ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984
Seria: AUTOMATYKA z. 76 Nr kol. 812

B. Mażbic-Kulma, T. Jurkowska
E. Komorowska, A. Kurzydłowska
A. Pogorzelec, J. Stępień

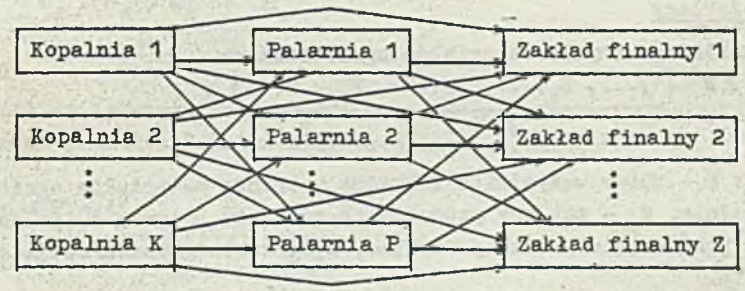
Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa

STEROWANIE PRODUKCJĄ NA SZCZEBLU WYBRANEJ BRANŻY

Streszczenie. W referacie przedstawiono matematyczny model problemu sterowania produkcją na szczeblu branży. Model ten opracowano dla potrzeb Kompleksowego Systemu Sterowania Produkcją Zakładów Przemysłu Materiałów Ogniotrwałych (PMO).

1. Wstęp

Działalność branży Materiałów Ogniotrwałych można przedstawić następująco:



gdzie:

kopalnie - zakłady zajmujące się wydobyciem surowców (glin,kwarcyt,dolomity itp.);

palarnie - zakłady zajmujące się wypalaniem glin (na wyjściu z palarni powstają gliny palne, tzw. palonki);

zakłady finalne - zakłady produkujące materiały ogniotrwałe, tzw. produkty finalne.

Celem stworzonego systemu jest takie określenie struktury produkcji, aby:

1) zapewnić ciągłość produkcji w zakładach PMO przez ustalenie optymalnego harmonogramu dostaw glin i palonek, zgodnie z możliwościami kopalni i palarni;

2) zapewnić terminowość realizacji zapotrzebowań na produkty finalne;

3) poprawić jakość produktów przez stosowanie najlepszych receptur w ramach aktualnych możliwości surowcowych;

4) zmniejszyć ilość braków przez wydłużenie serii produkcyjnych;

5) racjonalizować wydobycie i zużycie surowców;

6) obniżyć koszty transportu przez zsynchroniowanie wysyłek z możliwościami transportowymi;

7) dopasować strukturę zapasów do aktualnych potrzeb produkcji;

8) obniżyć koszty administracyjne.

Dla zapewnienia powyższych celów przy konstruowaniu modelu matematycznego uwzględnione takie wielkości, jak: możliwości wydobywcze kopalni, możliwości wysyłki surowców, możliwości produkcyjne zakładów, dostępne receptury zasadnicze i zastępcze na produkty, pojemności magazynów, możliwości transportowe. Zaproponowano różne funkcje kryterium, jak np. maksymalizacja sumarycznego zysku w branży, minimalizacja kosztów produkcji, minimalizacja kosztów transportu surowców, maksymalizacja długości serii produkcyjnych, minimalizacja dostaw surowców.

2. Dane wejściowe

Sformułowanie matematycznego modelu powyżej opisanego problemu wymaga szeregu danych wejściowych. W przedstawionym modelu przyjęto następujące oznaczenia:

2.1. Zakłady

z - zakład przemysłu materiałów ogniotrwałych

$$z \in Z = \{\underbrace{1, \ldots, Z_k}_{Z_k}, \underbrace{\ldots, Z_p}_{Z_p}, \underbrace{\ldots, Z_F}_{Z_F}, \underbrace{\ldots, Z}_{Z_r}\}$$

gdzie: Z - zbiór wszystkich zakładów w branży materiałów ogniotrwałych, Z_k - kopalnie, Z_p - zakłady produkujące produkty pośrednie (palonki), Z_F - zakłady produkujące produkty finalne, Z_r - zakłady dostarczające złomy, piasek itp.

Dla każdego zakładu $z \in Z$ możliwa jest do określenia wielkość $\mu(z)$, tj. możliwość produkcyjna zakładu w rozpatrywanym okresie planowania wyrażona w tysiącach ton.

