BUDOWNICTWO z. 18

FELIKS ANDERMANN

PRACA STATYCZNA CZTEROŚCIENNEGO USTROJU SKRZYNIOWEGO PRZY PEWNYCH SYMETRYCZNYCH OBCIĄŻENIACH W PŁASZCZYZNACH ŚCIAN

1000 LECIE PAŃSTWA POLSKIEGO

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
ZESZYT NAUKOWY Nr 169 – GLIWICE 1966

Errata

do Zeszytu Naukowego nr 169 - Budownictwo 18-Praca habilitacyjna: Feliks Andermann "Praca statyczna czterościennego ustroju skrzyniowego przy pewnych symetrycznych obciążeniach w płaszczyznach ścian".

Strona, wiersz	Jest	Powinno być
$6^{11,12}$	$\underline{f}$	$\bar{f}$
13^{11}	$\frac{\delta F}{\delta n}$	$\frac{\partial F}{\partial n}$
17_6	$v_i^{A},$ i $v_i^{B},$	$v_i^{A'}$ i $v_i^{B'}$
39_1	$= 0 \,\|$	$\| = 0$
48_5	$-1,154\,\alpha_1$	$-1,54\alpha_1$

SPIS TREŚCI

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
ZESZYTY NAUKOWE
Nr 169

FELIKS ANDERMANN

PRACA STATYCZNA CZTEROŚCIENNEGO USTROJU SKRZYNIOWEGO PRZY PEWNYCH SYMETRYCZNYCH OBCIĄŻENIACH W PŁASZCZYZNACH ŚCIAN

PRACA HABILITACYJNA Nr 54
(Skrót)

GLIWICE 1966

Dział Nauki — Sekcja Wydawnictw Naukowych — Politechniki Śląskiej
Gliwice, ul. Konarskiego 23

Nakł. 100+175 Ark. wyd. 4,84 Ark. druk. 6,14 Papier offsetowy kl. V, 70x100, 70 g
Oddano do druku 28.7.1966 Podpis. do druku 13. 9. 1966 Druk ukoń. we wrześniu 1966
Zam. 1436 2. 8. 1966 A-17 Cena zł 7,—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

1. WSTĘP

1.1. Uwagi ogólne

Elementy ścienne stanowią podstawowe części konstrukcyjne większości ustrojów budowlanych. Głównym zadaniem konstrukcyjnym tych elementów jest przeniesienie obciążeń, działających w ich płaszczyźnie środkowej, na podpory względnie fundamenty.

Obliczenia statyczne elementów ściennych są zwykle przeprowadzane w oparciu o szereg założeń upraszczających. Są to założenia prowadzące do

1) idealizacji cech fizycznych materiału oraz struktury ściany,

2) przybliżonego uwzględnienia perforacji,

3) uproszczenia schematu statycznego ściany.

Założenia te są przyjmowane bądź z powodu braku teorii, która by pozwalała na ich pominięcie, bądź też dlatego, że rezygnacja z założeń upraszczających wymagałaby bardzo pracochłonnych obliczeń.

Odnośnie materiału ścian zakłada się zwykle, że jest on jednorodny, izotropowy i liniowo sprężysty, zaś ścianę traktuje się jako kontinuum materialne o jednorodnej i izotropowej strukturze. Wobec braku odpowiedniej teorii, rzeczywiste cechy fizyczne materiału oraz rzeczywista struktura ścian mogą być uwzględnione przy wymiarowaniu elementów ściennych jedynie na drodze doświadczalnej. Badania doświadczalne były przeprowadzone m.in. nad kilkoma typami żelbetowych ścian tarczowych. Wyniki tych badań (podane np. w pracach [9], [10], [11], [17] i [26]) pozwoliły na opracowanie sposobów właściwego zbrojenia przebadanych rodzajów ścian.

Perforacja ma zasadniczy wpływ na stan naprężenia i odkształcenia ścian. Teoretyczne określenie maksymalnych naprężeń w ścianie perforowanej jest w przeważającej liczbie przypadków bardzo skomplikowane, wymaga bowiem rozwiązania tarczy z otworami. W pracach [5] i [23] podjęto próby teoretycznego określenia stanu naprężenia w tarczach perforowanych. Zastosowana w nich metoda różnicowa wymaga w większości przypadków rozwiązania dużej liczby równań i tym samym zastosowania elektronowych maszyn do liczenia. Nieco mniej pracochłonna jest doświadczalna metoda elastooptyczna określania stanu naprężenia w tarczach perforowanych (np. prace [7], [27]) - chociaż wykonanie modelu z optycznie czułego materiału oraz realizacja właściwych obciążeń sprawia często poważne kłopoty. Wspomniane trudności z jakimi spotykamy się przy poszukiwaniu dokładnych rozwiązań, przyczyniły się do rozwoju sposobów przybliżonych obliczania ścian perforowanych. Można tu wymienić np. prace [12], [13], [14], [15] i [19], których celem było opracowanie takich sposobów.

Uproszczenia schematu statycznego ściany mają głównie na celu ułatwienie obliczeń statycznych, poprzez redukcję prac rachunkowych. Są one konieczne również w przypadku braku odpowiednich sposobów obliczania elementów ściennych przy założeniu bardziej ścisłych schematów statycznych. Wspomniane uproszczenia sprowadzają się zwykle do

1) zastępowania schematu tarczowego ściany schematem prętowym,

2) pomijania wpływu połączenia ścian z przyległymi elementami prętowymi (słupami i żebrami),

3) pomijania wpływu wzajemnego połączenia ścian,

4) pomijania wpływu połączenia ścian z poziomymi elementami tarczowymi (przeponami).

Przyjmowanie schematu prętowego w miejsce schematu tarczowego jest dopuszczalne tylko w niektórych przypadkach, np. dla belek - ścian prostokątnych o stosunku wysokości do długości $H:L < 0{,}3 \div 0{,}4$. W innych przypadkach to założenie upraszczające prowadzi do błędnych wartości naprężeń i odkształceń.

Wpływ połączenia ścian z przyległymi słupami i żebrami na stan naprężenia ścian, w przypadku jeśli elementy prętowe mają dużą sztywność jest znaczny. Wynika to np. z badań doświadczalnych opisanych w pracach [4] i [21] oraz z rozwiązania teoretycznego ściany wzmocnionej żebrem podanego w pracy [1] . Nie zostały do tej pory podjęte badania, które by umożliwiły opracowanie reguł, kiedy połączenie ścian z elementami prętowymi może być w obliczeniach statycznych pominięte.

Również wpływ wzajemnego połączenia ścian na stan naprężenia i odkształcenia poszczególnych ścian nie był do tej pory tematem szerszych badań teoretycznych i doświadczalnych. Pierwszą próbę teoretycznego ujęcia tego zagadnienia podjął autor w pracy [1] .

Wpływ połączenia ścian z poziomymi przeponami na stan naprężenia scian nie został również dotychczas zbadany.

Na pracochłonność obliczeń statycznych wpływa nie tylko wybór schematu statycznego ściany, ale również wybór metody obliczeń. Ściana rozpatrywana jako płaski dźwigar powierzchniowy (tarcza) wykonany z liniowo sprężystego materiału wymaga, dla określenia jej stanu naprężenia i odkształcenia, rozwiązania tzw. płaskiego zagadnienia teorii sprężystości. Rozwiązanie to polega, jak wiadomo, na znalezieniu funkcji naprężeń Airy'ego spełniającej równanie biharmoniczne na całym obszarze tarczy oraz warunki brzegowe w miejscach połączenia ściany z innymi elementami konstrukcyjnymi i w miejscu przyłożenia obciążeń. Ścisłe rozwiązanie tego zagadnienia jest na ogół niemożliwe i dlatego jest ono rozwiązywane metodami przybliżonymi.

Podstawowymi metodami przybliżonymi są: metoda szeregów trygonometrycznych ([8], [16]), metoda wariacyjna ([24] , [28]) i metoda różnicowa ([1] , [2] , [20]). Najbardziej przydatną dla celów praktycznych metodą obliczania tarcz prostokątnych jest metoda różnicowa. Stosując sposoby przedstawione w pracy [1] , redukujące prace obliczeniowe, możemy przy jej zastosowaniu uzyskać praktycznie dokładne rozwiązanie tarczy, przy stosunkowo niewielkim nakładzie pracy rachunkowej. Wspomniane sposoby umożliwiły autorowi podjęcie tematu przedstawionego w niniejszej pracy.

1.2. Cel i zakres pracy. Założenia

Celem niniejszej pracy jest częściowe wyjaśnienie zagadnienia oddziaływania na siebie ścian tworzących przestrzenny układ tarczowy. Jak istotny dla stanu naprężenia ściany jest rozkład oddziaływania na nią ścian przyległych, może zilustrować przykład pokazany na rys. 1.1.

Kwadratowa ściana o grubości jednostkowej pokazana na rys. 1.1a jest obciążona w swej płaszczyźnie środkowej obciążeniem równomiernym, działającym na jej górny brzeg (p). Przyległe ściany oddziałują na brzegi pionowe obciążeniem stycznym τ. Znana jest wielkość wypadkowego oddziaływania każdej z tych ścian $\left(\frac{p \cdot L}{2}\right)$, natomiast rozkład τ zależy od kilku czynników, a mianowicie od

1) obciążenia działającego na przyległe ściany,

2) różnicy stałych sprężystości materiału ścian,

3) stosunku długości boków (H:L) przyległych ścian,

4) różnicy grubości ścian,

5) perforacji przyległych ścian.

Rozkład oddziaływania τ określa nie tylko maksymalną wartość naprężenia stycznego na brzegu, która często decyduje o wymaganej grubości ściany, ale ma również wpływ na wartość naprężeń normalnych, które mają decydujące znaczenie przy określaniu zbrojenia ścian żelbetowych. Na rysunkach 1.1b-d pokazano wykresy naprężeń σ_x, jakie otrzymuje się w środku długości ściany dla trzech wariantów rozkładu τ, przy założeniu symetrycznego oddziaływania przyległych ścian, a mianowicie dla: oddziaływania skupionego w dolnych narożach (rys. 1.1b), oddziaływania zmiennego wg trójkąta (rys. 1.1c) oraz wg paraboli drugiego stopnia (rys. 1.1d). Pierwszy wariant odpowiada przypadkowi, kiedy pomijamy fakt, że ściany oddziałują na siebie wzdłuż całej długości krawędzi pionowych. Uzyskuje się wówczas wartości naprężeń znacznie odbiegające od wartości obliczonych dla przypadków, w których uwzględnia się kontaktowanie się ścian na całej wysokości, jak np. dla drugiego i trzeciego wariantu. Z porównania rys. 1.1c i 1.1d wynika, że drugiemu i trzeciemu wariantowi rozkładu τ odpowiadają również znacznie różniące się wykresy naprężeń σ_x. Możemy zatem stwierdzić, że rozkład oddziaływań τ wpływa w zasadniczy sposób na stan naprężenia oddziałujących na siebie ścian.

Przedmiotem badań w niniejszej pracy jest prostopadłościenny ustrój skrzyniowy złożony z czterech prostokątnych ścian opartych za pośrednictwem ław na gruncie, któremu przypisano cechy podłoża winklerowskiego.

Założono, że ściany są wykonane z identycznego materiału. Przyjęto przy tym, że materiał jest jednorodny, izotropowy i liniowo sprężysty.

Ograniczono się do rozpatrzenia ustrojów skrzyniowych, w których ściany do siebie równoległe są identyczne i są oparte na identycznych ławach fundamentowych.

Przyjęto, że sztywność giętna ścian w kierunku prostopadłym do płaszczyzny środkowej jest tak niewielka, że możemy ją w naszych rozważaniach pominąć.

Założono, że wymiary przekrojów poprzecznych ław są tak niewielkie, że możemy pominąć współpracę statyczną ław ze ścianami oraz możemy przyjąć, że zadanie ław ogranicza się do przekazywania oddziaływań podłoża gruntowego na dolne brzegi ścian.

Odnośnie obciążenia założono, że działa w płaszczyźnie środkowej ścian, przy czym ściany do siebie równoległe są obciążone identycznie. Przyjęto również, że obciążenie jest symetryczne względem pionowych osi symetrii poszczególnych ścian i że nie wywołuje utraty stateczności ścian.

Badaniom poddano układy[x)] przedstawione na rys. 1.2a,b. Są to ustroje skrzyniowe złożone ze ścian prostokątnych o różnych stosunkach długości boków, poddane działaniu obciążenia zewnętrznego w dwóch wariantach. Pierwszy wariant obciążenia występuje w przypadku działania wpływu krzywizny zbocza niecki górniczej na konstrukcję (p. praca autora [1] p. 4.2.1.1), drugi zaś ma miejsce w przypadku, gdy na dwóch

x) Przez "układ" rozumiemy ustrój wraz z obciążeniem.

ścianach opiera się strop, zaś podłoże gruntowe oddziałuje na ławy fundamentowe naciskiem o stałej intensywności.

W rozwiązaniach szczegółowych poszczególnych układów ściany pełne[x)] o stosunkach długości boków H:L = 0,5, 1 i 2 potraktowano jako tarcze. Natomiast w przypadku ścian o długości znacznie mniejszej od ich wysokości ($L \ll H$) założono, że pracują one jak pionowe pręty, w których występują jedynie naprężenia normalne σ_y (pionowe). Ściany ażurowe obliczano jako ramy wielokomorowe, zastępując przy tym obciążenie ciągłe ścian siłami skupionymi w osiach słupów. Ramy te obliczano, stosując przybliżone sposoby podane w pracy [25] (str. 362). Zakładano przy tym, że osie skrajnych słupów leżą w środkowych płaszczyznach ścian prostopadłych do tych ram.

Przytoczone w pracy równania i tablice mogą posłużyć do szybkiego rozwiązania omawianych ustrojów skrzyniowych również dla innych przypadków obciążenia - mogą zatem znaleźć zastosowanie przy projektowaniu konstrukcji skrzyniowych różnego typu, np. skrzyń fundamentowych, zbiorników i budynków o kształcie prostopadłościennym.

Przedstawiony sposób rozwiązania czterościennego ustroju skrzyniowego może być również stosowany przy obliczaniu ustrojów skrzyniowych wielokomorowych oraz innych przestrzennych układów tarczowych.

W pracy posłużono się metodą różnicową obliczania układów tarczowych. Dzięki gęstej siatce różnicowej uzyskane wyniki odznaczają się dużą dokładnością. Kontrolne badanie elastooptyczne modelu konstrukcji skrzyniowej potwierdziło poprawność wyników uzyskanych na drodze teoretycznej.

---

x) Ścianami pełnymi nazwaliśmy ściany tarczowe pozbawione otworów.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE

2.1. Równania kanoniczne metody sił dla przestrzennego układu tarczowego typu skrzyniowego

Ustrój skrzyniowy złożony z pełnych ścian pozbawionych, zgodnie z przyjętym w p. 1.2 założeniem, sztywności giętnej w kierunku prostopadłym do płaszczyzn środkowych rozpatruje się jako przestrzenny ustrój tarczowy. W ustroju tym każdy z elementów tarczowych może być obciążony wyłącznie w płaszczyźnie środkowej. Siły wzajemnego oddziaływania przyległych ścian tarczowych, występujące w krawędziach przecięcia się płaszczyzn środkowych tych ścian, będą zatem skierowane wzdłuż tych krawędzi. Założona wiotkość ścian uniemożliwia bowiem występowanie oddziaływań prostopadłych do krawędzi. Siły jakimi ściany na siebie oddziałują wyznaczać będziemy metodą sił.

Przedstawiony poniżej sposób rozwiązywania przestrzennych układów tarczowych typu skrzyniowego może być użyty do obliczenia dowolnych przestrzennych układów tarczowych. Posłużył on do obliczenia układów pokazanych na rys. 1.2ab i rozpatrzonych w rozdziale 3 niniejszej pracy. Tok postępowania przedstawimy na przykładzie układu pokazanego na rys. 2.1.

Rozpatrywany ustrój skrzyniowy składa się z czterech kwadratowych ścian tarczowych. Ściany A (o grubości t) są obciążone siłami skupionymi P, zaś ściany B (o grubości αt) oddziaływaniem p.

Dla uproszczenia zagadnienia dokonamy rozkładu obciążenia na składowe obciążenia symetryczne i antysymetryczne względem poziomej płaszczyzny symetrii ustroju skrzyniowego. Rys. 2.2 przedstawia badany układ w rozwinięciu, po dokonaniu rozkładu obciążenia. Znajdziemy niezależnie rozwiązania dla układu symetrycznego(rys. 2.2a) i antysymetrycznego (rys. 2.2b), po czym superponując je otrzymamy rozwiązanie dla układu rzeczywistego z rys. 2.1.

Siły jakimi ściany A i B na siebie oddziałują nazwiemy siłami krawędziowymi. Obliczymy je, posługując się rozwiązaniami różnicowymi tarczy kwadratowej, której obszar podzielono siatką różnicową na 100 kwadratowych oczek (por. rysunki tablic 1÷10).

2.1.1. Symetria obciążenia

W miejsce ustroju rzeczywistego pokazanego na rys. 2.1 wprowadzimy tzw. ustrój podstawowy. Będą nimi cztery niepowiązane ze sobą ściany kwadratowe, a mianowicie dwie ściany A i dwie ściany B. Obciążając ściany ustroju podstawowego obciążeniem zewnętrznym pokazanym na rys. 2.2a oraz siłami krawędziowymi na razie nieokreślonymi otrzymamy tzw. układ zastępczy (rys. 2.3). Na rys. 2.3 pokazaliśmy tylko po jednej ścianie A i B, ponieważ pozostałe dwie ściany ustroju podstawowego są obciążone identycznie. Z uwagi na to, że posłużymy się rozwiązaniami różnicowymi ścian A i B, siły krawędziowe, które mają niewątpliwie charakter ciągły, zastąpimy siłami skupionymi w węzłowych punktach krawędzi (w odstępach równych krokowi różnicowemu Δ). Zgodnie z poprzednimi uwagami przyjmiemy, że siły krawędziowe są styczne do brzegów ścian A i B. Z charakteru obciążenia zewnętrznego (rys. 2.2a) wynika ponadto, że są one symetryczne względem pionowych i poziomych osi symetrii ścian.

W celu wyprowadzenia równań kanonicznych metody sił, umożliwiających obliczenie niewiadomych sił $Y_0 \div Y_4$, wprowadzimy 5 układów pomocniczych. Każdy z tych układów stanowi przyjęty ustrój podstawowy obciążony grupą jednostkowych sił - zgodnie z rys. 2.4. Na rys. 2.4 pokazaliśmy również tylko po jednej ścianie A i B. Pozostałe dwie ściany ustroju podstawowego są obciążone identycznie.

Pierwsze równanie kanoniczne otrzymamy, stosując zasadę wzajemności prac Bettiego do układu zastępczego (rys. 2.3) oraz do układu pomocniczego I (rys. 2.4). Równaniu temu możemy nadać następującą postać

$$L_Y + L_P = 0 \tag{2.1}$$

gdzie:

L_Y - praca sił Y układu zastępczego na przemieszczeniach układu pomocniczego,

L_P - praca zewnętrznego obciążenia układu zastępczego $(\frac{P}{2}, \frac{p}{2})$ na przemieszczeniach układu pomocniczego.

Po prawej stronie znaku równości występuje zero, ponieważ praca sił układu pomocniczego na przemieszczeniach układu zastępczego przyjmuje wartość zerową. Jest to następstwem faktu, że w układzie zastępczym (rys. 2.3), podobnie jak w układzie rzeczywistym (rys. 2.2a), przemieszczenia wzdłuż krawędzi pionowych są dla punktów ścian A i B identyczne.

Dla obliczenia wartości L_Y potrzebne są wielkości pionowych przemieszczeń punktów leżących na pionowych krawędziach ścian A i B układu pomocniczego I. Wielkości te podane zostały w tablicy 1 dla tarczy kwadratowej o grubości jednostkowej (patrz p. 2.4).

Przyjęto następującą zasadę znakowania przemieszczeń. Przemieszczenie punktu "i" względem punktu "k" jest dodatnie (ujemne), jeżeli punkt "i" oddala się od (zbliża się do) punktu "k".

Wartość L_Y obliczona dla 1/8 części całego układu wyniesie

$$L_Y = \frac{1}{E}\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{\alpha t}\right)(4,96Y_0 + 3,24\ Y_1 + 2,03\ Y_2 + 1,18\ Y_3 + 0,55\ Y_4) \tag{2.2}$$

W celu obliczenia L_P wprowadzimy dodatkowy układ pomocniczy uwidoczniony na rys. 2.5 (pokazano tylko po jednej ścianie A i B). W oparciu o zasadę Bettiego zastosowaną do tego układu oraz do układu pomocniczego I możemy napisać:

$$L_P = v_0^A - v_0^B \tag{2.3}$$

gdzie:

L_P - praca sił zewnętrznych dodatkowego układu pomocniczego (czyli zewnętrznego obciążenia układu zastępczego) na przemieszczeniach układu pomocniczego I, obliczona dla 1/8 części całego układu,

v_0^A, v_0^B - pionowe składowe przemieszczenia punktu 0 względem punktu X (rys. 2.5) obliczone dla ścian A i B dodatkowego układu pomocniczego.

Wprowadzając oznaczenie

$$D_i = v_i^A - v_i^B \tag{2.4}$$

oraz uwzględniając zależności (2.2) i (2.3), otrzymamy równanie (2.1) w postaci

$$4{,}96\ Y_0 + 3{,}24\ Y_1 + 2{,}03\ Y_2 + 1{,}18\ Y_3 + 0{,}55\ Y_4 + \frac{E\alpha t}{1+\alpha} D_0 = 0 \tag{2.5}$$

Pozostałe równania kanoniczne otrzymamy podobnie, stosując zasadę Bettiego do układu zastępczego (rys. 2.3) oraz kolejno do układów pomocniczych II ÷ V (rys. 2.4). Wielkości przemieszczeń punktów krawędziowych dla ścian układów pomocniczych II÷V podano w tablicach 2÷5. Pełny układ równań kanonicznych otrzymamy w następującej postaci

$$\begin{aligned}
4{,}96\ Y_0 + 3{,}24\ Y_1 + 2{,}03\ Y_2 + 1{,}18\ Y_3 + 0{,}55\ Y_4 + cD_0 &= 0\\
3{,}24\ Y_0 + 2{,}95\ Y_1 + 2{,}13\ Y_2 + 1{,}23\ Y_3 + 0{,}56\ Y_4 + cD_{VI} &= 0\\
2{,}03\ Y_0 + 2{,}13\ Y_1 + 2{,}05\ Y_2 + 1{,}43\ Y_3 + 0{,}64\ Y_4 + cD_{VII} &= 0\\
1{,}18\ Y_0 + 1{,}23\ Y_1 + 1{,}43\ Y_2 + 1{,}44\ Y_3 + 0{,}85\ Y_4 + cD_{VIII} &= 0\\
0{,}55\ Y_0 + 0{,}56\ Y_1 + 0{,}64\ Y_2 + 0{,}85\ Y_3 + 0{,}80\ Y_4 + cD_{IX} &= 0
\end{aligned} \tag{2.6}$$

gdzie:

$$c = \frac{E\alpha t}{1+\alpha} \tag{2.7}$$

Macierz współczynników przy niewiadomych Y jest oczywiście symetryczna względem przekątnej głównej, co jest następstwem zasady wzajemności przemieszczeń Betti-Maxwella.

Chcąc obliczyć wyrazy wolne układu równań (2.6) dla rozpatrywanego przypadku obciążenia, musimy określić pionowe przemieszczenia punktów krawędziowych dla ścian A i B dodatkowego układu pomocniczego z rys. 2.5. Posłużymy się przy tym tablicami zawartymi w pracy [1] [x)].

Obliczymy wartości brzegowe funkcji naprężeń F dla ściany A jako momenty zginające dla fikcyjnego pręta pokrywającego się z zarysem zewnętrznym ściany, przeciętego w punkcie V oraz obciążonego siłami przypadającymi na jednostkę grubości ściany A (rys. 2.6a,b). Wartość brzegową pochodnej normalnej $\frac{\partial F}{\partial n}$, oznaczoną przez R, obliczymy jako siłę podłużną dla tego pręta (rys. 2.6c).

$$F_0 = -1,25\,\frac{P}{t}\Delta;\qquad F_I = -1,00\,\frac{P}{t}\Delta;\qquad F_{II} = -0,75\,\frac{P}{t}\Delta;$$

$$F_{III} = -0,50\,\frac{P}{t}\Delta;\qquad F_{IV} = -0,25\,\frac{P}{t}\Delta;\qquad R = -0,25\,\frac{P}{t}. \tag{2.8}$$

Korzystając z tablicy 33^x, otrzymamy

$$v_0^A = 0,0286\,\frac{P}{tE};\qquad v_{VI}^A = 0,0251\,\frac{P}{tE};\qquad v_{VII}^A = 0,0163\,\frac{P}{tE};$$

$$v_{VIII}^A = 0,0074\,\frac{P}{tE};\qquad v_{IX}^A = 0,0021\,\frac{P}{tE}. \tag{2.9}$$

Odpowiednie przemieszczenia ściany B wyniosą (ściana jednokierunkowo ściskana)

$$v_0^B = -0,25\,\frac{P}{\alpha tE};\qquad v_{VI}^B = -0,20\,\frac{P}{\alpha tE};\qquad v_{VII}^B = -0,15\,\frac{P}{\alpha tE};$$

$$v_{VIII}^B = -0,10\,\frac{P}{\alpha tE};\qquad v_{IX}^B = -0,05\,\frac{P}{\alpha tE}. \tag{2.10}$$

---

x) Ponieważ numery wzorów, tablic i paragrafów pracy [1] będą często cytowane, oznaczymy je dla odróżnienia od numerów występujących w niniejszej pracy indeksem^x, np. tabl.34^x.

Po uwzględnieniu wartości (2.9), (2.10) oraz wzoru (2.4) wyrazy wolne układu równań (2.6) przyjmą następującą postać

$$
\begin{aligned}
cD_0 &= \frac{P}{1+\alpha}(0,25 + 0,0286\alpha) \\
cD_{VI} &= \frac{P}{1+\alpha}(0,20 + 0,0251\alpha) \\
cD_{VII} &= \frac{P}{1+\alpha}(0,15 + 0,0163\alpha) \\
cD_{VIII} &= \frac{P}{1+\alpha}(0,10 + 0,0074\alpha) \\
cD_{IX} &= \frac{P}{1+\alpha}(0,05 + 0,0021\alpha)
\end{aligned}
\tag{2.11}
$$

Rozwiązując układ równań (2.6) dla wyrazów wolnych (2.11) otrzymamy

$$
\begin{aligned}
Y_0 &= \frac{P}{1+\alpha}(- 0,0255 - 0,0002\alpha) \\
Y_1 &= \frac{P}{1+\alpha}(- 0,0264 - 0,0101\alpha) \\
Y_2 &= \frac{P}{1+\alpha}(- 0,0088 + 0,0017\alpha) \\
Y_3 &= \frac{P}{1+\alpha}(- 0,0152 + 0,0001\alpha) \\
Y_4 &= \frac{P}{1+\alpha}(- 0,0033 + 0,0031\alpha)
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

2.1.2. Antysymetria obciążenia

W celu ustawienia równań kanonicznych metody sił dla układu pokazanego na rys. 2.2b, wprowadzimy układ zastępczy uwidoczniony na rys. 2.7. Jest to uprzednio wprowadzony ustrój podstawowy, na który działa obciążenie zewnętrzne układu rzeczywistego (rys. 2.2b) oraz siły krawędziowe $Y'_0 \div Y'_5$.

Z charakteru obciążenia zewnętrznego wynika, że siły krawędziowe stanowić będą układ sił symetryczny względem pionowych osi symetrii ścian oraz antysymetryczny względem poziomych osi symetrii ścian. Z warunków równowagi wynika, że

$$Y_5' = \frac{P}{2} - 2\,(Y_0' + Y_1' + Y_2' + Y_3' + Y_4') \qquad (2,13)$$

Wprowadzimy obecnie 5 układów pomocniczych uwidocznionych na rys. 2.8.

Pierwsze równanie kanoniczne uzyskamy, stosując zasadę Bettiego do układu zastępczego oraz do układu pomocniczego I'. Przyjmie ono postać

$$L_Y' + L_P' = 0 \qquad (2,14)$$

gdzie:

L_Y' - praca sił $Y_0' \div Y_4'$ układu zastępczego (rys. 2,9) na przemieszczeniach układu pomocniczego,

L_P' - praca pozostałych sił układu zastępczego (rys.2,10) na przemieszczeniach układu pomocniczego.

Po prawej stronie znaku równości występuje zero, podobnie jak we wzorze (2,1).

Wartość L_Y' obliczymy dla 1/8 części całego układu, korzystając z wielkości przemieszczeń podanych w tabl.6.

$$L_Y' = \frac{1}{E}\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{\alpha t}\right)(5{,}96Y_0' + 4{,}23Y_1' + 2{,}93Y_2' + 1{,}85Y_3' + 0{,}66Y_4') \qquad (2,15)$$

Wprowadzając jako dodatkowy układ pomocniczy układ pokazany na rys. 2.10 oraz stosując zasadę Bettiego do tego układu oraz do układu pomocniczego I', otrzymamy

$$L_P' = \overset{A}{v_0'} - \overset{B}{v_0'} \qquad (2,16)$$

gdzie:

L'_P - praca sił dodatkowego układu pomocniczego z rys. 2.10 na przemieszczeniach układu pomocniczego (równa L'_P ze wzoru (2.14), obliczona dla 1/8 części całego układu,

v'^A_0, v'^B_0 - pionowe składowe przemieszczenia punktu 0 względem punktu X, obliczone dla ścian A i B dodatkowego układu pomocniczego.

Po wprowadzeniu oznaczenia

$$D'_i = v'^A_i - v'^B_i \qquad (2.17)$$

oraz uwzględnieniu (2.15) i (2.16) równanie (2.14) przyjmie postać[x]

$$5,96Y'_0 + 4,23Y'_1 + 2,93Y'_2 + 1,85Y'_3 + 0,66Y'_4 + \frac{E\alpha t}{1+\alpha} D'_0 = 0 \qquad (2.18)$$

Pozostałe równania kanoniczne otrzymamy w podobny sposób, stosując zasadę Bettiego do układu zastępczego (rys. 2.7) oraz kolejno do układów pomocniczych II' ÷ V' (rys. 2.8). Potrzebne wielkości przemieszczeń punktów krawędziowych podano w tablicach 7 ÷ 10.

Pełny układ równań kanonicznych otrzymamy w następującej postaci

$$5,96Y'_0 + 4,23Y'_1 + 2,93Y'_2 + 1,85Y'_3 + 0,66Y'_4 + cD'_0 = 0$$

$$4,23Y'_0 + 3,92Y'_1 + 3,02Y'_2 + 1,88Y'_3 + 0,67Y'_4 + cD'_{VI} = 0$$

$$2,93Y'_0 + 3,02Y'_1 + 2,87Y'_2 + 2,01Y'_3 + 0,70Y'_4 + cD'_{VII} = 0 \qquad (2.19)$$

---

[x] Równanie (2.18) podobnie jak i (2.5) można otrzymać również z warunku, że przemieszczenia punktów 0 ścian A i B względem punktów X są identyczne.

$$1{,}85Y_0' + 1{,}88Y_1' + 2{,}01Y_2' + 1{,}83Y_3' + 0{,}77Y_4' + cD_{VIII}' = 0$$

$$0{,}66Y_0' + 0{,}67Y_1' + 0{,}70Y_2' + 0{,}77Y_3' + 0{,}41Y_4' + cD_{IX}' = 0$$

gdzie c określone jest wzorem (2.7).

Aby obliczyć wyrazy wolne dla rozpatrywanego przypadku obciążenia z rys. 2.2b, posłużymy się tablicami zawartymi w pracy [1]. W tym celu rozłożymy obciążenie działające na ściany A i B dodatkowego układu pomocniczego z rys. 2.10 na dwa składowe obciążenia zgodnie z rys. 2.11.

Na rys. 2.12 pokazano wykresy brzegowych wartości funkcji naprężeń F dla ścian A' i B' znalezione zgodnie z uwagami p.2.2.3[x].

Dla ściany A' otrzymamy

$$F_0^{\bullet} = -1{,}25\,\frac{P}{t}\Delta;\quad F_I^{\bullet} = -1{,}00\,\frac{P}{t}\Delta;\quad F_{II}^{\bullet} = -0{,}75\,\frac{P}{t}\Delta;$$

$$F_{III}^{\bullet} = -0{,}50\,\frac{P}{t}\Delta;\quad F_{IV}^{\bullet} = -0{,}25\,\frac{P}{t}\Delta; \qquad (2.20)$$

zaś dla ściany B'

$$F_0^{\bullet} = 0{,}625\,\frac{P}{\alpha t}\Delta;\quad F_I^{\bullet} = 0{,}400\,\frac{P}{\alpha t}\Delta;\quad F_{II}^{\bullet} = 0{,}225\,\frac{P}{\alpha t}\Delta;$$

$$F_{III}^{\bullet} = 0{,}100\,\frac{P}{\alpha t}\Delta;\quad F_{IV}^{\bullet} = 0{,}025\,\frac{P}{\alpha t}\Delta. \qquad (2.21)$$

Obliczone wartości brzegowe (2.20) i (2.21) pozwolą nam na obliczenie przemieszczeń $v_i^{A'}$ i $v_i^{B'}$ przy pomocy tablicy 34[x].

$$v_0^{A'} = 1{,}0779\,\frac{P}{tE};\quad v_{VI}^{A'} = 0{,}6446\,\frac{P}{tE};\quad v_{VII}^{A'} = 0{,}3395\,\frac{P}{tE};$$

$$v_{VIII}^{A'} = 0{,}1440\,\frac{P}{tE};\quad v_{IX}^{A'} = 0{,}0350\,\frac{P}{tE} \qquad (2.22)$$

$$v_0^{B'} = -0{,}8784\,\frac{P}{\alpha tE};\quad v_{VI}^{B'} = -0{,}4983\,\frac{P}{\alpha tE};\quad v_{VII}^{B'} = -0{,}2487\,\frac{P}{\alpha tE};$$

$$v_{VIII}^{B'} = -0{,}1011\,\frac{P}{\alpha tE};\quad v_{IX}^{B'} = -0{,}0240\,\frac{P}{\alpha tE}.$$

Na rys. 2.13 uwidoczniono wykres brzegowych wartości pochodnej normalnej $\frac{\partial F}{\partial n}$ (oznaczonych przez R), jaki otrzymuje się dla ściany A" zgodnie z p.2.2.6[x]. Przy czym

$$R = 0{,}25\ \frac{P}{t} \tag{2.23}$$

Przy pomocy tablicy 22[x] możemy obliczyć wartości naprężeń σ_y w punktach krawędziowych ściany A" (tablica opracowana dla ściany obróconej o 90°).

$$\sigma_{yIX}^{A''} = -\ 0{,}3309\ \frac{P}{t\Delta};\qquad \sigma_{yVIII}^{A''} = -0{,}2632\ \frac{P}{t\Delta};$$

$$\sigma_{yVII}^{A''} = -0{,}2785\ \frac{P}{t\Delta};\qquad \sigma_{yVI}^{A''} = -\ 0{,}3676\ \frac{P}{t\Delta}; \tag{2.24}$$

$$\sigma_{y0}^{A''} = -\ 0{,}5000\ \frac{P}{t\Delta}.$$

Wartość $\sigma_{y0}^{A''}$, pod siłą skupioną $\frac{P}{4}$, określono na podstawie rys. 2.37[x] i 2.38[x].

