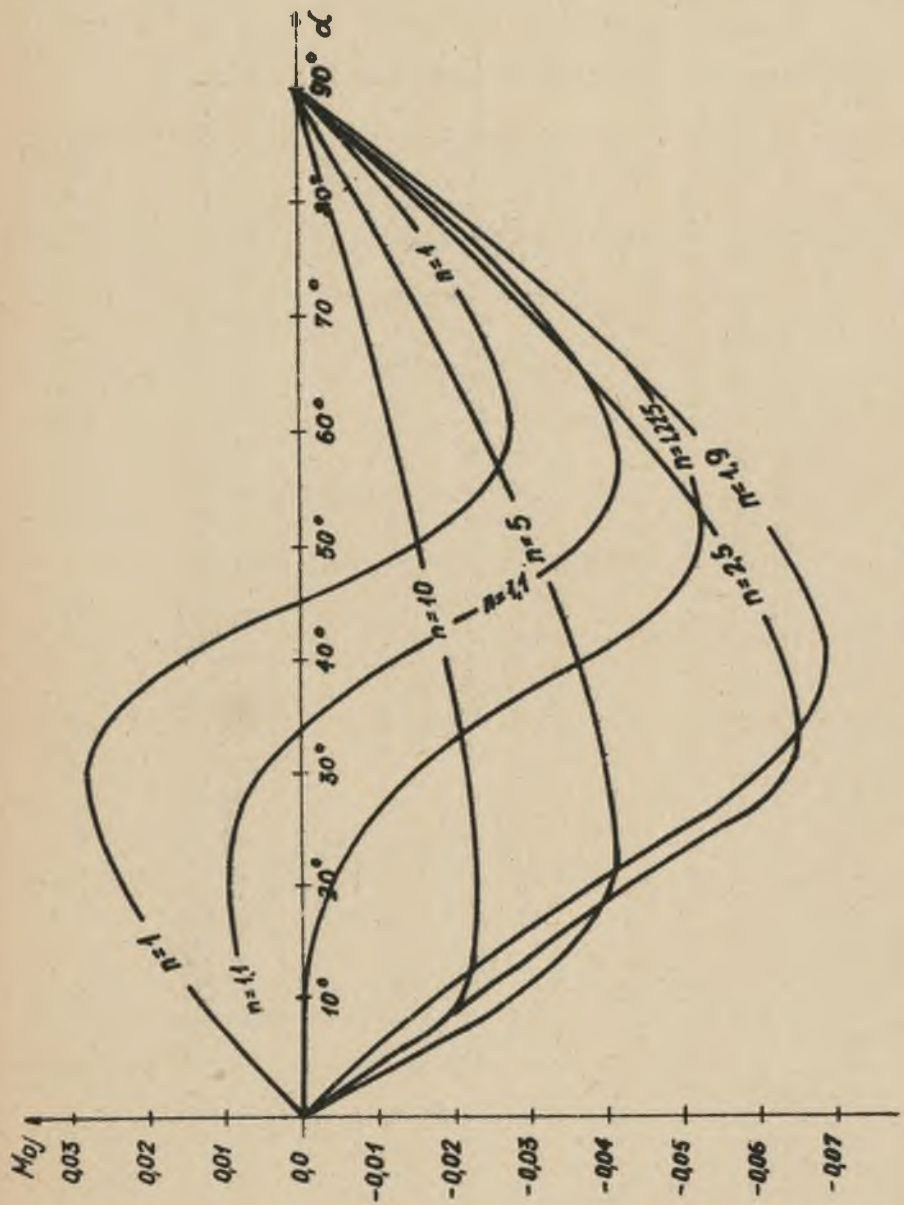
$$M'_{o_j} = m_1 \ [Tm] \text{ dla } \alpha \leqslant \alpha_1$$

$$M''_{o_j} = m_2 \ [Tm] \text{ dla } \alpha \geqslant \alpha_1$$

Na rysunku 2 przedstawiono graficzny obraz funkcji M_{oj} w zależności od α dla określonych wartości n. Po określeniu M_{oj} z wykresu na rysunku 2 możemy obliczyć moment obrotowy dla dowolnych wielkości b i t z relacji:

$$M_o = M_{oj} \cdot t \cdot b^3 \qquad (10)$$

W rozważaniach przyjęto jako dodatni taki moment, który obróciłby fundament w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara (przy patrzeniu na fundament z góry).


