ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985
Seria : AUTOMATYKA z. 79 Nr kol. 848

Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej URBANIAK
Jan WĘGLARZ
Instytut Automatyki
Politechnika Poznańska

WYBÓR STRATEGII ROZWOJU SYSTEMU ZAOPATRZENIA W WODĘ I OCHRONY WÓD W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Streszczenie. Omówiono wyniki prac badawczych dotyczących modelowania i rozwiązywania problemów wyboru strategii rozwoju systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód. Przedstawiono model matematyczny problemu w postaci zadania wielokryterialnego programowania liniowego oraz przedyskutowano możliwości uwzględnienia niepewności i niedokładności niektórych danych. Zaproponowano dwa różne podejścia do modelowania niedokładności i niepewności, a mianowicie teorię zbiorów rozmytych i rachunek prawdopodobieństwa. Podano metody rozwiązywania odpowiednich zadań wielokryterialnego programowania rozmytego i stochastycznego.

1. WSTĘP

Projektowanie systemów zaopatrzenia w wodę dla dużych aglomeracji miejsko-przemysłowych wymaga rozszerzonych badań planistycznych pozwalających właściwie określić założenia projektowe. Określanie tych założeń jest bardzo trudne, między innymi z następujących powodów:

- niedokładność i niepewność danych określonych w długim (rzędu 20 do 50 lat) horyzoncie planowania,
- konieczność uwzględnienia zmian jakości pracy systemu w czasie,
- konieczność wyboru rozwiązania uwzględniającego przyszły rozwój systemu.

Powyższe warunki skłaniają do podjęcia prac nad sformułowaniem i rozwiązaniem problemu optymalnego wyboru strategii rozwoju systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód z uwzględnieniem niepewności i niedokładności niektórych danych. Prace dotyczące tej problematyki realizowali autorzy w ramach programu badawczego PR-7 w kierunku 01. Prace rozpoczęto w 1980 roku od przeglądu literatury [8]. Ogólnie mówiąc, mimo jednoznacznej oceny co do ważności i konieczności rozwijania powyższej problematyki (por. [3]) obserwuje się brak opracowań krajowych na ten temat. Problematyka ta poruszana jest niekiedy przez planistów w sposób ogólnikowy, a bliższe praktyce zastosowania można jedynie zaobserwować w dziedzinie energetyki.

Specyfika modelowania systemów zaopatrzenia w wodę polega na wyraźnej przewadze problematyki sieciowej, z częstym pominięciem problematyki wyboru źródeł i transportu wody od źródła do sieci. W problematyce wyboru strategii rozwoju systemów zaopatrzenia w wodę akcent przenosi się w kierunku problemów wyboru ujęć wody, oczyszczalni ścieków oraz głównych połączeń tych obie-

któw z odbiorcami wody (ściślej z grupami odbiorców typu osiedle mieszkaniowe , duży zakład przemysłowy).

Strategię rozwoju systemu można oceniać z różnych punktów widzenia, związanych w szczególności z kosztami inwestycyjnymi i eksploatacyjnymi, zaspokajaniem potrzeb odbiorców oraz ochroną wód. Wobec tego prace nasze podążały w kierunku konstruowania modeli wielokryterialnych.

Z drugiej strony konieczność uwzględnienia niepewności i niedokładności danych opisujących obiekty systemu w długim horyzoncie planowania prowadzi do tworzenia modeli o takich parametrach. W tym zakresie zastosowano dwa różne podejścia do modelowania niepewności i niedokładności, mianowicie teorię zbiorów rozmytych i rachunek prawdopodobieństwa. Sformułowanie modeli wykorzystujących oba podejścia wymagało opracowania odpowiednich algorytmów poszukiwania rozwiązań. Ponieważ deterministyczny problem wyboru strategii rozwoju można sformułować w postaci zadania wielokryterialnego programowania liniowego (por. [10]), to zastosowanie jednego z wymienionych podejść do modelowania danych niedokładnych prowadzi odpowiednio do zadania wielokryterialnego programowania rozmytego lub stochastycznego. Zaproponowanie metod rozwiązujących te zadania daje możliwość porównania przydatności obu podejść.

2. WIELOKRYTERIALNY MODEL PROBLEMU WYBORU STRATEGII ROZWOJU SYSTEMU ZAOPATRZENIA W WODĘ I OCHRONY WÓD

2.1. Struktura systemu

Rozpatrzymy system składający się z następujących obiektów: ujęcia wody (źródła wraz ze stacjami uzdatniania i zbiornikami), oczyszczalnie recyrkulacyjne umożliwiające powtórne użytkowanie wody, sieć przesyłowa, grupowi odbiorcy wody oraz oczyszczalnie ścieków. W modelu rozpatrywać będziemy pełny obieg wody uwzględniający drogę od źródeł do odbiorców, powrót wody z oczyszczalni recyrkulacyjnych do obiegu oraz spływ ścieków do środowiska, ewentualnie po częściowym oczyszczeniu. Przyjmujemy 20-letni horyzont rozwoju, podzielony na T równych okresów (nie dłuższych od 5 lat i nie krótszych od 1 roku). Zakładamy, że zmiany wartości parametrów charakteryzujących obiekty systemu następują przy przejściu z jednego etapu do drugiego. Szczegółowy opis modelu zawarto w pracach [6,7,9,10]. Poniżej podamy główne charakterystyki poszczególnych obiektów.