Obecnie obliczymy potrzebne przemieszczenia punktów krawędziowych ściany A", stosując wzór (2.29)[x].

$$v_0^{A''} = -\ \frac{P}{tE}\left(\frac{1}{2}\ 0{,}5000+0{,}3676+0{,}2785+0{,}2632+0{,}3309\right) = -1{,}4902\frac{P}{tE}$$

$$v_{VI}^{A''} = -\ \frac{P}{tE}\left(\frac{1}{2}0{,}3676+0{,}2785+0{,}2632+0{,}3309\right) = -\ 1{,}0564\ \frac{P}{tE}$$

$$v_{VII}^{A''} = -\ \frac{P}{tE}\left(\frac{1}{2}0{,}2785+0{,}2632+0{,}3309\right) = -\ 0{,}7333\ \frac{P}{tE} \tag{2.25}$$

$$v_{VIII}^{A''} = -\frac{P}{tE}\left(\frac{1}{2}\,0{,}2632+0{,}3309\right) = -0{,}4625\,\frac{P}{tE}$$

$$v_{IX}^{A''} = -\frac{P}{tE}\left(\frac{1}{2}0{,}3309\right) = -0{,}1654\,\frac{P}{tE}$$

Pomiędzy analogicznymi przemieszczeniami punktów ścian A" i B" zachodzi zależność

$$v_i^{B''} = -\frac{1}{\alpha}\,v_i^{A''} \tag{2.26}$$

Wyrazy wolne układu równań (2.19) znajdziemy obecnie przy pomocy wzoru

$$cD_i' = \frac{E\alpha t}{1+\alpha}\left(v_i^{A'} + v_i^{A''} - v_i^{B'} - v_i^{B''}\right) \tag{2.27}$$

Po uwzględnieniu wartości (2.22) i (2.25) oraz zależności (2.26) otrzymamy

$$\begin{aligned}
cD_0' &= -\frac{P}{1+\alpha}(0{,}6117 + 0{,}4122\alpha)\\
cD_{VI}' &= -\frac{P}{1+\alpha}(0{,}5581 + 0{,}4118\alpha)\\
cD_{VII}' &= -\frac{P}{1+\alpha}(0{,}4846 + 0{,}3938\alpha)\\
cD_{VIII}' &= -\frac{P}{1+\alpha}(0{,}3614 + 0{,}3185\alpha)\\
cD_{IX}' &= -\frac{P}{1+\alpha}(0{,}1415 + 0{,}1304\alpha)
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Rozwiązując układ równań (2.19) dla wyrazów wolnych (2.28), otrzymamy

$$\begin{aligned}
Y_0' &= \frac{P}{1+\alpha}(0{,}0250 + 0{,}0000\,\alpha)\\
Y_1' &= \frac{P}{1+\alpha}(0{,}0507 + 0{,}0232\,\alpha)
\end{aligned} \tag{2.29}$$

$$Y_2' = \frac{P}{1+\alpha}(0,0344 + 0,0500\alpha)$$

$$Y_3' = \frac{P}{1+\alpha}(0,0652 + 0,0634\alpha) \qquad (2.29)$$

$$Y_4' = \frac{P}{1+\alpha}(0,0409 + 0,0757\alpha)$$

Zademonstrowany sposób poszukiwania sił krawędziowych Y nie zmienia się w przypadku jeśli ściany A lub B są ażurowe. Potrzebne przemieszczenia krawędziowych punktów ścian ażurowych, wchodzących w skład układów pomocniczych, oblicza się wówczas jako przemieszczenia punktów osi skrajnych słupów. Jest to następstwem przyjętego na wstępie założenia, że osie skrajnych słupów leżą w środkowych płaszczyznach ścian prostopadłych do ram zastępujących ściany ażurowe.

2.2. Obliczanie naprężeń i przemieszczeń

Stan naprężenia i odkształcenia ustroju skrzyniowego może być wyznaczony poprzez jego określenie dla poszczególnych ścian wchodzących w skład ustroju. Każda ze ścian pełnych jest przy tym traktowana jako tarcza obciążona w swej płaszczyźnie środkowej zadanym obciążeniem zewnętrznym oraz obliczonymi siłami krawędziowymi Y i Y'.

Przy obliczaniu wartości naprężeń dla tarczowych ścian układów, które będą omawiane w rozdziale 3, posłużono się sposobami opisanymi w pracy [1] oraz zawartymi w niej tablicami. Ponadto stosowano tablice umieszczone w aneksie niniejszej pracy.

W rozwiązaniach szczegółowych przytoczono jedynie wykresy naprężeń normalnych σ_x dla pionowych przekrojów w środku długości ścian tarczowych oraz naprężeń stycznych τ działających wzdłuż pionowych krawędzi ustroju skrzyniowego. Naprężenia te mają zwykle decydujące znaczenie przy projektowaniu ścian.

Sposób postępowania przy obliczaniu wspomnianych naprężeń zilustrujemy na przykładzie omawianym w p. 2.1 (rys. 2.1). Przyjmijmy przy tym, że ściany A i B mają jednakową grubość t, czyli $\alpha = 1$. Z zależności (2.12), (2.13) i (2.29) obliczymy

$$Y_0 = -0{,}0128\ P; \quad Y_1 = -0{,}0182\ P; \quad Y_2 = -0{,}0036\ P;$$

$$Y_3 = -0{,}0076\ P; \quad Y_4 = -0{,}0001\ P; \qquad (2.30)$$

$$Y'_0 = 0{,}0125\ P; \quad Y'_1 = 0{,}0370\ P; \quad Y'_2 = 0{,}0422\ P;$$

$$Y'_3 = 0{,}0643\ P; \quad Y'_4 = 0{,}0583\ P; \quad Y'_5 = 0{,}0715\ P;$$

Wartość naprężeń σ_x wywołanych przez siły krawędziowe Y i Y' obliczymy przy pomocy tablic 1÷10. Np. wartość tego naprężenia w punkcie V" (rys. 2.14) ściany A znajdziemy w następujący sposób:

$$\sigma^A_{xV''}(Y,Y') = \frac{P}{t\Delta}(0{,}0128.0{,}348+0{,}0182.0{,}336+$$

$$+0{,}0036.0{,}290+0{,}0076.0{,}210+0{,}0001.0{,}109 + \qquad (2.31)$$

$$+0{,}0125.0{,}151+0{,}0370.0{,}141+0{,}0422.0{,}107+$$

$$+0{,}0643.0{,}057+0{,}0583.0{,}016) = 0{,}0294\ \frac{P}{t\Delta}$$

Analogiczne naprężenie w ścianie B wyniesie

$$\sigma^B_{xV''}(Y,Y') = -0{,}0294\ \frac{P}{t\Delta}$$

Wartość naprężeń σ_x wywołanych przez obciążenie zewnętrzne (P,p) znajdziemy, rozpatrując ściany A i B dodatkowych układów pomocniczych z rys. 2.5 i 2.10.

Dla ściany B z rys. 2.5 naprężenie $\sigma_x = 0$. Wartość naprężeń σ_x dla ściany A z rys. 2.5 obliczymy, posługując się tablicą 2^x oraz wartościami brzegowymi (2.8). Dla punktu V" otrzymamy

$$\sigma^{A}_{xV''}(P) = -\,0{,}2496\,\frac{P}{t\Delta}.$$

Aby obliczyć wartości naprężeń dla ścian A i B z rys. 2.10, rozpatrzymy ściany A', A", B', B" z rys. 2.11. Dla ścian A' i B' znajdziemy wartość naprężeń σ_x przy pomocy tablicy 10^x oraz przy użyciu wartości brzegowych(2.20) i (2.21). Dla punktów V" otrzymamy

$$\sigma^{A'}_{xV''}(P) = 0{,}3851\,\frac{P}{t\Delta}; \qquad \sigma^{B'}_{xV''}(P) = -\,0{,}1139\,\frac{P}{t\Delta}.$$

Wartość naprężeń σ_x dla ściany A" obliczymy przy pomocy tablicy 23^x i dla wartości brzegowych $\frac{\partial T}{\partial n}$ z rys. 2.13 (tablica opracowana dla ściany obróconej o 90^o). Dla punktu V" otrzymamy

$$\sigma^{A''}_{xV''}(P) = -0{,}0379\,\frac{P}{t\Delta}$$

Dla ściany B" otrzymamy analogicznie

$$\sigma^{B''}_{xV''}(P) = 0{,}0379\,\frac{P}{t\Delta}.$$

Sumaryczne naprężenia $\sigma_{xV''}$ wyniosą zatem

$$\sigma^{A}_{xV''} = (0{,}0294-0{,}2496+0{,}3851-0{,}0379)\,\frac{P}{t\Delta} = 0{,}127\,\frac{P}{t\Delta}$$

$$\sigma^{B}_{xV''} = (-0{,}0294-0{,}1139+0{,}0379)\,\frac{P}{t\Delta} = -\,0{,}105\,\frac{P}{t\Delta} \tag{2.32}$$

Na rysunku 2.14 pokazano całkowite wykresy naprężeń σ_x w środkowych przekrojach ścian A i B. Wszystkie rzędne tych wykresów, z wyjątkiem σ_{xV}^{A}, obliczono w wyżej podany sposób. Pod siłą skupioną P naprężenie σ_x ma nieskończenie dużą wartość.

W celu obliczenia krawędziowych naprężeń stycznych τ obliczymy najpierw wypadkowe siły krawędziowe działające w poszczególnych punktach węzłowych krawędzi ścian A i B.

$$\bar{Y}_0 = Y_0' + Y_0 = -0,0003\ P; \qquad \bar{Y}_{VI} = Y_1' + Y_1 = 0,0188\ P;$$

$$\bar{Y}_{VII} = Y_2' + Y_2 = 0,0386\ P; \qquad \bar{Y}_{VIII} = Y_3' + Y_3 = 0,0567\ P;$$

$$\bar{Y}_{IX} = Y_4' + Y_4 = 0,0582\ P; \qquad \bar{Y}_X = Y_5' = 0,0715\ P; \qquad (2.33)$$

$$\bar{Y}_{IX''} = Y_4' - Y_4 = 0,0458\ P; \qquad \bar{Y}_{VIII''} = Y_3' - Y_3 = 0,0719\ P;$$

$$\bar{Y}_{VII''} = Y_2' - Y_2 = 0,0458\ P; \qquad \bar{Y}_{VI''} = Y_1' - Y_1 = 0,0552\ P;$$

$$\bar{Y}_{0''} = Y_0' - Y_0 = 0,0253\ P.$$

Siłom $\bar{Y}$ działającym na ścianę A i skierowanym do góry (tym samym siłom $\bar{Y}$ działającym na ścianę B i skierowanym w dół) przypisano przy tym znak plus.

Następnie określamy siły krawędziowe przypadające na jednostkę długości poszczególnych odcinków krawędzi o długości równej krokowi różnicowemu Δ (<u>średnie obciążenie krawędziowe [T/m] na odcinku Δ</u>) i oznaczone przez $\bar{\tau}$.

$$\bar{\tau}_{0,VI} = \frac{1}{\Delta}\left(\bar{Y}_0 + 0,5\bar{Y}_{VI}\right) = 0,0091\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{VI,VII} = \frac{1}{\Delta}\left(0,5\bar{Y}_{VI} + 0,5\bar{Y}_{VII}\right) = 0,0287\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{VII,VIII} = \frac{1}{\Delta}\left(0,5\bar{Y}_{VII} + 0,5\bar{Y}_{VIII}\right) = 0,0476\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{VIII,IX} = \frac{1}{\Delta}(0{,}5\bar{Y}_{VIII} + 0{,}5\bar{Y}_{IX}) = 0{,}0574\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{IX,X} = \frac{1}{\Delta}(0{,}5\bar{Y}_{IX} + 0{,}5\bar{Y}_{X}) = 0{,}0648\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{X,IX''} = \frac{1}{\Delta}(0{,}5\bar{Y}_{X} + 0{,}5\bar{Y}_{IX''}) = 0{,}0650\ \frac{P}{\Delta}; \qquad (2.34)$$

$$\bar{\tau}_{IX'',VIII''} = \frac{1}{\Delta}(0{,}5\bar{Y}_{IX''} + 0{,}5\bar{Y}_{VIII''}) = 0{,}0652\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{VIII'',VII''} = \frac{1}{\Delta}(0{,}5\bar{Y}_{VIII''} + 0{,}5\bar{Y}_{VII''}) = 0{,}0588\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{VII'',VI''} = \frac{1}{\Delta}(0{,}5\bar{Y}_{VII''} + 0{,}5\bar{Y}_{VI''}) = 0{,}0505\ \frac{P}{\Delta};$$

$$\bar{\tau}_{VI'',0''}\ \frac{1}{\Delta}(0{,}5\bar{Y}_{VI''} + \bar{Y}_{0''}) = 0{,}0529\ \frac{P}{\Delta}.$$

Obciążenie krawędziowe ścian ustroju możemy obecnie przedstawić przy pomocy schodkowego wykresu $\bar{\tau}$ pokazanego na rys. 2.14. Średnie wartości krawędziowych naprężeń stycznych τ dla poszczególnych odcinków Δ obliczyć możemy z następującego wzoru[x)]

$$|\tau_{ik}| = \frac{|\bar{\tau}_{ik}|}{t} \qquad (2.35)$$

W następnym rozdziale przytoczono dla kilku układów wartości przemieszczeń punktów dolnego brzegu ścian wchodzących w skład ustroju skrzyniowego. Wartości te zostały obliczone przy użyciu wzorów zawartych w pracy [1].

---

x) W następnych rozdziałach pracy ograniczymy się do podania schodkowych wykresów obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$. Dla uzyskania średnich wartości krawędziowych naprężeń τ dla ścian A wzgl. B wystarczy rzędne tych wykresów podzielić przez grubość t (dla ścian A) wzgl. αt (dla ścian B).

Przy symetrycznych składowych obciążenia (rys. 2.2a) posługiwano się wzorami podanymi w p. 2.5.1^x, zaś przy antysymetrycznych (rys. 2.2b) wzorami p. 2.5.2^x, podstawiając do nich wartości naprężeń normalnych σ_x i σ_y obliczone dla ścian A i B odpowiednich układów zastępczych (rys. 2.3 i 2.7). Postępowanie jest identyczne z tym, które przedstawiliśmy przy poszukiwaniu przemieszczeń (2.22) i (2.25).

Przy określaniu naprężeń oraz przemieszczeń w przypadkach, gdy ściany badanych układów mają zarys prostokątny o stosunkach długości boków H:L = 0,5 i 2, posługiwano się sposobem składania tarcz przedstawionym w pracy [1]. Sposób ten pozwala na korzystanie ze wzorów wyprowadzonych dla tarczy kwadratowej oraz z tablic zawartych w pracy [1]. Przy obliczaniu naprężeń σ_x wywołanych w środkowych przekrojach ścian przez siły krawędziowe posługiwano się tablicami zawartymi w aneksie niniejszej pracy - jak to zademonstrowano przy poszukiwaniu naprężeń (2.31).

2.3. Badanie elastooptyczne modelu konstrukcji skrzyniowej

2.3.1. Cel badania. Opis modelu i aparatury

Opisany w paragrafach 2.1. i 2.2 sposób przeprowadzania obliczeń statycznych ustroju skrzyniowego nie pozwala na uzyskiwanie ścisłych wartości naprężeń i przemieszczeń. Polega on bowiem na stosowaniu różnicowych rozwiązań tarcz prostokątnych oraz na przyjęciu w miejsce ciągłego oddziaływania ścian - sił skupionych w krawędziowych punktach węzłowych siatki różnicowej. Dokładność wyników obliczenia zależy zatem od gęstości tej siatki.

W pracy niniejszej zastosowano stosunkowo gęste siatki różnicowe, co zapewniło dużą dokładność uzyskanych wyników. Te same siatki różnicowe zastosowane przez autora do wolnostojących ścian w jego dysertacji pt.: "Stan naprężenia w bezotworowych ścianach tarczowych ze szczególnym uwzględnieniem wpływów eksploatacji górniczej" dawały wartości ekstremalnych naprężeń σ_x obarczone co najwyżej 5-procentowym błędem. Jak wynika z rozwiązań szczegółowych rozdziału 3, w ścianach ustroju skrzyniowego zmiany naprężeń (gradienty) są łagodniejsze aniżeli w ścianach wolnostojących. Należy się zatem spodziewać, że wyniki uzyskane w niniejszej pracy są jeszcze dokładniejsze.

Dla dokonania oceny dokładności wyników uzyskanych na drodze teoeretycznej poddano badaniu doświadczalnemu model konstrukcji skrzyniowej obliczonej w p. 2.1 i 2.2 (rys. 2.1). Posłużono się przy tym metodą elastooptyczną.

Wymiary badanego modelu podano na rys. 2.15. Ściany modelu zostały wycięte z płyty wykonanej z żywicy VP 1527 i zostały sklejone wzdłuż pionowych krawędzi skrzyni żywicą epoksydową.

Model oparto wzdłuż dolnych brzegów ścian B na sztywnej płycie podstawowej za pośrednictwem podkładek gumowych, których zadaniem było zapewnienie w przybliżeniu równomiernego rozkładu nacisku p. Nacisk siłami P wywierano na górne brzegi ścian A również za pośrednictwem podkładek gumowych dla uniknięcia uszkodzenia tych brzegów.

Obciążenie przedstawione na rys. 2.1 zrealizowano przez umieszczenie modelu w ramie obciążeniowej, której schemat pokazano na rys. 2.16.

Zastosowany materiał modelu jest powszechnie używany do badań elastooptycznych. Jego cechy są opisane m.in. w pracach [29] (str. 273) i [6] (str. 45).

Wartość elastooptycznej stałej materiałowej K dla zastosowanej żywicy VP 1527 określono przy pomocy tarczy kołowej, którą wycięto z użytej płyty i poddano ściskaniu wzdłuż średnicy (por. [29], str. 69). Otrzymano

$$K = 23,4 \frac{\text{kG}}{\text{cm.rząd izochromy}}.$$

Badania przeprowadzono na polaryskopie J-P 7, którego schemat uwidoczniono na rys. 2.17 (p. zdjęcie 2.22). Źródło monochromatycznego światła stanowią lampy sodowe umieszczone w latarni (L). Latarnia jest zaopatrzona w matówkę rozpraszającą światło równomiernie. Dzięki zastosowaniu soczewek (S) wiązka świetlna w przestrzeni pomiędzy nimi jest w przybliżeniu równoległa. Polaryzator (P) oraz analizator (A) są zaopatrzone w ćwierćfalówki, dzięki którym w przestrzeni pomiarowej światło monochromatyczne może być polaryzowane kołowo. Pomiędzy ławami analizatora i polaryzatora (Ł) umieszczono ramę obciążeniową (R) wraz z modelem (M). Ponieważ ograniczono się do badania ścian A modelu, model został usytuowany tak, by ściany te były prostopadłe do osi optycznej polaryskopu. Kamera fotograficzna (F) została zaopatrzona w teleobiektyw.

2.3.2. Wyniki badań i ich porównanie z wynikami rozwiązania teoretycznego

Dzięki temu, że w obu ścianach A panuje identyczny stan naprężenia badanie przestrzennego modelu konstrukcji skrzyniowej można było przeprowadzić jak dla pojedynczej tarczy. Obrazy izochrom i izoklin jakie otrzymano w polaryskopie dla dwóch do siebie równoległych ścian A są identyczne z tymi, które uzyskalibyśmy dla pojedynczej ściany A po dwukrotnym zwiększeniu jej grubości i obciążenia.

Izochromy czyli linie łączące punkty, w których różnica głównych naprężeń (czyli $\sigma_1-\sigma_2$) ma jednakową wartość, otrzymano umieszczając obciążony model w wiązce światła spolaryzowanego kołowo. Rysunki 2.23 do 2.25 przedstawiają zdjęcia izochrom o rzędach całkowitych dla wielkości siły P: 380 kG, 548 kG i 643 kG.

Na rysunku 2.18 pokazano wykresy różnic naprężeń głównych $(\sigma_1-\sigma_2)$ w przekrojach odległych o 0,1 L i 0,5 L od pionowych krawędzi ściany A. Wykresy te otrzymano dla P = 643 kG na podstawie obrazów izochrom o rzędach całkowitych i połówkowych oraz przez zastosowanie metody kompensacji przy użyciu ćwierćfalówek (por. [29], str. 108). Przy ustalaniu rzędu izochrom dla poszczególnych punktów obserwacja obrazu izochrom była prowadzona prostopadle do płaszczyzn ścian A bezpośrednio po wykonaniu modelu i jego obciążeniu - dla uniknięcia wpływu efektu naskórkowego. Na rys. 2.18 pokazano również wykresy $\sigma_1-\sigma_2$ uzyskane na drodze teoretycznej, a więc w oparciu o rozwiązanie podane w p. 2.1 i 2.2, Porównując wykresy uzyskane na drodze doświadczalnej i teoretycznej widzimy, że zasadniczo różnią się one tylko w górnej części przekroju środkowego. Wynika to stąd, że w doświadczeniu nie była realizowana siła skupiona lecz siła rozłożona na odcinku długości jednego centymetra.

Porównanie izoklin (linii łączących punkty o jednakowych kierunkach głównych) uzyskanych na drodze doświadczalnej i teoretycznej wykazało ich zgodność. Na rys. 2.19 pokazano wykresy kilku izoklin dla prawej połowy ściany A uzyskane na drodze teoretycznej i potwierdzone doświadczalnie.

Zgodność izochrom i izoklin uzyskanych doświadczalnie i teoretycznie pozwala na stwierdzenie, że wyniki naszego rozwiązania teoretycznego są bardzo zbliżone do wyników ścisłych.

Przykładowo przytoczono w tablicy 2.1 zestawienie wartości naprężenia $\sigma^{A}_{xV''}$ uzyskanych na drodze teoretycznej, a więc w oparciu o wzór (2.32) oraz wartości otrzymanych na podstawie obrazów izochrom dla różnych wartości siły P.

Tablica 2.1

P kG	Naprężenie $\sigma^{A}_{xV''}$ w kG/cm^2	
	teoret.	doświadcz.
155	16,6	16,8
380	40,7	40,0
548	58,8	57,0
605	64,8	63,0
643	69,0	67,0

Porównanie tych wartości wykazuje również, że przedstawione w p. 2.1 i 2.2 rozwiązanie teoretyczne pozwala na uzyskiwanie wartości naprężeń i tym samym przemieszczeń o dużej dokładności.

Na rysunkach 2.20 i 2.21 pokazano wykresy naprężeń σ_x oraz $\sigma_1 - \sigma_2$ wyznaczone teoretycznie dla swobodnie podpartej ściany obciążonej siłą P. Porównując je z wykresami z rys. 2.14 i 2.18, możemy przekonać się, że stan naprężenia w ścianie ustroju skrzyniowego odbiega znacznie od stanu naprężenia ściany swobodnie podpartej.

2.4. Uwagi do tablic aneksu

W umieszczonych w aneksie niniejszej pracy tablicach podano niektóre wartości przemieszczeń oraz wartości naprężeń σ_x dla tarcz o H:L = 0,5, 1 i 2 obciążonych grupami niemianowanych sił. Tablice te umożliwiają ustawienie równań kanonicznych dla układów omawianych w rozdziale 3. Zawarte w nich wielkości przemieszczeń wystąpią w równaniach tych jako współczynniki przy niewiadomych siłach krawędziowych, zaś podane wartości naprężeń σ_x, dla punktów leżących w środkowych przekrojach ścian, umożliwiają obliczenie wartości tych naprężeń od działania sił krawędziowych. Sposób posługiwania się tablicami został podany w p. 2.1 i 2.2.

Podane w tablicach wykresy naprężeń σ_x są symetryczne względem osi x w przypadku obciążenia symetrycznymi grupami niemianowanych sił, zaś antysymetryczne w przypadku obciążenia antysymetrycznymi grupami sił.

Tablice zostały opracowane dla tarcz o grubości jednostkowej. Odpowiednie wartości naprężeń i przemieszczeń dla tarcz o grubości $t \neq 1$ otrzymamy, dzieląc wartości zawarte w tablicach przez t.

Na rysunkach tablic zaznaczono siatki różnicowe, jakie przyjęto dla rozwiązań różnicowych, które posłużyły do określenia podanych wartości naprężeń i przemieszczeń.

Dla tarcz kwadratowych przyjęto siatkę liczącą 100 oczek kwadratowych, co umożliwiło wykorzystanie tablic i wzorów zawartych w pracy [1], w której podano ogólne rozwiązanie różnicowe tarczy kwadratowej dla takiej siatki różnicowej.

Dla tarcz o stosunkach długości boków H:L=0,5 i 2 przyjęto siatkę o 200 oczkach kwadratowych, dzięki czemu można było je potraktować jako tarcze złożone z dwóch tarcz kwadratowych, z których każda obejmuje obszar 100 oczek. Umożliwiło to z kolei zastosowanie sposobu składania tarcz opisanego w p. 3.2[x] pracy [1] i tym samym wykorzystanie tablic opracowanych dla tarczy kwadratowej.

3. ROZWIĄZANIA SZCZEGÓŁOWE

Przykładowo przytoczymy rozwiązania szczegółowe dla układów 1a, 1b, 6a, 6b, 11a i 11b. W wersji nieskróconej niniejszej pracy podano rozwiązania wszystkich 43 układów pokazanych schematycznie na rys. 1.2a,b.

3.1. Układ 1a

3.1.1. Ustrój i obciążenie. Układ 1a pokazano schematycznie na rys. 3.1a. Rozpatrywany ustrój skrzyniowy składa się z czterech kwadratowych ścian. Przeciwległe ściany A mają grubość t i ławy fundamentowe o szerokości b, zaś ściany B mają grubość αt i ławy o szerokości βb (rys. 3.1b).

Ławy fundamentowe przekazują na dolne brzegi ścian obciążenie pochodzące od działania wpływu krzywizny zbocza niecki górniczej czyli wywołane zmianą oddziaływania podłoża gruntowego, która towarzyszy pionowym przemieszczeniom wygiętego terenu.

Zakładamy, że ściany A są prostopadłe do zbocza niecki i są narażone na działanie wpływu wypukłej krzywizny terenu. Przyjmujemy ponadto, że zbocze niecki ma w obrębie rozpatrywanego ustroju skrzyniowego kształt walca parabolicznego o krzywiźnie $\frac{1}{R}$ w środku długości ścian A (por. 4.2.1.1^x i 4.5.2^x). Zakładając, że podłoże gruntowe posiada cechy podłoża winklerowskiego oraz pomijając wpływ odkształcenia ścian, otrzymamy wyrażenie na zmianę oddziaływania gruntu pod ławami ścian A w postaci (por.(4.96)^x)

$$p_A = p_0 + \frac{C}{2R}\left(x^2 - \frac{L_A^2}{12}\right) \tag{3.1}$$

gdzie:

p_0 - stała wartość,

C - współczynnik podatności podłoża,

R - promień krzywizny zbocza niecki w środku długości ścian A,

x - współrzędna mierzona od środka długości ścian A,

L_A - długość ścian A.

Zmiana oddziaływania gruntu pod ławami ścian B równoległymi do zbocza niecki ma wartość stałą p_B. Ponieważ wypadkowa obciążenia wywołanego przez deformację terenu ma wartość zerową, możemy napisać

$$2\,b \int_{-\frac{L_A}{2}}^{\frac{L_A}{2}} p_A \, dx + 2\,\beta b\, L_B p_B = 0 \qquad (3.2)$$

gdzie:

L_B - długość ścian B.

Przeprowadzając całkowanie oraz uwzględniając, że dla $x = \pm \frac{L_A}{2}$ (w narożach) wartość p_A pokrywa się z wartością p_B, otrzymamy

$$p_A = -\frac{C}{12\,R}\,\beta\,\frac{L_A^2\,L_B}{L_A + \beta L_B} + \frac{C}{2\,R}\left(x^2 - \frac{L_A^2}{12}\right) \qquad (3.3)$$

$$p_B = \frac{C}{12\,R}\,\frac{L_A^3}{L_A + \beta L_B}$$

W obecnie rozpatrywanym ustroju $L_A = L_B = L$, czyli

$$p_A = \frac{C}{12\,R}\,\frac{\beta L^2}{1+\beta} + \frac{C}{2\,R}\left(x^2 - \frac{L^2}{12}\right)$$

$$p_B = \frac{C}{12\,R}\,\frac{L^2}{1+\beta} \qquad (3.4)$$

W przypadku wzrostu oddziaływania podłoża $p > 0$ (skierowane na rys. 3.1a do góry), zaś w razie jego redukcja $p < 0$ (skierowane w dół).

Na rys. 3.1c pokazano ustrój w rozwinięciu oraz obciążenie przekazywane na jego dolne brzegi przez ławy fundamentowe.

3.1.2. <u>Równania kanoniczne</u>[x]. Na ry. 3.2 pokazano układy zastępcze odpowiadające składowym obciążeniom układu rzeczywistego z rys. 3.1c (por. rys. 2.3 i 2.7). Siły krawędziowe określimy z równań kanonicznych, które mają dla rozpatrywanego układu postać (2.6) i (2.19). Równania te zapisane w postaci macierzowej podano w tablicy 3.1.

Tablica 3.1

Równania kanoniczne dla układów 1a i 1b

$$\begin{Vmatrix} 4{,}96 & 3{,}24 & 2{,}03 & 1{,}18 & 0{,}55 \\ \cdot & 2{,}95 & 2{,}13 & 1{,}23 & 0{,}56 \\ \cdot & \cdot & 2{,}05 & 1{,}43 & 0{,}64 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1{,}44 & 0{,}85 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0{,}80 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} cD_0 \\ cD_{VI} \\ cD_{VII} \\ cD_{VIII} \\ cD_{IX} \end{Vmatrix} = 0$$

$$\begin{Vmatrix} 5{,}96 & 4{,}23 & 2{,}93 & 1{,}85 & 0{,}66 \\ \cdot & 3.92 & 3{,}02 & 1{,}88 & 0{,}67 \\ \cdot & \cdot & 2{,}87 & 2{,}01 & 0{,}70 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1{,}83 & 0{,}77 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0{,}41 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} Y'_0 \\ Y'_1 \\ Y'_2 \\ Y'_3 \\ Y'_4 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} cD'_0 \\ cD'_{VI} \\ cD'_{VII} \\ cD'_{VIII} \\ cD'_{IX} \end{Vmatrix} = 0$$

[x] Wszystkie równania kanoniczne i wyrażenia na wyrazy wolne przytoczone w rozdz. 3 zostały wyprowadzone w sposób podany w p. 2.1

Ponieważ macierze współczynników są symetryczne, dla uproszczenia zapisu, wyrazy leżące poniżej głównej przekątnej zastąpiono kropkami.

3.1.3. Wyrazy wolne. Postępując jak w przykładzie podanym w p. 2.1 oraz uwzględniając, że $L = 10\Delta$, otrzymamy dla rozpatrywanego układu następujące wyrażenia na wyrazy wolne

$$
\begin{aligned}
cD_0 &= \gamma(23{,}85\,\alpha_1 - 41{,}67\,\beta_1)\\
cD_{VI} &= \gamma(17{,}34\,\alpha_1 - 33{,}33\,\beta_1)\\
cD_{VII} &= \gamma(11{,}61\,\alpha_1 - 25{,}00\,\beta_1)\\
cD_{VIII} &= \gamma(6{,}97\,\alpha_1 - 16{,}67\,\beta_1)\\
cD_{IX} &= \gamma(3{,}24\,\alpha_1 - 8{,}33\,\beta_1)\\
cD'_0 &= \gamma(-19{,}30\,\alpha_1 + 101{,}95\,\beta_1)\\
cD'_{VI} &= \gamma(-12{,}80\,\alpha_1 + 93{,}02\,\beta_1)\\
cD'_{VII} &= \gamma(-7{,}24\,\alpha_1 + 80{,}78\,\beta_1)\\
cD'_{VIII} &= \gamma(-3{,}19\,\alpha_1 + 60{,}23\,\beta_1)\\
cD'_{IX} &= \gamma(-0{,}79\,\alpha_1 + 23{,}58\,\beta_1)
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

gdzie:

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{1+\alpha}; \qquad \beta_1 = \frac{\beta}{1+\beta}; \qquad \gamma = \frac{c}{2R}\, b\Delta^3 \tag{3.6}$$

3.1.4. Pierwiastki równań kanonicznych. Rozwiązując równania z tablicy 3.1 dla wyrazów wolnych (3.5), otrzymamy:

$$Y_0 = \gamma(-3{,}43\alpha_1 + 4{,}25\,\beta_1); \quad Y'_0 = \gamma(3{,}38\,\alpha_1 - 4{,}16\,\beta_1)$$

$$Y_1 = \gamma(-2{,}06\alpha_1 + 4{,}40\,\beta_1); \quad Y'_1 = \gamma(1{,}53\,\alpha_1 - 8{,}45\,\beta_1)$$

$$Y_2 = \gamma(0,26\,\alpha_1 + 1,48\,\beta_1);\quad Y_2' = \gamma(-1,80\,\alpha_1 - 5,73\,\beta_1)$$

$$Y_3 = \gamma(-0,64\,\alpha_1 + 2,54\,\beta_1);\quad Y_3' = \gamma(-0,11\,\alpha_1 - 10,86\,\beta_1)$$

$$Y_4 = \gamma(0,23\,\alpha_1 + 0,56\,\beta_1);\quad Y_4' = \gamma(-2,74\,\alpha_1 - 6,82\,\beta_1) \qquad (3.7)$$

3.1.5. <u>Przykłady</u>. Na rys. 3.3. do 3.5 pokazano wykresy naprężeń σ_x oraz obciążeń krawędziowych $\bar{\tau}$ dla przypadków: $\alpha = \beta = 1$; $\alpha = 1$, $\beta = 0,5$ i $\alpha = 0,5$, $\beta = 1$. Dla przypadku $\alpha = \beta = 1$ pokazano ponadto linię ugięcia dolnych brzegów ścian A i B[x]. Występująca na rysunkach wielkość k' jest określona wzorem

$$k' = \frac{k}{R} - \frac{C}{2R}\,\frac{b}{t}\,\Delta^2 \qquad (3,8)$$

3.1.6. <u>Przybliżona ocena wielkości wpływu odkształcenia ścian na stan naprężenia ustroju</u>. Obciążenie ustroju wywołane wpływem krzywizny zbocza niecki górniczej zostało określone w p. 3.1.1 przy pominięciu wpływu odkształcenia ścian. Określimy w sposób przybliżony wielkość tego wpływu dla przypadku $\alpha = \beta = 1$, dla którego podana została na rys. 3.3 linia ugięcia dolnych brzegów ścian A i B.