M_{0j}
0,03
0,02
0,01
0,0
-0,01
-0,02
-0,03
-0,04
-0,05
-0,06
-0,07
α
10°
20°
30°
40°
50°
60°
70°
80°
90°
n=1
n=1,1
n=1,4
n=10
n=5
n=2,5
n=1,375
n=1,9

Rys. 2

3. Ustalenie kierunków eksploatacji przy których moment obrotowy osiąga wartości ekstremalne i zerowe

Maksymalny moment obrotowy wystąpi przy kierunku eksploatacji określonym kątem α_n, który można wyznaczyć z równania:

$$\frac{dM_c}{d\alpha} = 0 \tag{11}$$

Po zróżniczkowaniu i odpowiednich przekształceniach otrzymujemy:

$$tg^4\alpha_n + 1{,}5\ tg^2\alpha_n - \left(\frac{1{,}5}{n^2} - 1\right) = 0 \tag{12}$$

dla $\alpha \leqslant \alpha_1$

$$ctg^4\alpha_n + 1{,}5\ ctg^2\alpha_n - (1{,}5\ n^2 - 1) = 0 \tag{13}$$

dla $\alpha \geqslant \alpha_1$

Rozwiązanie tych równań daje:

$$\alpha_n' = arctg\sqrt{-0{,}75 + \sqrt{\frac{1{,}5}{n^2} - 0{,}437}} \tag{14}$$

w przedziale $\alpha \leqslant \alpha_1$,

$$\alpha_n'' = arc\ ctg\sqrt{-0{,}75 + \sqrt{1{,}5\ n^2 - 0{,}437}} \tag{15}$$

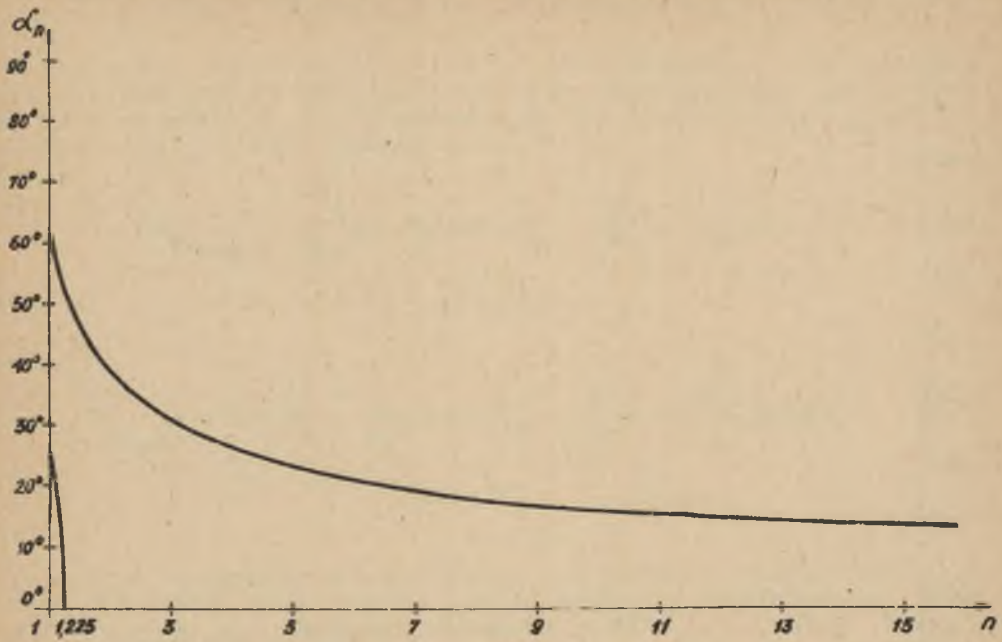
przy $\alpha \geqslant \alpha_1$.

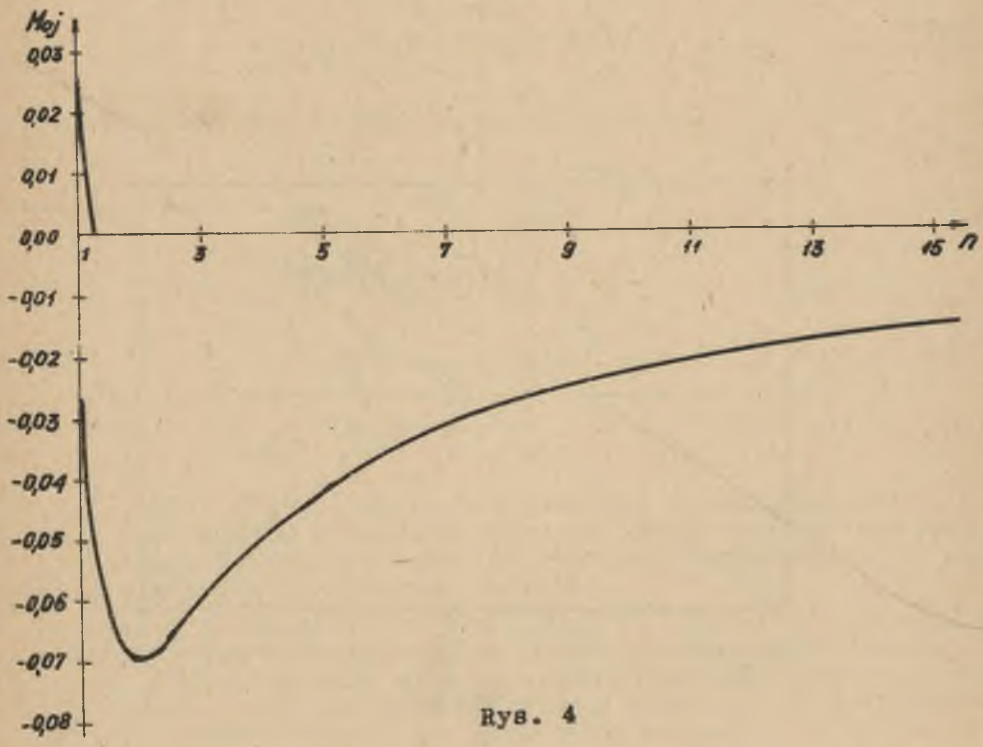
Analiza matematyczna wzoru (14) wskazuje, że posiada on ważność tylko dla wartości n z przedziału