Ujęcia wody. Ujęcie scharakteryzowane jest przez jego rodzaj (ujęcie wód powierzchniowych lub gruntowych) oraz właściwości wody ujmowanej, od których zależy proces uzdatniania. Podstawowym parametrem charakteryzującym ujęcie jest jego maksymalna wydajność D_{it}, $i=1,2,\ldots,P(t)$, $t=1,2,\ldots,T$, gdzie $P(t)$ jest liczbą istniejących i potencjalnych ujęć w etapie t. Jednostkowy koszt inwestycyjny ujęcia oznaczymy przez c_{it} [zł/m³/dobę], a jednostkowy koszt eksploatacyjny przez k_{it} [zł/m³]. Z każdym ujęciem wiążemy niezawodność jego pracy i opisujemy ją za pomocą współczynnika a_{it} określającego stosunek czasu bezawaryjnej pracy do długości badanego okresu.

Oczyszczalnie recyrkulacyjne. Proces oczyszczania ścieków może polegać na redukcji zanieczyszczeń lub całkowitym ich usunięciu. W tym ostatnim przy-

padku woda oczyszczona może być użyta powtórnie, na przykład przez użytkownika o niższych wymaganiach jakościowych. Oczyszczalnie recyrkulacyjne stanowią zatem określony rodzaj źródeł wody. Analogicznie do ujęć określamy dla nich maksymalne możliwe wydajności D_{it}, współczynniki niezawodności a_{it}, jednostkowe koszty inwestycyjne c_{it} i eksploatacyjne k_{it}, przy czym $i=P(t)+1, \ldots, N(t)$, $t=1,2,\ldots,T$. Dodatkowo dla każdej oczyszczalni recyrkulacyjnej określamy współczynnik ξ_{it} jako stosunek ilości ścieków wpływających do oczyszczalni do ilości wody recyrkulacyjnej.

Sieć przesyłowa. Możliwa struktura sieci w etapie t definiowana jest przez macierz S_t, o rozmiarach $N(t)\times M(t)$, której elementy s_{ijt} mogą przyjmować wartości 0 lub 1. Jeżeli $s_{ijt}=1$, to oznacza, że źródło i może być połączone z odbiorcą j, w przeciwnym razie jest to niemożliwe. W etapie t sieć posiada $V(t)$ odcinków sieci. Rozpatrujemy przypadek, gdy źródło z odbiorcą połączone jest co najwyżej jedną ścieżką. Dla każdego odcinka k sieci definiujemy zbiór V_{kt} par (i,j) takich, że $s_{ijt}=1$ i odcinek k bierze udział w transporcie wody ze źródła i do odbiorcy j. Jednostkowy koszt eksploatacyjny odcinka k oznaczymy przez k_{kt}[zł/m³], a jego maksymalną przepustowość X_{kt}, $k=1,2,\ldots,V(t)$, $t=1,2,\ldots,T$. Współczynnik niezawodności a_{ijt} określa niezawodność połączenia źródła i z odbiorcą j.

Użytkownicy wody. Rozpatrujemy zagregowanych $M(t)$ odbiorców wody i dla każdego odbiorcy j określone jest zapotrzebowanie na wodę B_{jt}[m³/dobę] w etapie t, $j=1,2,\ldots,M(t)$, $t=1,2,\ldots,T$. Ponieważ nie zawsze wymagania B_{jt} mogą być spełnione, określamy minimalną część α_{jt} wymagania B_{jt}, która pozwala na zadowalające funkcjonowanie urządzeń odbiorcy j. Straty wynikające z niepełnego pokrycia potrzeb odbiorcy określamy za pomocą współczynnika γ_{jt} [zł/m³/dobę]. Dla każdego odbiorcy określamy stosunek ilości zrzucanych przez niego ścieków do ilości pobieranej wody i oznaczamy przez β_{jt}. Często dla uproszczenia modelu przyjmujemy wartość średnią współczynnika dla danego etapu t, to znaczy

$$\beta_t = \sum_{j=1}^{M(t)} \beta_{jt} / M(t) \ , \ t=1,2,\ldots,T.$$

Oczyszczalnie spływowe. Ścieki o dużym stopniu zanieczyszczenia nie mogą być zrzucane bezpośrednio do środowiska i stąd podlegają obróbce w celu redukcji środków szkodliwych powodujących zniszczenie lub degradację środowiska. Oznaczymy przez c_{lt}[zł/m³/dobę] jednostkowy koszt inwestycyjny oczyszczalni spływowej, a przez k_{lt}[zł/m³] jednostkowy koszt eksploatacyjny, gdzie $l=1,2,\ldots,Q(t)$, $t=1,2,\ldots,T$.

2.2. Zmienne decyzyjne

Zmiennymi decyzyjnymi są przepływy x_{ijt} wody pochodzącej z i-tego źródła do j-tego odbiorcy w etapie t, gdzie $x_{ijt}\geq 0$. Korzystając ze zmiennej x_{ijt} określamy zmienne pomocnicze , którymi są przyrosty wydajności i-tego źródła x^+_{it} oraz spadki wydajności x^-_{it} w stosunku do etapu poprzedniego [7]. Powyższe zmienne definiowane są równaniami:

$$\sum^{M(t)} (s_{i+t}x_{i+t} - s_{i+t-1}x_{i+t-1}) - x^+_{it} + x^-_{it} = 0, \ i=1,\ldots,N(t), t=1,\ldots,T \qquad (1)$$

Analogicznie definiujemy zmienne decyzyjne dla oczyszczalni spływowych y_{lt}, y^{+}_{lt}, y^{-}_{lt} i określają one odpowiednio wydajność, jej przyrost i spadek dla l-tej oczyszczalni w etapie t.

$$y_{lt}-y_{lt-1}-y^{+}_{lt}+y^{-}_{lt} = 0, \quad l=1,2,\ldots,Q(t), t=1,2,\ldots,T. \tag{2}$$

2.3. Kryteria

W modelu rozpatrujemy pięć kryteriów oceny systemu [7,10].