Linię ugięcia każdego z tych brzegów można w przybliżeniu uważać za parabolę drugiego stopnia o strzałce f_A względnie f_B (rys. 3.3). Wygięcie się ścian A do góry, przy założeniu braku odkształcenia ścian B, wywoła zmianę oddziaływania podłoża przedstawioną na rys. 3.6a, stanowiącą dodatkowe obciążenie podstawy ław fundamentowych. Porównując rys. 3.1a i 3.6a stwierdzimy, że wykresy obciążenia różnią się strzałkami wykresów parabolicznych oraz znakami. Wpływ ugięcia ścian A możemy zatem zastąpić wpływem fikcyjnej krzywizny terenu $\frac{1}{R_f^A}$[xx].

x) Linię tę otrzymano, odmierzając pod brzegowymi punktami węzłowymi siatki różnicowej pionowe składowe ich przemieszczeń względem dolnych naroży ustroju (0").

xx) Dokładniejszy sposób uwzględnienia wpływu odkształcenia pręta leżącego na wyginającym się podłożu sprężystym został podany w pracy [3].

Wielkość R_f^A otrzymamy z równania

$$\frac{C\ L^2}{8\ R_f^A} = -f_A\ C$$

czyli

$$R_f^A = -\frac{L^2}{8\ f_A} \qquad (3.9)$$

Podobnie możemy wpływ wygięcia się ścian B w dół (rys. 3.6b) zastąpić wpływem fikcyjnej krzywizny terenu $\frac{1}{R_f^B}$ w kierunku równoległym do ścian B; przy czym

$$R_f^B = \frac{L^2}{8\ f_B} \qquad (3.10)$$

Naprężenia w ścianach możemy obecnie określić jak dla działania wpływu krzywizny $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_f^A}\right)$ w kierunku równoległym do ścian A oraz krzywizny $\frac{1}{R_f^B}$ w kierunku równoległym do ścian B.

Na przykład naprężenie σ_x w punkcie V" ściany A przyjmie wartość (por. rys. 3.3).

$$\sigma_{xV"}^A = -19{,}01\left(\frac{k}{R} + \frac{k}{R_f^A}\right) + 8{,}70\ \frac{k}{R_f^B}$$

Przyjmując np.

$t=0{,}4m$; $b=0{,}8m$; $L=20m$ czyli $\Delta=2m$; $E=1{,}5.10^6\ T/m^2$; $C=5.10^3 T/m^3$

otrzymamy

$$f_A = \frac{3{,}82}{R}; \quad f_B = \frac{1{,}67}{R}; \quad R_f^A = -13{,}08\ R; \quad R_f^B = 30{,}00\ R$$

$$\sigma_{xV"}^A = -19{,}01\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{13{,}08R}\right) + 8{,}70\ \frac{k}{30R} = -\ 17{,}27\ \frac{k}{R} = -17{,}27\ k'$$

Podobnie otrzymamy

$$\sigma^{A}_{xV} = 7,80\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{13,08R}\right) - 6,65\,\frac{k}{30R} = 6,98\,\frac{k}{R} = 6,98\ k'$$

$$\sigma^{B}_{xV"} = 8,70\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{13,08R}\right) - 19,01\,\frac{k}{30R} = 7,40\ k'$$

$$\sigma^{B}_{xV} = -6,65\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{13,08R}\right) + 7,80\,\frac{k}{30R} = -5,88\ k'$$

$$\bar{\tau}_{IX",VIII"} = -5,80\left(\frac{kt}{R} - \frac{kt}{13,08R} - \frac{kt}{30R}\right) = -5,16\ k't$$

Powtórna korekta wartości naprężeń uwzględniająca zmianę wielkości f_A i f_B wywołaną fikcyjnymi krzywiznami terenu $\frac{1}{R^A_f}$ i $\frac{1}{R^B_f}$ praktycznie nie zmienia już wartości uzyskanych po pierwszej korekcie.

Stwierdzamy, że uwzględnienie odkształcenia ścian prowadzi w badanym przypadku do redukcji obliczonych ekstremalnych wartości naprężeń o ok. 10÷15%. Nie zmienia się natomiast rozkład obciążeń krawędziowych $\bar{\tau}$, ponieważ wszystkie rzędne wykresu $\bar{\tau}$ zmniejszają się w tym samym stosunku.

3.2. Układ 1b

3.2.1. Ustrój i obciążenie. Ustrój jest identyczny z ustrojem układu 1a. Pokazano go schematycznie na rys. 3.7a, b, zaś na rys. 3.7c w rozwinięciu. Na górne brzegi ścian A działa obciążenie ciągłe p [T/m], zaś na podstawy ław fundamentowych oddziałuje reakcja podłoża o stałej intensywności p' [T/m^2] (pomijamy wpływ odkształcenia ustroju).

Z warunków równowagi wynika

$$p' = \frac{p\ L_A}{b\ L_A + \beta b\ L_B} = \frac{1}{1 + \beta\,\frac{L_B}{L_A}}\ \frac{p}{b} \tag{3.11}$$

W rozpatrywanym przypadku $L_A=L_B=L$, czyli

$$p' = \frac{1}{1+\beta} \frac{P}{b} \qquad (3.12)$$

3.2.2. Równania kanoniczne. Układy zastępcze odpowiadające składowym obciążeniom układu rzeczywistego z rys.3.7c, pokazano na rys. 3.8. Równania kanoniczne mają postać równań tablicy 3.1.

3.2.3. Wyrazy wolne

$$\begin{aligned}
cD_0 &= -5\, q_1; & cD_0' &= -3{,}06\, q_2 \\
cD_{VI} &= -4\, q_1; & cD_{VI}' &= -2{,}79\, q_2 \\
cD_{VII} &= -3\, q_1; & cD_{VII}' &= -2{,}42\, q_2 \\
cD_{VIII} &= -2\, q_1; & cD_{VIII}' &= -1{,}81\, q_2 \\
cD_{IX} &= -\, q_1; & cD_{IX}' &= -\, 0{,}71\, q_2
\end{aligned} \qquad (3.13)$$

gdzie:

$$q_1 = \frac{1}{2} \frac{\alpha(2+\beta) - \beta}{(1+\alpha)\,(1+\beta)}\, p\Delta$$

$$q_2 = \frac{2\beta}{1+\beta}\, p\Delta \qquad (3.14)$$

3.2.4. Pierwiastki równań kanonicznych

$$Y_0 = 0{,}51q_1;\ Y_1 = 0{,}53q_1;\ Y_2 = 0{,}18q_1;\ Y_3 = 0{,}30q_1;\ Y_4 = 0{,}07q_1$$

$$Y'_0 = 0{,}12q_2;\ Y'_1 = 0{,}25q_2;\ Y'_2 = 0{,}17q_2;\ Y'_3 = 0{,}33q_2;\ Y'_4 = 0{,}20q_2 \qquad (3.15)$$

3.2.5. Przykłady. Na rys. 3.9 do 3.11 podano wykresy naprężeń σ_x oraz obciążeń krawędziowych $\bar{\tau}$ – dla następujących przypadków: $\alpha = \beta = 1$; $\alpha = 1$, $\beta = 0{,}5$ i $\alpha = 0{,}5$, $\beta = 1$. Dla przypadku $\alpha = \beta = 1$ pokazano ponadto linię ugięcia dolnych brzegów ścian A i B.

3.2.6. Przybliżona ocena wielkości wpływu odkształcenia ścian na stan naprężenia ustroju. W celu obliczenia wielkości wpływu ugięcia ścian na wartości naprężeń zastosujemy przybliżony sposób podany w p. 3.1.6. Wpływ ugięcia ścian A zastąpimy fikcyjnym wpływem krzywizny terenu o promieniu R_f^A; zaś ugięcie ścian B wpływem krzywizny terenu o promieniu R_f^B. Ograniczymy się do rozpatrzenia przypadku $\alpha = \beta = 1$.

Fikcyjne promienie krzywizny obliczymy ze wzorów (3.9) i (3.10), zmieniając znaki na przeciwne – z uwagi na zmianę kierunków ugięć f_A i f_B (rys. 3.9).

Skorygowane naprężenie σ_x w punkcie V" ściany A obliczymy w następujący sposób (p. rys. 3.9 i 3.3).

$$\sigma^A_{xV''} = 0{,}35\ \bar{p} - 19{,}01\ \frac{k}{R_f^A} + 8{,}70\ \frac{k}{R_f^B}$$

gdzie k określone wzorem (3.8).

Przyjmując np. t,b,L,E i C jak w p. 3.1.6, otrzymamy

$$f_A = f_B = 2{,}05\ .\ 10^{-6}\ \frac{p}{t};\quad R_f^A = -R_f^B = 24{,}4\ .\ 10^6\ \frac{t}{p};\quad k = 2.10^4 T/m$$

$$\sigma^A_{xV''} = 0{,}33\ \bar{p}$$

Podobnie otrzymamy

$\sigma^{A}_{xV} = -0{,}58\bar{p}$; $\sigma^{B}_{xV''} = -0{,}33\bar{p}$; $\sigma^{B}_{xV} = 0{,}58\bar{p}$; $\bar{\tau}_{IX'',VIII''} = 0{,}21\ p$

Porównując te wartości z odpowiednimi wartościami z rys. 3.9, stwierdzimy, że w badanym przypadku odkształcenie ścian praktycznie nie zmienia stanu naprężenia ustroju.

3.3. Układ 6a

3.3.1. Ustrój i obciążenie. Układ pokazano na rys. 3.12 w rozwinięciu. Ustrój składa się z czterech ścian prostokątnych o stosunku długości boków H:L=0,5. Ściany A mają grubość t i ławy o szerokości b, natomiast ściany B grubość αt i ławy o szerokości βb.

Obciążenie jest wywołane działaniem wpływu wypukłej krzywizny terenu w kierunku równoległym do ścian A. Zmiana oddziaływania podłoża pod ławami ścian A i B jest określona wzorami (3.4).

3.3.2. Równania kanoniczne. Układy zastępcze odpowiadające składowym obciążeniom układu rzeczywistego z rys. 3.12 otrzymamy, wprowadzając do rys. 3.2 w miejsce ścian kwadratowych, ściany dwukrotnie dłuższe. Równania kanoniczne przyjmą wówczas postać równań tablicy 3.2.

Tablica 3.2

Równania kanoniczne dla układów 6a i 6b

$$\left\Vert\begin{matrix} 5{,}13 & 3{,}41 & 2{,}18 & 1{,}30 & 0{,}61 \\ \cdot & 3{,}12 & 2{,}28 & 1{,}34 & 0{,}63 \\ \cdot & \cdot & 2{,}19 & 1{,}53 & 0{,}70 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1{,}53 & 0{,}90 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0{,}83 \end{matrix}\right\Vert \cdot \left\Vert\begin{matrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{matrix}\right\Vert + \left\Vert\begin{matrix} cD_0 \\ cD_{VI} \\ cD_{VII} \\ cD_{VIII} \\ cD_{IX} \end{matrix}\right\Vert = 0$$

cd. tablicy 3.2

$$
\left\|\begin{matrix} 5,98 & 4,24 & 2,95 & 1,86 & 0,66 \\ \cdot & 3,94 & 3,03 & 1,89 & 0,67 \\ \cdot & \cdot & 2,88 & 2,02 & 0,70 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1,83 & 0,77 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0,41 \end{matrix}\right\| \left\|\begin{matrix} Y'_0 \\ Y'_1 \\ Y'_2 \\ Y'_3 \\ Y'_4 \end{matrix}\right\| + \left\|\begin{matrix} cD'_0 \\ cD'_{VI} \\ cD'_{VII} \\ cD'_{VIII} \\ cD'_{IX} \end{matrix}\right\| = 0
$$

3.3.3. Wyrazy wolne

$$
\begin{aligned}
cD_0 &= \gamma(143,11\,\alpha_1 - 166,67\,\beta_1) \\
cD_{VI} &= \gamma(113,04\,\alpha_1 - 133,33\,\beta_1) \\
cD_{VII} &= \gamma(83,38\,\alpha_1 - 100,00\,\beta_1) \\
cD_{VIII} &= \gamma(54,82\,\alpha_1 - 66,67\,\beta_1) \\
cD_{IX} &= \gamma(27,16\,\alpha_1 - 33,33\,\beta_1) \\
cD'_0 &= \gamma(-99,93\,\alpha_1 + 696,00\,\beta_1) \\
cD'_{VI} &= \gamma(-69,88\,\alpha_1 + 658,67\,\beta_1) \\
cD'_{VII} &= \gamma(-41,84\,\alpha_1 + 593,33\,\beta_1) \\
cD'_{VIII} &= \gamma(-19,35\,\alpha_1 + 457,33\,\beta_1) \\
cD'_{IX} &= \gamma(-4,95\,\alpha_1 + 182,00\,\beta_1)
\end{aligned}
\qquad (3.16)
$$

gdzie: γ, α_1 i β_1 określone wzorami (3.6).

3.3.4. Pierwiastki równań kanonicznych

$$
\begin{aligned}
Y_0 &= \gamma(-15,41\,\alpha_1 + 17,15\,\beta_1) \\
Y_1 &= \gamma(-14,21\,\alpha_1 + 16,28\,\beta_1) \\
Y_2 &= \gamma(-2,54\,\alpha_1 + 4,75\,\beta_1) \\
Y_3 &= \gamma(-7,64\,\alpha_1 + 9,43\,\beta_1) \\
Y_4 &= \gamma(-0,18\,\alpha_1 + 0,97\,\beta_1) \\
Y_0' &= \gamma(15,29\,\alpha_1 - 15,42\,\beta_1) \\
Y_1' &= \gamma(9,23\,\alpha_1 - 58,73\,\beta_1) \\
Y_2' &= \gamma(-5,72\,\alpha_1 - 44,28\,\beta_1) \\
Y_3' &= \gamma(-3,21\,\alpha_1 - 97,97\,\beta_1) \\
Y_4' &= \gamma(-11,83\,\alpha_1 - 63,52\,\beta_1)
\end{aligned}
\qquad (3.17)
$$

3.3.5. Przykłady. Na rys. 3.13 do 3.15 pokazano wykresy naprężeń σ_x oraz obciążeń krawędziowych $\bar{\tau}$ dla przypadków: $\alpha = \beta = 1$; $\alpha = 1$, $\beta = 0,5$ i $\alpha = 0,5$, $\beta = 1$. Dla przypadku $\alpha = \beta = 1$ pokazano ponadto linię ugięcia dolnych brzegów ścian A i B.

3.3.6. Przybliżona ocena wielkości wpływu odkształcenia ścian na stan naprężenia ustroju. Postępując w sposób podany w p. 3.1.6, obliczymy skorygowane wartości naprężeń σ_x w punktach M i M" ścian A i B oraz $\bar{\tau}_{X,IX"}$ - dla przypadku $\alpha = \beta = 1$, dla którego obliczono wartości f_A i f_B (rys. 3.13).

Przyjmując wielkości t,b,L,E i C jak w p. 3.1.6, otrzymamy

$$f_A = \frac{6,61}{R}; \qquad f_B = \frac{3,84}{R}$$

$$R_f^A = -7{,}58\ R; \qquad R_f^B = 13{,}02\ R$$

$$\sigma^A_{xM''} = -168{,}3\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{7{,}58R}\right) + 104{,}8\ \frac{k}{13{,}02\ R} = -138{,}1\ \frac{k}{R} = -138{,}1k'$$

$$\sigma^A_{xM} = 153{,}6\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{7{,}58\ R}\right) - 104{,}6\ \frac{k}{13{,}02\ R} = 125{,}3\ k'$$

$$\sigma^B_{xM''} = 104{,}8\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{7{,}58R}\right) - 168{,}3\ \frac{k}{13{,}02\ R} = 78{,}1\ k'$$

$$\sigma^B_{xM} = -104{,}6\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{7{,}58R}\right) + 153{,}6\ \frac{k}{13{,}02\ R} = 79{,}0\ k'$$

$$\tau_{X,IX''} = -47{,}62\left(\frac{kt}{R} - \frac{kt}{7{,}58\ R} - \frac{kt}{13{,}02\ R}\right) = -37{,}69\ k't$$

gdzie k' określone wzorem (3.8).

Porównując otrzymane wartości z odpowiednimi rzędnymi wykresów podanych na rys. 3.13. stwierdzimy, że przeprowadzona korekta uwzględniająca zmianę rozkładu oddziaływania podłoża, wywołaną odkształceniem ścian prowadzi do redukcji ekstremalnych wartości naprężeń o 18-25%.

Dokonamy obecnie drugiej korekty, uwzględniającej zmianę ugięcia ścian. W tym celu obliczamy zmianę strzałek ugięcia wywołaną pierwszą korektą oddziaływania podłoża (p. rys. 3.13).

$$f'_A = 1982\ \frac{C}{2\ R_f^A}\ \frac{b}{t}\ \frac{\Delta^3}{E} - 1154\ \frac{C}{2\ R_f^B}\ \frac{b}{t}\ \frac{\Delta^3}{E}$$

$$f'_B = 1154\ \frac{C}{2\ R_f^A}\ \frac{b}{t}\ \frac{\Delta^3}{E} - 1982\ \frac{C}{2\ R_f^B}\ \frac{b}{t}\ \frac{\Delta^3}{E}$$

Po podstawieniu uprzednio określonych wielkości otrzymamy

$$f'_A = -\frac{1,17}{R}; \qquad f'_B = -\frac{1,02}{R}$$

Odpowiednie fikcyjne promienie krzywizny terenu wyniosą

$$R^A_{f'} = 42,7\ R; \qquad R^B_{f'} = -49,0\ R$$

Wartości naprężeń uwzględniające drugą korektę rozkładu oddziaływań wyniosą

$$\sigma^A_{xM''} = -138,1\ k' - 168,3\ \frac{k}{R^A_{f'}} + 104,8\ \frac{k}{R^B_{f'}} = -144,1\ k'$$

$$\sigma^A_{xM} = 125,3\ k' + 153,6\ \frac{k}{R^A_{f'}} - 104,6\ \frac{k}{R^B_{f'}} = 131,0\ k'$$

$$\sigma^B_{xM''} = 78,1\ k' + 104,8\ \frac{k}{R^A_{f'}} - 168,3\ \frac{k}{R^B_{f'}} = 84,0\ k'$$

$$\sigma^B_{xM} = 79,0\ k' - 104,6\ \frac{k}{R^A_{f'}} + 153,6\ \frac{k}{R^B_{f'}} = 84,5\ k'$$

$$\tau_{x,IX''} = -37,69\ k't - 47,62\ \left(\frac{kt}{R^A_{f'}} - \frac{kt}{R^B_{f'}}\right) = -39,77\ k't$$

Dalsza korekta oddziaływania podłoża praktycznie nie zmienia wartości uzyskanych po drugiej korekcie. W badanym przypadku uwzględnienie wpływu odkształcenia ścian powoduje redukcję obliczonych ekstremalnych wartości naprężeń o ok. 15÷20%.

3.4. Układ 6b

3.4.1. Ustrój i obciążenie. Ustrój jest identyczny z ustrojem układu 6a. Układ pokazano na rys. 3.16 w rozwinięciu. Na górne brzegi ścian A działa obciążenie ciągłe p, zaś na podstawy ław fundamentowych oddziaływanie podłoża o stałej intensywności p' określonej wzorem (3.12).

3.4.2. Równania kanoniczne. Układy zastępcze odpowiadające obciążeniom składowym układu rzeczywistego z rys. 3.16 otrzymamy, wprowadzając do rys. 3.8 w miejsce ścian kwadratowych, ściany dwukrotnie dłuższe. Równania kanoniczne przyjmą wówczas postać równań podanych w tablicy 3.2.

3.4.3. Wyrazy wolne

$$
\begin{aligned}
cD_0 &= -5\,q_1 & cD'_0 &= -5{,}22\,q_2 \\
cD_{VI} &= -4\,q_1 & cD'_{VI} &= -4{,}94\,q_2 \\
cD_{VII} &= -3\,q_1 & cD'_{VII} &= -4{,}45\,q_2 \\
cD_{VIII} &= -2\,q_1 & cD'_{VIII} &= -3{,}43\,q_2 \\
cD_{IX} &= -q_1 & cD'_{IX} &= -1{,}37\,q_2
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

gdzie: q_1 i q_2 określone wzorami (3.14).

3.4.4. Pierwiastki równań kanonicznych

$$
\begin{gathered}
Y_0=0{,}51\,q_1;\quad Y_1=0{,}49\,q_1;\quad Y_2=0{,}14\,q_1;\quad Y_3=0{,}28\,q_1;\quad Y_4=0{,}03q_1 \\
Y'_0=0{,}12\,q_2;\quad Y'_1=0{,}44\,q_2;\quad Y'_2=0{,}33\,q_2;\quad Y'_3=0{,}74\,q_2;\quad Y'_4=0{,}48\,q_2
\end{gathered}
\tag{3.19}
$$

3.4.5. Przykłady. Sporządzono wykresy naprężeń σ_x oraz obciążeń krawędziowych τ dla następujących przypadków: $\alpha = \beta = 1$ (rys. 3.17); $\alpha=1$, $\beta=0{,}5$ (rys. 3.18) i $\alpha=0{,}5$, $\beta= 1$ (rys. 3.19). Dla przypadku $\alpha = \beta = 1$ określono ponadto linię ugięcia dolnych brzegów ścian A i B.

3.4.6. Przybliżona ocena wielkości wpływu odkształcenia ścian na stan naprężenia ustroju. Wartości naprężeń uwzględniające wpływ odkształcenia ścian określimy sposobem przybliżonym podanym w p. 3.2.6.

Przyjmując wielkości b,t,L,E i C jak w p. 3.2.6, otrzymamy

$$f_A = f_B = 14{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{p}{t}; \quad k = 5 \cdot 10^3 \ T/m$$

$$R_f^A = - R_f^B = 3{,}5 \cdot 10^6 \frac{t}{p}$$

Skorygowane wartości naprężeń σ_x w punktach M i M" ścian A i B oraz $\tau_{VIII,IX}$ obliczymy w następujący sposób (rys. 3.17 i 3.13).

$$\sigma^A_{xM''} = 1{,}56 \ \bar{p} - 168{,}3 \frac{k}{R_f^A} + 104{,}8 \frac{k}{R_f^B} = 1{,}17 \ \bar{p}$$

$$\sigma^A_{xM} = -1{,}58 \ \bar{p} + 153{,}6 \frac{k}{R_f^A} - 104{,}6 \frac{k}{R_f^B} = -1{,}21 \ \bar{p}$$

$$\sigma^B_{xM''} = - 1{,}17 \ \bar{p}; \qquad \sigma^B_{xM} = 1{,}21 \ \bar{p}$$

$$\tau_{VIII,IX} = 0{,}65 \ p - 43{,}50 \left(\frac{kt}{R_f^A} - \frac{kt}{R_f^B}\right) = 0{,}53 \ p$$

Przeprowadzimy obecnie drugą korektę, podobnie jak w p.3.3.6. Zmiany ugięć wywołane pierwszą korektą oddziaływania podłoża wyniosą

$$f'_A = f'_B = -2{,}98 \cdot 10^{-6} \frac{p}{t}$$

zaś odpowiednie fikcyjne promienie krzywizny terenu

$$R^A_{f'} = -R^B_{f'} = -16{,}77 . 10^6 \frac{t}{p}$$

Nowe wartości uprzednio obliczonych naprężeń σ_x oraz $\bar{\tau}$ wyniosą

$$\sigma^A_{xM''} = -\sigma^B_{xM''} = 1{,}17\ \bar{p} - 168{,}3 \frac{k}{R^A_{f'}} + 104{,}8 \frac{k}{R^B_{f'}} = 1{,}25\ \bar{p}$$

$$\sigma^A_{xM} = -\sigma^B_{xM} = -1{,}21\ \bar{p} + 153{,}6 \frac{k}{R^A_{f'}} - 104{,}6 \frac{k}{R^B_{f'}} = -1{,}29\ \bar{p}$$

$$\bar{\tau}_{VIII,IX} = 0{,}53\ p - 43{,}50 \left(\frac{kt}{R^A_{f'}} - \frac{kt}{R^B_{f'}}\right) = 0{,}56\ p$$

Dalsze korekty praktycznie już nie zmieniają wartości uzyskanych po drugiej korekcie. W badanym przypadku uwzględnienie wpływu odkształcenia ścian powoduje redukcję obliczonych ekstremalnych naprężeń o ok. 15÷20%.

3.5. Układ 11a

3.5.1. Ustrój i obciążenie. Ustrój pokazany na rys. 3.20 w rozwinięciu składa się z czterech ścian prostokątnych o stosunku długości boków H:I=2. Ściany A mają grubość t oraz ławy o szerokości b, zaś ściany B grubość αt oraz ławy o szerokości βb.

Obciążenie ustroju pochodzi od działania wpływu wypukłej krzywizny terenu w kierunku równoległym do ścian A. Zmiany oddziaływania podłoża pod ławami ścian A i B są określone wzorami (3.4).

3.5.2. Równania kanoniczne. Równania kanoniczne ustawione dla układów zastępczych pokazanych na rys. 3.21a,b mają postać podaną w tablicy 3.3.

Tablica 3.3

Równania kanoniczne dla układów 11a i 11b

$$\begin{Vmatrix}
6{,}00 & 4{,}28 & 3{,}08 & 2{,}26 & 1{,}68 & 1{,}25 & 0{,}93 & 0{,}66 & 0{,}42 & 0{,}21 \\
. & 3{,}99 & 3{,}18 & 2{,}30 & 1{,}70 & 1{,}26 & 0{,}93 & 0{,}66 & 0{,}42 & 0{,}21 \\
. & . & 3{,}11 & 2{,}51 & 1{,}80 & 1{,}31 & 0{,}95 & 0{,}67 & 0{,}43 & 0{,}21 \\
. & . & . & 2{,}58 & 2{,}08 & 1{,}45 & 1{,}02 & 0{,}71 & 0{,}45 & 0{,}22 \\
. & . & . & . & 2{,}21 & 1{,}77 & 1{,}19 & 0{,}79 & 0{,}48 & 0{,}23 \\
. & . & . & . & . & 1{,}94 & 1{,}54 & 0{,}96 & 0{,}57 & 0{,}27 \\
. & . & . & . & . & . & 1{,}72 & 1{,}33 & 0{,}75 & 0{,}34 \\
. & . & . & . & . & . & . & 1{,}51 & 1{,}10 & 0{,}48 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & 1{,}24 & 0{,}76 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & 0{,}76
\end{Vmatrix}
\cdot
\begin{Vmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \\ Y_8 \\ Y_9 \end{Vmatrix}
+
\begin{Vmatrix} cD_0 \\ cD_{VI} \\ cD_{VII} \\ cD_{VIII} \\ cD_{IX} \\ cD_X \\ cD_{IX''} \\ cD_{VIII''} \\ cD_{VII''} \\ cD_{VI''} \end{Vmatrix}
= 0$$

$$\begin{Vmatrix}
7{,}86 & 6{,}14 & 4{,}94 & 4{,}11 & 3{,}52 & 3{,}05 & 2{,}62 & 2{,}16 & 1{,}54 & 0{,}59 \\
. & 5{,}85 & 5{,}04 & 4{,}16 & 3{,}54 & 3{,}06 & 2{,}63 & 2{,}16 & 1{,}54 & 0{,}59 \\
. & . & 4{,}97 & 4{,}37 & 3{,}64 & 3{,}11 & 2{,}65 & 2{,}17 & 1{,}55 & 0{,}59 \\
. & . & . & 4{,}43 & 3{,}92 & 3{,}24 & 2{,}71 & 2{,}20 & 1{,}56 & 0{,}59 \\
. & . & . & . & 4{,}04 & 3{,}55 & 2{,}86 & 2{,}26 & 1{,}58 & 0{,}60 \\
. & . & . & . & . & 3{,}68 & 3{,}17 & 2{,}40 & 1{,}63 & 0{,}61 \\
. & . & . & . & . & . & 3{,}26 & 2{,}67 & 1{,}73 & 0{,}63 \\
. & . & . & . & . & . & . & 2{,}68 & 1{,}93 & 0{,}68 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & 1{,}79 & 0{,}76 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & 0{,}41
\end{Vmatrix}
\cdot
\begin{Vmatrix} Y'_0 \\ Y'_1 \\ Y'_2 \\ Y'_3 \\ Y'_4 \\ Y'_5 \\ Y'_6 \\ Y'_7 \\ Y'_8 \\ Y'_9 \end{Vmatrix}
+
\begin{Vmatrix} cD'_0 \\ cD'_{VI} \\ cD'_{VII} \\ cD'_{VIII} \\ cD'_{IX} \\ cD'_X \\ cD'_{IX''} \\ cD'_{VIII''} \\ cD'_{VII''} \\ cD'_{VI''} \end{Vmatrix}
= 0$$

3.5.3. Wyrazy wolne

$$
\begin{aligned}
cD_0 &= \gamma(24,39\,\alpha_1 - 83,33\,\beta_1) \\
cD_{VI} &= \gamma(17,88\,\alpha_1 - 75,00\,\beta_1) \\
cD_{VII} &= \gamma(12,24\,\alpha_1 - 66,67\,\beta_1) \\
cD_{VIII} &= \gamma(7,88\,\alpha_1 - 58,33\,\beta_1) \\
cD_{IX} &= \gamma(4,79\,\alpha_1 - 50,00\,\beta_1) \\
cD_{X} &= \gamma(2,74\,\alpha_1 - 41,67\,\beta_1) \\
cD_{IX''} &= \gamma(1,46\,\alpha_1 - 33,33\,\beta_1) \\
cD_{VIII''} &= \gamma(0,72\,\alpha_1 - 25,00\,\beta_1) \\
cD_{VII''} &= \gamma(0,31\,\alpha_1 - 16,67\,\beta_1) \\
cD_{VI''} &= \gamma(0,11\,\alpha_1 - 8,33\,\beta_1) \\
cD'_0 &= \gamma(-24,59\,\alpha_1 + 159,64\,\beta_1) \\
cD'_{VI} &= \gamma(-18,08\,\alpha_1 + 151,34\,\beta_1) \\
cD'_{VII} &= \gamma(-12,43\,\alpha_1 + 143,05\,\beta_1) \\
cD'_{VIII} &= \gamma(-8,06\,\alpha_1 + 134,58\,\beta_1) \\
cD'_{IX} &= \gamma(-4,95\,\alpha_1 + 125,60\,\beta_1) \\
cD'_{X} &= \gamma(-2,87\,\alpha_1 + 115,52\,\beta_1) \\
cD'_{IX''} &= \gamma(-1,154\,\alpha_1 + 103,33\,\beta_1) \\
cD'_{VIII''} &= \gamma(-0,74\,\alpha_1 + 87,11\,\beta_1) \\
cD'_{VII''} &= \gamma(-0,29\,\alpha_1 + 63,17\,\beta_1) \\
cD'_{VI''} &= \gamma(-0,07\,\alpha_1 + 24,34\,\beta_1)
\end{aligned}
\qquad (3.20)
$$

gdzie: γ, α_1 i β_1 określone wzorami (3.6).

3.5.4. Pierwiastki równań kanonicznych

$$
\begin{aligned}
Y_0 &= \gamma(-3{,}38\,\alpha_1 + 4{,}20\,\beta_1)\\
Y_1 &= \gamma(-2{,}03\,\alpha_1 + 5{,}84\,\beta_1)\\
Y_2 &= \gamma(0{,}98\,\alpha_1 + 2{,}74\,\beta_1)\\
Y_3 &= \gamma(-0{,}65\,\alpha_1 + 5{,}20\,\beta_1)\\
Y_4 &= \gamma(1{,}37\,\alpha_1 + 2{,}57\,\beta_1)\\
Y_5 &= \gamma(-0{,}33\,\alpha_1 + 4{,}09\,\beta_1)\\
Y_6 &= \gamma(1{,}14\,\alpha_1 + 1{,}83\,\beta_1)\\
Y_7 &= \gamma(-0{,}10\,\alpha_1 + 1{,}84\,\beta_1)\\
Y_8 &= \gamma(0{,}46\,\alpha_1 + 1{,}40\,\beta_1)\\
Y_9 &= \gamma(0{,}06\,\alpha_1 + 0{,}33\,\beta_1)\\
Y'_0 &= \gamma(3{,}39\,\alpha_1 - 4{,}25\,\beta_1)\\
Y'_1 &= \gamma(1{,}94\,\alpha_1 - 6{,}06\,\beta_1)\\
Y'_2 &= \gamma(-1{,}02\,\alpha_1 - 3{,}21\,\beta_1)\\
Y'_3 &= \gamma(0{,}42\,\alpha_1 - 5{,}77\,\beta_1)\\
Y'_4 &= \gamma(-1{,}31\,\alpha_1 - 3{,}91\,\beta_1)\\
Y'_5 &= \gamma(-0{,}26\,\alpha_1 - 3{,}95\,\beta_1)\\
Y'_6 &= \gamma(-1{,}00\,\alpha_1 - 4{,}18\,\beta_1)\\
Y'_7 &= \gamma(-0{,}53\,\alpha_1 - 2{,}50\,\beta_1)\\
Y'_8 &= \gamma(-0{,}74\,\alpha_1 - 3{,}88\,\beta_1)\\
Y'_9 &= \gamma(-0{,}55\,\alpha_1 - 2{,}25\,\beta_1)
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

3.5.5. Przykłady. Rys. 3.22 do 3.24 przedstawiają wykresy naprężeń σ_x oraz obciążeń krawędziowych τ otrzymane dla przypadków: $\alpha = \beta = 1$; $\alpha = 1$, $\beta = 0,5$ i $\alpha = 0,5$, $\beta = 1$. Na rys. 3.22 pokazano ponadto linię ugięcia dolnych brzegów ścian dla przypadku $\alpha = \beta = 1$.

3.5.6. Przybliżona ocena wielkości wpływu odkształcenia ścian na stan naprężenia ustroju. Dla określenia wielkości wpływu ugięcia ścian na stan naprężenia ustroju posłużymy się przybliżonym sposobem opisanym w p. 3.1.6.

Przyjmując wielkości t,b,L,E i C jak w p. 3.1.6 otrzymamy dla przypadku $\alpha=\beta= 1$

$$f_A = \frac{3,21}{R}; \qquad f_B = \frac{1,06}{R}$$

$$R_f^A = -\,15,56\ R; \qquad R_f^B = 47,20\ R$$

Na przykład skorygowane wartości naprężeń $\sigma_{xV''}$ dla ścian A i B oraz $\tau_{M,N}$ (p. rys. 3.22) wyniosą

$$\sigma^A_{xV''} = -\,17,10\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{15,56\ R}\right) + 6,84\ \frac{k}{47,20\ R} = -15,85\ \frac{k}{R} =$$

$$= -15,85\ \ k'$$

$$\sigma^B_{xV''} = 6,84\left(\frac{k}{R} - \frac{k}{15,56\ R}\right) - 17,10\ \frac{k}{47,20\ R} = 6,04\ k'$$

$$\tau_{M,N} = 4,76\ kt\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{15,56\ R} - \frac{1}{47,20\ R}\right) = 4,35\ k't$$

Są one niższe o 8-12% od wartości podanych na rys. 3.22, nie uwzględniających wpływu odkształcenia ścian. Powtórna korekta (por. p. 3.3.6) praktycznie nie zmienia wartości uzyskanych po pierwszej korekcie.