$$1 \leqslant n \leqslant 1{,}225$$

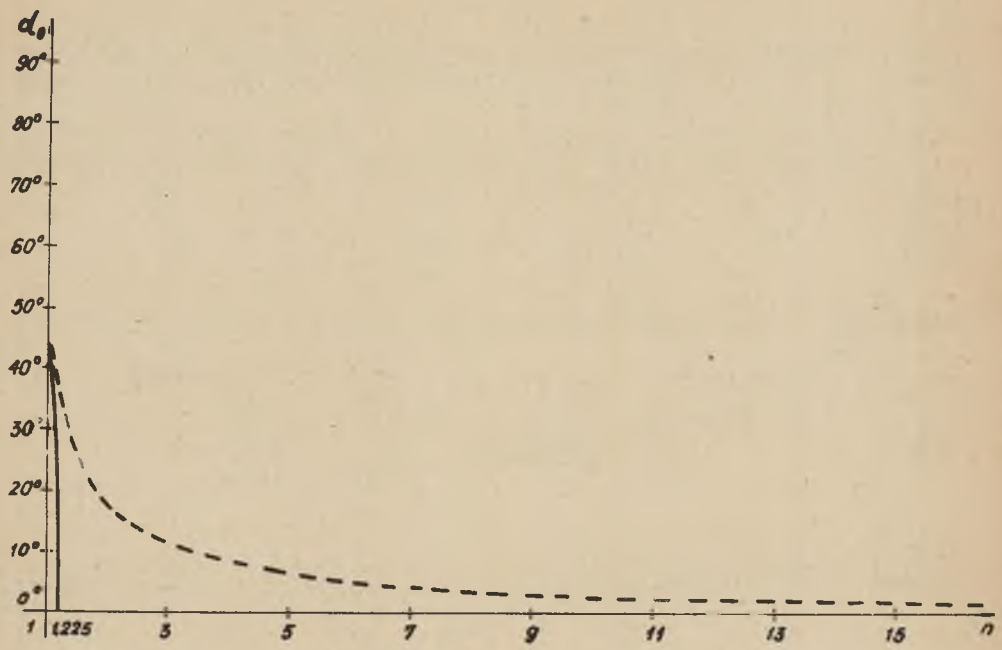
Wzór (15) jestważny dla wszystkich wartości

$$n \geqslant 1$$

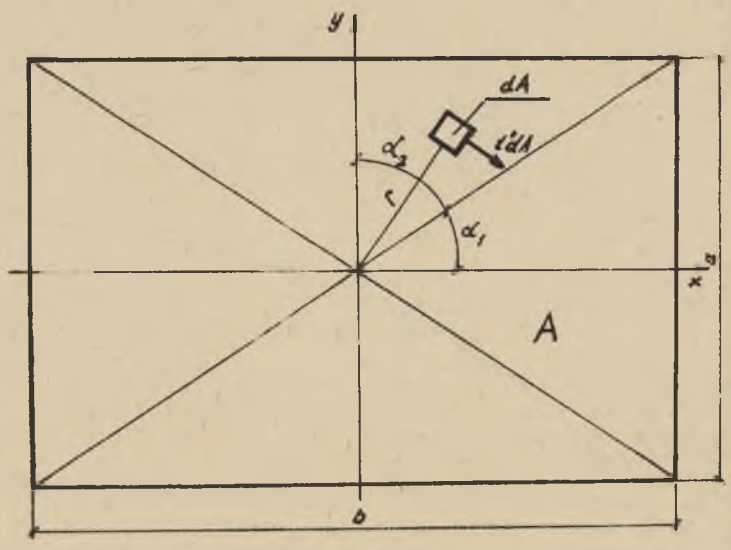

α_n
90°
80°
70°
60°
50°
40°
30°
20°
10°
0°
1
1,225
3
5
7
9
11
13
15
n


M_{oj}
0,03
0,02
0,01
0,00
-0,01
-0,02
-0,03
-0,04
-0,05
-0,06
-0,07
-0,08
1
3
5
7
9
11
13
15
n