Kryterium kosztów inwestycyjnych i eksploatacyjnych ujęć wody

$$F_1=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{P(t)}\left(c_{it}x^{+}_{it}q_{t-1}+k_{it}L\sum_{j=1}^{M(t)} s_{ijt}x_{ijt}q_{it}\right) \tag{3}$$

gdzie q_t, q_{it} są czynnikami dyskontującymi dla kosztów inwestycyjnych i eksploatacyjnych, a L jest długością etapu w dobach.

Kryterium kosztów inwestycyjnych i eksploatacyjnych oczyszczalni recyrkulacyjnych

$$F_2=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=P(t)+1}^{N(t)}\left(c_{it}x^{+}_{it}q_{t-1} + k_{it}L\sum_{j=1}^{M(t)} s_{ijt}x_{ijt}q_{it}\right) \tag{4}$$

Kryterium kosztów inwestycyjnych i eksploatacyjnych oczyszczalni spływowych

$$F_3=\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{Q(t)}\left(c_{lt}y^{+}_{lt}q_{t-1} + k_{lt}\, L\, y_{lt}q_{lt}\right) \tag{5}$$

Kryterium strat spowodowanych niedostarczeniem wody do odbiorców

$$F_4=\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{M(t)}\left(B_{jt}-\sum_{i=1}^{N\,t} s_{ijt}a_{it}a_{ijt}x_{it}\right)\gamma_{jt}Lq_t \tag{6}$$

Kryterium zanieczyszczenia środowiska

$$F_5=\sum_{t=1}^{T}\left[\nu\left(\beta_t\sum_{i=1}^{N(t)} x^{+}_{it}-\sum_{i=P(t)+1}^{N(t)}\xi_{it}x^{+}_{it}-\sum_{l=1}^{Q(t)} y^{+}_{lt}\right)+\varkappa\sum_{l=1}^{Q(t)} y^{+}_{lt}\right] \tag{7}$$

gdzie $\varkappa$ (ν) oznacza jednostkowy średni stopień zanieczyszczenia środowiska wynikającego ze zrzucenia 1 m^3 ścieków nieoczyszczonych (oczyszczonych) w ciągu doby do wody płynącej lub stojącej o danej objętości czynnej.

2.4. Zbiór ograniczeń

Ograniczenie wydajności źródeł

$$\sum_{j=1}^{M(t)} s_{ijt}x_{ijt} \leq D_{it}, \quad i=1,\ldots,N(t), \quad t=1,\ldots,T. \tag{8}$$

Spełnienie wymagań użytkowników

$$\sum_{i=1}^{N(t)} s_{ijt}a_{it}a_{ijt}x_{ijt} \geq \alpha_{jt}B_{jt}, \quad j=1,\ldots,M(t), \quad t=1,\ldots,T. \tag{9}$$

Ograniczenie przepustowości odcinków

$$\sum_{(i,j)\in V_{kt}} x_{ijt} \leq X_{kt}, \quad k=1,\ldots,V(t), \quad t=1,\ldots,T. \tag{10}$$

Ograniczenie wydajności oczyszczalni spływowych

$$\sum_{l=1}^{Q(t)} y_{lt} \leq Y^{max}_{t}, \quad t=1,\ldots,T. \tag{11}$$

2.5. Sformułowanie problemu optymalizacyjnego

Stosując uproszczony zapis możemy zadanie wyboru strategii rozwoju systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód sformułować następująco:

$$\min_{\underline{x}} \begin{vmatrix} F_1 = \underline{c}_1\underline{x} \\ \dots \\ F_k = \underline{c}_k\underline{x} \end{vmatrix} \tag{12}$$

przy ograniczeniach (8) do (11).

Jest to zatem zadanie wielokryterialnego programowania liniowego. W pierwszym etapie prac rozwiązane zostało zadanie dwukryterialne z funkcjami celu: kosztową i niezawodnościową. Ściślej mówiąc, funkcję kosztową przyjęto jako sumę zdyskontowanych kosztów inwestycyjnych i eksploatacyjnych obiektów systemu, a kryterium jakości środowiska wprowadzono do zbioru ograniczeń. Wyniki oraz szczegółowe omówienie metody rozwiązania problemu zamieszczono w opracowaniu [9] oraz w pracy [6]. Do rozwiązania powyższego problemu dwukryterialnego wykorzystano procedurę parametrycznego programowania liniowego.

Opracowanie [10] zawiera opis metody rozwiązania zadania (12), dla k=1,2,...,5, opartej na podejściu dialogowym do poszukiwania rozwiązań sprawnych (Pareto optymalnych)[4]. Wykorzystano w tym celu algorytm metody STEM. Dla ilustracji przyjętej metodyki rozwiązania problemu podano przykład rozwiązania problemu wyboru strategii rozwoju prostego systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód [7].