2.2. Surowce

i - surowiec

$$i \in I = \{\underbrace{1, \ldots, I_p}_{I^p}, \underbrace{\ldots, I_o}_{I^o}, \underbrace{\ldots, I_g}_{I^1}, \underbrace{\ldots, I_e}_{I^e}, \underbrace{\ldots, I}_{I^r}\}$$

gdzie: I - zbiór surowców wykorzystywanych do produkcji wyrobów szamotowych, I^p - palonki, I^g - gliny, I^o - gliny, z których nie korzystają zakłady pośrednie, I^1 - gliny wykorzystywane przez zakłady pośrednie, I^r - złomy, piasek itp., zwane dalej surowcami wtórnymi, I^e - surowce importowane.

Numer i surowca oznacza nie tylko jego rodzaj, ale także kopalnię, z której pochodzi. Znaczy to, że takie same rodzaje surowca pochodzące z różnych kopalni mają różne numery.

Dla każdego surowca $i \in \mathbb{I}^g \cup \mathbb{I}^r$ można określić na podstawie prognoz wielkość B^i, tj. ilość i-tego surowca, jaką będziemy dysponować w rozpatrywanym okresie planowania.

Dla surowców importowanych $i \in \mathbb{I}^e$ symbol B^i oznacza wielkość importu w rozpatrywanym okresie planowania.

Dla każdego zakładu $z \in Z_p \cup Z_F$ zbiór surowców wykorzystywanych w tym zakładzie, który będziemy oznaczali symbolem $\mathbb{R}_z$.

Symbolem $\mathbb{R}_z^p$ oznaczymy zbiór palonek wykorzystywanych w zakładzie z, $\mathbb{R}_z^p \subset \mathbb{I}^p$.

Symbolem $\mathbb{R}_z^g$ oznaczymy zbiór glin wykorzystywanych w zakładzie z, $\mathbb{R}_z^g \subset \mathbb{I}^g$.

Symbol $\mathbb{R}_z^r$ oznacza zbiór złomów, piasku itp. wykorzystywanych w zakładzie z, $\mathbb{R}_z^r \subset \mathbb{I}^r$.

Symbolem $\mathbb{R}_z^e$ oznaczymy zbiór surowców importowanych i wykorzystywanych w zakładzie z, $\mathbb{R}_z^e \subset \mathbb{I}^e$.

$$\mathbb{R}_z^p \cup \mathbb{R}_z^g \cup \mathbb{R}_z^r \cup \mathbb{R}_z^e = \mathbb{R}_z$$

2.3. Produkty

Wśród produktów wytwarzanych przez zakłady materiałów ogniotrwałych będzie wyróżniać produkty finalne oraz produkty pośrednie:

p - produkt

$$p \in \mathbb{P} = \{\underbrace{1, \ldots, P_p}_{\mathbb{P}_p}, \underbrace{\ldots, P}_{\mathbb{P}_F}\}$$

gdzie: $\mathbb{P}$ - zbiór wszystkich produktów, $\mathbb{P} = \mathbb{P}_p \cup \mathbb{P}_F$; $\mathbb{P}_p$ - zbiór palonek, $\mathbb{P}_p = \mathbb{I}^p$; $\mathbb{P}_F$ - zbiór produktów finalnych.

Dla każdego zakładu $z \in Z_p \cup Z_F$ określony jest zbiór $\mathbb{P}^z \subset \mathbb{P}$ produktów wytwarzanych w tym zakładzie.

Dla każdego produktu $p \in \mathbb{P}_F \cup \mathbb{P}_p$ określona jest wielkość zapotrzebowania na ten produkt, A_p, A_p^*, przy czym: A_p - zapotrzebowanie na produkt p przydzielone z Centrali Handlowej, A_p^* - zapotrzebowanie na produkt p przydzielone z Centrali Handlowej, które powinno być wykonane według receptury zasadniczej określonej normami branżowymi, $A_p^* \leqslant A_p$.

2.4. Receptury

j - receptura

$$j \in J = \{1, \ldots, J\}$$

gdzie J - zbiór wszystkich możliwych receptur dla zakładów pośrednich i końcowych.