Rys. 4


α_0
90°
80°
70°
60°
50°
40°
30°
20°
10°
0°
1
1,225
3
5
7
9
11
13
15
n

Rys. 5


y
dA
α_2
r
α_1
x
A
b

Rys. 6

Graficzny obraz funkcji (14) i (15) przedstawiony jest na rys. 3. Maksymalne wartości momentów jednostkowych otrzymamy teraz z wzorów (8) i (9) wstawiając do nich wartosci α_n obliczone z (14) i (15). Będzie więc

$$M_{oj_{max}} = \left(\frac{1}{4n^2} - \frac{1}{6}\right)\sin\alpha'_n - \frac{1}{12}\,tg^2\alpha'_n \cdot \sin\alpha'_n \qquad (16)$$

dla $n \leqslant 1{,}225$

oraz

$$M''_{oj_{max}} = \left(-\frac{1}{4n} + \frac{1}{6n^3}\right)\cos\alpha''_n + \frac{1}{12n^3}\,ctg^2\alpha''_n \cdot \cos\alpha''_n \qquad (17)$$

dla $n \geqslant 1$

Na rys. 4 przedstawiono wykres obrazujący funkcje (16) i (17). Z wykresu tego wynika, że bezwzględnie największy moment obrotowy M_{oj} zostanie osiągnięty przy $n = 1{,}90$. Moment obrotowy osiągnie wartości zerowe dla kątów:

$$\alpha_o = 0^o \text{ i } \alpha_o = 90^o, \qquad (18)$$

co wynika z analizy wzorów (4) i (5) oraz dla

$$\alpha_o = arc\ tg\sqrt{\frac{3}{n^2} - 2} \qquad (19)$$

przy $\alpha \leqslant \alpha_1$

i dla

$$\alpha_o = arc\ tg\sqrt{3\,n^2 - 2} \qquad (20)$$

przy $\alpha > \alpha_1$

Relacje (19) i (20) uzyskano przyrównując do zera wzory (4) i (5) i rozwiązując otrzymane równania względem α. Z analizy matematycznej wynika, że wzór (20) nie ma rozwiązania w określonym przedziale ważności funkcji.

Na rys. 5 przedstawiony jest wykres, który ilustruje wzory (19) i (20). Pozwala on na ustalenie kierunków eksploatacji, dla których moment obrotowy osiąga wartości zerowe. Ponieważ funkcja (20) nie daje wielkości ważnych w określonym przedziale, przedstawiono ją linią przerywaną.

4. Określenie wielkości momentu utrzymującego

W przypadku budowli posiadającej swobodę obrotu momentowi M_o przeciwstawia się moment utrzymujący wywołany siłami tarcia podeszwy fundamentu o grunt oraz odporem gruntu na wysokości fundamentu. Jego wielkość możemy więc określić wzorem:

$$M_u = M'_u + M''_u \tag{21}$$

gdzie:

M_u - moment utrzymujący,

M'_u - składowa momentu utrzymującego wywołana tarciem podeszwy fundamentu o grunt,

M''_u - składowa momentu utrzymującego wywołana odporem gruntu na wysokości fundamentu.

Przy założeniu, że wielkość jednostkowej siły tarcia jest niezależna od wielkości przesuwu, składową momentu utrzymującego M'_u możemy wyznaczyć z relacji

$$M'_u = t' \int_A r dA \tag{22}$$

Zgodnie z rysunkiem 6 obszar całkowania A obejmuje powierzchnię podeszwy fundamentu, t' oznacza jednostkową siłę tarcia, a r jest odległością rozpatrywanej elementarnej powierzchni dA od środka obrotu. Jednostkowa siła tarcia

$$t' = f \cdot \sigma \tag{23}$$

gdzie f i σ oznaczają to samo, co we wzorze (3).