3. MODELOWANIE NIEPEWNOŚCI I NIEDOKŁADNOŚCI W PROBLEMIE WYBORU STRATEGII ROZWOJU SYSTEMU ZAOPATRZENIA W WODĘ I OCHRONY WÓD

3.1. Podejście wykorzystujące teorię zbiorów rozmytych

W [5,12] modelowaliśmy za pomocą zbiorów rozmytych niedokładność następujących danych:

- jednostkowe koszty inwestycyjne i eksploatacyjne: c_{it}, c_{1t}, k_{it},
- zapotrzebowanie na wodę: B_{jt},
- jednostkowy koszt strat u odbiorcy: γ_{jt},
- maksymalne wydajności źródeł i odcinków sieci: D_{it}, X_{kt},
- współczynniki niezawodności: a_{it}, a_{ijt},
- współczynniki zanieczyszczenia środowiska: $\varkappa$, ν,
- współczynniki zużycia wody: β_t,
- współczynniki sprawności oczyszczania recyrkulacyjnego: ξ_{it}.

Zastosowanie tego opisu wymagało opracowania metody rozwiązania następującego zadania wielokryterialnego rozmytego programowania liniowego *) WRPL :

$$\min: \begin{bmatrix} \tilde{\underline{c}}_1\underline{x} \\ \dots \\ \tilde{\underline{c}}_5\underline{x} \end{bmatrix}$$

przy ograniczeniach:

$$\tilde{\underline{a}}_i\underline{x} \le \tilde{b}_i \,, \qquad i=1,\dots,m_1 \tag{I}$$

*) Symbole używane w tym rozdziale mają lokalne znaczenie i nie należy ich mylić z podobnymi symbolami używanymi w innych rozdziałach.

$$\tilde{\underline{a}}_i \underline{x} \geq \tilde{b}_i, \qquad i=m_1+1,\dots,m_2 \qquad \text{(II)}$$
$$\underline{a}_i \underline{x} = 0, \qquad i=m_2+1,\dots,m_3 \qquad \text{(III)}$$
$$\underline{x} \geq 0$$

gdzie $\underline{x}$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych, $\tilde{\underline{c}}_1,\dots,\tilde{\underline{c}}_5$ są wektorami rozmytych współczynników kosztów, odpowiadającymi kryteriom $F_1,\dots,F_5$; $\underline{a}_i$ jest i-tym wierszem macierzy rozmytych współczynników A i $\tilde{b}_i$ jest współczynnikiem prawej strony i-tego ograniczenia. Liczby rozmyte zostały oznaczone falą ~. Ograniczenia (I) odpowiadają (8),(10),(11), to znaczy ograniczeniom na wydajności źródeł i przepustowości odcinków sieci, ograniczenia (II) odpowiadają (9), to znaczy zapotrzebowaniom na wodę i ograniczenia (III) odpowiadają (1),(2), to znaczy wyrażeniom definiującym zmienne przyrostowe.

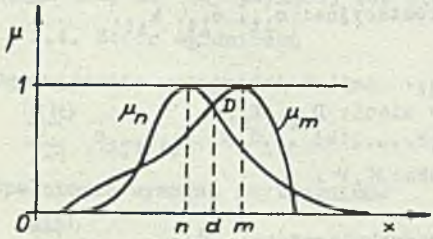
Ponadto zakładamy, że decydent jest w stanie zdefiniować rozmyte poziomy aspiracji dla poszczególnych kryteriów, oznaczone przez $\tilde{g}_1,\dots,\tilde{g}_5$. Obecnie możemy powiedzieć ogólnie, że rozwiązanie zadania WRPL polega na znalezieniu wektora $\underline{x}$ zapewniającego "najlepszą zgodność" między poziomami aspiracji a funkcjami celu i spełniającego ograniczenia z zadaną "dokładnością".

Ponieważ w zadaniu WRPL liczby rozmyte występują w ogólności po obu stronach funkcji celu i ograniczeń, to zasadniczą kwestią, którą należy wyjaśnić, jest porównywanie liczb rozmytych.

Niech $\tilde{m}$ i $\tilde{n}$ będą liczbami rozmytymi [2]. Chcemy ocenić stopień możliwości, by $x \in R$ należące w sposób rozmyty do $\tilde{m}$ było większe niż $y \in R$ należące w sposób rozmyty do $\tilde{n}$, gdzie R jest prostą. Stosując zadehowską zasadę rozszerzania otrzymujemy:

$$v(\tilde{m} > \tilde{n}) = \sup_{x,y:x \geq y} \min(\mu_m(x), \mu_n(x))$$

gdzie μ_m i μ_n są odpowiednio funkcjami przynależności liczb $\tilde{m}$ i $\tilde{n}$. $v(\tilde{m} > \tilde{n})$ jest stopniem prawdziwości stwierdzenia " $\tilde{m}$ jest większe od $\tilde{n}$ ". Jeżeli istnieje para (x,y) taka, że $x \geq y$ i $\mu_m(x) = \mu_n(y) = 1$, to $v(\tilde{m} > \tilde{n}) = 1$.



Rys.1

W przypadku pokazanym na rys.1 łatwo sprawdzić, że

$$v(\tilde{m} > \tilde{n}) = 1 \iff m \geq n$$
$$v(\tilde{n} > \tilde{m}) = hgt(\tilde{m} \cap \tilde{n}) = \mu_m(d) = \mu_n(d),$$

gdzie $hgt(\tilde{m} \cap \tilde{n})$ jest wysokością przekroju liczb rozmytych $\tilde{m}$ i $\tilde{n}$. $hgt(\tilde{m} \cap \tilde{n})$ jest miarą odseparowania liczb $\tilde{m}$ i $\tilde{n}$ (por.[14]).