$\forall\ z \in Z_p \cup Z_F$ oraz $\forall\ p \in \mathbb{P}^z$ można określić $J_z^p \subset J$, tj. zbiór receptur, według których może być wykonywany produkt p w zakładzie z.

$\forall p \in P$ jest jedna receptura zasadnicza (branżowa), którą będziemy oznaczali symbolem j_p.

Poza tym

$$\forall z \in Z_p \cup Z_F, \ \forall p \in P^z, \ \forall j \in J_z^p, \ \forall i \in I$$

znana jest wielkość $a_{ij}^p(z)$, tj. ilość surowca i w recepturze j potrzebnego do wyprodukowania jednostki wyrobu p w zakładzie z.

2.5. Czas

Okres planowania (0,T), np. kwartał, rok, dzielimy na mniejsze odcinki zwane dalej kwantami:

t_k - kwant, np. dzień

$$t_k \in \mathbb{T} = \{t_0, t_1, \ldots, t_n\}$$
$$k \in \mathbb{K} = \{0, 1, \ldots, n\}$$

gdzie: $\mathbb{T}$ - zbiór kwantów czasu, t_1 - pierwszy kwant, w którym dokonuje się planowania, t_0 - chwila bezpośrednio poprzedzająca, $\mathbb{K}$ - zbiór numerów kwantów czasu, t_k - k-ty kwant czasu ze zbioru $\mathbb{T}$.

W każdym odcinku czasowym można określić następujące wielkości:

a) $\forall z \in Z_p \cup Z_k \cup Z_r, \ \forall t_k \in \mathbb{T} - \{t_n\}$

$W_z(t_k)$ - możliwość wysyłki surowca, palonki (wynikająca z ilości dostępnych środków transportu) w kwancie czasu t_k w zakładzie z;

b) $\forall z \in Z_p \cup Z_F, \ \forall t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}$

$V_z(t_k)$ - możliwości produkcyjne zakładu z w kwancie czasu t_k (w przypadku palarni są to możliwości wypalenia dowolnej gliny w odcinku czasowym t_k, w przypadku zakładów $z \in Z_r$ jest to ilość możliwego do uzyskania w tym kwancie czasu złomu, piasku itp.);

c) $\forall i \in \mathbb{I}^g \cup \mathbb{I}^e \cup \mathbb{I}^r, \ \forall t_k \in \mathbb{T} - \{t_n\}$

dla $i \in \mathbb{I}^g$ symbol $V^i(t_k)$ oznacza możliwość wydobycia i-tej glinki w kwancie czasu t_k, dla $i \in \mathbb{I}^e$ symbol ten oznacza wielkość importu i-tego surowca w kwancie czasu t_k, dla $i \in \mathbb{I}^r$ oznacza on możliwości uzyskania i-tego surowca wtórnego w kwancie czasu t_k;

d) $\forall z \in Z_p \cup Z_F, \ \forall t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}$

$d_z(t_k)$ - minimalna wielkość produkcji zakładu z w kwancie czasu t_k (aby była zapewniona ciągłość produkcji).

2.6. Magazyny

W zakładach wydobywczych (kopalniach) magazyny zapewniają możliwości składowania kilkumiesięcznej produkcji. Rozwiązujemy więc tylko magazyny surowców w zakładach produkujących wyroby pośrednie i wyroby finalne.

$$\forall z \in Z_p \cup Z_F$$

M_z - pojemność magazynu surowców w zakładzie z (taka sama w każdym kwancie czasu t)

$$\forall z \in Z_p \cup Z_F, \ \forall i \in \mathbb{I}.$$

wprowadzamy też wielkości:

$ZN^i(z)$ - zapas normatywny i-tego surowca w zakładzie z,

$ZA^i(z)$ - zapas aktualny i-tego surowca w zakładzie z w kwancie czasu t_0

$$ZM^i(z) = ZA^i(z) - ZN^i(z)$$

$\forall z \in Z_p$, $\forall i \in \Pi^p$, wprowadzamy wielkość

$ZM1^i(z)$ - zapas początkowy (w chwili t_0) palonki i w zakładzie pośrednim z, wyprodukowany w poprzednim okresie planowania i nie wykorzystywany $ZM1^i(z) \geqslant 0$.