3.6. Układ 11b

3.6.1. Ustrój i obciążenie. Ustrój jest identyczny z ustrojem układu 11a. Na górne brzegi ścian A działa równomierne obciążenie p (rys. 3.25). Na podstawy ław fundamentowych działa reakcja podłoża o intensywności p' określonej wzorem (3.12).

3.6.2. Równania kanoniczne. Dla układów zastępczych pokazanych na rys. 3.26a, b otrzymamy równania kanoniczne w postaci podanej w tablicy 3.3.

3.6.3. Wyrazy wolne

$$
\begin{aligned}
&cD_{0} = -10\ q_1 && cD_{X} = -5\ q_1\\
&cD_{VI} = -9\ q_1 && cD_{IX''} = -4\ q_1\\
&cD_{VII} = -8\ q_1 && cD_{VIII''} = -3\ q_1\\
&cD_{VIII} = -7\ q_1 && cD_{VII''} = -2\ q_1\\
&cD_{IX} = -6\ q_1 && cD_{VI''} = -q_1\\
&cD'_{0} = -4{,}79\ q_2 && cD'_{X} = -3{,}47\ q_2\\
&cD'_{VI} = -4{,}54\ q_2 && cD'_{IX''} = -3{,}10\ q_2\\
&cD'_{VII} = -4{,}29\ q_2 && cD'_{VIII''} = -2{,}61\ q_2\\
&cD'_{VIII} = -4{,}04\ q_2 && cD'_{VII''} = -1{,}90\ q_2\\
&cD'_{IX} = -3{,}77\ q_2 && cD'_{VI''} = -0{,}73\ q_2
\end{aligned}
\tag{3.22}
$$

gdzie: q_1 i q_2 określone wzorami (3.14).

3.6.4. Pierwiastki równań kanonicznych

$$
\begin{aligned}
&Y_0 = 0,50\ q_1 \qquad && Y_5 = 0,49\ q_1 \\
&Y_1 = 0,70\ q_1 && Y_6 = 0,22\ q_1 \\
&Y_2 = 0,33\ q_1 && Y_7 = 0,22\ q_1 \\
&Y_3 = 0,62\ q_1 && Y_8 = 0,17\ q_1 \\
&Y_4 = 0,31\ q_1 && Y_9 = 0,04\ q_1 \\
&Y'_0 = 0,51\ q_2 && Y'_5 = 0,47\ q_2 \\
&Y'_1 = 0,73\ q_2 && Y'_6 = 0,50\ q_2 \\
&Y'_2 = 0,39\ q_2 && Y'_7 = 0,30\ q_2 \\
&Y'_3 = 0,69\ q_2 && Y'_8 = 0,47\ q_2 \\
&Y'_4 = 0,47\ q_2 && Y'_9 = 0,27\ q_2
\end{aligned}
\tag{3.23}
$$

3.6.5. Przykłady. Na rys. 3.27 do 3.29 podano wykresy naprężeń σ_x oraz obciążeń krawędziowych τ dla przypadków: $\alpha = \beta = 1$; $\alpha = 1$, $\beta = 0,5$ i $\alpha = 0,5$, $\beta = 1$. Na rys. 3.27 pokazano ponadto linię ugięcia dolnych brzegów ścian A i B dla przypadku $\alpha = \beta = 1$. Strzałki ugięcia f są w tym przypadku około 10 razy mniejsze aniżeli w analogicznym układzie 1b (por. rys. 3.9) - tym samym odkształcenie ścian nie ma praktycznie wpływu na stan naprężenia badanego ustroju (por. p. 3.2.6).

4. WNIOSKI

4.1. Uwagi ogólne

Przytoczone w rozdziale 3[x)] przykłady rozwiązań ustrojów skrzyniowych umożliwią nam wyciągnięcie pewnych wniosków odnośnie pracy statycznej tych ustrojów. Na rysunkach 4.1 do 4.6 zestawiono wszystkie rozwiązane przypadki i podano dla każdego z nich wartości wielkości statycznych: V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e[xx)], gdzie:

V - wartość wypadkowej siły wzajemnego oddziaływania ścian A i B, równa powierzchni wykresu obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$,

$\bar{\tau}_g$ - średnia wartość obciążenia krawędziowego na skrajnym górnym odcinku krawędzi długości 0,1 H,

$\bar{\tau}_d$ - średnia wartość obciążenia krawędziowego na skrajnym dolnym odcinku krawędzi długości 0,1 H,

e - odległość środka ciężkości wykresu obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$ od dolnego brzegu ścian.

Wielkości $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$ wyrażono przy tym przez iloraz $\frac{V}{H}$, czyli średnią intensywność obciążenia krawędziowego. Wartości $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$ przyjęto za dodatnie (ujemne), jeśli ich zwroty są zgodne (niezgodne) ze zwrotem wypadkowej siły V.

Podobnie jak w rozdziale 3 - α oznacza stosunek grubości ścian B i A, β oznacza stosunek szerokości ław fundamentowych ścian B i A; zaś λ jest określone wzorem

$$\lambda = \frac{t\Delta}{F} \tag{4.1}$$

x) W wersji nieskróconej rozdziału 3 podano 121 przykładów.

xx) Te wielkości statyczne mogą posłużyć do określenia przybliżonego rozkładu obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$ (por. rozdz. 5).

gdzie:

F - pole przekroju poprzecznego słupów ramy zastępującej ścianę ażurową;

t - grubość ścian pełnych.

Dla uproszczenia - obciążenie wywołane działaniem wpływu wypukłej krzywizny terenu nazwiemy obciążeniem typu G; zaś równomierne obciążenie górnych brzegów dwóch ścian do siebie równoległych oraz towarzyszące mu oddziaływanie podłoża gruntowego nazwiemy obciążeniem typu P.

Przy omawianiu rozwiązań uzyskanych dla ustrojów ze ścianami ażurowymi wprowadzimy dalszy podział powyższych typów obciążenia.
Obciążeniem typu G^A nazwiemy obciążenie typu G występujące w przypadku, gdy ściany A są prostopadłe do obrzeża niecki górniczej (czyli obciążenie ich dolnych brzegów zmienia się parabolicznie). Za obciążenie typu P^A uważać będziemy obciążenie typu P w przypadku równomiernego obciążenia górnych brzegów ścian A. Analogicznie obciążeniami typu G^B i P^B nazwiemy przypadki obciążenia typu G i P, w których ściany B są prostopadłe do obrzeża niecki górniczej, względnie są obciążone równomiernie wzdłuż górnych brzegów.

4.2. Wnioski dotyczące ustrojów złożonych z pełnych ścian tarczowych

4.2.1. Wpływ obciążenia zewnętrznego

Porównanie wykresów τ oraz naprężeń σ_x z rys. 2.14, 3.3 i 3.9, otrzymanych dla tego samego ustroju skrzyniowego lecz dla różnych przypadków obciążenia brzegowego, pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków:

1. Rozkład obciążenia krawędziowego τ jest odmienny dla każdego typu obciążenia zewnętrznego działającego na ustrój.

2. Postać wykresów naprężeń σ_x jest odmienna dla każdego typu obciążenia.

Na podstawie powyższych wniosków można sformułować następne stwierdzenie:

3. Wnioski dotyczące pracy statycznej ustroju skrzyniowego, opracowane dla określonego typu obciążenia, nie mogą służyć jako podstawa do oceny pracy statycznej tego samego ustroju skrzyniowego poddanego działaniu innego typu obciążenia.

Pewne cechy schodkowych wykresów obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$ są wspólne dla wszystkich rozpatrzonych w niniejszej pracy układów, niezależnie od typu obciążenia:

4. Średnie obciążenie krawędziowe $\bar{\tau}$ osiąga stosunkowo niewielką wartość w sąsiedztwie brzegów, których obciążenie przypadające na jednostkę grubości ($\frac{p}{t}$, wzgl. $\frac{p_A}{t}$ i $\frac{p_B}{\alpha t}$) wykazuje przy krawędziach pionowych ciągłość.

Ma to np. miejsce przy górnych narożach układów pokazanych na rys. 2.14, 3.3 do 3.5 i przy dolnych narożach układu z rys. 3.9.

5. Wartość średniego obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$ wzrasta w sąsiedztwie brzegów, których obciążenie przypadające na jednostkę grubości ścian wykazuje przy krawędziach pionowych nieciągłość.

Zaobserwować to możemy np. przy dolnych narożach układów pokazanych na rys. 2.14, 3.3 i 3.5 oraz przy górnych narożach układów z rys. 3.9 do 3.11. W przypadku podwójnej nieciągłości obciążenia brzegowego (różnica wartości i gradientów) wpływy poszczególnych rodzajów nieciągłości mogą się wzajemnie redukować. Z takim przypadkiem mamy do czynienia przy dolnych narożach układu pokazanego na rys. 3.4.

Z postaci równań kanonicznych podanych dla rozpatrzonych w rozdz. 3 układów wynika:

6. W przypadku ustroju skrzyniowego, obciążonego wyłącznie na brzegach, którego ściany wykonane są z identycznego materiału, rozkład obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$ i tym samym stan naprężenia poszczególnych ścian nie zależy od stałych sprężystości materiału ścian - o ile pominiemy wpływ odkształcenia ustroju na zmianę jego obciążenia (np. oddziaływania gruntu).

4.2.2. Wpływ stosunku szerokości ław fundamentowych (β)

Porównując pierwszą i drugą kolumnę przypadków na rys. 4.1 do 4.4, możemy wyciągnąć następujące wnioski dla przedstawionych na nich układów nr 1÷27 oraz dla $\alpha=1$:

1. Mniejszej wartości β odpowiada mniejsza wartość wypadkowej siły krawędziowej V.

2. Mniejszej wartości β odpowiada większa wgl. praktycznie ta sama wartość e.

3. Przy mniejszej wartości β wartość obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}_g$ stanowi większą część średniego obciążenia krawędziowego $\frac{V}{H}$, aniżeli w przypadku większej wartości β - względnie praktycznie taką samą (układy nr 9÷12).

4. Przy mniejszej wartości β wartość obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}_d$ stanowi mniejszą część średniego obciążenia krawędziowego $\frac{V}{H}$, aniżeli w przypadku większej wartości β. Przy mniejszych wartościach β wartość $\bar{\tau}_d$ może nawet być przeciwnego znaku aniżeli wartość $\frac{V}{H}$ (np. w układach nr 2÷4).

Jeżeli do wierszy $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$ na rys. 4.1 do 4.4 (układy Nr 1÷27) wstawimy w miejsce wypadkowej V - jej wartości podane w wierszach powyżej leżących, dojdziemy do następujących wniosków:

5. Zmniejszenie wartości β powoduje stosunkowo niewielką redukcję wartości $\bar{\tau}_g$, bądź też praktycznie jej nie zmienia.

6. Zmniejszenie wartości β powoduje znaczniejszą redukcję wartości $\bar{\tau}_d$ i często zmianę jej znaku.

Na rysunkach 4.7 i 4.8 pokazano jak zmieniają się wartości V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e wraz ze zmianą wartości β w przypadku układów nr 6 i 18 (układy 1a i 1b z rozdz. 3), dla $\alpha=1$. Podobne wykresy uzyskalibyśmy dla pozostałych układów nr 1÷27.

Powyższe wnioski nie tracą swej ważności w przypadku $\alpha\neq1$ [x)]

---

x) Autor zbadał również przypadki: $\alpha = 0,5$, $\alpha \to 0$ i $\alpha \to \infty$.

Porównując wykresy naprężeń σ_x otrzymane dla ustrojów złożonych z pełnych ścian tarczowych, dla $\beta = 1$ i $\beta = 0,5$ (przy $\alpha = 1$), możemy dojść do dalszych wniosków:

7. W przypadku obciążenia typu G mniejszej wartości β odpowiadają mniejsze wartości ekstremalnych naprężeń σ_x, zarówno w ścianach A jak i B.

8. W przypadku obciążenia typu P mniejszej wartości β odpowiadają również mniejsze wartości ekstremalnych naprężeń σ_x. W ścianach o stosunku długości boków H:L=1 i 2 naprężenia σ_x mogą ponadto w dolnych punktach przekrojów środkowych, wraz ze zmniejszeniem wartości β, zmienić swój znak. Ma to miejsce wówczas, gdy zmniejszeniu wartości β towarzyszy zmiana znaku $\bar{\tau}_d$ i jeżeli wartość bezwzględna $\bar{\tau}_d$ jest przy tym stosunkowo duża (np. w rys. 3.28)$^{x)}$.

4.2.3. Wpływ stosunku grubości ścian (α)

Porównanie pierwszej i trzeciej kolumny przypadków na rys. 4.1 do 4.4 pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków dla układów nr 1÷27 oraz dla $\beta = 1$ - z wyjątkiem układów poddanych działaniu obciążenia typu G, w których ściany B są dłuższe od ścian A (układy nr 5, 9 i 10):

1. Wartość α nie ma wpływu na wartość wypadkowej siły krawędziowej V.

2. Mniejszej wartości α odpowiada mniejsza wzgl. praktycznie ta sama wartość e.

3. Mniejszej wartości α odpowiada mniejsza wzgl. praktycznie ta sama wartość $\bar{\tau}_g$.

4. Mniejszej wartości α odpowiada większa wartość $\bar{\tau}_d$. Przy większych wartościach α wartość $\bar{\tau}_d$ może przy tym być przeciwnego znaku aniżeli średnia wartość obciążenia krawędziowego $\frac{V}{H}$ (np. układy nr 25÷27 na rys. 4.4).

W przypadku układów poddanych obciążeniu typu G, w których $L_B > L_A$ wnioski 1 i 4 nie tracą swej ważności - natomiast ulegają zmianie wnioski 2 i 3.

x) To samo zjawisko moglibyśmy zaobserwować w przypadku obciążenia typu G, dla $\beta < 0,5$.

2a. Mniejszej wartości α odpowiada większa wzgl. praktycznie ta sama wartość e.

3a. Mniejszej wartości α odpowiada większa wartość $\bar{\tau}_g$.

Powyższe wnioski nie tracą swej ważności w przypadku $\beta \neq 1$.[x]

Na rysunkach 4.9 i 4.10 pokazano jak zmieniają się wartości $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e wraz ze zmianą wartości α w przypadku układów nr 6 i 18 (układy 1a i 1b w rozdz. 3), przy $\beta=1$. Podobne wykresy uzyskalibyśmy dla pozostałych układów 1÷27. Jedynie w układach nr 5, 9 i 10 wykresy $\bar{\tau}_g$ i e miałyby odmienny charakter - zgodny z uwagami 2a i 3a.

Porównując wykresy naprężeń σ_x otrzymane dla ustrojów złożonych z pełnych ścian tarczowych, dla $\alpha = 1$ i 0,5 (przy $\beta = 1$), dochodzimy do dalszych wniosków dotyczących układów nr 1÷27 (rys. 4.1 do 4.4) - z wyjątkiem układów nr 9 i 10.

5. W ścianach A przyrostowi wartości α towarzyszy redukcja wartości naprężeń σ_x w dolnych punktach oraz wzrost w górnych punktach przekrojów środkowych.

6. W ścianach B przyrostowi wartości α, przy niezmienionej grubości ścian A(t) towarzyszy spadek naprężeń σ_x zarówno w górnych jak i dolnych punktach przekrojów środkowych, z tym że w dolnych punktach jest on większy aniżeli w górnych i może tam spowodować zmianę znaku naprężeń.

Na podstawie wykresów naprężeń σ_x otrzymanych dla układów nr 9 i 10 możemy zauważyć:

7. W przypadku układów poddanych działaniu obciążenia typu G, w których $L_B > L_A$ wspomniane w pkt. 5 zmiany naprężeń mogą wystąpić przy redukcji wartości α zaś w ścianach B przyrostowi α, przy niezmienionej grubości ścian A, towarzyszy spadek naprężeń σ_x w górnych i dolnych punktach przekrojów środkowych.

---

[x] Autor zbadał również przypadki: $\beta = 0,5$, $\beta \to 0$ i $\beta \to \infty$.

4.2.4. Wpływ stosunku długości ścian ($L_B:L_A$)

Na podstawie zestawienia wartości V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e podanego na rys. 4.1 do 4.4 dla układów nr 1÷27 możemy wyciągnąć następujące wnioski odnośnie wpływu zmiany stosunku długości $L_B:L_A$, przy równoczesnym założeniu, że ściany A nie zmieniają swego stosunku długości boków $H:L_A$ (np. układy nr 1÷4):

1. Wraz ze zmniejszaniem się wartości $L_B:L_A$ maleje wartość wypadkowa siły krawędziowej V.

2. Wartość $\bar{\tau}_g$ maleje wraz ze zmniejszaniem się wartości $L_B:L_A$ x).

3. Wraz ze zmniejszaniem się wartości $L_B:L_A$ w przypadku $\alpha = 1$ wartość $\bar{\tau}_d$ maleje; zaś w przypadku $\alpha = 0{,}5$ bądź rośnie (układy nr 21÷24), bądź też początkowo rośnie a potem maleje (układy nr 5÷8 i 9÷12).

4. Wartość e maleje wraz ze zmniejszaniem się wartości $L_B:L_A$ w przypadku obciążenia typu G dla: $\alpha = \beta = 1$; $\alpha = 0{,}5$, $\beta = 1$ i częściowo dla $\alpha = 1$, $\beta = 0{,}5$ oraz w przypadku obciążenia typu P dla $\alpha = 0{,}5$, $\beta = 1$. Wartość e rośnie wraz ze zmniejszaniem się $L_B:L_A$ w przypadku obciążenia typu P: dla: $\alpha = \beta = 1$; $\alpha = 1$, $\beta = 0{,}5$ i $\alpha = 2$, $\beta = 1$ oraz częściowo w przypadku obciążenia typu G dla $\alpha = 1$, $\beta = 0{,}5$.

Na rysunkach 4.11 i 4.12 pokazano przykładowo wykresy zmienności V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e dla obciążeń typu G i P przy założeniu, że ściany A są kwadratowe i $\alpha = \beta = 1$.

Z wykresów naprężeń σ_x otrzymanych dla układów nr 1÷27 z rys. 4.1 do 4.4 wynikają następujące wnioski:

5. Zmniejszaniu się wartości $L_B:L_A$ towarzyszy zmniejszanie się ekstremalnych wartości naprężeń σ_x w ścianach A oraz niekiedy zmiana ich znaku.

x) Wartości $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$ otrzymamy, wstawiając do wierszy $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$ na rys. 4.1 do 4.4 w miejsce wypadkowej V - jej wartości podane w wierszach powyżej leżących.

6. Wraz ze zmniejszaniem się wartości $L_B:L$ ekstremalne wartości naprężeń σ_x w ścianach B na ogół się zmniejszają, niekiedy mogą się jednak zwiększać.

4.2.5. Wpływ stosunku długości boków (H:L)

Z wykresów naprężeń σ_x otrzymanych w rozdz. 3 wynikają następujące wnioski:

1. Wykresy naprężeń σ_x w środku długości ścian prostokątnych o stosunku długości boków H:L=0,5 są w przybliżeniu prostoliniowe i praktycznie nie zależą od rozkładu obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$.

2. Wykresy naprężeń σ_x w środku długości ścian zależą tym bardziej od rozkładu obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$, im większy jest stosunek długości boków H:L.

Wniosek 4 podany w p. 4.2.2.4 pracy [1] (str. 118) pozwala na następujące stwierdzenie:

3. Przy ustawianiu równań kanonicznych metody sił dla ustroju skrzyniowego można w przypadku ścian o stosunku długości boków $H:L < 0,5$ stosować wartości przemieszczeń podane w tablicach 11÷20 dla tarczy o H:L=0,5. Są to bowiem przemieszczenia wywołane przez samozrównoważone grupy sił działające na krótsze boki ścian.

4.2.6. Wpływ odkształcenia ścian

Przykłady przybliżonego określania wpływu odkształcenia ścian na zmianę oddziaływania podłoża gruntowego i tym samym na stan naprężenia ustrojów skrzyniowych, przytoczone w rozdz. 3, pozwalają na następujące stwierdzenia:

1. Uwzględnienie wpływu odkształcenia ścian na stan naprężenia ustroju skrzyniowego prowadzi do redukcji ekstremalnych wartości naprężeń.

2. W zbadanych przypadkach, mimo przyjęcia niekorzystnych danych wyjściowych (duże L i C), redukcja ekstremalnych wartości naprężeń wyniosła najwyżej 20%.

4.3. Wnioski dotyczące ustrojów ze ścianami ażurowymi

Stosunkowo niewielka liczba rozwiązań, jakie uzyskano dla ustrojów ze ścianami ażurowymi nie pozwala na wyciągnięcie ogólnych wniosków[x]. Niemniej jednak zestawione na rys. 4.4 do 4.6 wartości V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e (układy nr 28÷43) oraz uzyskane wykresy naprężeń σ_x pozwalają na następujące stwierdzenia:

1. W przypadku obciążenia typu G^A i P^A (p. 4.1) większej wartości β odpowiadają: większa wartość V, mniejsza wartość e oraz większe wartości $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$.

2. W przypadku obciążenia typu G^B większej wartości β odpowiadają większe wartości V, e, $\bar{\tau}_g$ i na ogół $\bar{\tau}_d$ (wyjątek układ nr 32).

3. W przypadku obciążenia typu P^B większej wartości β odpowiadają: mniejsza wartość V, większa wartość e i mniejsze wartości $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$.

4. Wartość wypadkowej siły krawędziowej V nie zależy od wartości λ określonej wzorem (4.1).

5. W przypadku obciążenia typu G^A większej wartości λ odpowiadają: na ogół mniejsza wartość e (wyjątek układ nr 30) oraz większe wartości $\bar{\tau}_g$ i $\bar{\tau}_d$.

6. W przypadku obciążenia typu P^A większej wartości λ odpowiadają: mniejsze wartości e i $\bar{\tau}_g$ oraz większa wartość $\bar{\tau}_d$.

7. W przypadku obciążenia typu G^B i P^B większej wartości λ odpowiadają: większe wartości e i $\bar{\tau}_g$ oraz na ogół mniejsze wartości $\bar{\tau}_d$ (wyjątek układ nr 31).

8. Ekstremalne wartości naprężeń σ_x w środku długości ścian pełnych wzrastają wraz z przyrostem wartości V.

9. Zmianie wartości λ towarzyszą na ogół stosunkowo niewielkie zmiany wartości ekstremalnych naprężeń σ_x w środku

---

[x] Przyjęto, że w ramach zastępujących ściany ażurowe zarówno słupy jak i rygle mają jednakowe przekrojów poprzeczne.

długości ścian pełnych. Wyjątek stanowią ściany wysokie o stosunku długości boków H:L=2.

10. Zmiana perforacji w ścianach ażurowych, zwłaszcza zmiana rozstawu rygli, może w znacznym stopniu wpłynąć na zmianę rozkładu obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$.

5. PRZYBLIŻONY SPOSÓB OKREŚLANIA ROZKŁADU OBCIĄŻENIA KRAWĘDZIOWEGO

Poprzez interpolację wartości zestawionych na rys. 4.1 do 4.6 względnie przy pomocy wykresów podobnych do tych, jakie pokazano na rys. 4.7 do 4.12, możemy określić przybliżone wartości V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e dla układów o pośrednich wartościach α, β i $L_B:L_A$, nie rozpatrzonych w rozdziale 3. Z kolei przybliżone wartości V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e umożliwiają określenie przybliżonego rozkładu obciążenia krawędziowego $\bar{\tau}$.

W tym celu uważamy, że wykres $\bar{\tau}$ jest złożony z czterech wykresów składowych (rys. 5.1) i ma następującą postać analityczną

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_3 + \bar{\tau}_4 \tag{5.1}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_1 &= \bar{\tau}_g \left(\frac{y}{H} + 0{,}5\right) \\ \bar{\tau}_2 &= \bar{\tau}_d \left(0{,}5 - \frac{y}{H}\right) \\ \bar{\tau}_3 &= -\frac{4m}{H^2} y^2 + m \\ \bar{\tau}_4 &= n \sin \frac{2\pi y}{H} \end{aligned} \tag{5.2}$$

Funkcje (5.2) są jednoznacznie określone, jeżeli znane są wielkości V, $\bar{\tau}_g$, $\bar{\tau}_d$ i e.

Sposób określania tych funkcji zademonstrujemy na przykładzie. Rozpatrzymy przy tym układ nr 6 z rys. 4.1 ($\alpha=\beta=1$), dla którego znaleźliśmy wykres $\bar{\tau}$ w rozdz. 3 (rys. 3.3). Umożliwi nam to porównanie wykresu $\bar{\tau}$ uzyskanego w oparciu o rozwiązanie układu metodą sił, z wykresem otrzymanym przy użyciu sposobu przybliżonego.

Dla układu tego mamy

$$V = 0{,}5 \frac{C}{24\,R} b\,L^3; \qquad \bar{\tau}_g = 0{,}135 \frac{C}{24\,R} b\,L^2;$$
$$\bar{\tau}_d = 0{,}374 \frac{C}{24\,R} b\,L^2; \qquad e = 0{,}44\,H \tag{5.3}$$

Funkcje $\bar{\tau}_1$ i $\bar{\tau}_2$ przyjmą zatem następującą postać (przy H=L)

$$\bar{\tau}_1 = 0{,}135 \frac{C}{24\,R} b\,L^2\left(\frac{y}{H} + 0{,}5\right)$$
$$\bar{\tau}_2 = 0{,}374 \frac{C}{24\,R} b\,L^2\left(0{,}5 - \frac{y}{H}\right) \tag{5.4}$$

Parametr m funkcji $\bar{\tau}_3$ określimy z warunku

$$V = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}\,dy = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_3 + \bar{\tau}_4)dy \tag{5,5}$$

Dla funkcji (5.2) otrzymamy

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_1\,dy = \frac{1}{2}\,\bar{\tau}_g H; \qquad \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_2\,dy = \frac{1}{2}\,\bar{\tau}_d\,H; \tag{5.6}$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_3 \, dy = \frac{2}{3} m H; \qquad \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_4 \, dy = 0$$

Uwzględniając wyrażenia (5.6) oraz wartości (5.3) otrzymamy z równania (5.5)

$$m = 0{,}367 \frac{C}{24R} b L^2 \tag{5.7}$$

czyli

$$\bar{\tau}_3 = 0{,}367 \frac{C}{24R} b L^2 (1 - \frac{4y^2}{H^2}) \tag{5.8}$$

Parametr n funkcji $\bar{\tau}_4$ określimy z warunku

$$V e = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_3 + \bar{\tau}_4)(y + \frac{H}{2}) \, dy \tag{5.9}$$

Dla funkcji (5.2) otrzymamy

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_1 (y + \frac{H}{2}) dy = \frac{1}{3} \bar{\tau}_g H^2; \qquad \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_2 (y + \frac{H}{2}) dy = \frac{1}{6} \bar{\tau}_d H^2;$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_3 (y + \frac{H}{2}) dy = \frac{1}{3} m H^2; \qquad \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \bar{\tau}_4 (y + \frac{H}{y}) dy = \frac{n}{2\pi} H^2 \tag{5.10}$$

Po uwzględnieniu wyrażeń (5.10) oraz wartości (5.3) otrzymamy z równania (5.9)

$$n = -0,063 \frac{C}{24R} b L^2 \qquad (5.11)$$

czyli

$$\tau_4 = -0,063 \frac{C}{24R} b L^2 \sin \frac{2\pi y}{H} \qquad (5.12)$$

Na rysunku 5.2 pokazano wykres funkcji (5.1) naniesiony na wykres schodkowy τ z rys. 3.3. Przybliżony wykres τ zastępuje z wystarczającą dla praktyki dokładnością wykres otrzymany na drodze rozwiązania układu metodą sił.

Na rysunku 5.3 pokazano jeszcze przykładowo przybliżony wykres obciążenia krawędziowego τ dla układu nr 14 z rys. 4.2 (α =1, β = 0,5) otrzymany również w opisany sposób oraz odpowiedni wykres uzyskany na drodze rozwiązania układu metodą sił.

Po wyznaczeniu przybliżonej funkcji rozkładu obciążenia krawędziowego (5.1) badanie pracy statycznej ustroju skrzyniowego sprowadza się do badania poszczególnych ścian wchodzących w skład tego ustroju - czyli do obliczenia tarcz obciążonych na brzegach określonym obciążeniem.

6. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiony w rozdziale 2 sposób obliczania przestrzennych układów tarczowych typu skrzyniowego może mieć zastosowanie przy poszukiwaniu stanu naprężenia dla każdego ustroju tarczowego (tarczownicy) dowolnie obciążonego w płaszczyznach tarcz. Może on zatem posłużyć m.in. do określania bardziej poprawnych wartości naprężeń w zbiornikach prostokątnych, których ściany są zwykle obliczane przy pominięciu ich przestrzennej współpracy (por. [18] i [22]). Umożliwia on również uwzględnienie współpracy poziomych przepon z pionowymi ścianami zbiorników[x)]. Sposób ten stwarza także możliwości dokładniejszego określenia stanu naprężenia w budynkach, których ściany mogą być potraktowane jako elementy przestrzennych układów tarczowych. Może on mieć zastosowanie przy obliczaniu przekryć tarczownicowych, w przypadkach kiedy ich elementy składowe nie mogą być traktowane jako pręty, lecz wymagają uwzględnienia ich charakteru tarczowego. Opisany sposób daje również możliwość ściślejszego określenia stanu naprężenia w ustrojach cienkościennych, w skład których wchodzą zarówno elementy tarczowe jak i prętowe.

Zawarte w rozdziale 3 równania kanoniczne ustawione dla rozpatrzonych ustrojów skrzyniowych, jak również przytoczone w aneksie tablice, mogą znaleźć zastosowanie przy projektowaniu konstrukcji skrzyniowych poddanych działaniu obciążeń, spełniających podane we wstępie założenia. Dla określenia sił krawędziowych każdy przypadek obciążenia wymaga jedynie obliczenia właściwych wyrazów wolnych oraz rozwiązania układu równań kanonicznych.

Rozwiązanie większej liczby ustrojów skrzyniowych dla tego samego przypadku obciążenia pozwala na wyciągnięcie wniosków podobnych do tych jakie podano w rozdziale 4. Wnioski rozdziału 4 wykazują, że istnieje możliwość wpływania na stan naprężenia ustroju skrzyniowego o określonym kształcie - poprzez dobór stosunku grubości ścian oraz stosunku szerokości ław fundamentowych. W oparciu o przytoczone wnioski można również przewidywać zmiany stanu naprężenia, jakie towarzyszą zmianom takich parametrów jak: stosunku grubości ścian (α), stosunku szerokości ław fundamentowych (β) stosunku długości ścian ($L_B:L_A$) oraz stosunku długości boków ścian ($H:L$). Wnioski dotyczące pracy statycznej ustrojów skrzyniowych mogą zatem być pomocne przy poszukiwaniu wymiarów konstrukcji skrzyniowych, zapewniających najmniejsze zużycie materiału.

Podany w rozdziale 5 sposób przybliżonego określania sił krawędziowych umożliwia badanie pracy statycznej również

[x)] Autor ma na ukończeniu pracę na temat wpływu przepon na stan naprężenia ustroju skrzyniowego obciążonego w płaszczyznach ścian.

takich czterościennych ustrojów skrzyniowych, które nie były przedmiotem badań w rozdziale 3. Przy jego zastosowaniu obliczenie ustroju skrzyniowego sprowadza się do określenia stanu naprężenia pojedynczych ścian tarczowych dla zadanego obciążenia brzegowego.

Przedstawiony sposób obliczania przestrzennych układów tarczowych jest szczególnie prosty w zastosowaniu wówczas, gdy obliczający ma do dyspozycji ogólne rozwiązania różnicowe tarcz o różnych stosunkach długości boków H:L. W takim przypadku obliczenie przemieszczeń, występujących w równaniach kanonicznych jako współczynniki przy niewiadomych siłach krawędziowych nie przedstawia większych trudności. Autor dysponował takimi rozwiązaniami dla tarcz o H:L=2, 1 i 0,5, otrzymanymi w oparciu o pracę [1], co umożliwiło mu opracowanie tablic aneksu zawierających wspomniane przemieszczenia.

W przypadku braku ogólnych rozwiązań różnicowych dla większej liczby wartości H:L, obliczenie przestrzennych układów tarczowych można niekiedy przeprowadzić w oparciu o sposoby, które autor zastosował w pracy [1] przy obliczaniu tarcz prostokątnych.

Jeżeli np. dysponujemy ogólnym rozwiązaniem dla tzw. macierzystego ustroju skrzyniowego o narożach: A,B,C,D,A',B', C',D' (rys. 6.1), pozwalającym na określenie wszystkich składowych naprężeń w ścianach tego ustroju dla dowolnego obciążenia brzegowego (ale spełniającego podane we wstępie założenia), wówczas możemy określić stan naprężenia ustroju skrzyniowego o narożach: A,B,E,F,A',B'E',F' (rys. 6.1), stanowiącego część ustroju macierzystego, stosując sposób fikcyjnych obciążeń. W tym celu obciążamy dolne brzegi ustroju macierzystego obciążeniem zadanym dla dolnych brzegów ustroju ABEFA'B'E'F', zaś jego górne brzegi obciążamy fikcyjnie tak, by w przekroju poziomym EFE'F' wystąpiły składowe naprężenia zgodne z obciążeniem zadanym dla górnych brzegów ustroju ABEFA'B'E'F'. Fikcyjne obciążenie górnych brzegów ustroju macierzystego można określić podobnie jak określa się fikcyjne obciążenie tarcz kwadratowych w pracy [1] (str. 80).

Natomiast w przypadku poszukiwania stanu naprężenia dla ustroju skrzyniowego złożonego z ustrojów skrzyniowych, dla których są znane rozwiązania ogólne (ustroje S na rys. 6.2), można posłużyć się sposobem składania ("zszywania") ustrojów skrzyniowych. Siły wzajemnego oddziaływania ustrojów składowych w przekrojach stykowych abcd,i a'b'c'd' określa się wówczas metodą sił, podobnie jak siły stykowe pomiędzy tarczami składowymi obliczane w pracy [1] (str. 86).

Macierzystym ustrojem skrzyniowym w sposobie fikcyjnych obciążeń wzgl. składowym ustrojem skrzyniowym metody składania może być każdy ustrój omówiony w niniejszej pracy. Podane układy równań kanonicznych mogą zatem znaleźć zastosowanie przy poszukiwaniu ogólnych rozwiązań różnicowych dla rozpatrzonych ustrojów skrzyniowych, obciążonych symetrycznie w płaszczyźnie ścian.

LITERATURA

[1] Andermann F.: Tarcze prostokątne. Obliczenia statyczne. Arkady. Warszawa 1966.

[2] Bay H.: Über den Spannungszustand in hohen Trägern und die Bewehrung von Eisenbetonwanden. Wittwer Verlag. Stuttgart 1931.

[3] Budzianowski Z.: Zginanie niskich budowli na zboczu niecki górniczej. Inż. i Bud., nr 7, 1965.

[4] Clemens G.: Polarisationsoptische Untersuchung der Spannungsverteilung in wandartigen Tragern mit Randverstärkung. Wiss. Z.d. Hochschule f. Bauw. Leipzig 1959.

[5] Długacz M.I.: Mietod sietok w smieszannoj płaskoj zadacze tieorii uprugosti. Nauk. Dumka. Kiew 1964.