Przy wyznaczaniu momentu utrzymującego jednostkową siłę t' określa się więc z pominięciem sił spójności gruntu. Spójność gruntu została już bowiem naruszona przez pełzanie terenu. Po dokonaniu całkowania wzór (22) można przedstawić w postaci:

$$M'_u = \frac{1}{12} a^3 t' \left\{ \frac{tg\alpha_2}{\cos\alpha_2} + \ln\left[tg\left(\frac{\alpha_2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right] \right\} + \frac{1}{12} b^3 t' \left\{ \frac{tg\alpha_1}{\cos\alpha_1} + \ln\left[tg\left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right] \right\} \tag{24}$$

Przyjmując $t = 1\ T/m^2$ oraz $b = 1$ m otrzymamy

$$M'_{uj} = \frac{1}{12n^3}\left\{\frac{tg\alpha_2}{\cos\alpha_2} + \ln\left[tg\left(\frac{\alpha_2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]\right\} + \frac{1}{12}\left\{\frac{tg\alpha_1}{\cos\alpha_1} + \ln\left[tg\left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]\right\} \tag{25}$$

Wobec tego

$$M'_u = M'_{uj}\ t'\ b^3 \tag{26}$$

Wykres funkcji M'_{uj} przedstawiono na rysunku 7. Występujące we wzorach (24) i (25) kąty α_1 i α_2 są związane ze stosunkiem boków podeszwy fundamentu relacją

$$n = tg\,\alpha_2 = ctg\,\alpha_1 \tag{27}$$

Sposób powstania składowej momentu utrzymującego M''_u zilustrowano na rys. 8. Na podstawie tego rysunku składową M''_u momentu utrzymującego można określić wzorem

$$M''_u = E_1\ r_1 + E_2\ .\ r_2 \tag{28}$$

gdzie:

E_1, E_2 - wypadkowe odporu gruntu,

r_1 i r_2 - ramiona sił E_1 i E_2.

Wypadkowe E_1 i E_2 wyznacza się przy założeniu rozkładu odporu gruntu jak na rys. 9. Przyjęto, że w narożach podeszwy fundamentu odpór gruntu

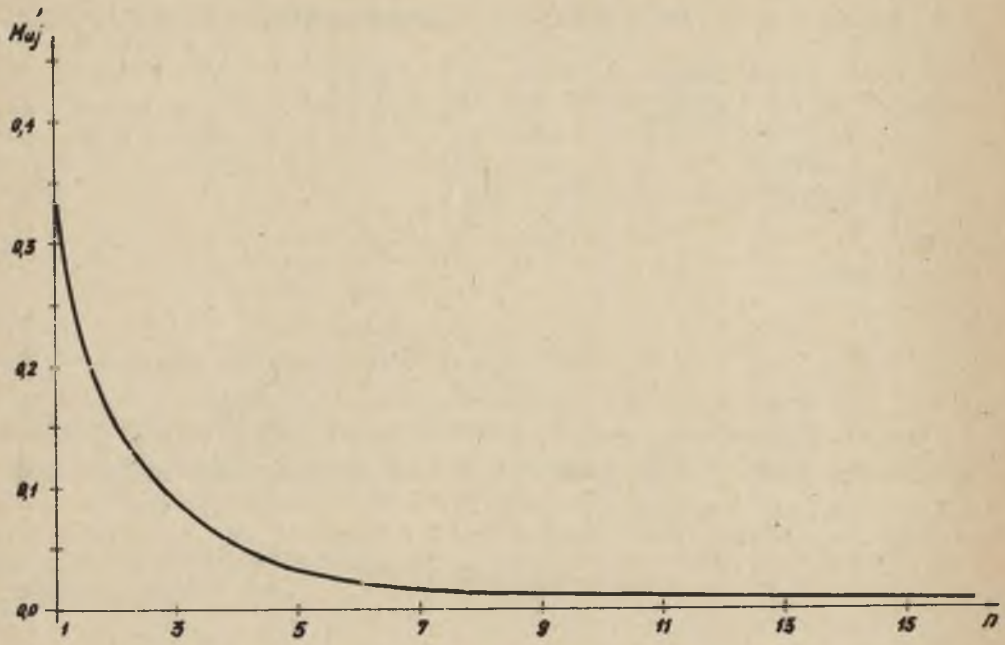
$$p_b = \gamma . g . tg^2(45^o + \varrho/2) \tag{29}$$

gdzie:

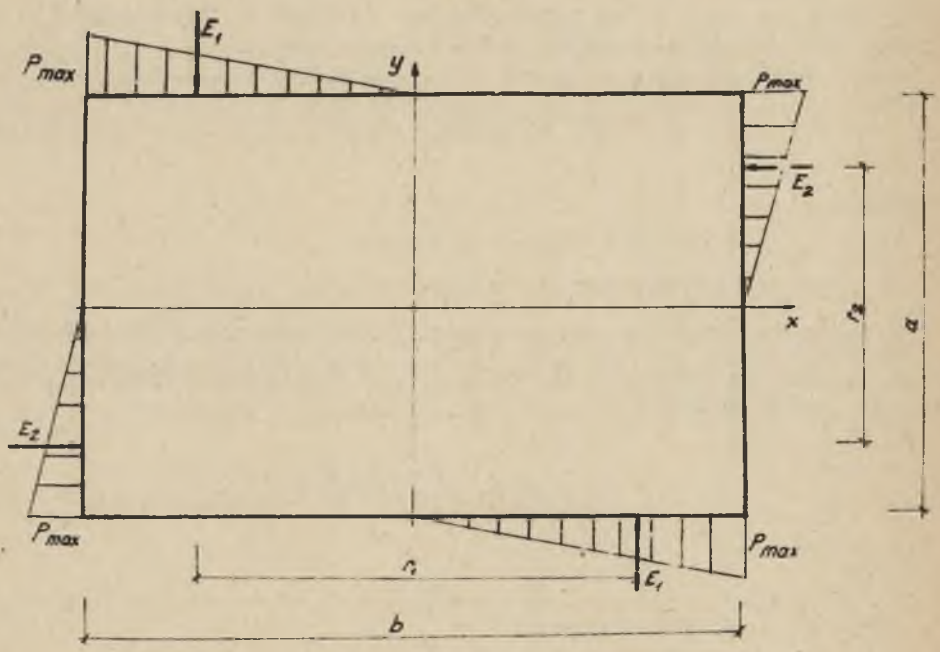
γ - ciężar objętościowy gruntu,

g - grubość fundamentu,

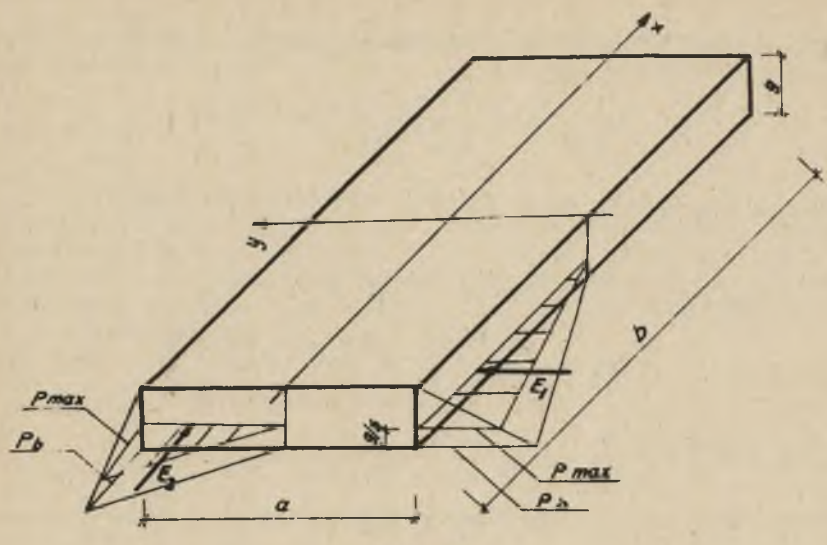
ϱ - kąt tarcia wewnętrznego.


M_{uj}'
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
1
3
5
7
9
11
13
15
n

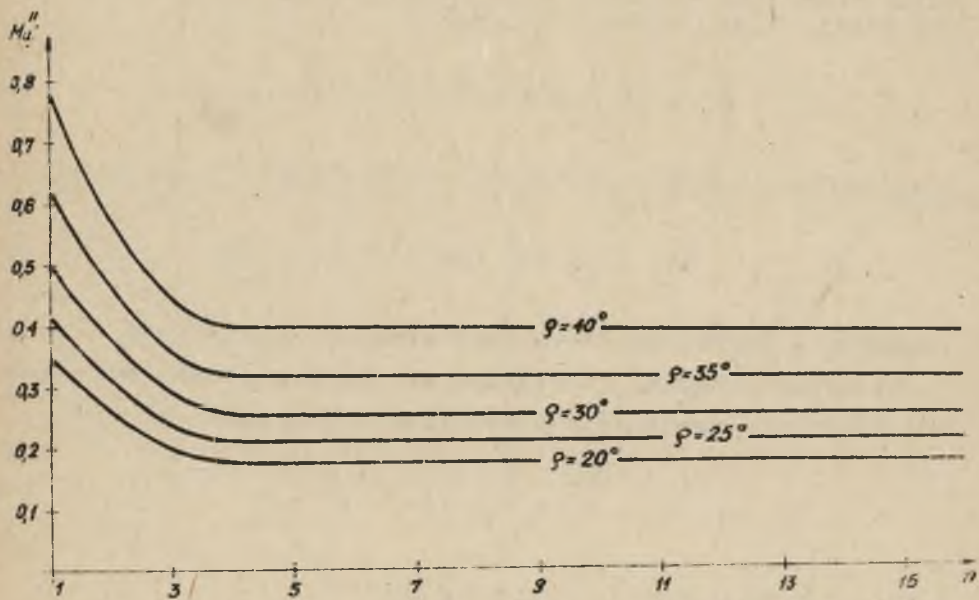
Rys. 7


E_1
P_{max}
y
P_{max}
E_2
x
E_2
P_{max}
P_{max}
c
E_1
b
a

Rys. 8


x
y
b
a
P_{max}
P_b
E_1
E_2
P_{max}
P_b

Rys. 9


M_u''
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
$\varrho=40°$
$\varrho=35°$
$\varrho=30°$
$\varrho=25°$
$\varrho=20°$
1
3
5
7
9
11
13
15
n