2.7. Koszty

Określono następujące wielkości:

$$\forall z \in Z_F \cup Z_p, \ \forall p \in \mathbb{P}, \ \forall j \in J$$

$c_j^p(z)$ - jednostkowy koszt produkcji produktu p według receptury j w zakładzie z

$$\forall z \in Z_F \cup Z_p, \ \forall i \in \Pi$$

δ_{iz} - jednostkowy koszt transportu i-tego surowca do z-tego zakładu

$$\forall z \in Z_F \cup Z_p, \ \forall p \in \mathbb{P}^z, \ \forall j \in J_z^p$$

$\gamma_p^j(z)$ - zysk z wyprodukowania jednostki produktu p według receptury j w zakładzie z

$$\forall z \in Z_F \cup Z_p$$

Γ_z - minimalny zysk z produkcji dla zakładu z w rozpatrywanym okresie planowania.

2.8. Warunki poprawności danych

Powinny zachodzić następujące warunki poprawności danych:

a) suma możliwości produkcyjnych zakładu w poszczególnych kwantach czasu jest nie większa niż możliwości produkcyjne zakładu w całym okresie planowania (0,T), czyli

$$\forall z \in Z_p \cup Z_F, \ \mu(z) \geqslant \sum_{t_k \in \mathbb{T}} d_z(t_k) \text{ oraz } \mu(z) \geqslant \sum_{t_k \in \mathbb{T}} v_z(t_k)$$

b) zapasy surowców nie mogą przekroczyć powierzchni magazynów, a więc

$$\forall z \in Z_p \cup Z_F, \ \sum_{i \in \Pi_z} (ZM^i(z) + ZN^i(z)) \leqslant M_z$$

c) suma możliwości wydobywczych i-tego surowca w poszczególnych kwantach czasu jest nie większa niż możliwości wydobywcze w całym okresie planowania, a więc

$$\forall i \in \Pi^E, \ B_i \geqslant \sum_{t_k \in \mathbb{T}} V^i(t_k)$$

d) suma możliwości importowania i-tego surowca w poszczególnych kwantach czasu jest nie większa niż import w całym okresie planowania

$$\forall i \in I^e, \quad B_i \geqslant \sum_{t_k \in T} V^i(t_k)$$

e) suma możliwości uzyskania i-tego surowca wtórnego w poszczególnych kwantach czasu jest nie większa niż planowana ilośc tego surowca w całym okresie

$$\forall i \in I^r, \quad B_i \geqslant \sum_{t_k \in T} V^i(t_k)$$

3. Matematyczny model problemu

Matematyczny model rozpatrywanego problemu obejmuje ograniczenia wynikające m.in. z dostępności, wielkości wydobycia i możliwości wysłania surowców, z możliwości produkcyjnych zakładów, z pojemności magazynów. Wielkości te są rozpatrywane w poszczególnych kwantach czasu rozpatrywanego okresu planowania. Jako zmienne decyzyjne przyjęto:

$U^z_{jp}(t_k)$ - ilość produktu p wyprodukowanego w zakładzie z według receptury j w kwancie czasu t,

$Y^z_i(t_k)$ - ilość surowca i wysłanego w kwancie czasu t_k, który otrzymuje zakład z w kwancie czasu t_{k+1}.

Ograniczenia

1. Realizacja zamówień na produkcję p

$$\forall p \in P_F \sum_{z \in Z_F} \sum_{j \in J^p_z} \sum_{t_k \in T - \{t_0\}} U^z_{jp}(t_k) \geqslant A_p$$

$$\forall p \in P_F \sum_{z \in Z_F} \sum_{t_k \in T - \{t_0\}} U^z_{j^*_p}(t_k) \geqslant A^*_p$$

2. Ograniczenie uwzględniające możliwości wydobycia/wypalenia w każdym kwancie czasu rozpatrywanego okresu planowania:

A. Dla kopalni

$$\forall t_k \in T - \{t_n\}, \ \forall i \in I^E$$

$$\sum_{z \in Z_F \cup Z_p} Y^{z_1}_i(t_k) \leqslant V^i(t_k)$$

B. Dla palarni

$$\forall t_k \ T - \{t_n\}, \ \forall z \in Z_p$$

$$\sum_{z_1 \in Z_F} \sum_{i \in R^p_{z_1}} Y_i^{z_1}(t_k) \leqslant v_z(t_k)$$

C. Dla pozostałych

$\forall\, t_k \in T - \{t_n\}$, $\forall\, z \in Z_r$

$$\sum_{z_1 \in Z_F \cup Z_p} \sum_{i \in R^r_{z_1}} Y_i^{z_1}(t_k) \leqslant v_z(t_k)$$