[6] Doroszkiewicz R.S., Litewka A.: Doraźne badania własności mechanicznych i elastooptycznych materiałów używanych w elastooptyce. M.T. i S. Tom 2, zeszyt 1, PWN. Warszawa 1964.

[7] Frocht M.M.: Photoelasticity. John Wiley. New York 1961.

[8] Girkmann K.: Dźwigary powierzchniowe (tłum. z niemieckiego). Arkady. Warszawa 1957.

[9] Godycki-Ćwirko T.: Żelbetowe belki-ściany w świetle dotychczasowych badań na modelach żelbetowych. Inż. i Bud., nr 12, 1963 i nr 1, 1964.

[10] Gornow W.N.: Issledowanije staticzeskoj raboty stienowych i pieriegorodocznych panielej. Sb. stat, Akad. SSSR. Moskwa 1954.

[11] Graf. O., Brenner E., Bay H.: Versuche mit einem wandartigen Träger aus Stahlbeton. D.A.f.St. H 99, 1943.

[12] Iwanow I.T., Monfred J.B., Piliugin A.I., Siergiejew D.D., Sypczuk P.F.: Konstrukcji żiłych i grażdanskich zdanij w rajonach s podziemnoj razrabotkoj ugła. Gos. Izd.Lit. po Stroit. i Arch. Moskwa 1955.

[13] Kacner A., Lewicki B., Dyląg Z., Orłoś Z.: Schemat statyczny pracy przepon z otworami pod działaniem sił poziomych parcia wiatru. Inż. i Bud., nr 1, 1960.

[14] Kacner A., Lewicki B.; Praca budynków z elementów wielkowymiarowych pod działaniem sił poziomych parcia wiatru. PWN, Warszawa 1959.

[15] Kałmanok A.S.: Prostranstwiennaja rabota sbornych mnogoetażnych zdanij. Gos. Izd. Lit. po Stroit. i Arch. Moskwa 1956,

[16] Kałmanok A.S.: Rasczot bałok-stienok, Gos. Izd. Lit. po Stroit. i Arch. Moskwa 1956.

[17] Klingroth H.: Versuche an Stahlbetontragwänden und deren Auswertung. Bet. u. Eis. 1942.

[18] Kłoś Cz., Mitzel A., Suwalski J.: Zbiorniki na ciecze, Arkady. Warszawa 1961.

[19] Kuzniecow G.F., Morozow N.W., Liwczak I.F.: Rukowodstwo po projektirowaniju żiłych i obszczestwiennych zdanij s panielnymi i karkasnopanielnymi konstrukcjami. Gos. Izd. Lit. po Stroit. i Arch. Moskwa 1955.

[20] Li Chow, Conway H., Winter G.: Stresses in Deep Beams. Proc.Am.Soc.Civ.Eng., nr 127, 1952.

[21] Linse H.: Wandartiger Träger mit Pfeilervorsprüngen. Bautechnik, nr 6 i 8, 1961.

[22] Mitzel A.: Silosy i zbiorniki. PWN Wrocław 1953.

[23] Popowa T.A.: Niekotoryje woprosy staticzeskoj raboty płastinki s kwadratnym otwierstijem w swojej płoskosti. Akad.Arch.SSSR. Moskwa 1954.

[24] Pratusiewicz A.: Wariacjonnyje mietody w stroitielnoj miechanikie. Moskwa 1948.

[25] Rabinowicz I.M.: Kurs stroitielnoj miechaniki. Tom II. Gos. Izd. Lit. po Stroit. i Arch. Moskwa 1954.

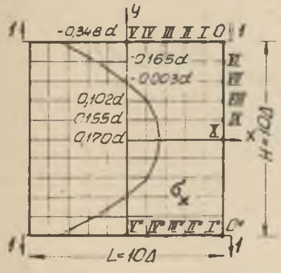
[26] Schütt H.: Über das Tragvermögen wandartiger Stahlbetonträger. Bet. u. Stahlbetonbau, nr 10, 1956.

[27] Słowański L., Orłowska B.: Elastooptyczne badania pracy statycznej ścian wiatrowych. Inż. i Bud., nr 8 i 9, 1965.

[28] Timoshenko S., Goodier I.N.: Teoria sprężystości (tłum. z ang.). Arkady. Warszawa 1962.

[29] Wolf H.: Spannungsoptik. Springer Verlag. Berlin 1961.

Tarcza kwadratowa o grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił $\left(\alpha=\frac{1}{\Delta}\right)$

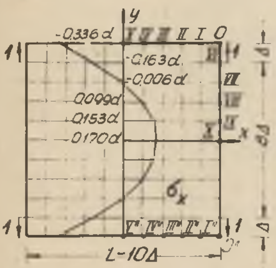


Tablica 1

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 4,96$; $Ev_{VI} = 3,24$; $Ev_{VII} = 2,03$;

$Ev_{VIII} = 1.18$; $Ev_{IX} = 0,55$

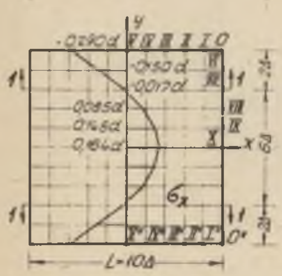


Tablica 2

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 3,24$; $Ev_{VI} = 2,95$; $Ev_{VII} = 2,13$

$Ev_{VIII} = 1,23$; $Ev_{IX} = 0,56$

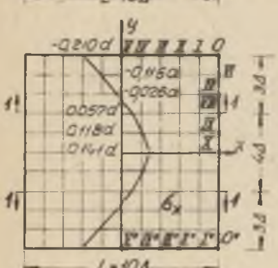


Tablica 3

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 2.03$; $Ev_{VI} = 2,13$; $Ev_{VII} = 2.05$;

$Ev_{VIII} = 1,43$; $Ev_{IX} = 0,64$

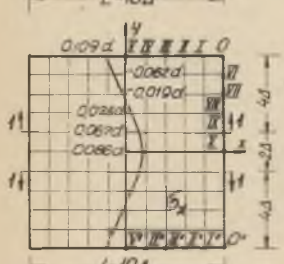


Tablica 4

Przemieszczenia względem punktu X :

$Ev_0 = 1,18$; $Ev_{VI} = 1,23$; $Ev_{VII} = 1,43$;

$Ev_{VIII} = 1,44$; $Ev_{IX} = 0,85$



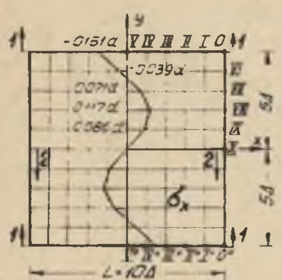
Tablica 5

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 0,55$; $Ev_{VI} = 0,56$; $Ev_{VII} = 0,64$;

$Ev_{VIII} = 0,85$; $Ev_{IX} = 0,80$

Tarcza kwadratowa o grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił $(\alpha = \frac{1}{\Delta})$



Tablica 6

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 5{,}96$; $Ev_{VI} = 4{,}23$; $Ev_{VII} = 2{,}93$,

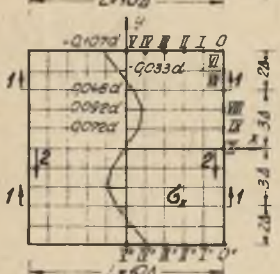
$Ev_{VIII} = 1{,}85$; $Ev_{IX} = 0{,}66$

Tablica 7

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 4{,}23$; $Ev_{VI} = 3{,}92$; $Ev_{VII} = 3{,}02$;

$Ev_{VIII} = 1{,}88$; $Ev_{IX} = 0{,}67$

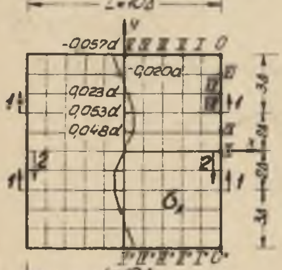


Tablica 8

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 2{,}93$; $Ev_{VI} = 3{,}02$; $Ev_{VII} = 2{,}87$,

$Ev_{VIII} = 2{,}01$; $Ev_{IX} = 0{,}70$

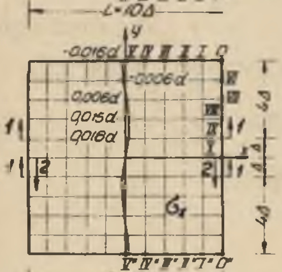


Tablica 9

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 1{,}85$; $Ev_{VI} = 1{,}88$; $Ev_{VII} = 2{,}01$;

$Ev_{VIII} = 1{,}83$; $Ev_{IX} = 0{,}77$



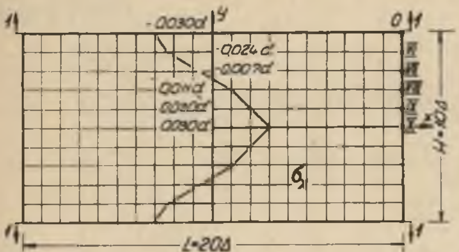
Tablica 10

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 0{,}66$; $Ev_{VI} = 0{,}67$; $Ev_{VII} = 0{,}70$;

$Ev_{VIII} = 0{,}77$; $Ev_{IX} = 0{,}41$

Tarcza prostokątna o $H:L = 0,5$ i grubości $t = 1$ obciążona szczególnymi grupami sił $(\alpha = \frac{f}{\Delta})$

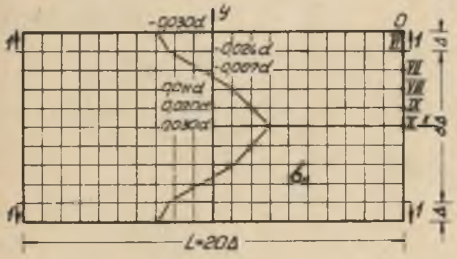


Tablica 11

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 5,13$; $Ev_{VI} = 3,41$; $Ev_{VII} = 2,18$;

$Ev_{VIII} = 1,30$; $Ev_{IX} = 0,61$

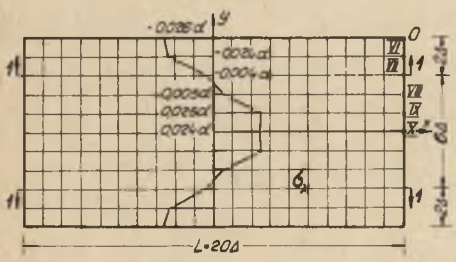


Tablica 12

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 3,41$; $Ev_{VI} = 3,12$; $Ev_{VII} = 2,28$;

$Ev_{VIII} = 1,34$; $Ev_{IX} = 0,63$

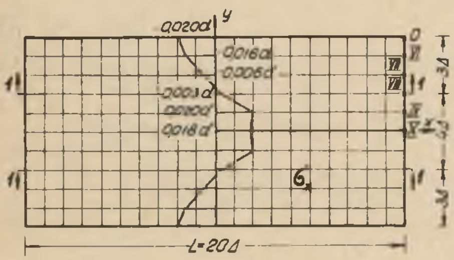


Tablica 13

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 2,18$; $Ev_{VI} = 2,28$; $Ev_{VII} = 2,19$;

$Ev_{VIII} = 1,53$; $Ev_{IX} = 0,70$

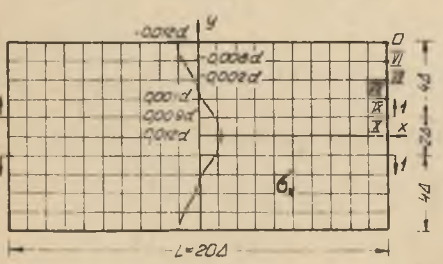


Tablica 14

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 1,30$; $Ev_{VI} = 1,34$; $Ev_{VII} = 1,53$;

$Ev_{VIII} = 1,53$; $Ev_{IX} = 0,90$



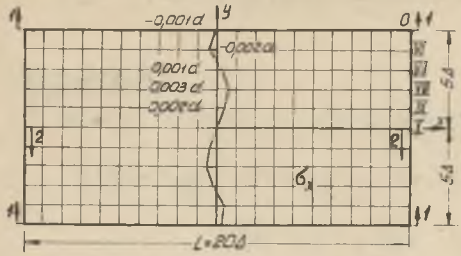
Tablica 15

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0 = 0,61$; $Ev_{VI} = 0,63$; $Ev_{VII} = 0,70$;

$Ev_{VIII} = 0,90$; $Ev_{IX} = 0,83$

Tarcza prostokątna o $H:L=0,5$ i grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił $(\alpha=\frac{1}{\Delta})$

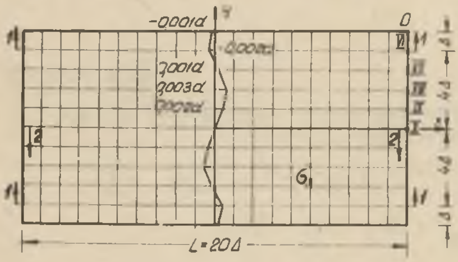


Tablica 16

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0=5,98$; $Ev_{VI}=4,24$; $Ev_{VII}=2,95$;

$Ev_{VIII}=1,86$; $Ev_{IX}=0,66$

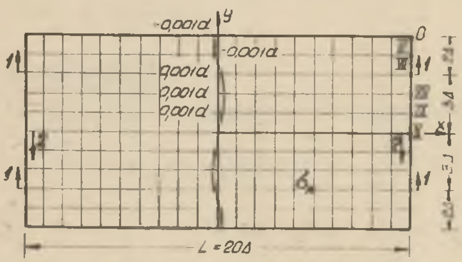


Tablica 17

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0=4,24$; $Ev_{VI}=3,94$; $Ev_{VII}=3,03$;

$Ev_{VIII}=1,89$; $Ev_{IX}=0,67$

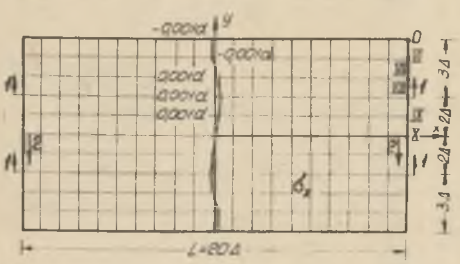


Tablica 18

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0=2,95$; $Ev_{VI}=3,03$; $Ev_{VII}=2,88$;

$Ev_{VIII}=2,02$; $Ev_{IX}=0,70$

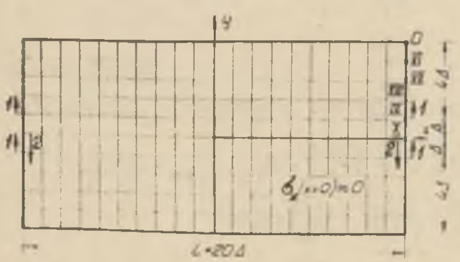


Tablica 19

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0=1,86$; $Ev_{VI}=1,89$; $Ev_{VII}=2,02$;

$Ev_{VIII}=1,83$; $Ev_{IX}=0,77$



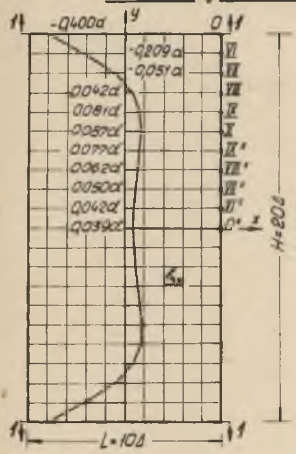
Tablica 20

Przemieszczenia względem punktu X:

$Ev_0=0,66$; $Ev_{VI}=0,67$; $Ev_{VII}=0,70$;

$Ev_{VIII}=0,77$; $Ev_{IX}=0,41$

Tarcza prostokątna o $H:L=2$ i grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił ($\alpha=\frac{1}{\Delta}$)



Tablica 21

Przemieszczenia względem punktu O":

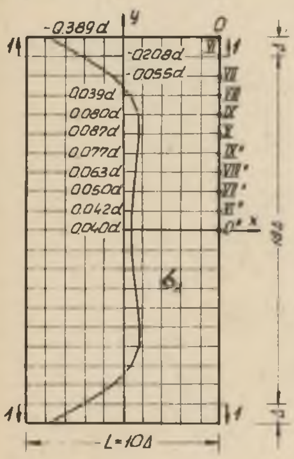
$Ev_0 = 6{,}00$; $Ev_{VI} = 4{,}28$;

$Ev_{VII} = 3{,}08$; $Ev_{VIII} = 2{,}26$;

$Ev_{IX} = 1{,}68$; $Ev_{X} = 1{,}25$;

$Ev_{IX''} = 0{,}93$; $Ev_{VIII''} = 0{,}66$;

$Ev_{VII''} = 0{,}42$; $Ev_{VI''} = 0{,}21$



Tablica 22

Przemieszczenia względem punktu O":

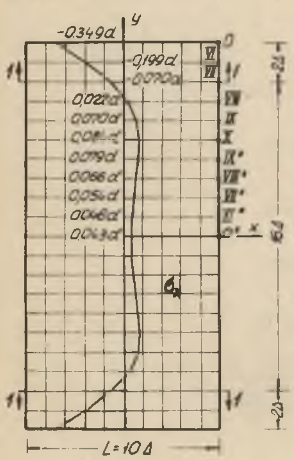
$Ev_0 = 4{,}28$; $Ev_{VI} = 3{,}99$;

$Ev_{VII} = 3{,}18$; $Ev_{VIII} = 2{,}30$;

$Ev_{IX} = 1{,}70$; $Ev_{X} = 1{,}26$;

$Ev_{IX''} = 0{,}93$; $Ev_{VIII''} = 0{,}66$;

$Ev_{VII''} = 0{,}42$; $Ev_{VI''} = 0{,}21$



Tablica 23

Przemieszczenia względem punktu O":

$Ev_0 = 3{,}08$; $Ev_{VI} = 3{,}18$;

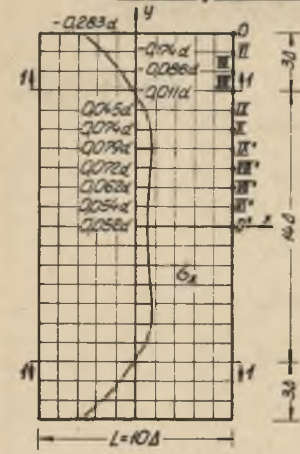
$Ev_{VII} = 3{,}11$; $Ev_{VIII} = 2{,}51$;

$Ev_{IX} = 1{,}80$; $Ev_{X} = 1{,}31$;

$Ev_{IX''} = 0{,}95$; $Ev_{VIII''} = 0{,}67$;

$Ev_{VII''} = 0{,}43$; $Ev_{VI''} = 0{,}21$

Tarcza prostokątna o $H:L=2$ i grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił $(\alpha=\frac{f}{\Delta})$



Tablica 24

Przemieszczenia względem punktu O":

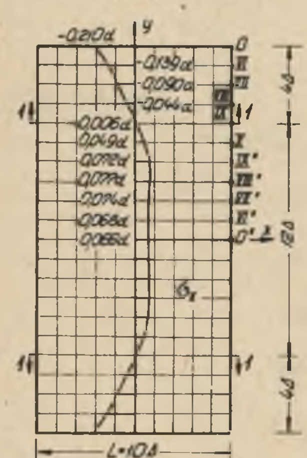
$Ev_0 = 2{,}26$; $Ev_{VI} = 2{,}30$;

$Ev_{VII} = 2{,}51$; $Ev_{VIII} = 2{,}58$;

$Ev_{IX} = 2{,}08$; $Ev_X = 1{,}45$;

$Ev_{IX'} = 1{,}02$; $Ev_{VIII'} = 0{,}71$

$Ev_{VII'} = 0{,}45$; $Ev_{VI'} = 0{,}22$



Tablica 25

Przemieszczenia względem punktu O":

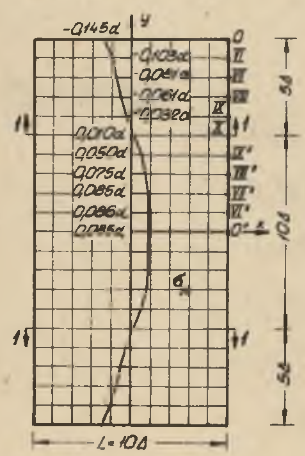
$Ev_0 = 1{,}68$; $Ev_{VI} = 1{,}70$;

$Ev_{VII} = 1{,}80$; $Ev_{VIII} = 2{,}08$;

$Ev_{IX} = 2{,}21$; $Ev_X = 1{,}77$;

$Ev_{IX'} = 1{,}19$; $Ev_{VIII'} = 0{,}79$;

$Ev_{VII'} = 0{,}48$; $Ev_{VI'} = 0{,}23$



Tablica 26

Przemieszczenia względem punktu O":

$Ev_0 = 1{,}25$; $Ev_{VI} = 1{,}26$;

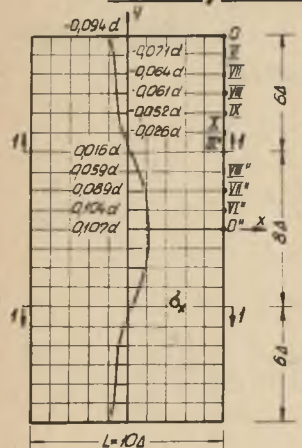
$Ev_{VII} = 1{,}31$; $Ev_{VIII} = 1{,}45$;

$Ev_{IX} = 1{,}77$; $Ev_X = 1{,}94$;

$Ev_{IX'} = 1{,}54$; $Ev_{VIII'} = 0{,}96$;

$Ev_{VII'} = 0{,}57$; $Ev_{VI'} = 0{,}27$

Tarcza prostokątna o H:L=2 i grubości t=1 obciążona szczególnymi grupami sił $(d=\frac{1}{\Delta})$



Tablica 27

Przemieszczenia względem punktu O":

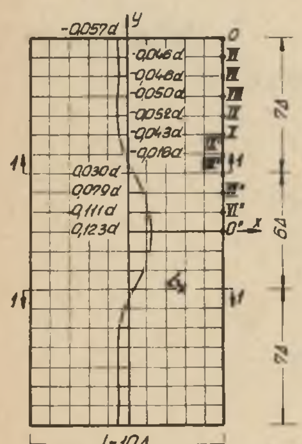
$Ev_{0}=0{,}93$; $Ev_{VI}=0{,}93$;

$Ev_{VII}=0{,}95$; $Ev_{VIII}=1{,}02$;

$Ev_{IX}=1{,}19$; $Ev_{X}=1{,}54$;

$Ev_{IX''}=1{,}72$; $Ev_{VIII''}=1{,}33$;

$Ev_{VII''}=0{,}75$; $Ev_{VI''}=0{,}34$



Tablica 28

Przemieszczenia względem punktu O":

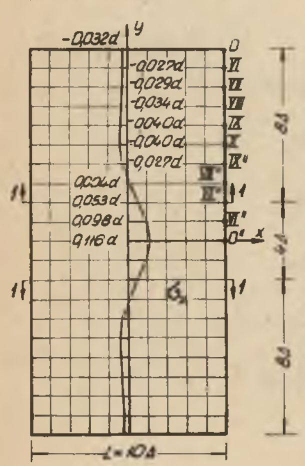
$Ev_{0}=0{,}66$; $Ev_{VI}=0{,}66$;

$Ev_{VII}=0{,}67$; $Ev_{VIII}=0{,}71$;

$Ev_{IX}=0{,}79$; $Ev_{X}=0{,}96$;

$Ev_{IX''}=1{,}33$; $Ev_{VIII''}=1{,}51$;

$Ev_{VII''}=1{,}10$; $Ev_{VI''}=0{,}48$



Tablica 29

Przemieszczenia względem punktu O":

$Ev_{0}=0{,}42$; $Ev_{VI}=0{,}42$;

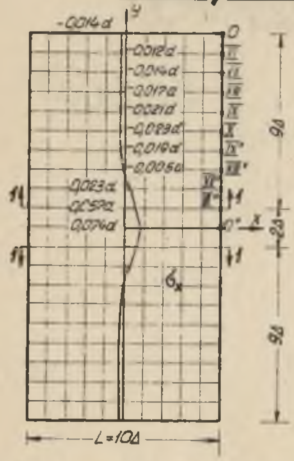
$Ev_{VII}=0{,}43$; $Ev_{VIII}=0{,}45$;

$Ev_{IX}=0{,}48$; $Ev_{X}=0{,}57$;

$Ev_{IX''}=0{,}75$; $Ev_{VIII''}=1{,}10$;

$Ev_{VII''}=1{,}24$; $Ev_{VI''}=0{,}76$

Tarcza prostokątna o $H:L=2$ i grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił $(d=\frac{1}{\Delta})$



Tablica 30

Przemieszczenia względem punktu O":

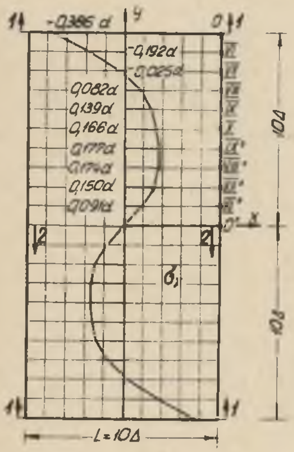
$Ev_{0} = 0{,}21$; $Ev_{VI} = 0{,}21$;

$Ev_{VII} = 0{,}21$; $Ev_{VIII} = 0{,}22$;

$Ev_{IX} = 0{,}23$; $Ev_{X} = 0{,}27$;

$Ev_{IX'} = 0{,}34$; $Ev_{VIII'} = 0{,}48$;

$Ev_{VII'} = 0{,}76$; $Ev_{VI'} = 0{,}76$



Tablica 31

Przemieszczenia względem punktu O":

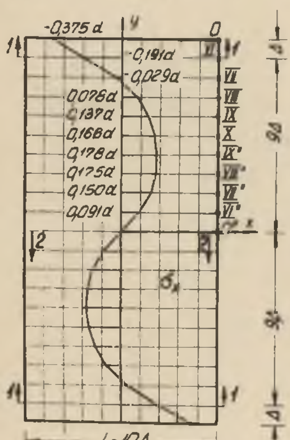
$Ev_{0} = 7{,}86$; $Ev_{VI} = 6{,}14$;

$Ev_{VII} = 4{,}94$; $Ev_{VIII} = 4{,}11$;

$Ev_{IX} = 3{,}52$; $Ev_{X} = 3{,}05$;

$Ev_{IX'} = 2{,}62$; $Ev_{VIII'} = 2{,}16$;

$Ev_{VII'} = 1{,}54$; $Ev_{VI'} = 0{,}59$



Tablica 32

Przemieszczenia względem punktu O":

$Ev_{0} = 6{,}14$; $Ev_{VI} = 5{,}85$;

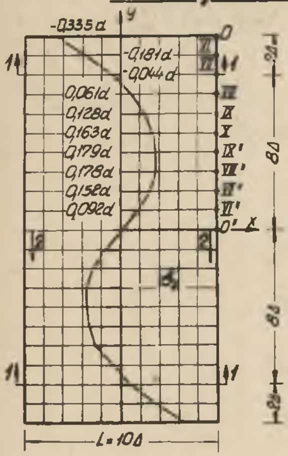
$Ev_{VII} = 5{,}04$; $Ev_{VIII} = 4{,}16$;

$Ev_{IX} = 3{,}54$; $Ev_{X} = 3{,}06$;

$Ev_{IX'} = 2{,}63$; $Ev_{VIII'} = 2{,}16$;

$Ev_{VII'} = 1{,}54$; $Ev_{VI'} = 0{,}59$

Tarcza prostokątna o $H:L=2$ i grubości $t=1$ obciążona szczególną grupą sił ($\alpha=\frac{1}{\Delta}$)



Tablica 33

Przemieszczenia względem punktu 0":

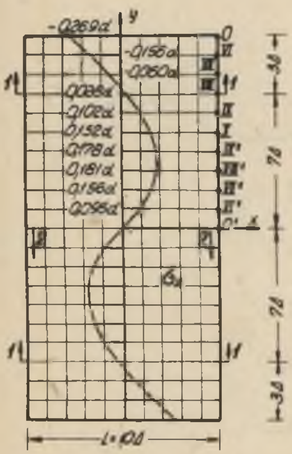
$Ev_0 = 4,94$; $Ev_{VI} = 5,04$;

$Ev_{VII} = 4,97$; $Ev_{VIII} = 4,37$;

$Ev_{IX} = 3,64$; $Ev_X = 3,11$;

$Ev_{IX'} = 2,65$; $Ev_{VIII'} = 2,17$;

$Ev_{VII'} = 1,55$; $Ev_{VI'} = 0,59$



Tablica 34

Przemieszczenia względem punktu 0":

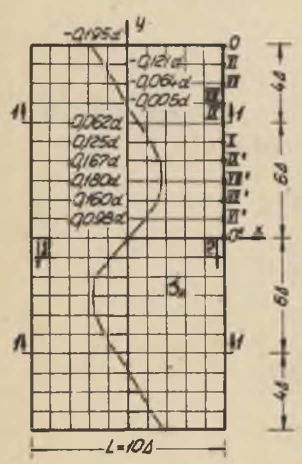
$Ev_0 = 4,11$; $Ev_{VI} = 4,16$;

$Ev_{VII} = 4,37$; $Ev_{VIII} = 4,43$;

$Ev_{IX} = 3,92$; $Ev_X = 3,24$;

$Ev_{IX'} = 2,71$; $Ev_{VIII'} = 2,20$;

$Ev_{VII'} = 1,56$; $Ev_{VI'} = 0,59$



Tablica 35

Przemieszczenia względem punktu 0":

$Ev_0 = 3,52$; $Ev_{VI} = 3,54$;

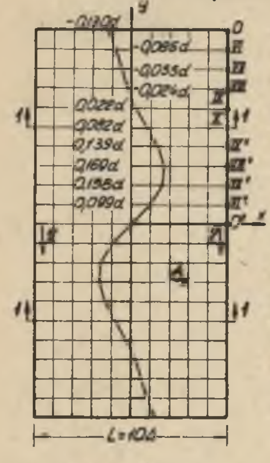
$Ev_{VII} = 3,64$; $Ev_{VIII} = 3,92$;

$Ev_{IX} = 4,04$; $Ev_X = 3,55$;

$Ev_{IX'} = 2,86$; $Ev_{VIII'} = 2,26$;

$Ev_{VII'} = 1,58$; $Ev_{VI'} = 0,60$

Tarcza prostokątna o $H:L=2$ i grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił $(\alpha=\frac{1}{\delta})$



Tablica 36

Przemieszczenia względem punktu O":

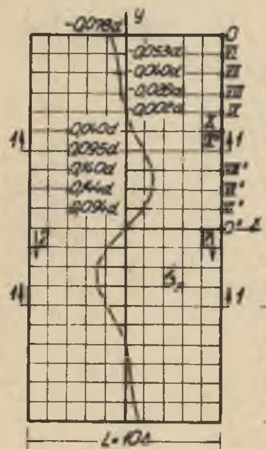
$Ev_{0}=3{,}05$; $Ev_{V}=3{,}06$;

$Ev_{VI}=3{,}11$; $Ev_{VIII}=3{,}24$;

$Ev_{IX}=3{,}55$; $Ev_{X}=3{,}68$;

$Ev_{IX}=3{,}17$; $Ev_{VIII'}=2{,}40$;

$Ev_{VII'}=1{,}63$; $Ev_{VI'}=0{,}61$



Tablica 37

Przemieszczenia względem punktu O":

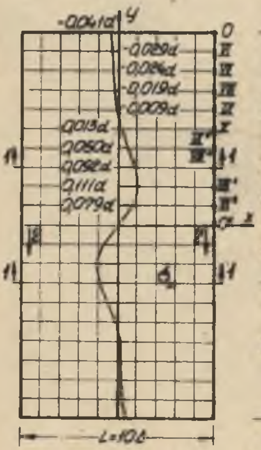
$Ev_{0}=2{,}62$; $Ev_{V}=2{,}63$;

$Ev_{VI}=2{,}65$; $Ev_{VIII}=2{,}71$;

$Ev_{IX}=2{,}86$; $Ev_{X}=3{,}17$;

$Ev_{IX'}=3{,}26$; $Ev_{VIII'}=2{,}67$;

$Ev_{VII'}=1{,}73$; $Ev_{VI'}=0{,}63$;



Tablica 38

Przemieszczenia względem punktu O":

$Ev_{0}=2{,}16$; $Ev_{V}=2{,}16$;

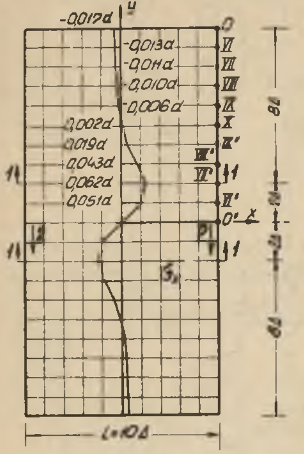
$Ev_{VI}=2{,}17$; $Ev_{VIII}=2{,}20$;

$Ev_{IX}=2{,}26$; $Ev_{X}=2{,}40$;

$Ev_{IX'}=2{,}67$; $Ev_{VIII'}=2{,}68$;

$Ev_{VII'}=1{,}93$; $Ev_{VI'}=0{,}68$

Tarcza prostokątna o $H:L=2$ i grubości $t=1$ obciążona szczególnymi grupami sił $(d=\frac{f}{\Delta})$



Tablica 39

Przemieszczenia względem punktu 0'':

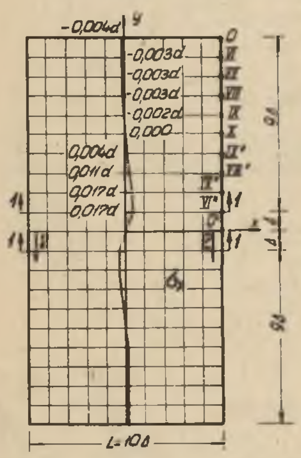
$Ev_{0} = 1,54$; $Ev_{VI} = 1,54$;

$Ev_{VII} = 1,55$; $Ev_{VIII} = 1,56$;

$Ev_{IX} = 1,58$; $Ev_{X} = 1,63$;

$Ev_{IX'} = 1,73$; $Ev_{VIII'} = 1,93$;

$Ev_{VII'} = 1,79$; $Ev_{VI''} = 0,76$



Tablica 40

Przemieszczenia względem punktu 0'':

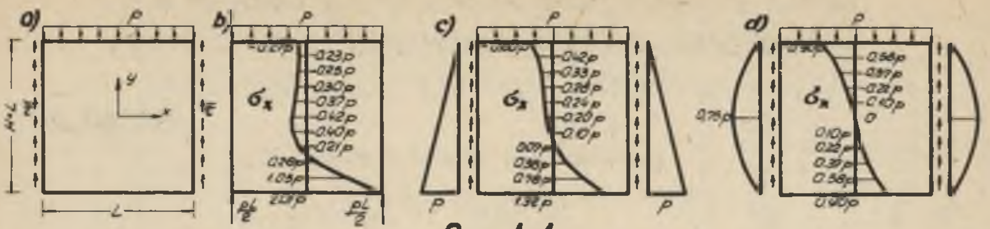
$Ev_{0} = 0,59$; $Ev_{VI} = 0,59$;

$Ev_{VII} = 0,59$; $Ev_{VIII} = 0,59$;