Rys. 10

Wypadkowe parcie na wysokości fundamentu w narożu

$$p_{max} = \frac{1}{2}\gamma . g^2 \ tg^2 \ (45^o + \varrho/2) \tag{30}$$

Wypadkowe odporu gruntu określa się więc wzorami:

$$E_1 = \frac{1}{8}\gamma . g^2 . b . tg^2 (45^o + \varrho/2) \tag{31}$$

$$E_2 = \frac{1}{8}\gamma . g^2 a \ tg^2 (45^o + \varrho/2) \tag{32}$$

Ramiona sił E_1 i E_2:

$$r_1 = 2/3 \ b, \tag{33}$$

$$r_2 = 2/3 \ a. \tag{34}$$

Mając określone wartości wypadkowych odporu gruntu i odległości między nimi, możemy obliczyć

$$M''_u = \frac{1}{12}\gamma . g^2 b^2 tg^2 \ (45^o + \varrho/2)(1 + \frac{1}{n^2}) \tag{55}$$

Przyjmując $g = 1{,}0m$, $b = 1{,}0m$ oraz $\gamma = 1{,}0 \ T/m^3$ otrzymujemy

$$M''_{uj} = \frac{1}{12} tg^2 \ (45^o + \varrho/2)(1 + \frac{1}{n^2}) \tag{36}$$

Ilustrację graficzną wzoru (36) stanowi rysunek 10.

Po wyznaczeniu M''_{uj} z wykresu na rysunku 9, składową momentu utrzymującego wywołaną odporem gruntu otrzymamy ze wzoru

$$M''_u = M''_{uj} . \gamma . b^2 . g^2 \tag{37}$$

5. Analiza możliwości obrotu budowli

W przypadku budowli lub elementów budowli nie posiadających swobody obrotu nadwyżka momentu obrotowego nad utrzymującym wywoła skręcanie konstrukcji i dodatkowe reakcje jej więzów.

Możliwość obrotu budowli zaliczanej do pierwszej grupy zaistnieje wówczas, gdy

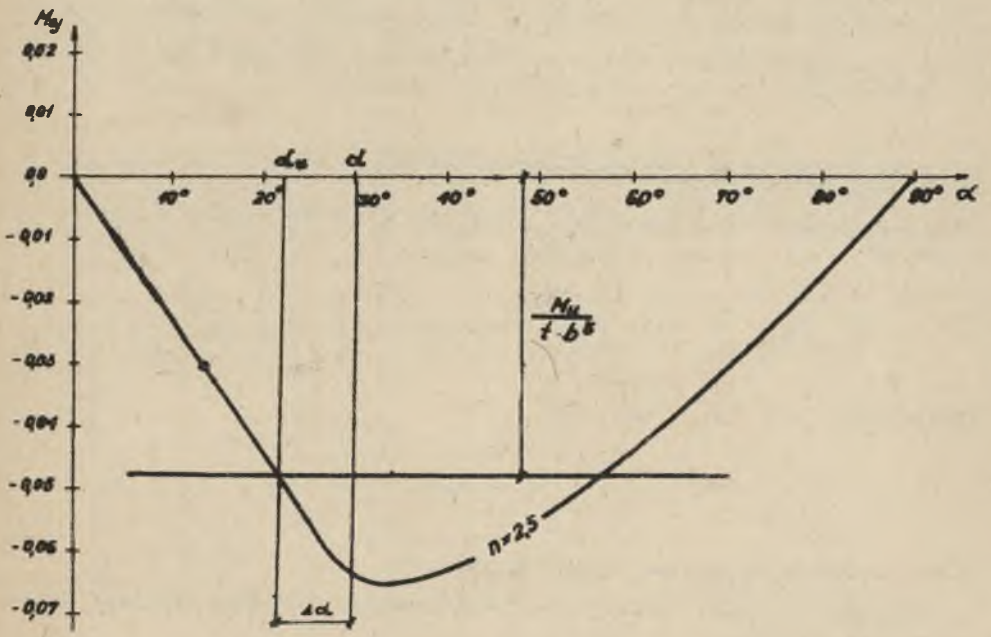
$$M_o > M_u \tag{38}$$

Budowla obróci się o kąt $\Delta\alpha$, przy którym moment utrzymujący stanie się równy momentowi obrotowemu. Podczas tego ruchu obrotowego, który wystąpi wówczas, gdy budowla znajdzie się nad brzegiem niecki, kąt między kierunkiem eksploatacji a osią y fundamentu zmieni się z α na α_u.
Będzie więc

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_u \tag{39}$$

Wartość α_u możemy wyznaczyć z równania (4) lub (5) przyjmując

$$M_o = M_u$$



Rys. 11

Interesującym nas przy tym rozwiązaniu jest taki kąt α_u, przy którym $\Delta\alpha$ mierzone zgodnie z kierunkiem działania momentu obrotowego będzie najmniejsze.