3. Ograniczenie uwzględniające możliwości wysyłki w każdym kwancie czasu rozpatrywanego okresu planowania:

A. Dla kopalni

$\forall\, z \in Z_k$, $\forall\, t_k \in T - \{t_n\}$

$$\sum_{z_1 \in Z_F \cup Z_p} \sum_{i \in R^g_{z_1}} Y^{z_1}(t_k) \leqslant W_z(t_k)$$

B. Dla palarni

$\forall\, z \in Z_p$, $\forall\, t_k \in T - \{t_n\}$

$$\sum_{z_1 \in Z_F} \sum_{i \in R^p_{z_1}} Y_i^{z_1}(t_k) \leqslant W_z(t_k)$$

C. Dla pozostałych

$\forall\, z \in Z_r$, $\forall\, t_k \in T - \{t_n\}$

$$\sum_{z_1 \in Z_F \cup Z_p} \sum_{i \in R^r_{z_1}} Y_i^{z_1}(t_k) \leqslant W_z(t_k)$$

Ograniczenia 2B i 3B oraz 2C i 3C można zapisać w następującej postaci:

B. $\forall\, z \in Z_p$, $\forall\, t_k \in T - \{t_n\}$

$$\sum_{z_1 \in Z_F} \sum_{i \in R^p_{z_1}} Y^{z_1}(t_k) \leqslant \min\{W_z(t_k),\ v_z(t_k)\}$$

C. $\forall\, z \in Z_r$, $t_k \in T - \{t_n\}$

$$\sum_{z_1 \in Z_F \cup Z_p} \sum_{i \in R^r_{z_1}} Y_i^{z_1}(t_k) \leqslant \min\{W_z(t_k), v_z(t_k)\}$$

4. W rozpatrywanym okresie planowania ilość surowca, który można zużyć do produkcji, jest ograniczona planowaną ilością surowca B_i, którą będziemy dysponować w danym okresie planowania (z uwzględnieniem początkowych zapasów surowca)

$$\forall i \in \mathbb{I}^0 \cup \mathbb{I}^r$$

$$\sum_{z \in Z_F} \Big[\sum_{p \in \mathbb{P}^z} \sum_{j \in \mathbb{J}_z^p} \sum_{t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}} U_{jp}^z(t_k) a_{ij}^p(z) - ZM^i(z) \Big] \leqslant B_i$$

$$\forall i \in \mathbb{I}^1$$

$$\sum_{z \in Z_F \cup Z_p} \Big[\sum_{p \in \mathbb{P}^z} \sum_{j \in \mathbb{J}_z^p} \sum_{t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}} U_{jp}^z(t_k) a_{ij}^p(z) - ZM^i(z) \Big] \leqslant B_i$$

5. Ograniczenie zapewniające ciągłość produkcji zakładu

$$\forall t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}, \quad \forall z \in Z_p \cup Z_F$$

$$\sum_{p \in \mathbb{P}^z} \sum_{j \in \mathbb{J}_z^p} U_{jp}^z(t_k) \geqslant d_z(t_k)$$

6. Ograniczenie na możliwości produkcyjne zakładu

$$z \in Z_F \cup Z_p$$

$$\sum_{p \in \mathbb{P}^z} \sum_{j \in \mathbb{J}_z^p} \sum_{t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}} U_{jp}^z(t_k) \leqslant \mu(z)$$

7. Ilość surowca wysłanego do poszczególnych zakładów musi pokrywać zapotrzebowanie zakładu na dany surowiec (z uwzględnieniem zapasu tego surowca w danym zakładzie), tak aby w każdym kwancie czasu t zakład miał komplet surowców do produkcji

$$\forall t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}, \quad \forall_{t_k} z \in Z_p \cup Z_F, \quad \forall i \in \mathbb{R}_z$$

$$\underbrace{ZM^i(z)}_{\substack{\text{zapas}\\ \text{surowca}\\ \text{i w za-}\\ \text{kładzie}\\ z}} + \underbrace{\sum_{\tau \in t_1} \Big[Y_i^z(\tau - 1)}_{\substack{\text{ilość surowca i}\\ \text{wysłanego do za-}\\ \text{kładu z do czasu}\\ t_k - 1}} - \underbrace{\sum_{p \in \mathbb{P}^z} \sum_{j \in \mathbb{J}_z^p} U_{jp}^z(\tau) a_{ij}^p(z) \Big]}_{\substack{\text{ilość surowca i zużytego}\\ \text{do produkcji przez zakład}\\ \text{z od chwili } t_1 \text{ do chwili}\\ t_k}} \geqslant 0$$