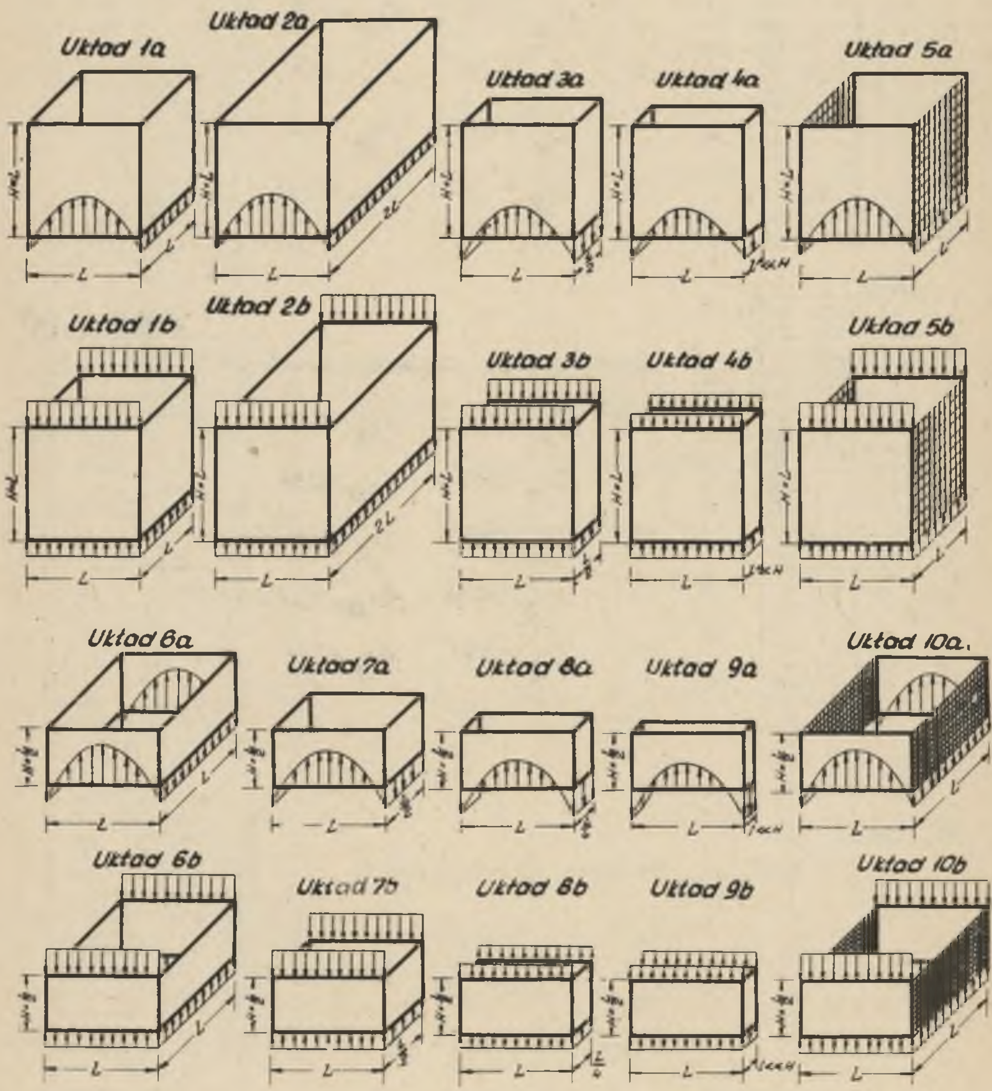
$Ev_{IX} = 0,60$; $Ev_{X} = 0,61$;

$Ev_{IX'} = 0,63$; $Ev_{VIII'} = 0,68$;

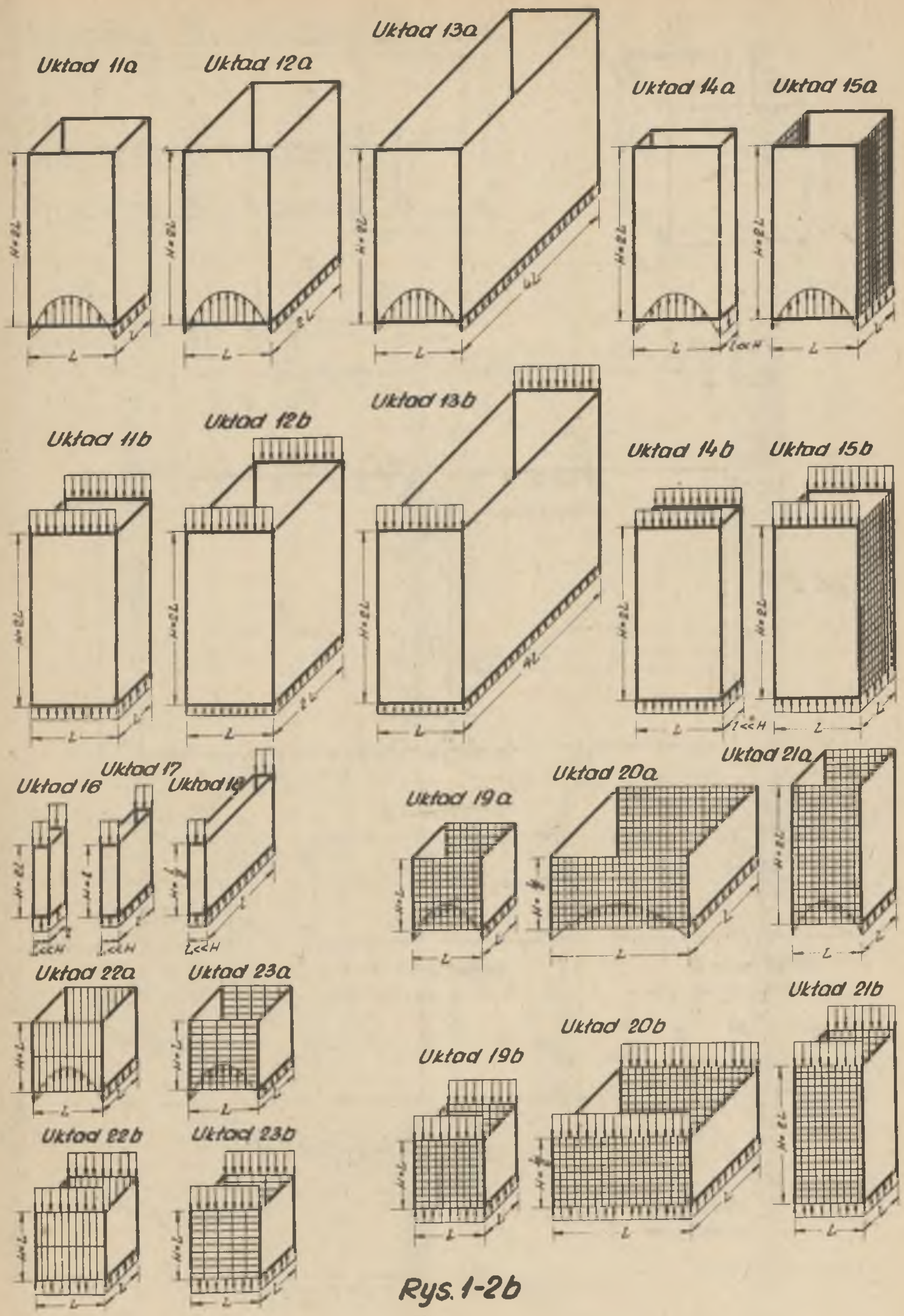
$Ev_{VII'} = 0,76$; $Ev_{VI''} = 0,41$



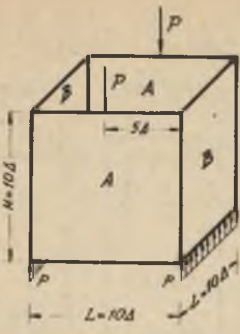
Rys. 1-1



Rys. 1-2a

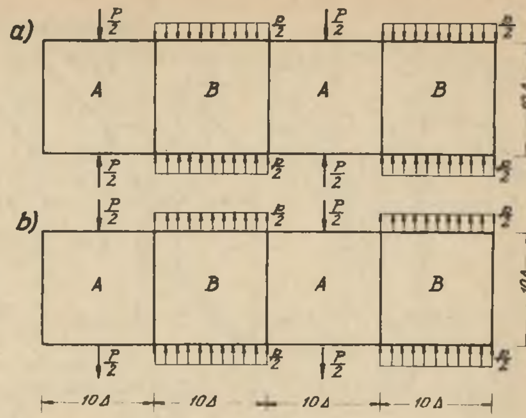

Układ 11a
Układ 12a
Układ 13a
Układ 14a
Układ 15a
Układ 11b
Układ 12b
Układ 13b
Układ 14b
Układ 15b
Układ 16
Układ 17
Układ 19a
Układ 20a
Układ 21a
Układ 22a
Układ 23a
Układ 22b
Układ 23b
Układ 19b
Układ 20b
Układ 21b
H=2L
L
2L
4L

Rys. 1-2b



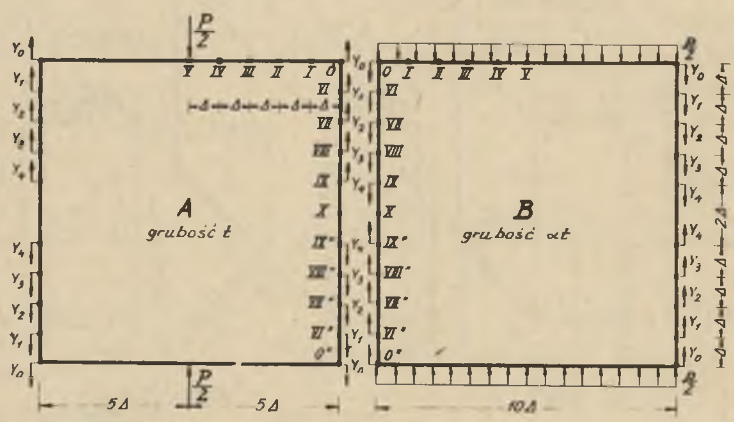
$p = \frac{P}{L} = 0{,}1\,\frac{P}{\Delta}$

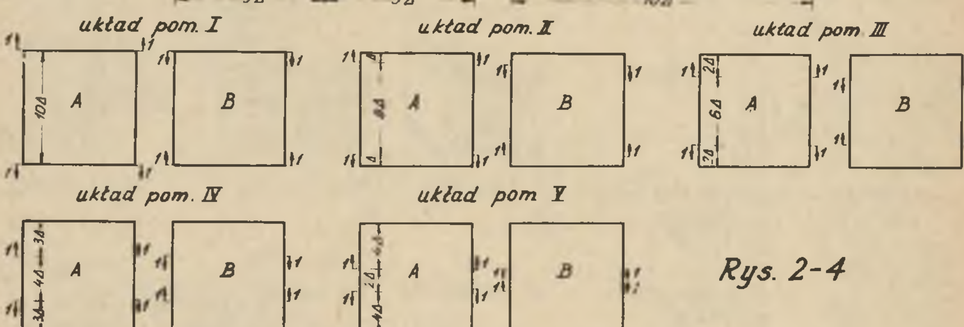
Rys. 2-1



Rys. 2-2

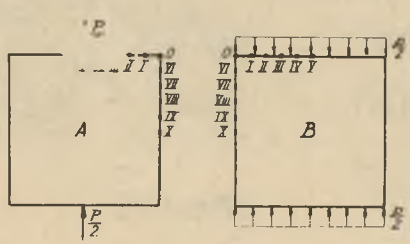
Rys. 2-3



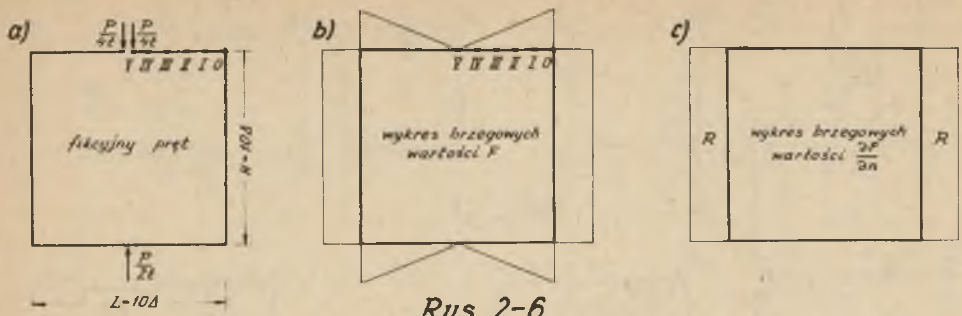


Rys. 2-4

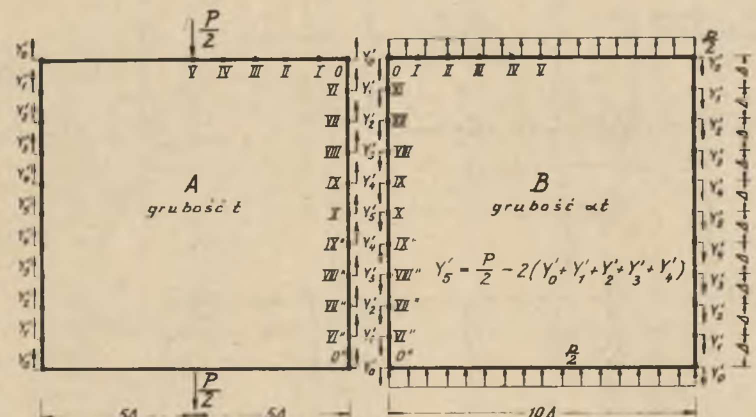
dodatkowy układ pom



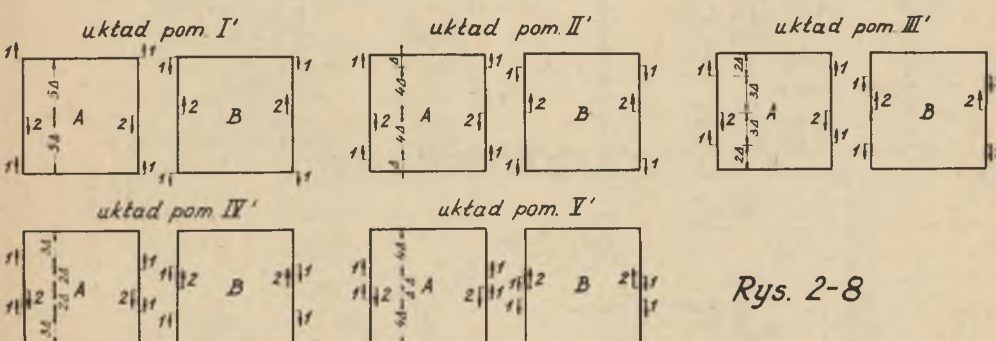
Rys. 2-5



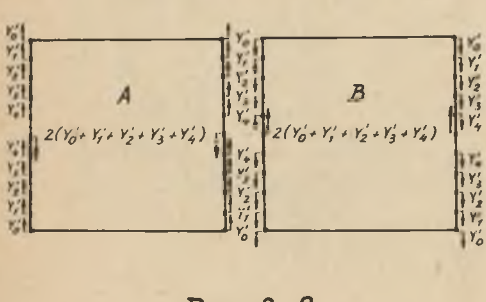
Rys. 2-6



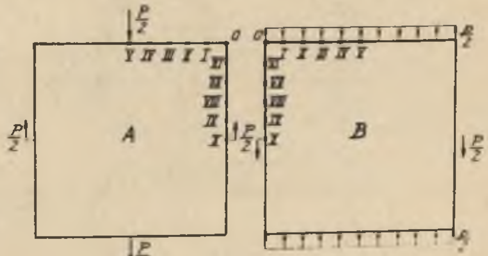
Rys. 2-7



Rys. 2-8

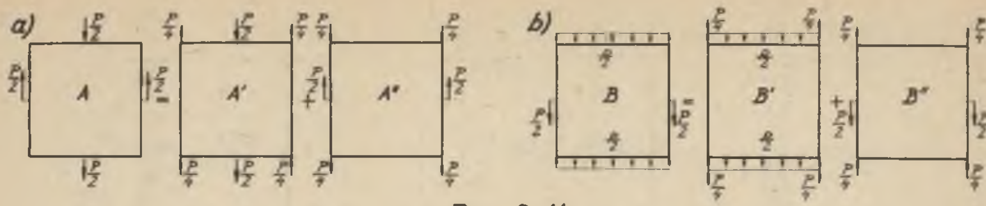


Rys. 2-9

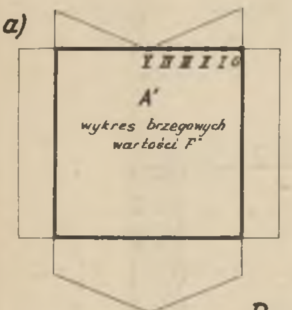


dodatkowy układ pom.