Zastosowano liczby rozmyte typu L-R, dla których funkcja przynależności μ_m zdefiniowana jest w następujący sposób [2]:

$$\mu_m(x) = \begin{cases} L((m-x)/\alpha), & \text{jeżeli } x \leq m, \\ R((x-m)/\beta), & \text{jeżeli } x \geq m, \end{cases}$$

gdzie m jest tak zwaną wartością środkową, α i β są odpowiednio lewym i prawym zasięgiem liczby $\tilde{m}$, a L i R są symetrycznymi funkcjami informacyjnymi dla lewego i prawego zasięgu, przy czym są nierosnące w przedziale $[0,\infty)$ oraz $L(0)=R(0)=1$. Tak zdefiniowana liczba $\tilde{m}$ nazywa się liczbą rozmytą typu L-R i zapisuje się ją symbolicznie jako $\tilde{m} = (m,\alpha,\beta)_{LR}$. Gdy oba zasięgi są równe zeru, to $\tilde{m}$ nie jest liczbą rozmytą, lecz pewną.

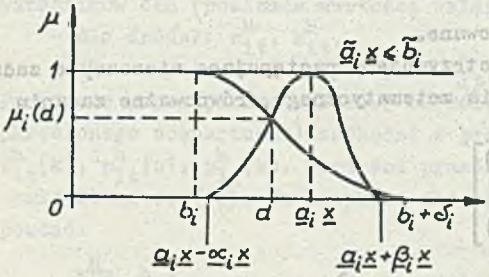
Zakładając, że $\tilde{m}=(m,\alpha,\beta)_{LR}$ i $\tilde{n}=(n,\gamma,\delta)_{RL}$, łatwo sprawdzić, że jeżeli $m \geq n$, to

$$\mu_m(d)=\mu_n(d) = L((m-n)/(\alpha+\delta)).$$

Współczynniki rozmyte ograniczeń (I) zapisujemy w następujący sposób:

$$\tilde{a}_i = (\underline{a}_i, \underline{\alpha}_i, \underline{\beta}_i)_{LR} \qquad i=1,\dots,m_1$$
$$\tilde{b}_i = (b_i, \infty, \delta_i)_{LL} \qquad i=1,\dots,m_1.$$

Dla każdego $\underline{x} \geq 0$, $\tilde{a}_i\underline{x} = (\underline{a}_i\underline{x}, \underline{\alpha}_i\underline{x}, \underline{\beta}_i\underline{x})_{LR}$. Dla każdego $\underline{x}$, i-te ograniczenie typu (I) przedstawiono na rys.2. Dokładność spełnienia tego ograniczenia wyrażona jest wzorem



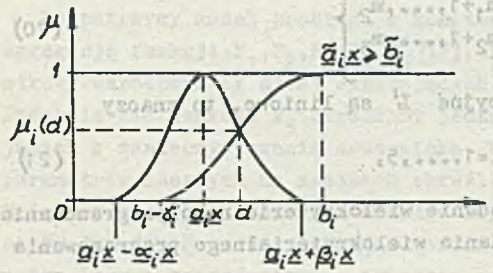
Rys.2

$$\mu_i[d(x)] = L\left(\frac{\underline{a}_i\underline{x}-b_i}{\underline{\alpha}_i\underline{x}+\delta_i}\right), i=1,\dots,m_1. \quad (13)$$

Analogicznie, współczynniki rozmyte ograniczeń typu (II) są przedstawione następująco:

$$\tilde{a}_i = (\underline{a}_i, \underline{\alpha}_i, \underline{\beta}_i)_{LR}, \quad i=m_1+1,\dots,m_2,$$
$$\tilde{b}_i = (b_i, \gamma_i, \infty)_{RR}, \quad i=m_1+1,\dots,m_2.$$

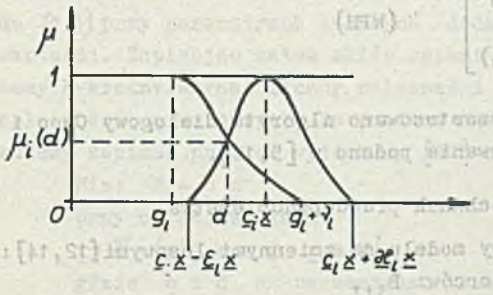
Dla danego $\underline{x}$, i-te ograniczenie typu (II) przedstawiono na rys.3. Łatwo sprawdzić, że



Rys.3

$$\mu_i[d(x)] = R\left(\frac{b_i-\underline{a}_i\underline{x}}{\underline{\beta}_i\underline{x}+\gamma_i}\right), i=m_1+1,\dots,m_2. \quad (14)$$

Im $\mu_i[d(x)]$ ma wartość bliższą 1, tym wyższy jest stopień dopuszczalności odpowiedniego rozwiązania $\underline{x}$ względem ograniczenia i. Dla każdego ograniczenia i definiujemy następnie minimalną akceptowalną dokładność $\tau_i \in (0,1]$, $i=1,\dots,m_2$. Dla zadanych dokładności ograniczenia (I) i (II) mogą być przedstawione w następujący sposób:



Rys.4

$$L\left(\frac{\underline{a}_i\underline{x}-b_i}{\underline{\alpha}_i\underline{x}+\delta_i}\right) \geq \tau_i, \quad i=1,\dots,m_1 \quad (15)$$

$$R\left(\frac{b_i-\underline{a}_i\underline{x}}{\underline{\beta}_i\underline{x}+\gamma_i}\right) \geq \tau_i, \quad i=m_1+1,\dots,m_2 \quad (16)$$