8. Ograniczenie ze względu na pojemność magazynów surowców

$$\forall t_k \in \mathbb{T} - \{t_0\}, \quad \forall z \in Z_p \cup Z_F$$

$$\sum_{i \in R_z} \left[ZM^i(z) + \sum_{\tau = t_1}^{t_k} (Y_i^z(\tau - 1) - \sum_{p \in \mathbb{P}^z} \sum_{j \in J_z^p} U_{jp}^z(\tau) a_{ij}^p(z)) \right] \leqslant M_z$$

9. W każdym kwancie czasu rozpatrywanego okresu planowania produkcja i zapasy palonek pokrywają zapotrzebowanie na palonki wynikające z produkcji wyrobów finalnych

$$\forall t_k \in \mathbb{T}, \quad \forall i \in \mathbb{I}^p$$

$$\underbrace{\sum_{z \in Z^p} \left[ZM^i(z) \right.}_{\substack{\text{zapas palonki} \\ \text{w zakładzie po-} \\ \text{średnim}}} + \underbrace{\left. \sum_{\tau = t_0}^{t_k} \sum_{j \in J_z^i} U_{ji}^z(\tau) \right]}_{\substack{\text{ilość palonki pro-} \\ \text{dukowanej do chwi-} \\ \text{li } t_k}} + \sum_{\substack{z \in Z_F \\ \text{takie,} \\ \text{że} \\ i \in R_z^p}} ZM^i(z) +$$

$$- \underbrace{\sum_{\tau = t_0}^{t_k} \sum_{z \in Z_F} Y_i^z(\tau)}_{\substack{\text{ilość palonki i} \\ \text{wysyłanej do} \\ \text{wszystkich za-} \\ \text{kładów finalnych} \\ \text{do chwili } t_k \\ \text{włącznie}}} \geqslant 0$$

Z przedstawionej postaci ograniczenia wynika, że w przypadku nadmiaru pewnych surowców w magazynie zakłady finalne mogą te surowce oddawać innym zakładom potrzebującym ich do produkcji.

10. W rozpatrywanym okresie planowania zapewnienie, że poszczególne zakłady osiągną co najmniej minimalny zysk

$$\forall z \in Z_F \cup Z_p$$

$$\sum_{p \in \mathbb{P}^z} \sum_{j \in J_z^p} \sum_{t_k \in \mathbb{T}} U_{jp}^z(t_k) \, \gamma_p^j(z) \geqslant \Gamma(z)$$

Funkcje celu

Określono kilka funkcji-kryterium, których wartości będą minimalizowane (maksymalizowane) przy poszukiwaniu rozwiązania tak określonego modelu matematycznego.

Funkcje celu wymieniono w kolejności ich ważności:

1. Maksymalizacja sumarycznego zysku w branży

$$\max \left[\sum_{z \in Z_F \cup Z_p} \sum_{p \in P^z} \sum_{j \in J_z^p} \sum_{t_k \in T} U_{jp}^z(t_k)) \gamma_j^p(z) \right]$$

2. Minimalizacja kosztów produkcji

$$\min \left[\sum_{z \in Z_F \cup Z_p} \sum_{p \in P^z} \sum_{j \in J_z^p} c_j^p(z) \left(\sum_{t_k \in T - \{t_0\}} U_{jp}^z(t_k)) \right) \right]$$

3. Minimalizacja kosztów transportu surowców

$$\min \left[\sum_{z \in Z_F \cup Z_p} \sum_{p \in P^z} \sum_{j \in J_z^p} \sum_{i \in I} \delta_{iz} \sum_{t_k \in T - \{t_n\}} Y_i^z(t_k)) \right]$$

4. Minimalizacja zmian receptur (maksymalizacja długości poszczególnych serii)

określmy funkcję $F(u) = \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u = 0 \end{cases}$

$F(U_{jp}^z(t)) = 1$ oznacza, że w kwancie czasu t w zakładzie z produkt p jest produkowany według receptury j. Wtedy

$\forall z \in Z_p \cup Z_F$, $\forall p \in P^z$, $\forall t_k \in T$

$\sum_{j \in J_z^p} F(U_{jp}^z(t_k))$ wyraża liczbę receptur p w zakładzie z.