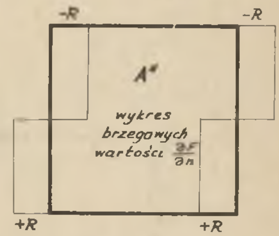
Rys. 2-10



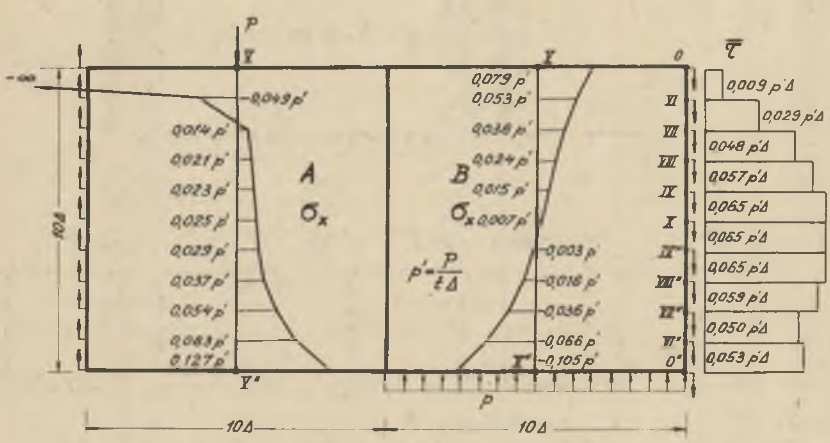
Rys. 2-11



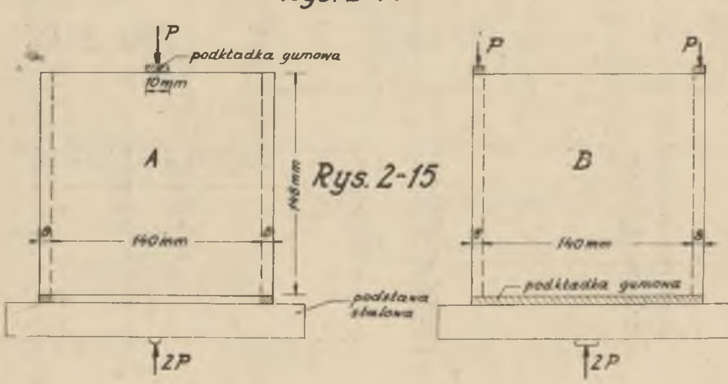
Rys. 2-12



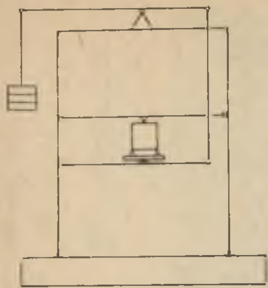
Rys. 2-13



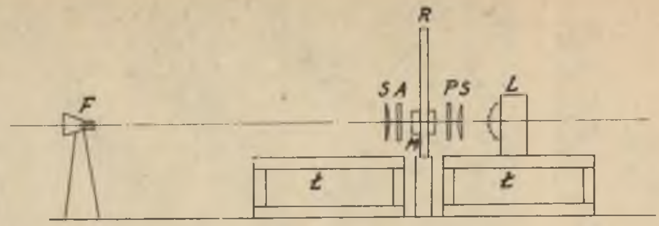
Rys. 2-14



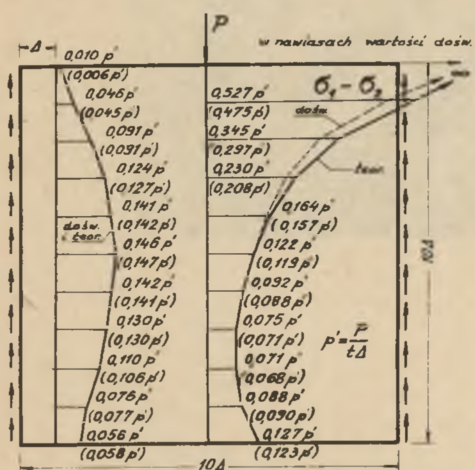
Rys. 2-15



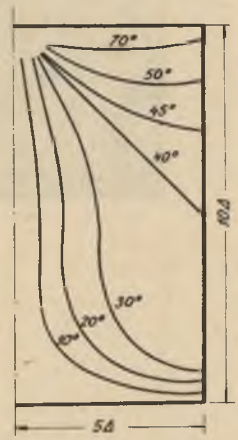
Rys. 2-16



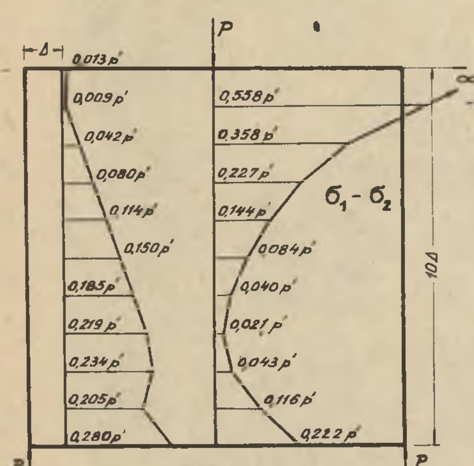
Rys. 2-17



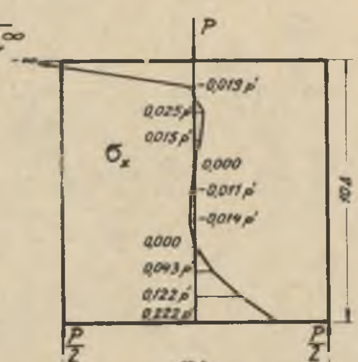
Rys. 2-18



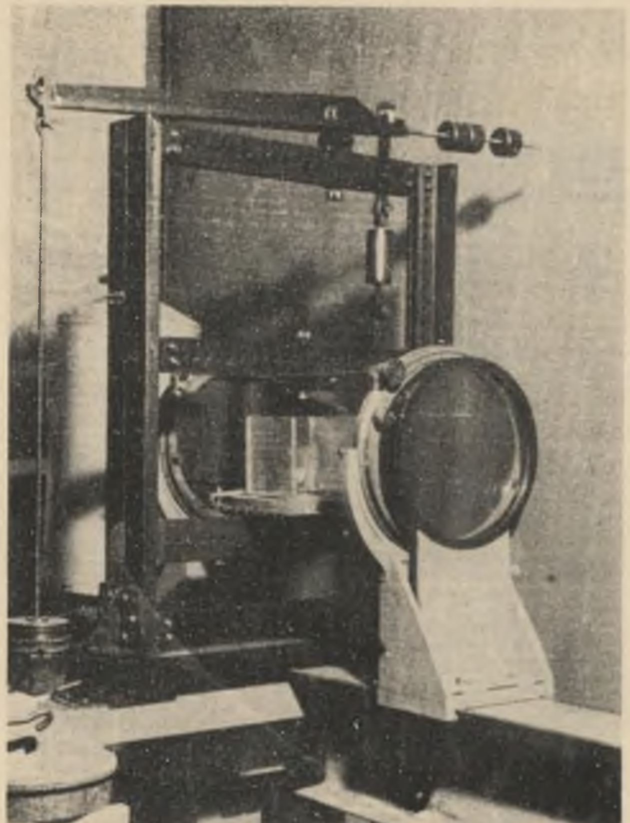
Rys. 2-19



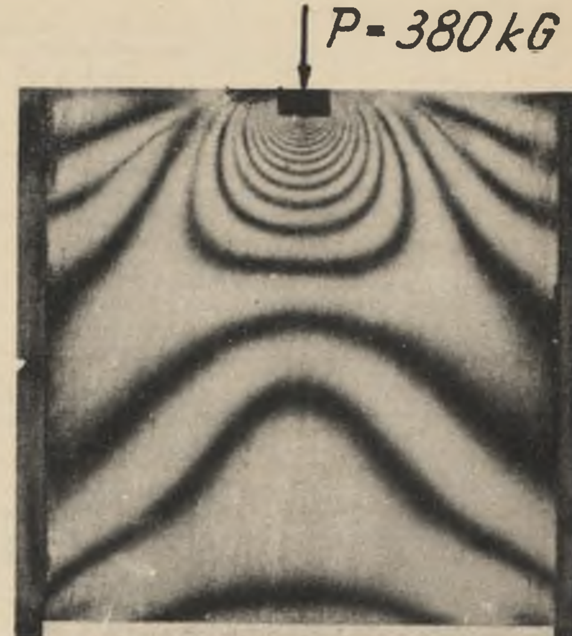
Rys. 2-20



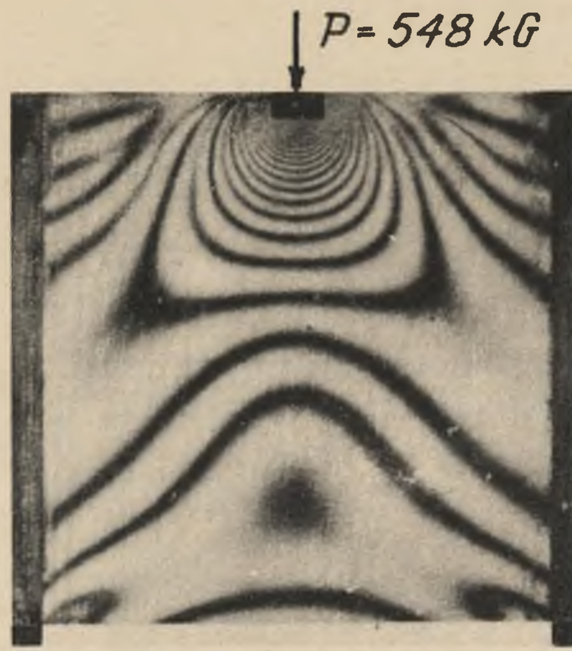
Rys. 2-21



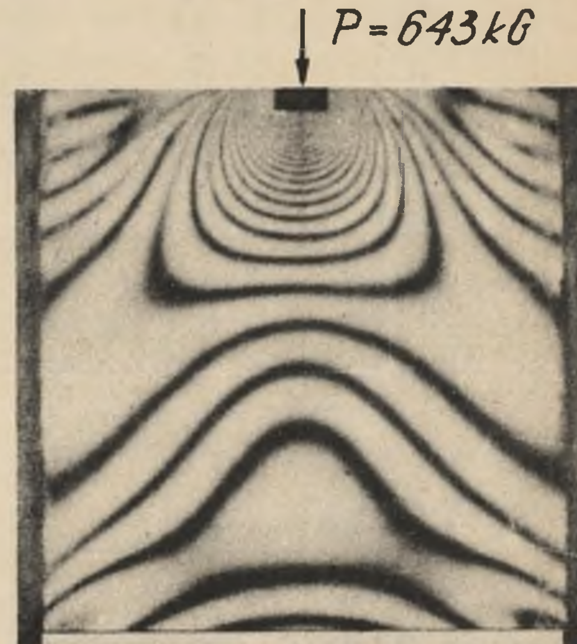
Rys. 2-22



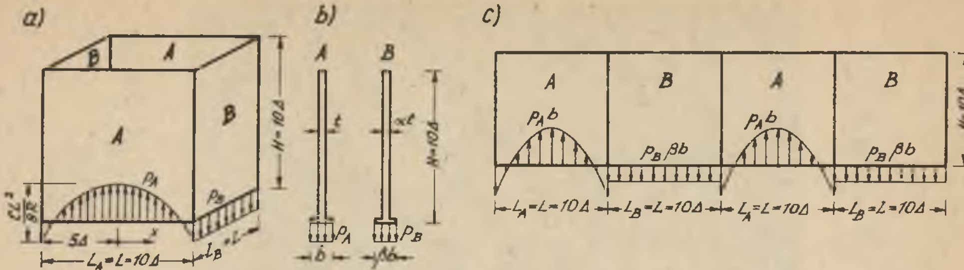
Rys. 2-23



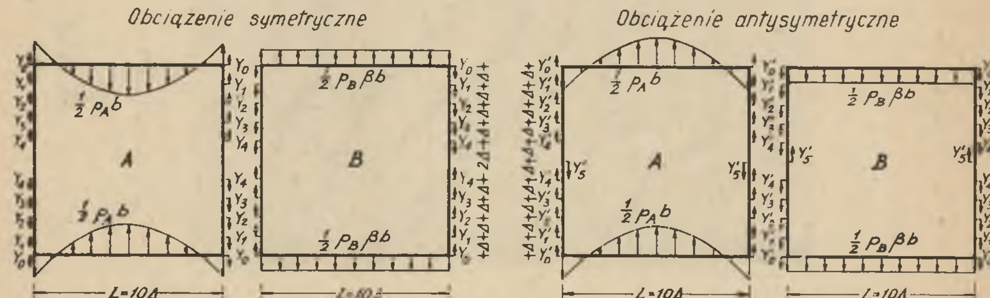
Rys. 2-24



Rys. 2-25

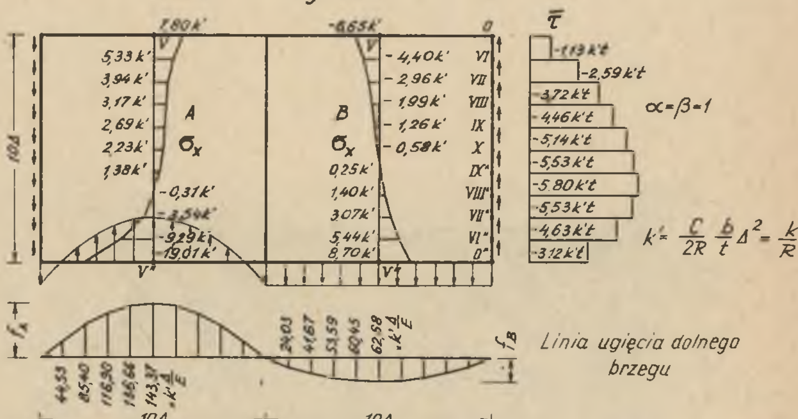


Rys. 3-1

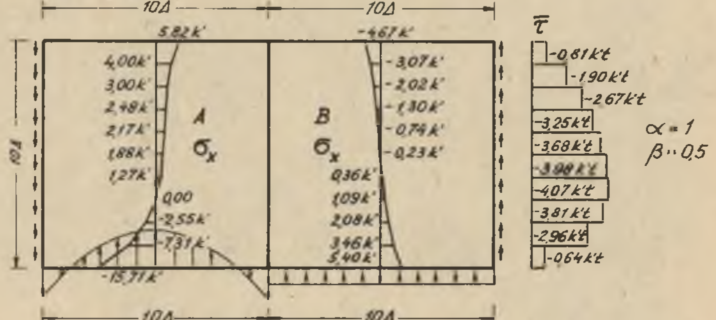


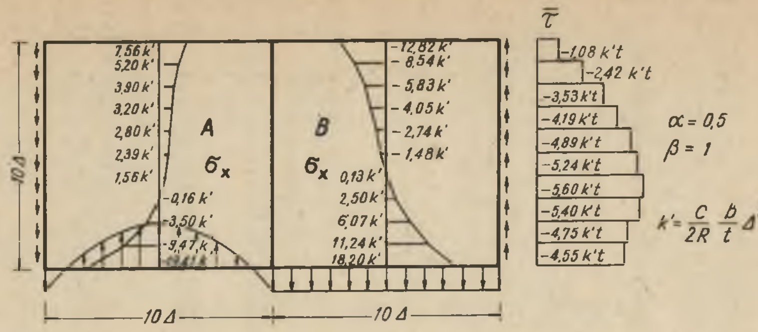
Rys. 3-2

Rys. 3-3

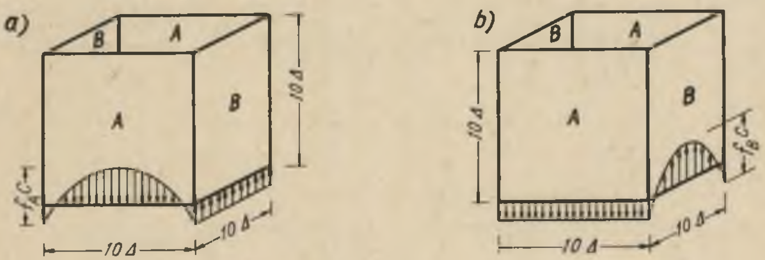


Rys. 3-4

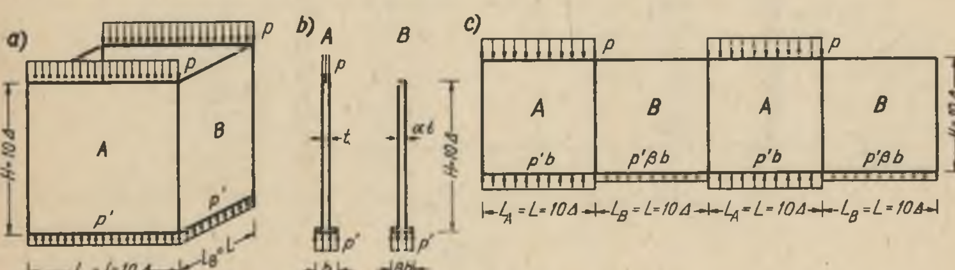




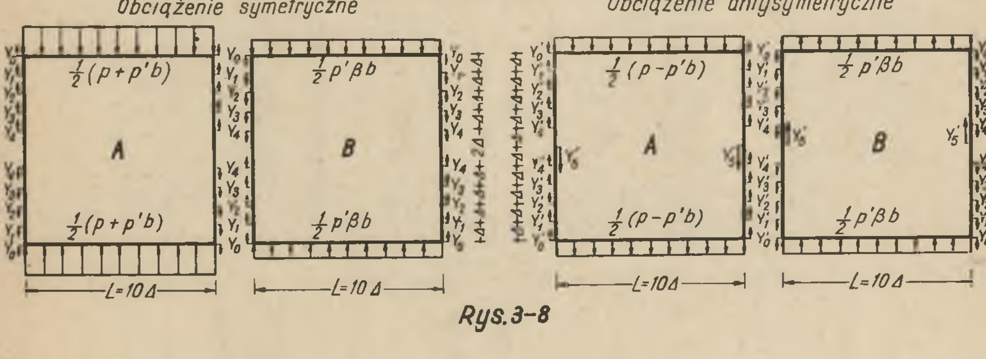
Rys. 3-5



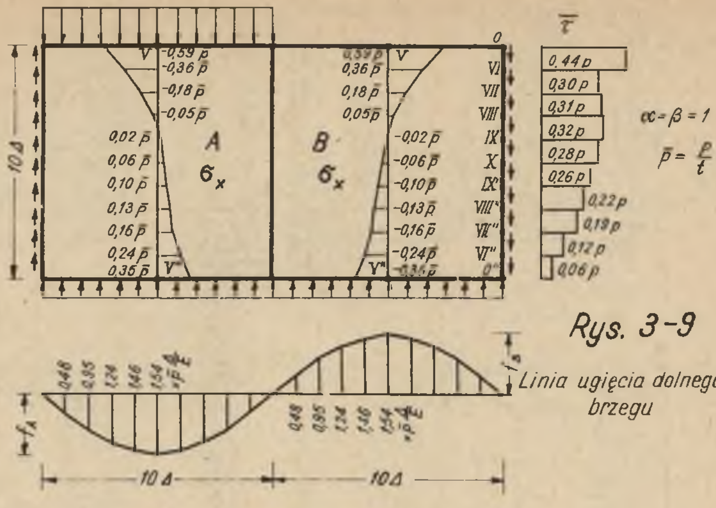
Rys. 3-6



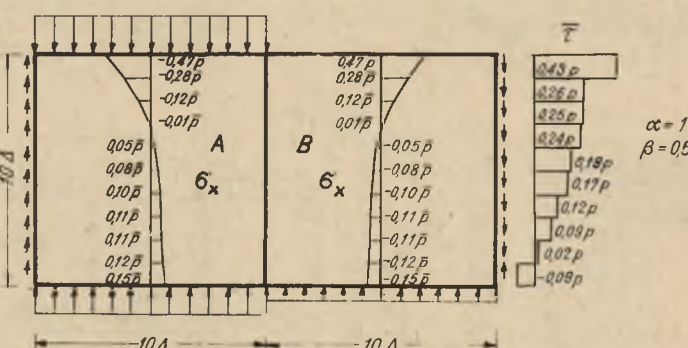
Rys. 3-7



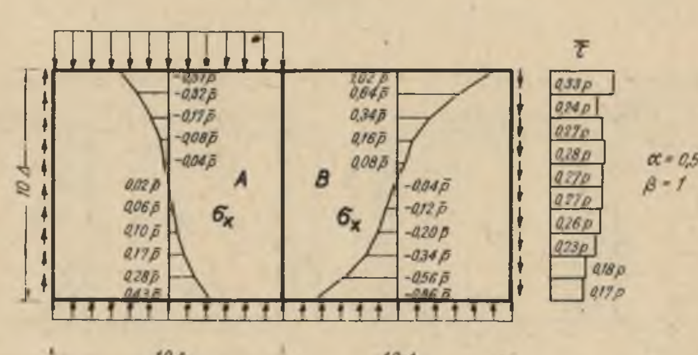
Rys. 3-8



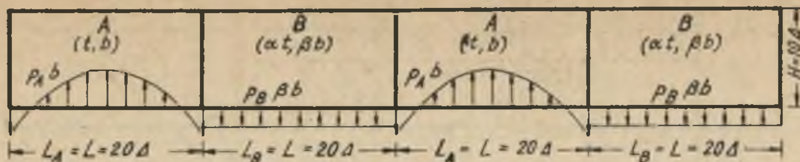
Rys. 3-9



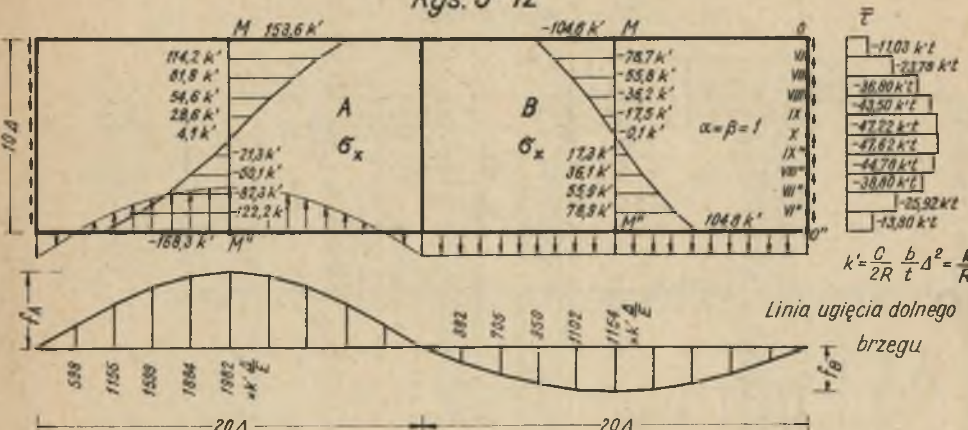
Rys. 3-10



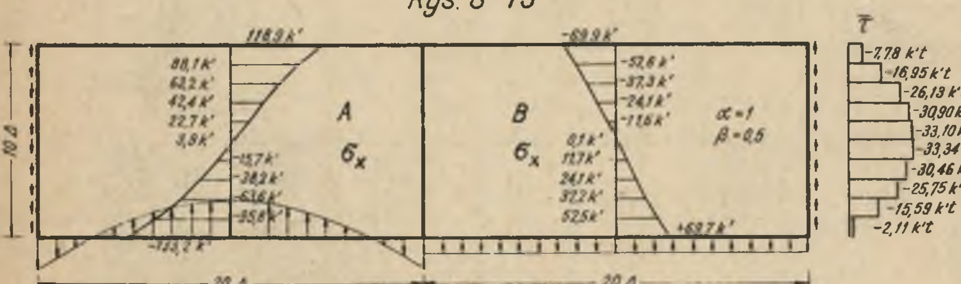
Rys. 3-11



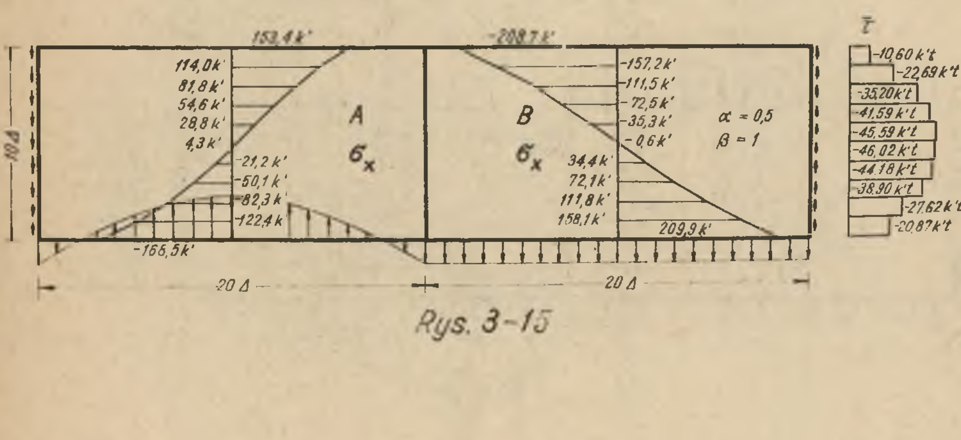
Rys. 3-12



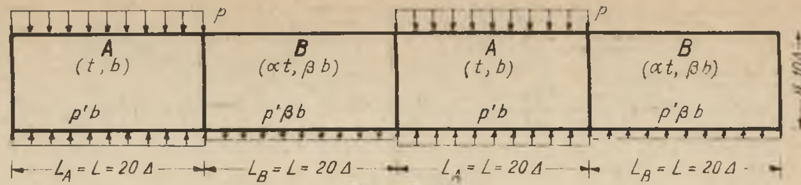
Rys. 3-13



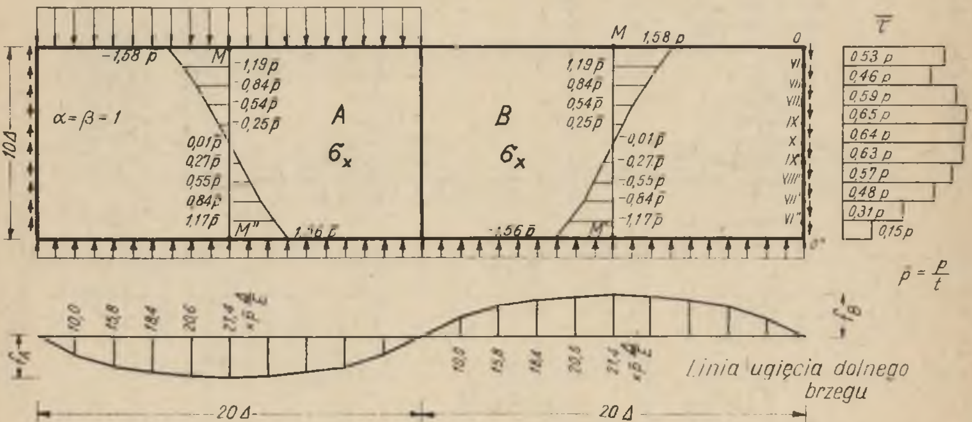
Rys. 3-14



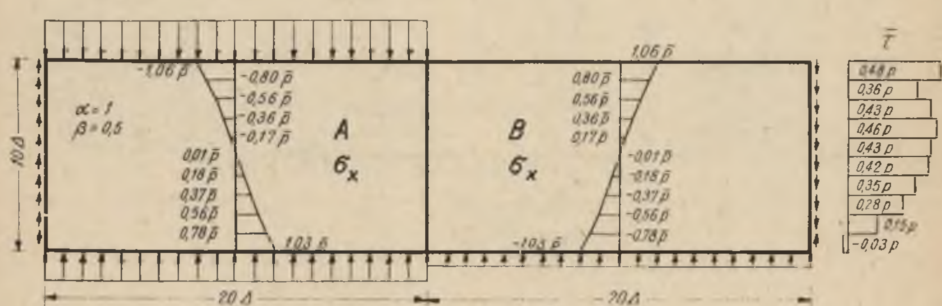
Rys. 3-15



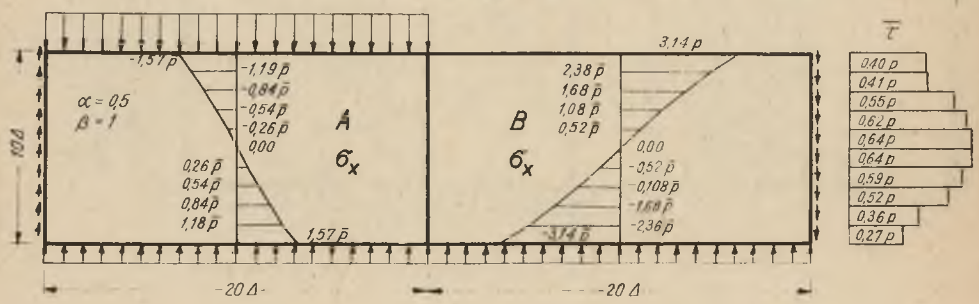
Rys. 3-16



Rys. 3-17

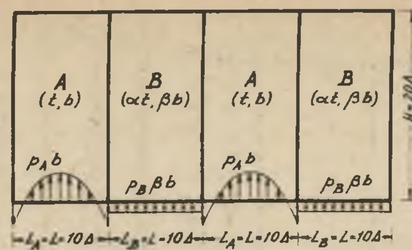


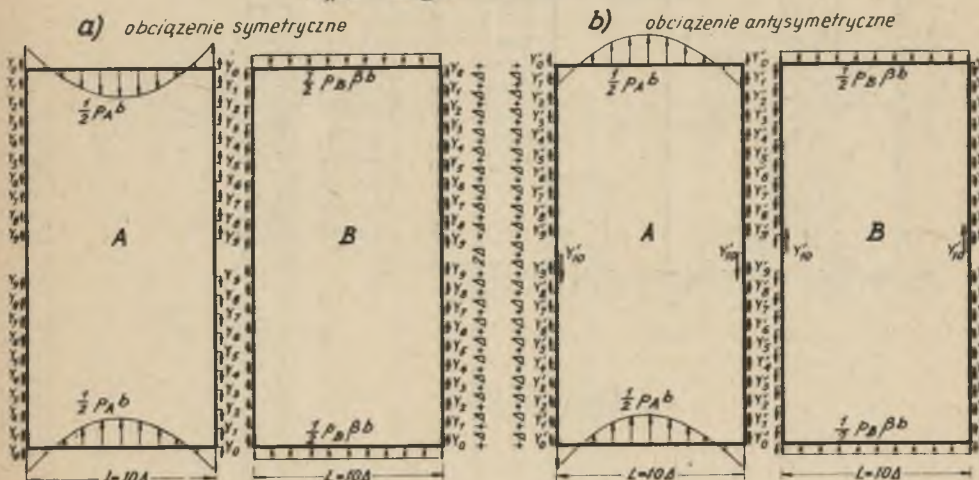
Rys. 3-18



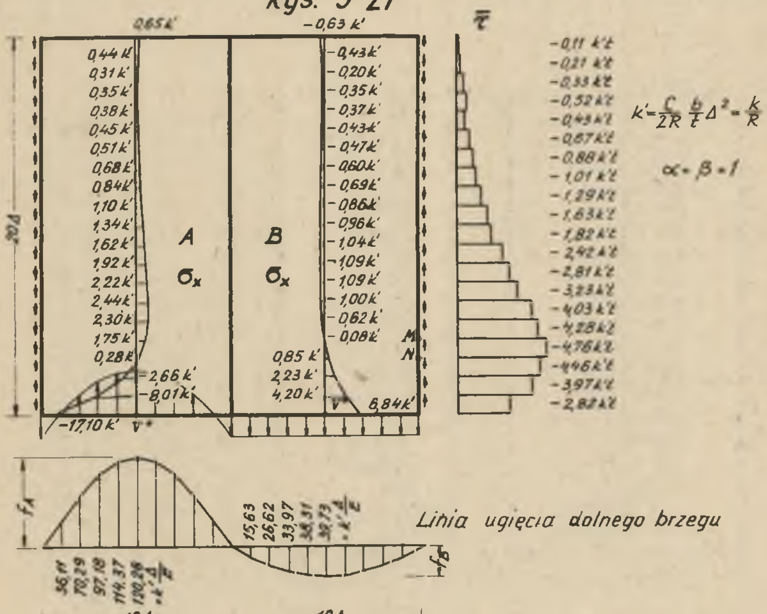
Rys. 3-19

Rys. 3-20

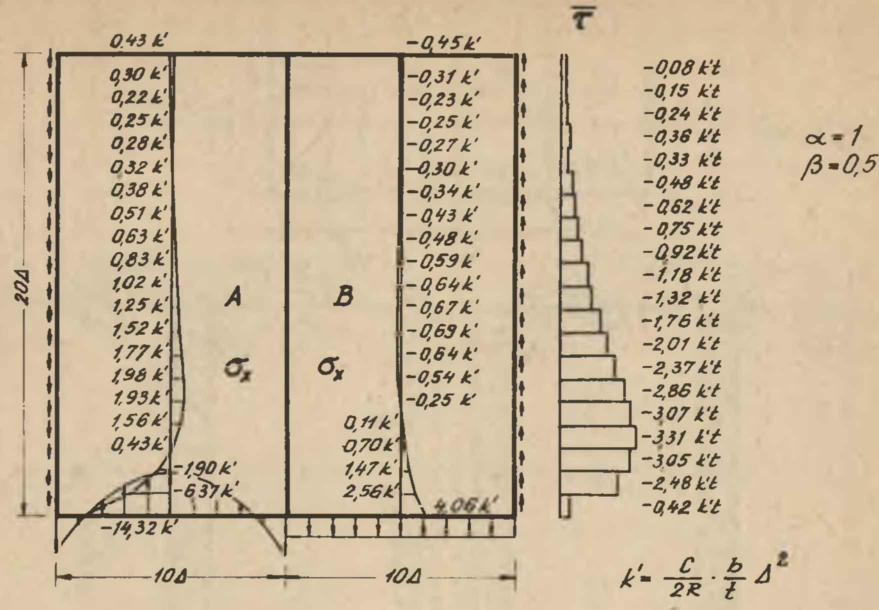




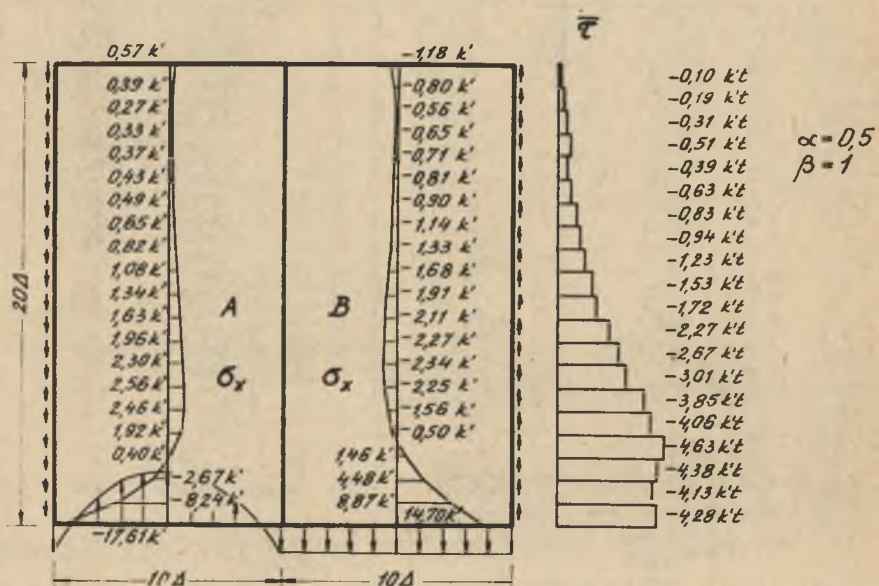
Rys. 3-21



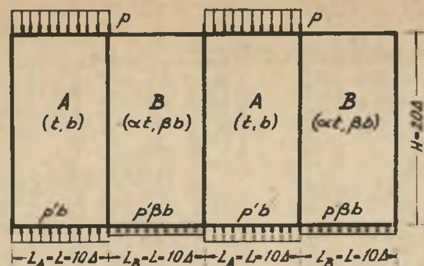
Rys. 3-22



Rys. 3-23



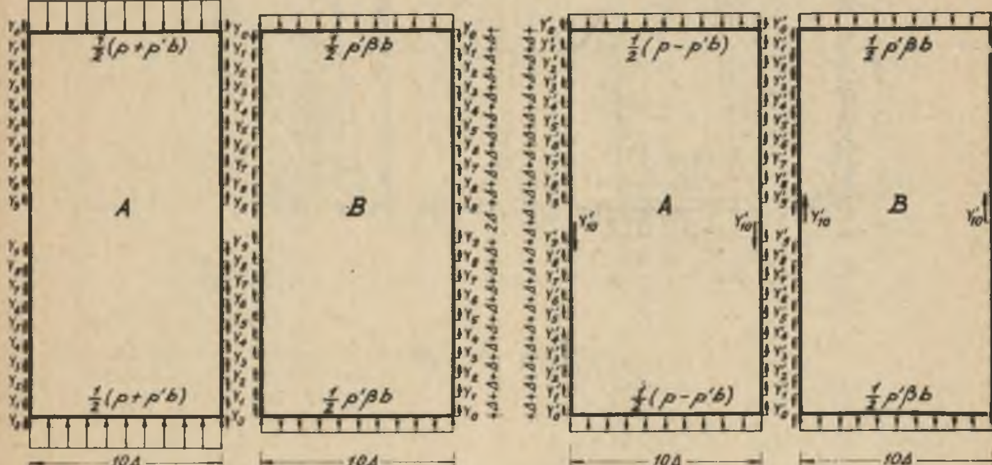
Rys. 3-24



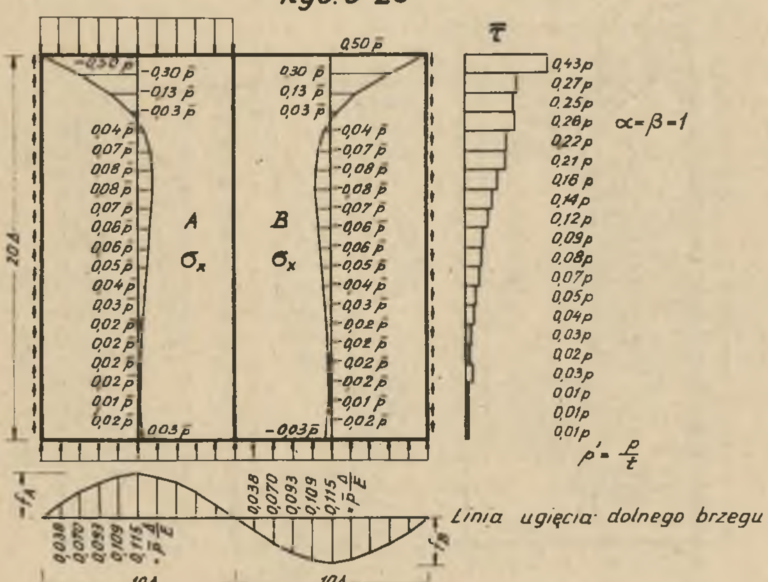
Rys. 3-25

a) obciążenie symetryczne

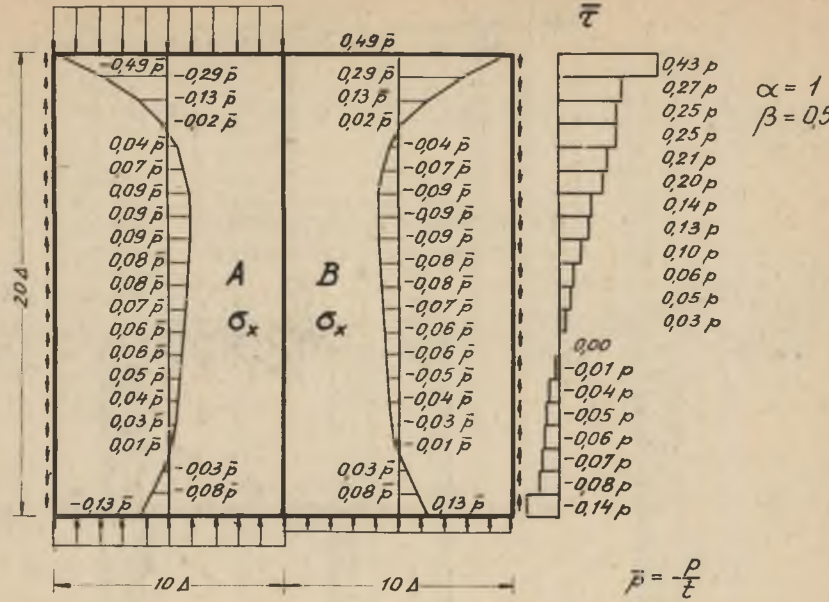
b) obciążenie antysymetryczne



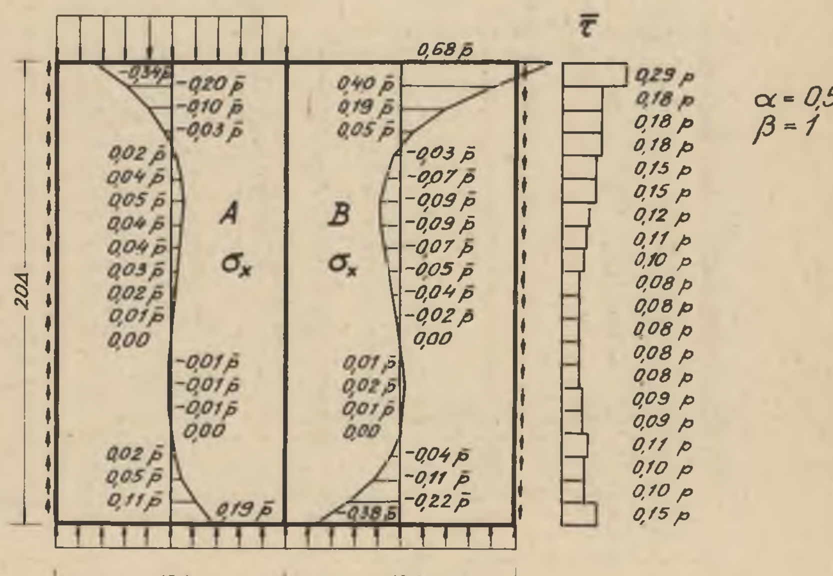
Rys. 3-26



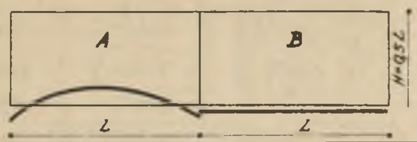
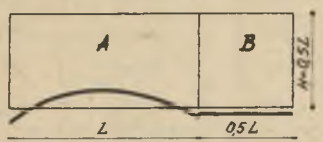
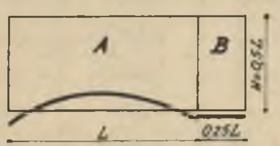
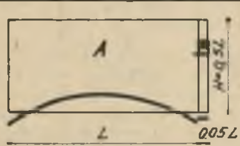
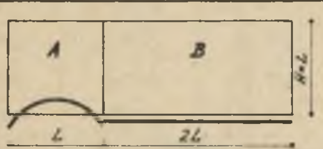
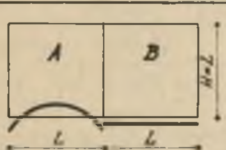
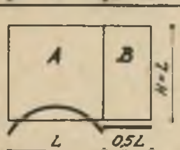
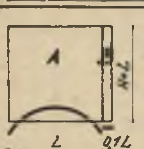
Rys. 3-27



Rys. 3-28

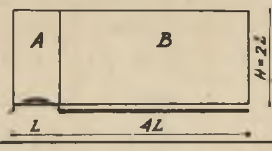
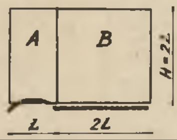
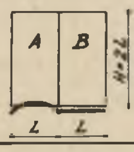
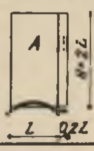
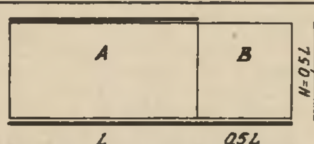
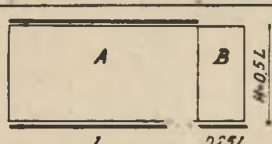
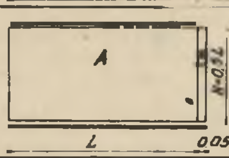


Rus. 3-29

Nr	Schemat układu		Przypadki		
			$\alpha=\beta=1$	$\alpha=1;\ \beta=0,5$	$\alpha=0,5;\ \beta=1$
1		V	0,500 G	0,333 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,331 $\frac{V}{H}$	0,350 $\frac{V}{H}$	0,318 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,414 $\frac{V}{H}$	0,095 $\frac{V}{H}$	0,627 $\frac{V}{H}$
		e	0,49 H	0,51 H	0,48 H
2		V	0,333 G	0,200 G	0,333 G
		$\bar{\tau}_g$	0,332 $\frac{V}{H}$	0,374 $\frac{V}{H}$	0,294 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,456 $\frac{V}{H}$	−0,185 $\frac{V}{H}$	0,893 $\frac{V}{H}$
		e	0,49 H	0,54 H	0,46 H
3		V	0,200 G	0,111 G	0,200 G
		$\bar{\tau}_g$	0,318 $\frac{V}{H}$	0,417 $\frac{V}{H}$	0,248 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,578 $\frac{V}{H}$	−0,586 $\frac{V}{H}$	1,273 $\frac{V}{H}$
		e	0,48 H	0,57 H	0,41 H
4		V	0,048 G	0,024 G	0,048 G
		$\bar{\tau}_g$	0,183 $\frac{V}{H}$	0,314 $\frac{V}{H}$	0,091 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,831 $\frac{V}{H}$	−4,237 $\frac{V}{H}$	4,164 $\frac{V}{H}$
		e	0,45 H	0,72 H	0,29 H
5		V	0,667 G	0,500 G	0,667 G
		$\bar{\tau}_g$	0,301 $\frac{V}{H}$	0,312 $\frac{V}{H}$	0,302 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,646 $\frac{V}{H}$	0,393 $\frac{V}{H}$	0,669 $\frac{V}{H}$
		e	0,46 H	0,47 H	0,46 H
6		V	0,500 G	0,333 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,271 $\frac{V}{H}$	0,292 $\frac{V}{H}$	0,259 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,748 $\frac{V}{H}$	0,230 $\frac{V}{H}$	1,093 $\frac{V}{H}$
		e	0,44 H	0,47 H	0,43 H
7		V	0,333 G	0,200 G	0,333 G
		$\bar{\tau}_g$	0,238 $\frac{V}{H}$	0,288 $\frac{V}{H}$	0,187 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,927 $\frac{V}{H}$	0,054 $\frac{V}{H}$	1,545 $\frac{V}{H}$
		e	0,42 H	0,47 H	0,36 H
8		V	0,091 G	0,048 G	0,091 G
		$\bar{\tau}_g$	0,092 $\frac{V}{H}$	0,151 $\frac{V}{H}$	0,040 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	1,885 $\frac{V}{H}$	−2,267 $\frac{V}{H}$	4,828 $\frac{V}{H}$
		e	0,34 H	0,51 H	0,22 H

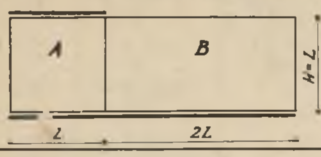
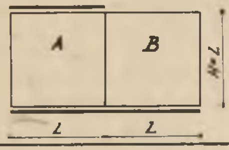
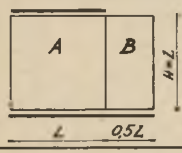
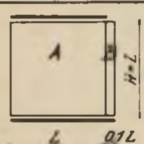
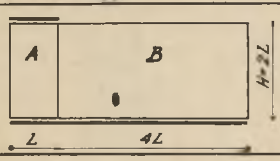
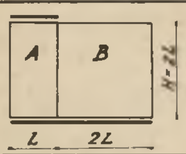
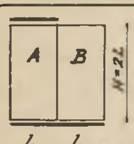
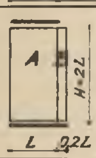
$$G = \frac{C}{24R} b L^3$$

Rys. 4-1

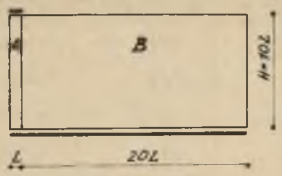
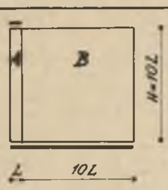
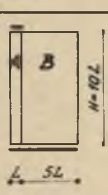
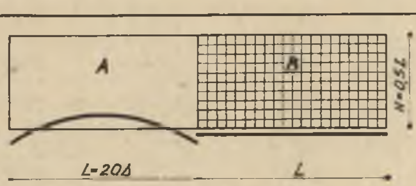
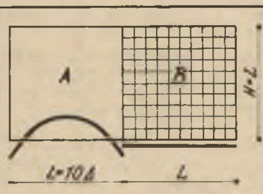
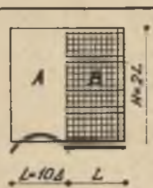
Nr	Schemat układu		Przypadki		
			$\alpha=\beta=1$	$\alpha=1;\ \beta=0{,}5$	$\alpha=0{,}5;\ \beta=1$
9		V	0,800 G	0,667 G	0,800 G
		$\bar{\tau}_g$	$0{,}204\ \frac{V}{H}$	$0{,}202\ \frac{V}{H}$	$0{,}228\ \frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$1{,}116\ \frac{V}{H}$	$0{,}965\ \frac{V}{H}$	$1{,}152\ \frac{V}{H}$
		e	0,39 H	0,39 H	0,41 H
10		V	0,667 G	0,500 G	0,667 G
		$\bar{\tau}_g$	$0{,}173\ \frac{V}{H}$	$0{,}173\ \frac{V}{H}$	$0{,}187\ \frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$1{,}295\ \frac{V}{H}$	$0{,}998\ \frac{V}{H}$	$1{,}424\ \frac{V}{H}$
		e	0,36 H	0,37 H	0,37 H
11		V	0,500 G	0,333 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	$0{,}077\ \frac{V}{H}$	$0{,}083\ \frac{V}{H}$	$0{,}070\ \frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$1{,}629\ \frac{V}{H}$	$1{,}044\ \frac{V}{H}$	$2{,}018\ \frac{V}{H}$
		e	0,30 H	0,32 H	0,29 H
12		V	0,167 G	0,091 G	0,167 G
		$\bar{\tau}_g$	~0	~0	~0
		$\bar{\tau}_d$	$2{,}909\ \frac{V}{H}$	$0{,}066\ \frac{V}{H}$	$5{,}191\ \frac{V}{H}$
		e	0,20 H	0,27 H	0,14 H
13		V	0,250 pL	0,167 pL	0,250 pL
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}05\ \frac{V}{H}$	$1{,}43\ \frac{V}{H}$	$0{,}80\ \frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}29\ \frac{V}{H}$	$-0{,}09\ \frac{V}{H}$	$0{,}55\ \frac{V}{H}$
		e	0,55 H	0,61 H	0,52 H
14		V	0,167 pL	0,100 pL	0,167 pL
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}42\ \frac{V}{H}$	$2{,}18\ \frac{V}{H}$	$1{,}02\ \frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}26\ \frac{V}{H}$	$-0{,}50\ \frac{V}{H}$	$0{,}77\ \frac{V}{H}$
		e	0,58 H	0,69 H	0,52 H
15		V	0,100 pL	0,056 pL	0,100 pL
		$\bar{\tau}_s$	$1{,}89\ \frac{V}{H}$	$3{,}26\ \frac{V}{H}$	$1{,}27\ \frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}20\ \frac{V}{H}$	$-1{,}16\ \frac{V}{H}$	$1{,}05\ \frac{V}{H}$
		e	0,64 H	0,86 H	0,52 H
16		V	0,024 pL	0,012 pL	0,024 pL
		$\bar{\tau}_g$	$6{,}16\ \frac{V}{H}$	$11{,}96\ \frac{V}{H}$	$3{,}87\ \frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	~0	$-5{,}78\ \frac{V}{H}$	$3{,}70\ \frac{V}{H}$
		e	0,83 H	1,44 H	0,50 H

$$G = \frac{C}{24R}\, b\, L^3$$

Rys. 4-2

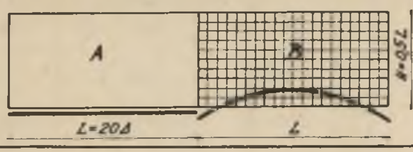
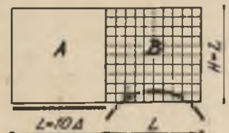
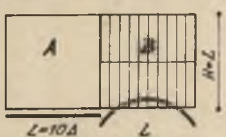
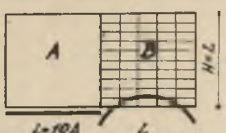
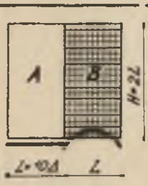
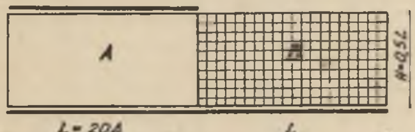
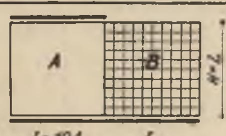
Nr	Schemat układu		Przypadki $\alpha = \beta = 1$	Przypadki $\alpha = 1;\ \beta = 0{,}5$	Przypadki $\alpha = 0{,}5;\ \beta = 1$
17		V	$0{,}333\ pL$	$0{,}250\ pL$	$0{,}333\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}42\,\frac{V}{H}$	$1{,}80\,\frac{V}{H}$	$1{,}05\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}26\,\frac{V}{H}$	$-0{,}11\,\frac{V}{H}$	$0{,}54\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}58\,H$	$0{,}64\,H$	$0{,}54\,H$
18		V	$0{,}250\ pL$	$0{,}167\ pL$	$0{,}250\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}78\,\frac{V}{H}$	$2{,}55\,\frac{V}{H}$	$1{,}32\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}24\,\frac{V}{H}$	$-0{,}54\,\frac{V}{H}$	$0{,}68\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}61\,H$	$0{,}73\,H$	$0{,}54\,H$
19		V	$0{,}167\ pL$	$0{,}100\ pL$	$0{,}167\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$2{,}23\,\frac{V}{H}$	$3{,}61\,\frac{V}{H}$	$1{,}48\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}16\,\frac{V}{H}$	$-1{,}23\,\frac{V}{H}$	$1{,}03\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}67\,H$	$0{,}90\,H$	$0{,}54\,H$
20		V	$0{,}046\ pL$	$0{,}024\ pL$	$0{,}046\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$6{,}47\,\frac{V}{H}$	$12{,}27\,\frac{V}{H}$	$4{,}04\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	~ 0	$-5{,}84\,\frac{V}{H}$	$3{,}68\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}85\,H$	$1{,}46\,H$	$0{,}50\,H$
21		V	$0{,}400\ pL$	$0{,}333\ pL$	$0{,}400\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}89\,\frac{V}{H}$	$2{,}23\,\frac{V}{H}$	$1{,}39\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}20\,\frac{V}{H}$	$-0{,}15\,\frac{V}{H}$	$0{,}46\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}64\,H$	$0{,}70\,H$	$0{,}58\,H$
22		V	$0{,}333\ pL$	$0{,}250\ pL$	$0{,}333\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$2{,}23\,\frac{V}{H}$	$2{,}92\,\frac{V}{H}$	$1{,}59\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}16\,\frac{V}{H}$	$-0{,}53\,\frac{V}{H}$	$0{,}64\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}67\,H$	$0{,}79\,H$	$0{,}58\,H$
23		V	$0{,}250\ pL$	$0{,}167\ pL$	$0{,}250\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$2{,}80\,\frac{V}{H}$	$4{,}17\,\frac{V}{H}$	$1{,}89\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}06\,\frac{V}{H}$	$-1{,}31\,\frac{V}{H}$	$0{,}97\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}74\,H$	$0{,}99\,H$	$0{,}58\,H$
24		V	$0{,}083\ pL$	$0{,}046\ pL$	$0{,}083\ pL$
		$\bar{\tau}_g$	$6{,}34\,\frac{V}{H}$	$11{,}60\,\frac{V}{H}$	$4{,}09\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	~ 0	$-5{,}30\,\frac{V}{H}$	$3{,}41\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}90\,H$	$1{,}54\,H$	$0{,}54\,H$