Przy małej głębokości posadowienia względnie w przypadku odkopania fundamentu odpór gruntu nie odegra istotniejszej roli i wówczas można założyć

$$M_u = M'_u \tag{40}$$

W tej sytuacji możliwość obrotu określać będzie nierówność

$$M_o > M'_u \tag{41}$$

która po wprowadzeniu momentów jednostkowych przybierze postać

$$M_{oj} > M_{uj} \frac{t'}{t} \tag{42}$$

O tym, czy budowla dozna obrotu możemy przekonać się wykonując na wykresie M_{oj} (rys. 2) konstrukcję przedstawioną na rys. 11. Konstrukcja ta pozwala również określić wielkość kąta obrotu $\Delta\alpha$.

6. Zabezpieczenie budowli przed obrotem

Dla zabezpieczenia budowli przed obrotem musi być spełniony warunek

$$M_u = s\, M_o \tag{43}$$

przy czym

$$s > 1{,}0$$

jest współczynnikiem bezpieczeństwa.

Nie określając bliżej wartości współczynnika s możemy warunek (43) wyrazić w postaci

$$M'_u + M''_u > M_o \tag{44}$$

Chcąc uzyskać dla lewej strony tej nierówności dostatecznie dużą wartość mamy do dyspozycji następujące środki:

a) odpowiednie zagłębienie fundamentu,

b) posadowienie fundamentu na podsypce piaskowej.

Możemy oczywiście zastosować obydwa te środki łącznie.

Stosując tylko środek a) musimy spełnić nierówność

$$M''_u > M_o - M'_u \tag{45}$$

Wstawiając do niej wyrażenie (37) otrzymamy potrzebne zagłębienie fundamentu

$$g > \sqrt{\frac{M_o - M'_u}{M'_{uj} \cdot \gamma \cdot b^2}} \tag{46}$$

7. Wnioski

Przy projektowaniu budowli, które mają być usytuowane na terenie podległym wpływom eksploatacji górniczej, należy uwzględniać możliwość obrotu budowli lub jej skręcanie. Jeżeli obrót budowli jest szkodliwy z punktu widzenia statycznego, konstrukcyjnego względnie eksploatacyjnego, to należy zabezpieczyć się przed nim w sposób omówiony w punkcie 6.

Dopuszczając obrót budowli trzeba przewidzieć odpowiednie środki eleminujące jego szkodliwe skutki. Przy projektowaniu budowli nie posiadającej swobody obrotu należy uwzględnić skręcanie w obliczeniach statycznych i zastosować odpowiednią konstrukcję dla przeniesienia tegoż skręcania.

Z przedstawionych rozważań wynika, że najbardziej podatne na obrót będą budowle posadowione na gruncie spoistym przy małych naciskach jednostkowych fundamentu na grunt.

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ОБОРОТА СООРУЖЕНИЯ ВСЛЕДСТВИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ГРУНТА

С о д е р ж а н и е

Рассматривается особенный случай сооружения находящегося под влиянием горной разработки угля. Если направление этой разработки косое по отношению к оси сооружения, так ползучесть грунта вызвёт не только растягивающие или сжимающие напряжения в фундаменте, но может быть причиной оборота конструкции.

Целью предлагаемой работы является определение зависимости между моментем стремитьшимся обернуть сооружение и моментом, который этому обороту противодействует.

Приготовлены графики, которые могут облегчить вычисление этих моментов.

Предлагается рекомендации относительно проектирования сооружений, которые могут обернутся под влиянем ползучести грунта.

ANALYSIS OF POSSIBILITIES OF BUILDING TURNING ROUND DUE TO LAND SLIDING

S u m m a r y

A particular case of the behaviour of a building situated upon a terrain that is affected by mining exploitation of underground resources has been considered in the present analysis.
The case is, when the axis of the building is oblique relative to the direction of mining exploitation the land slide will result not only in tensile or compressive stress arising but also in turning round the building as a whole. The aim of the work is to find the relation between the moment tending to turn the building and the moment that resists such turning. Diagrams making calculation of the moments easier have been given in this work.
The work also includes recommendations concerning the way of designing of buildings vulnerable to turning due to land sliding.