Funkcja celu ma następującą postać:

$$\min \left[\sum_{z \in Z_p \cup Z_F} \sum_{p \in P^z} \sum_{j \in J^p} \sum_{k=1}^{n-1} (F(U_{jp}^z(t_k)) - F(U_{jp}^z(t_{k+1})))^2 \right]$$

5. Minimalizacja dostaw surowców

$$\min \left[\sum_{z \in Z_p \cup Z_k} \sum_{i \in I} \sum_{t_k \in T - \{t_n\}} Y_i^z(t_k) \right]$$

4. Wyniki

Na podstawie wartości zmiennych decyzyjnych uzyskanych z rozwiązania przedstawionego modelu można otrzymać szereg informacji dotyczących ilości poszczególnych surowców wysłanych z kopalni (lub palarni) do poszczególnych zakładów, wielkości produkcji w zakładach, ilości surowców dostarczonych do palarni lub zakładów finalnych, zapasów surowców i produktów w ilości surowców zużytych przez każdy zakład, wielkości produkcji produktów fi-

nalnych w poszczególnych zakładach itp. Informacje te mogą dotyczyć każdego kwantu czasu lub też całego rozpatrywanego okresu planowania. Przykładowo:

1. Sumaryczna ilość surowców wysłanych z kopalni $z \in Z_k$ w kwancie czasu $t_k \in T - \{t_n\}$ wyrażona jest wzorem

$$\sum_{i \in I_z} \sum_{\substack{z_1 \in Z_F \cup Z_p \\ \text{takich, że} \\ i \in R_{z_1}}} Y_i^{z_1}(t_k)$$

2. Wielkość produkcji palonek w całym okresie / planowania w palarni $z \in Z_p$ można obliczyć według wzoru

$$\sum_{t_k \in T - \{t_0\}} \sum_{p \in I_z} \sum_{j \in J_z^p} U_{jp}^z(t_k)$$

3. Zapas palonek w palarni $z \in Z_p$ pod koniec okresu planowania wyrażony jest wzorem

$$\sum_{t_k \in T - \{t_0\}} \sum_{p \in I_z^p} \sum_{j \in J_z^p} U_{jp}^z(t_k) +$$

$$- \sum_{t_k \in T - \{t_n\}} \sum_{i \in I_z} \sum_{\substack{z_1 \in Z_F \\ \text{takich, że} \\ i \in R_{z_1}}} Y_i^{z_1}(t_k)$$

LITERATURA

[1] Garfinkel R.S., Nemhauser G.L.: Programowanie całkowitoliczbowe. PWN, Warszawa 1978.
[2] Grass S.I.: Programowanie liniowe, metody i zastosowania. PWN, Warszawa 1976.
[3] Grabowski W.: Programowanie matematyczne. PWE, Warszawa 1980.
[4] Piasecki S., Kaszubowski Z.: Optymalizacja systemów zaopatrzenia. PWN, Warszawa-Łódź 1982.
[5] IBM Mathematical Programming System Extended /370, MPSX/370. Program Reference Manual.

Recenzent: Prof. dr inż. Henryk Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 30.03.1984r.

УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВОМ НА УРОВНЕ ОПРЕДЕЛЁННОЙ ОТРАСЛИ

Р е з ю м е

В работе описывается модель управления производством на примере продукции огнеупорных материалов. Модель была разработана для комплексной системы управления производством на предприятиях огнеупорных материалов. Проблема сформулирована в виде линейной задачи математического программирования.

PRODUCTION CONTROL IN CHOSEN BRANCH OF ECONOMY

S u m m a r y

The paper describes the model of a production control process. The branch of refractory materials is taken as an example. The model has been worked out to supply the needs of the Complex Production Control System of the Refractory Materials Industry. The production control problem was formulated as linear programming problem.