Rys. 4-3

Nr	Schemat układu		Przypadki		
			$\alpha=\beta=1$	$\alpha=1;\ \beta=0{,}5$	$\alpha=2;\ \beta=1$
25		V	0,477 pL	0,454 pL	0,477 pL
		$\bar{\tau}_g$	6,16 $\frac{V}{H}$	6,44 $\frac{V}{H}$	7,73 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_\alpha$	~0	− 0,24 $\frac{V}{H}$	− 0,15 $\frac{V}{H}$
		e	0,83 H	0,85 H	0,90 H
26		V	0,454 pL	0,417 pL	0,454 pL
		$\bar{\tau}_g$	6,47 $\frac{V}{H}$	7,02 $\frac{V}{H}$	8,08 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_\alpha$	~0	− 0,57 $\frac{V}{H}$	− 0,35 $\frac{V}{H}$
		e	0,85 H	0,90 H	0,92 H
27		V	0,417 pL	0,357 pL	0,417 pL
		$\bar{\tau}_g$	6,34 $\frac{V}{H}$	7,38 $\frac{V}{H}$	8,18 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_\alpha$	~0	− 1,06 $\frac{V}{H}$	− 0,68 $\frac{V}{H}$
		e	0,90 H	1,02 H	1,01 H
			$\lambda=2;\ \beta=1$	$\lambda=2;\ \beta=0{,}5$	$\lambda=4;\ \beta=1$
28		V	0,500 G	0,333 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,880 $\frac{V}{H}$	0,887 $\frac{V}{H}$	1,029 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_\alpha$	0,941 $\frac{V}{H}$	0,688 $\frac{V}{H}$	1,251 $\frac{V}{H}$
		e	0,50 H	0,51 H	0,49 H
29		V	0,500 G	0,333 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,830 $\frac{V}{H}$	0,839 $\frac{V}{H}$	0,974 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_\alpha$	1,157 $\frac{V}{H}$	0,742 $\frac{V}{H}$	1,543 $\frac{V}{H}$
		e	0,47 H	0,49 H	0,46 H
			$\lambda=\beta=1$	$\lambda=1;\ \beta=0{,}5$	$\lambda=2;\ \beta=1$
30		V	0,500 G	0,333 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,688 $\frac{V}{H}$	0,684 $\frac{V}{H}$	0,824 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_\alpha$	1,130 $\frac{V}{H}$	0,562 $\frac{V}{H}$	1,418 $\frac{V}{H}$
		e	0,43 H	0,44 H	0,44 H

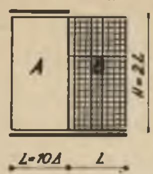
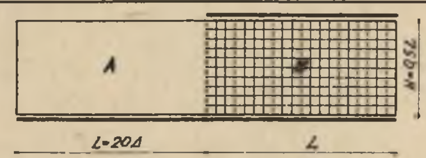
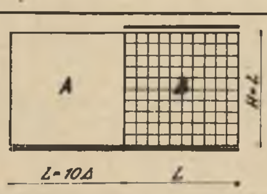
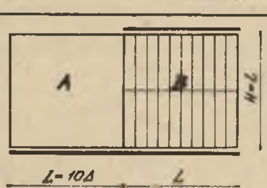
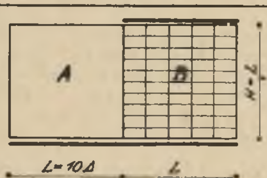
$$G = \frac{C}{24R}\,\delta L^3$$

Rys. 4-4

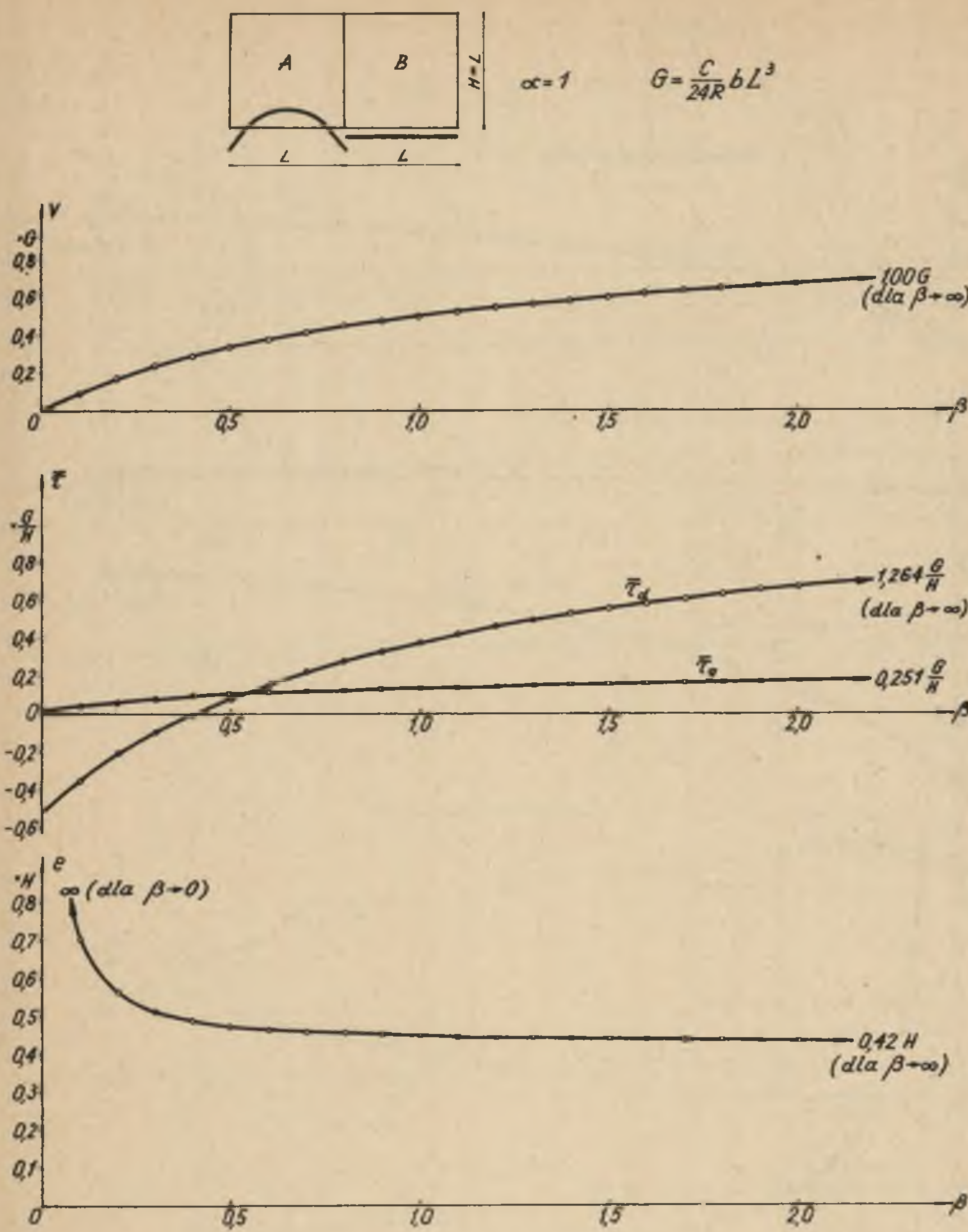
Nr	Schemat układu		Przypadki		
			$\lambda=2;\ \beta=1$	$\lambda=\beta=2$	$\lambda=4;\ \beta=1$
31		V	0,500 G	0,667 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,944 $\frac{V}{H}$	0,983 $\frac{V}{H}$	1,117 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	1,001 $\frac{V}{H}$	0,778 $\frac{V}{H}$	1,005 $\frac{V}{H}$
		e	0,50 H	0,51 H	0,51 H
32		V	0,500 G	0,667 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,960 $\frac{V}{H}$	1,031 $\frac{V}{H}$	1,140 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	1,183 $\frac{V}{H}$	0,779 $\frac{V}{H}$	1,054 $\frac{V}{H}$
		e	0,49 H	0,51 H	0,50 H
33		V	0,500 G		
		$\bar{\tau}_g$	2,114 $\frac{V}{H}$		
		$\bar{\tau}_d$	2,337 $\frac{V}{H}$		
		e	0,49 H		
34		V	0,500 G		
		$\bar{\tau}_g$	0,953 $\frac{V}{H}$		
		$\bar{\tau}_d$	1,210 $\frac{V}{H}$		
		e	0,49 H		
			$\lambda=\beta=1$	$\lambda=1;\ \beta=2$	$\lambda=2;\ \beta=1$
35		V	0,500 G	0,667 G	0,500 G
		$\bar{\tau}_g$	0,811 $\frac{V}{H}$	0,875 $\frac{V}{H}$	0,972 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	1,541 $\frac{V}{H}$	1,175 $\frac{V}{H}$	1,231 $\frac{V}{H}$
		e	0,46 H	0,48 H	0,49 H
			$\lambda=2;\ \beta=1$	$\lambda=2;\ \beta=0{,}5$	$\lambda=4;\ \beta=1$
36		V	0,250 pL	0,167 pL	0,250 pL
		$\bar{\tau}_g$	1,45 $\frac{V}{H}$	1,74 $\frac{V}{H}$	1,39 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,87 $\frac{V}{H}$	0,58 $\frac{V}{H}$	1,20 $\frac{V}{H}$
		e	0,53 H	0,56 H	0,51 H
37		V	0,250 pL	0,167 pL	0,250 pL
		$\bar{\tau}_g$	1,98 $\frac{V}{H}$	2,57 $\frac{V}{H}$	1,71 $\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	0,81 $\frac{V}{H}$	0,23 $\frac{V}{H}$	1,34 $\frac{V}{H}$
		e	0,56 H	0,62 H	0,52 H

$$G=\frac{C}{24R}\,bL^3$$

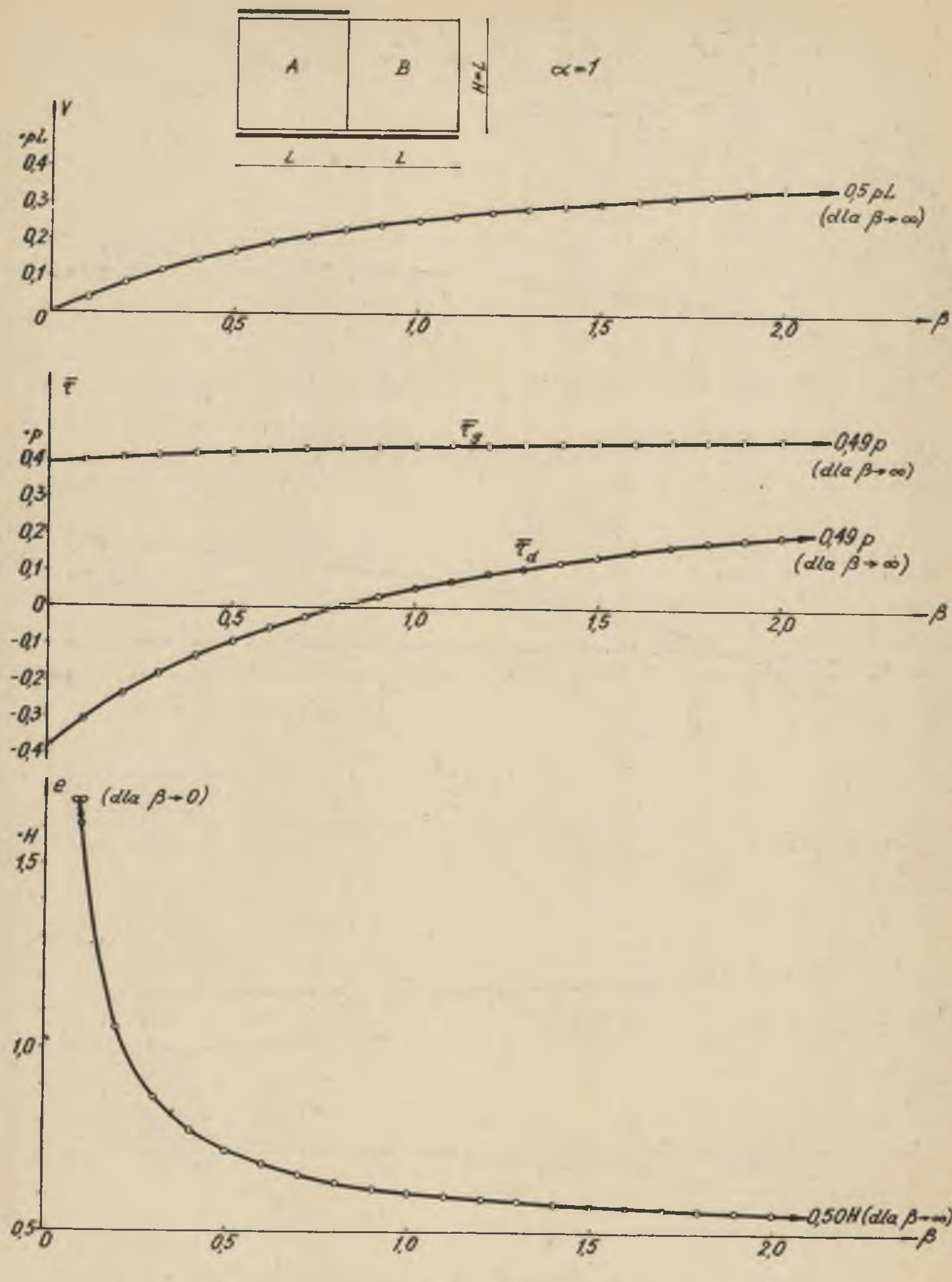
Rys. 4-5

Nr	Schemat układu		Przypadki		
			$\lambda=\beta=1$	$\lambda=1$; $\beta=0{,}5$	$\lambda=2$; $\beta=1$
38		V	$0{,}250\,pL$	$0{,}167\,pL$	$0{,}250\,pL$
		$\bar{\tau}_g$	$2{,}80\,\frac{V}{H}$	$3{,}86\,\frac{V}{H}$	$2{,}19\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}16\,\frac{V}{H}$	$-0{,}89\,\frac{V}{H}$	$0{,}82\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}66\,H$	$0{,}79\,H$	$0{,}58\,H$
			$\lambda=2$; $\beta=1$	$\lambda=\beta=2$	$\lambda=4$; $\beta=1$
39		V	$0{,}250\,pL$	$0{,}167\,pL$	$0{,}250\,pL$
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}45\,\frac{V}{H}$	$1{,}74\,\frac{V}{H}$	$1{,}76\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}87\,\frac{V}{H}$	$0{,}58\,\frac{V}{H}$	$0{,}84\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}53\,H$	$0{,}56\,H$	$0{,}55\,H$
40		V	$0{,}250\,pL$	$0{,}167\,pL$	$0{,}250\,pL$
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}98\,\frac{V}{H}$	$2{,}57\,\frac{V}{H}$	$2{,}44\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}81\,\frac{V}{H}$	$0{,}23\,\frac{V}{H}$	$0{,}60\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}56\,H$	$0{,}62\,H$	$0{,}59\,H$
41		V	$0{,}250\,pL$		
		$\bar{\tau}_g$	$2{,}96\,\frac{V}{H}$		
		$\bar{\tau}_d$	$1{,}79\,\frac{V}{H}$		
		e	$0{,}56\,H$		
42		V	$0{,}250\,pL$		
		$\bar{\tau}_g$	$3{,}06\,\frac{V}{H}$		
		$\bar{\tau}_d$	$0{,}14\,\frac{V}{H}$		
		e	$0{,}66\,H$		
			$\lambda=\beta=1$	$\lambda=1$; $\beta=2$	$\lambda=2$; $\beta=1$
43		V	$0{,}250\,pL$	$0{,}167\,pL$	$0{,}250\,pL$
		$\bar{\tau}_g$	$1{,}74\,\frac{V}{H}$	$2{,}28\,\frac{V}{H}$	$2{,}19\,\frac{V}{H}$
		$\bar{\tau}_d$	$1{,}21\,\frac{V}{H}$	$0{,}68\,\frac{V}{H}$	$0{,}82\,\frac{V}{H}$
		e	$0{,}50\,H$	$0{,}60\,H$	$0{,}58\,H$

Rys. 4-6

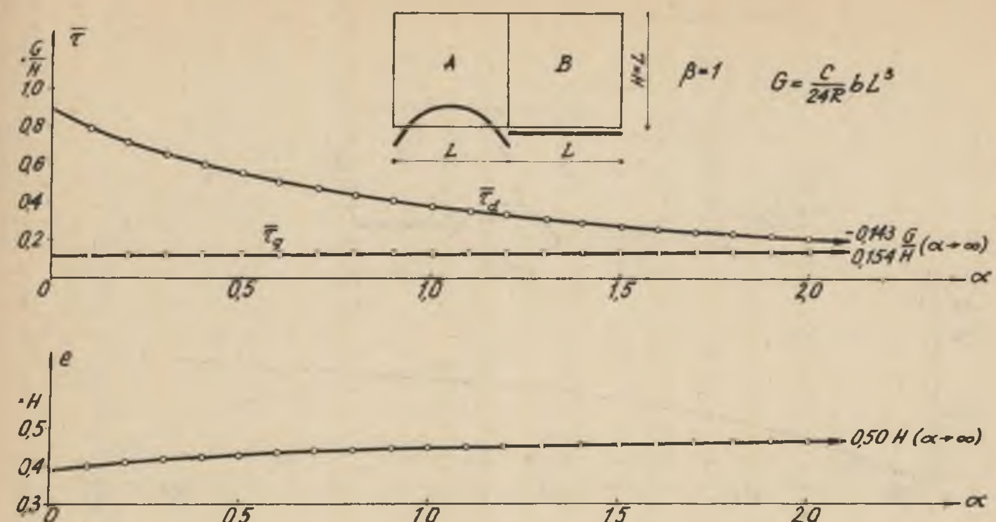

A
B
H=L
L
L
α=1
G = C/24R bL³
V
·G
100G
(dla β→∞)
β
τ̄
·G/H
τ̄d
1,264 G/H
(dla β→∞)
τ̄e
0,251 G/H
e
·H
∞ (dla β→0)
0,42 H
(dla β→∞)

Rys. 4-7

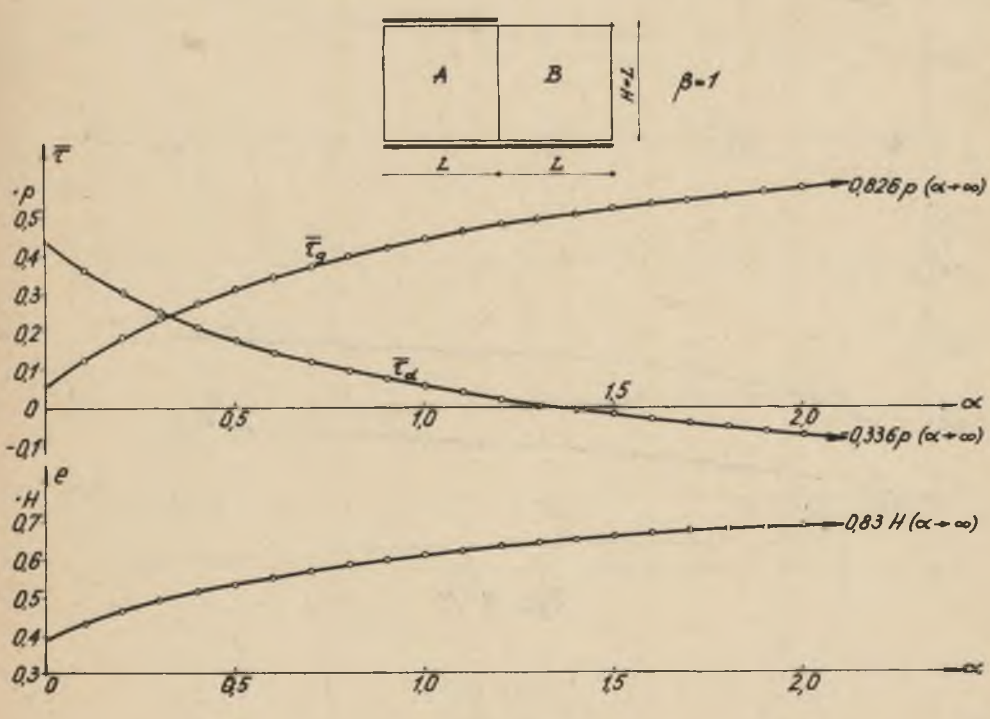


A
B
H=L
L
L
α=1
V
·pL
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0,5
1,0
1,5
2,0
β
0,5 pL
(dla β→∞)
τ̄
·p
τ̄g
0,49 p
(dla β→∞)
τ̄d
0,49 p
(dla β→∞)
-0,1
-0,2
-0,3
-0,4
e
∞ (dla β→0)
·H
1,5
1,0
0,50H (dla β→∞)

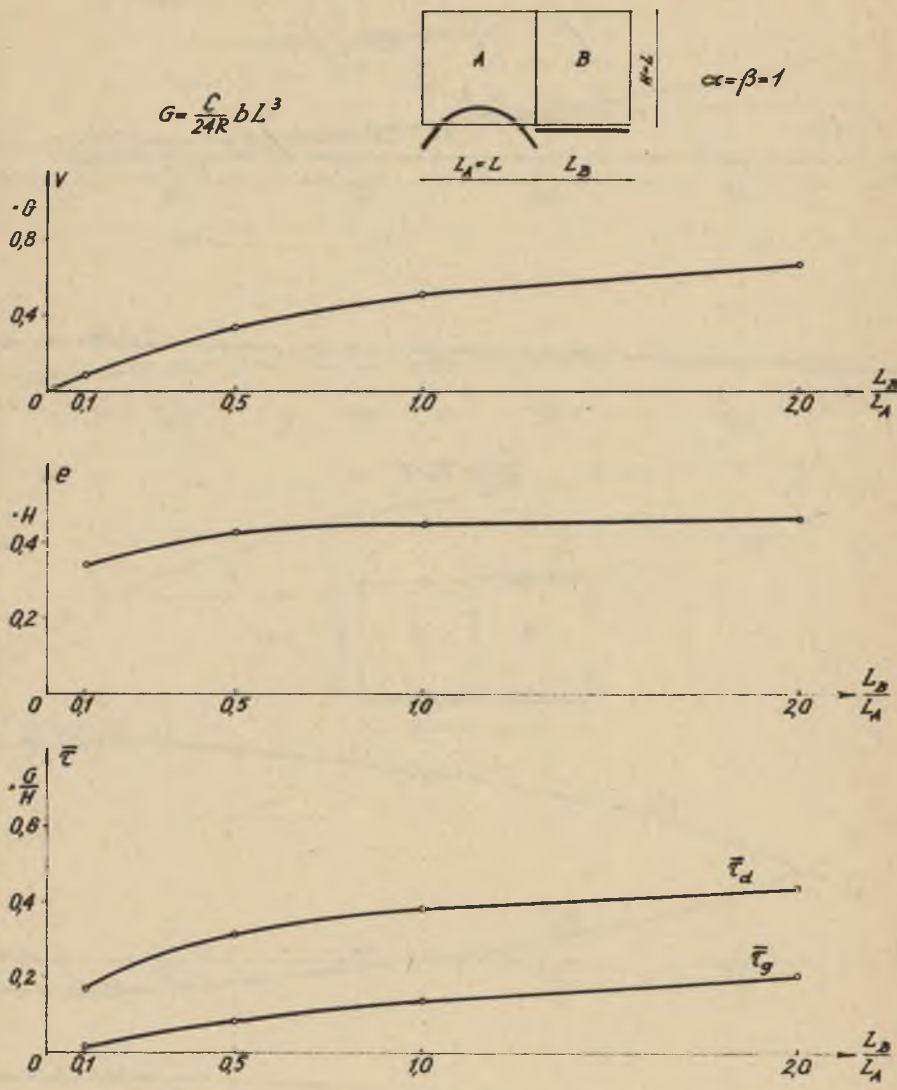
Rys. 4-8



Rys. 4-9

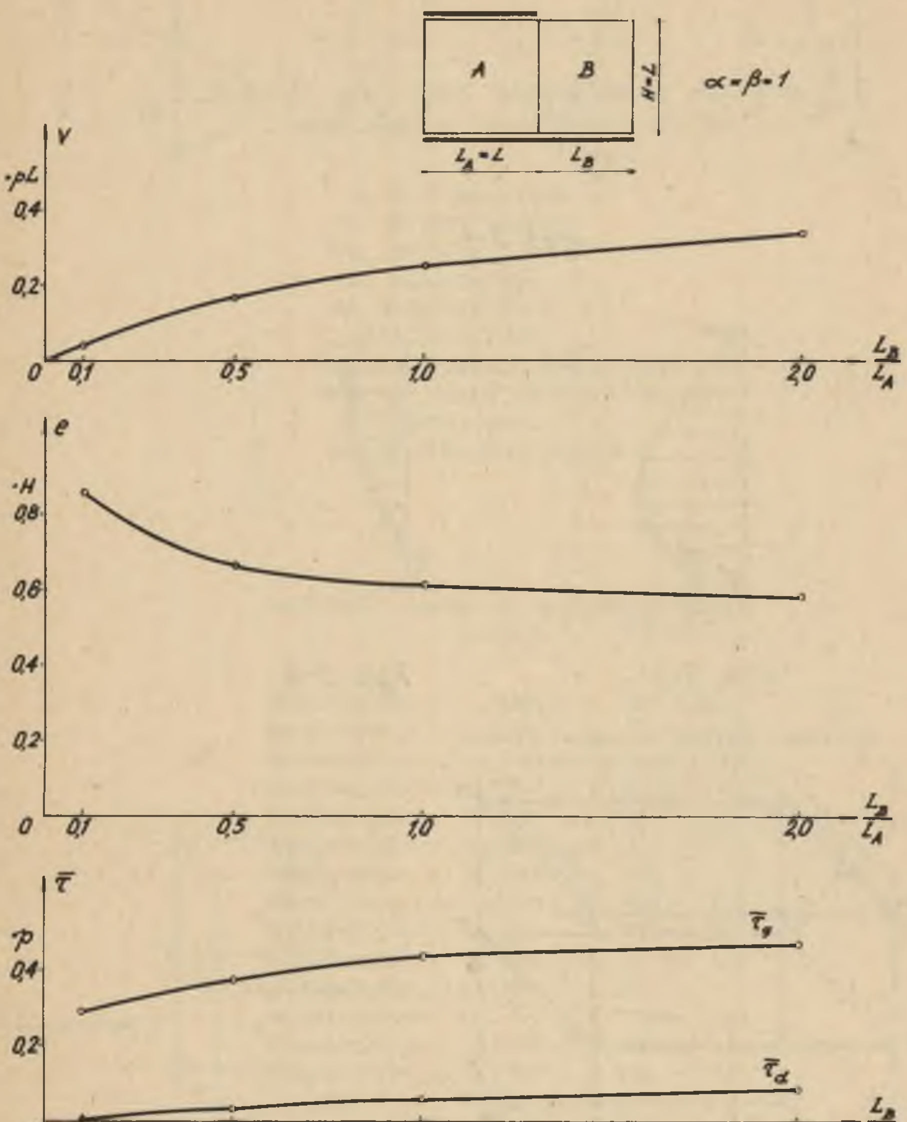


Rys. 4-10

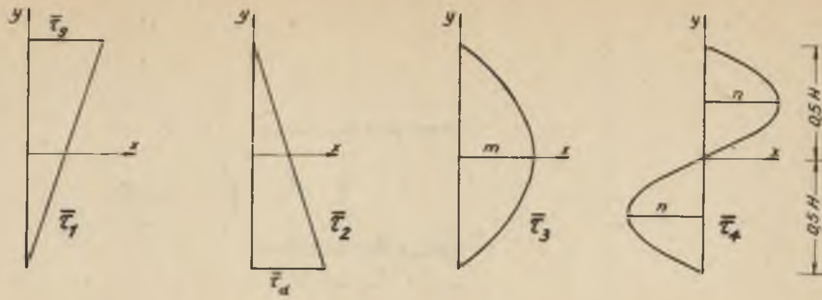


A
B
α=β=1
G=C/24R bL³
L_A=L
L_B
V
·G
0,8
0,4
0
0,1
0,5
1,0
2,0
L_B/L_A
e
·H
0,4
0,2
τ̄
·G/H
0,6
0,4
0,2
τ̄_d
τ̄_g

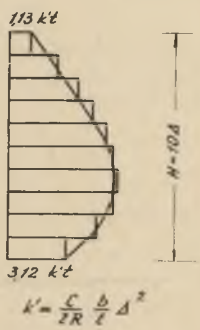
Rys. 4-11


A
B
H=L
α=β=1
$L_A=L$
L_B
V
·pL
0,4
0,2
0
0,1
0,5
1,0
2,0
$\frac{L_B}{L_A}$
e
·H
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,1
0,5
1,0
2,0
$\frac{L_B}{L_A}$
$\bar{\tau}$
·p
0,4
0,2
0
$\bar{\tau}_y$
$\bar{\tau}_d$
0,1
0,5
1,0
2,0
$\frac{L_B}{L_A}$

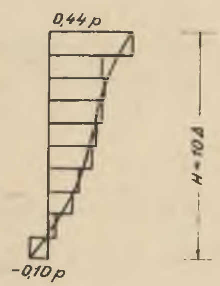
Rys. 4-12



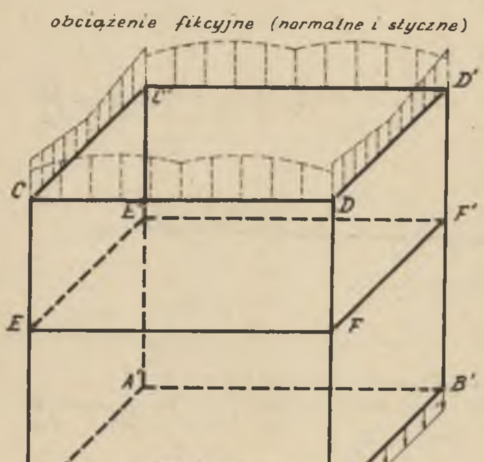
Rys. 5-1



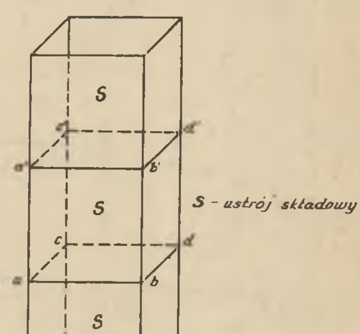
Rys. 5-2



Rys. 5-3



Rys. 6-1



Rys. 6-2

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
ukazują się w następujących seriach:

A. AUTOMATYKA
B. BUDOWNICTWO
Ch. CHEMIA
E. ELEKTRYKA
En. ENERGETYKA
G. GÓRNICTWO
IS. INŻYNIERIA SANITARNA
MF. MATEMATYKA-FIZYKA
M. MECHANIKA
NS. NAUKI SPOŁECZNE

Dotychczas ukazały się następujące zeszyty
serii B:

Budownictwo	z. 1,	1956 r.,	s. 84,	zł	13,50
Budownictwo	z. 2,	1957 r.,	s. 75,	zł	14,25
Budownictwo	z. 3,	1960 r.,	s. 104,	zł	28,50
Budownictwo	z. 4,	1961 r.,	s. 107,	zł	18,75
Budownictwo	z. 5,	1962 r.,	s. 156,	zł	12,90
Budownictwo	z. 6,	1962 r.,	s. 111,	zł	8,90
Budownictwo	z. 7,	1961 r.,	s. 118,	zł	9,20
Budownictwo	z. 8,	1962 r.,	s. 86,	zł	6,25
Budownictwo	z. S,	1962 r.,	s. 128,	zł	8,85
Budownictwo	z. 9,	1963 r.,	s. 80,	zł	4,40
Budownictwo	z. 10,	1964 r.,	s. 81,	zł	6,—
Budownictwo	z. 11,	1964 r.,	s. 78,	zł	5,85
Budownictwo	z. 12,	1964 r.,	s. 90,	zł	6,90
Budownictwo	z. 13,	1964 r.,	s. 143,	zł	6,25
Budownictwo	z. 14,	1964 r.,	s. 262,	zł	16,25
Budownictwo	z. 15,	1965 r.,	s. 111,	zł	10,—
Budownictwo	z. 16,	1965 r.,	s. 136,	zł	8,75
Budownictwo	z. 17,	1965 r.,	s. 91,	zł	5,40

[redacted]