Jeżeli L i R są ściśle malejącymi z $[0,\infty)$ w $[0,1]$, to możemy przekształcić nierówności (15), (16) do postaci równoważnej:

$$(\underline{a}_i-\theta_i\alpha_i)\underline{x} - b_i - \theta_i\delta_i \leq 0, \quad i=1,\dots,m_1 \quad (17)$$
$$(\underline{a}_i+\theta_i\beta_i)\underline{x} - b_i + \theta_i\gamma_i \geq 0, \quad i=m_1+1,\dots,m_2 \quad (18)$$

gdzie

$$\theta_i = L^{-1}(\tau_i), \; i=1,\dots,m_1, \quad \theta_i = R^{-1}(\tau_i), \; i=m_1+1,\dots,m_2.$$

W przypadku rozmytych funkcji celu zamiast o odseparowaniu powinniśmy raczej mówić o zgodności między tymi funkcjami a rozmytymi poziomami aspi-

racji. Rozmyte współczynniki kosztów i poziomy aspiracji zapisujemy w następujący sposób:

$$\tilde{\underline{c}}_l = (\underline{c}_l, \underline{\xi}_l, \underline{\gamma}_l)_{L'R'}, \quad l=1,\dots,5$$
$$\tilde{g}_l = (g_l, \infty, \nu_l)_{L'L'}, \quad l=1,\dots,5.$$

Dla danego $\underline{x}$ l-ty poziom aspiracji i funkcję celu przedstawiono na rys.4. W tym przypadku $\mu_l[d(x)]$ jest miarą zgodności między $\tilde{g}_l$ i $\tilde{\underline{c}}_l\underline{x}$:

$$\mu_l[d(\underline{x})] = L'\left(\frac{\underline{c}_l\underline{x}-g_l}{\underline{\xi}_l\underline{x}+\nu_l}\right), \quad l=1,\dots,5, \tag{19}$$

wobec czego powinno być maksymalizowane.

W rezultacie powyższej analizy otrzymujemy następujące nierozmyte zadanie wielokryterialnego programowania metematycznego, równoważne zadaniu WRPL:

$$\text{Max:} \quad \begin{bmatrix} L'((\underline{c}_1\underline{x}-g_1)/(\underline{\xi}_1\underline{x}+\nu_1)) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ L'((\underline{c}_5\underline{x}-g_5)/(\underline{\xi}_5\underline{x}+\nu_5)) \end{bmatrix}$$

przy ograniczeniach:

$$\left.\begin{array}{ll} (\underline{a}_i-\theta_i\underline{\alpha}_i)\underline{x}-b_i-\theta_i\delta_i \leq 0, & i=1,\dots,m_1 \\ (\underline{a}_i+\theta_i\underline{\beta}_i)\underline{x}-b_i+\theta_i\gamma_i \geq 0, & i=m_1+1,\dots,m_2 \\ \underline{a}_i\underline{x} = 0, & i=m_2+1,\dots,m_3 \\ \underline{x} \geq 0 . & \end{array}\right\} \tag{20}$$

Przy założeniu, że funkcje informacyjne L' są liniowe, to znaczy

$$\mu_l[d(x)] = 1 - \frac{\underline{c}_l\underline{x} - g_l}{\underline{\xi}_l\underline{x} + \nu_l}, \quad l=1,\dots,5, \tag{21}$$

sprowadzono powyżej sformułowane zadanie wielokryterialnego programowania matematycznego do następującego zadania wielokryterialnego programowania hiperbolicznego (WPH):

$$\text{Min:} \quad \begin{bmatrix} z_1(\underline{x})=(\underline{c}_1\underline{x} - g_1)/(\underline{\xi}_1\underline{x} + \nu_1) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ z_5(\underline{x})=(\underline{c}_5\underline{x} - g_5)/(\underline{\xi}_5\underline{x} + \nu_1) \end{bmatrix} \tag{WPH}$$

przy ograniczeniach (20).

W celu rozwiązania zadania WPH zastosowano algorytm dialogowy Choo i Atkinsa [1]. Szczegóły tego zastosowania podano w [5,12].

3.2. Podejście wykorzystujące rachunek prawdopodobieństwa

Załóżmy, że następujące parametry modelu są zmiennymi losowymi [12,14]:

- zapotrzebowanie na wodę u odbiorców: B_{jt},
- maksymalne wydajności źródeł: D_{it},
- wskaźniki kosztów: c_{it}, k_{it}, c_{lt}, k_{lt},
- maksymalne przepustowości odcinków sieci: X_{kt}.

Powyższe założenie koresponduje z założeniem przyjętym w [11] dotyczącym rozmytych parametrów modelu.

Dla parametrów losowych występujących w zależnościach ograniczających D_{it}, B_{jt}, X_{kt} określimy R możliwych poziomów wartości. Dla każdego r-tego poziomu r=1,2,...,R określimy wartości odpowiednio maksymalnych wydajności zapotrzebowań na wodę i maksymalnych przepustowości: D^r_{it}, B^r_{jt}, X^r_{kt}.

Przyjęcie przez parametr losowy określonego poziomu r zachodzi z prawdopodobieństwem $p^r_{it}(D)$, $p^r_{jt}(B)$, $p^r_{kt}(X)$ odpowiednio dla parametrów D^r_{it}, B^r_{jt}, X^r_{kt}. Muszą być przy tym spełnione warunki:

$$\sum_{r=1}^{R} p^r_{it}(D) = 1, \quad i=1,2,\ldots,N(t), \quad t=1,2,\ldots,T. \tag{22}$$

Analogiczne warunki przyjmujemy dla parametrów B^r_{jt} i X^r_{kt}.

W przypadku losowych parametrów kosztowych określamy H scenariuszy wskaźników cen (poziomów wartości wskaźników cen), co oznaczymy następująco:

- dla źródeł: c^h_{it}, k^h_{it},
- dla oczyszczalni spływowych: c^h_{lt}, k^h_{lt}.

Przyjęcie przez parametr losowy określonego poziomu wartości (wystąpienie określonego scenariusza) zachodzi z prawdopodobieństwem odpowiednio: $p^h_{it}(c)$, $p^h_{it}(k)$, $p^h_{lt}(c)$, $p^h_{lt}(k)$. Wartości prawdopodobieństw muszą spełniać warunki analogiczne do (22). Na przykład dla parametru losowego c^h_{it} warunki te mają postać:

$$\sum_{h=1}^{H} p^h_{it}(c) = 1, \quad i=1,2,\ldots,N(t), \quad t=1,2,\ldots,T. \tag{23}$$

Rozpatrzymy model problemu z kosztową funkcją celu uzyskaną poprzez agregację funkcji F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 [12]. Dla funkcji F_4 określamy zatem jednostkowy współczynnik strat wynikających z niedostarczenia wody odbiorcom γ_{jt}. Podobnie dla funkcji F_5 określamy jednostkowy współczynnik strat k_ν wynikających z zanieczyszczenia środowiska. Współczynnik ten dołączamy do zbioru parametrów losowych na zasadach określonych powyżej i oznaczamy przez k^h_ν. Dzięki powyższym założeniom funkcja kryterialna określa sumę wszystkich kosztów dla danego scenariusza h. Oznacza to, że we wzorach (3) do (7) parametry losowe reprezentowane są przez poszczególne poziomy wartości i oznaczone są dodatkowo indeksem h. Podobnie w zbiorze ograniczeń (zależności (8) do (11)) przy parametrach losowych dodamy indeks r określający dany poziom wartości. Zapisując zatem zbiór ograniczeń dla wszystkich R poziomów uzyskamy R-krotny wzrost liczby zależności ograniczających. Przekształcając zależności ograniczające do postaci standardowej programowania liniowego możemy zapisać problem wyjściowy [12] następująco:

$$\text{Min: } F = \underline{c}\,\underline{x} \tag{24}$$

przy ograniczeniach

$$\underline{x} \in \mathcal{D} = \{\underline{x} \mid \underline{A}\,\underline{x} = \underline{d},\ \underline{x} \geq 0\} \tag{25}$$

gdzie $\underline{c}$ i $\underline{d}$ są parametrami losowymi.

Uwzględniając fakt losowości wektora współczynników funkcji celu otrzymamy, dla różnych scenariuszy, H funkcji celu $F^h = \underline{c}^h \underline{x}$, $h=1,2,\ldots,H$. Zbiór zależności ograniczających zapiszemy następująco [13]:

$$\underline{A}\,\underline{x} + \underline{x}^+_r - \underline{x}^-_r = \underline{d}^r, \quad r=1,2,\ldots,R. \tag{26}$$

Zmienne $\underline{x}^+_r$, $\underline{x}^-_r$ stanowią różnicę między $\underline{A}\,\underline{x}$ a danym poziomem $\underline{d}^r$ i warunkują zachowanie poprawności sformułowania zadania. Oprócz tego wprowadzimy funkcję

$$F_w = \sum_{r=1}^{R} p^r\, \underline{b}^r\, (\underline{x}^+_r + \underline{x}^-_r)$$

reprezentującą karę za odchylenie od ograniczeń.

Możemy zatem sformułować zbiór problemów deterministycznych równoważnych przy poczynionych założeniach sformułowaniu (24),(25). Uzyskujemy zatem zbiór dwukryterialnych problemów postaci:

$$\text{Min:} \begin{bmatrix} \underline{c}^h \underline{x} \\ \sum_{r=1}^{R} p^r \, \underline{b}^r (\underline{x}_r^+ + \underline{x}_r^-) \end{bmatrix}$$

przy ograniczeniach (26),

dla $h=1,2,\ldots,H$.

Rozwiązanie powyższych zadań programowania liniowego z dwoma funkcjami kryterialnymi można otrzymać stosując parametryczne programowanie liniowe [9,12]. Uzyskujemy wówczas pełny obraz rozwiązań w przestrzeni kryteriów F^h i F_w, $h=1,2,\ldots,H$.

Dodatkowo, każde rozwiązanie sprawne $\underline{x}^*$ może być ocenione w oparciu o następujące wskaźniki [13]:

- wartość funkcji celu F^h i wartość funkcji kary F_w, dla $h=1,2,\ldots,H$,
- średnią wartość funkcji celu

$$\bar{F} = \sum_{h=1}^{H} p_h F^h,$$

gdzie p_h jest prawdopodobieństwem wystąpienia h-tego scenariusza,

- poziom ufności kompromisu $\underline{x}^*$ równy

$$(1-\alpha_m) = P\{\underline{c}^h \underline{x}^* \leq \bar{F}\} = \sum_{h \in \mathcal{H}} p_h ,$$

gdzie $\mathcal{H} = \{h \mid \underline{c}^h \underline{x} \leq \bar{F}\}$.

Powyższe wskaźniki jakości rozwiązania $\underline{x}^*$ wspomagają decydenta w wyborze rozwiązania do realizacji.

Przykład obliczeniowy ilustrujący opisaną metodykę przedstawiono w pracy [12].

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracach dotyczących problemu wyboru strategii rozwoju systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód skoncentrowano się na uwzględnieniu w modelu dwóch istotnych aspektów: wielu kryteriów oceny strategii i niepewności oraz niedokładności niektórych danych.

Opracowano wielokryterialny model problemu i podano dialogową metodę uzyskiwania rozwiązań kompromisowych w przypadku deterministycznym [7,10], a w zakresie modelowania niepewności i niedokładności zrealizowano podejścia wykorzystujące teorię zbiorów rozmytych i rachunek prawdopodobieństwa.

W ramach pierwszego podejścia opracowano metodę rozwiązania zadania wielokryterialnego programowania liniowego z rozmytymi współczynnikami w funkcjach celu i po obu stronach ograniczeń. Zadanie to sprowadzono do deterministycznego zadania wielokryterialnego programowania hiperbolicznego i rozwiązano efektywną metodą dialogową. Zaproponowana metoda jest oryginalna i stanowi narzędzie uogólnionej analizy wrażliwości rozwiązań, a jej

zastosowanie nie ogranicza się do opisanego przypadku.

W ramach podejścia probabilistycznego przyjęto opis współczynników zagregowanej funkcji celu oraz prawych stron ograniczeń w postaci przybliżonych funkcji gęstości. Sformułowane zadanie stochastycznego programowania liniowego sprowadzono do skończonego zbioru zadań deterministycznych dwukryterialnego programowania liniowego i rozwiązano metodą programowania parametrycznego. Aktualne prace dotyczą uogólnienia tego podejścia na przypadek wielu kryteriów.

Oprogramowanie zaprezentowanych metod umożliwi w najbliższym czasie eksperymentalne porównanie obu podejść i pozwoli na wyciągnięcie wniosków odnośnie do zakresu ich zastosowań.

LITERATURA

[1]. E.U. Choo, D.R. Atkins, An interactive algorithm for multicriteria programming, Comput. and Operations Res. 7 (1980) 81-87.

[2]. D. Dubois, H. Prade, Systems of linear fuzzy constraints, Fuzzy Sets and Systems 3 (1980) 37-48.

[3]. D.T. Lauria, Research needs for capacity planning, Journal of Amer. Water Works Association, Jan.,75,no. 1 (1983) 4-5.

[4]. R. Słowiński, Przegląd metod wielokryterialnego programowania liniowego, Przegląd Statystyczny 31 (1984) cz.I - no.1-2, cz.II - no.3-4.

[5]. R. Słowiński, A multicriteria fuzzy linear programming method for water supply system development planning, Preliminary Report IA PP, Poznań, August 1984.

[6]. R. Słowiński, A. Urbaniak, J. Węglarz, Bicriterion capacity expansion planning of a water supply system, Methods of Operations Res. 46 (1983) 733-744.

[7]. R. Słowiński, A. Urbaniak, J. Węglarz, Multicriteria capacity expansion planning of a water supply and wastewater treatment system, in: S.G. Tzafestas, M.H. Hamza (eds.), Advances in Modelling, Planning, Decision and Control of Energy, Power and Environmental Systems (Acta Press, Zürich, 1983) 275-278.

[8]. R. Słowiński, A. Urbaniak, J. Węglarz, Rozpoznanie i krytyczna ocena aktualnego stanu badań w zakresie sterowania rozwojem systemów zaopatrzenia w wodę, Oprac. Instytutu Automatyki PP, nr 80011, Poznań 1980.

[9]. R. Słowiński, A. Urbaniak, J. Węglarz, Liniowy, deterministyczny model sterowania rozwojem systemu zaopatrzenia w wodę - sformułowanie, algorytm rozwiązania, Oprac. Instytutu Automatyki PP, nr 81014, Poznań 1981.

[10]. R. Słowiński, A. Urbaniak, J. Węglarz, Wielokryterialne sterowanie rozwojem systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód, Oprac. Instytutu Automatyki PP, nr 82007, Poznań 1982.

[11]. R. Słowiński, A. Urbaniak, J. Węglarz, Wybór strategii rozwoju systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód przy rozmytych danych. Oprac. Instytutu Automatyki PP, nr 83007, Poznań 1983.

[12]. R.Słowiński, A. Urbaniak, J. Węglarz, Wybór strategii rozwoju systemu zaopatrzenia w wodę i ochrony wód przy opisie danych niepewnych za pomocą zbiorów rozmytych lub rozkładów prawdopodobieństwa, Oprac. Instytutu Automatyki PP, nr 84017, Poznań 1984.

[13]. J. Teghem Jr., Multiobjective and stochastic linear programming, Found. of Control Engrg. 8 (1983), no.3-4.

[14]. A. Urbaniak, Multiobjective choice of an expansion strategy of a water supply and wastewater system under random demands, in: S.G. Tzafestas M.H. Hamza (eds.), Advances in Modelling, Planning, Decision and Control of Energy, Power and Environmental Systems (Acta Press, Zürich, 1983) 271-274.

[15]. L. A. Zadeh, Fuzzy sets, Information and Control 8 (1965) 338-353.

THE CHOICE OF A DEVELOPMENT STRATEGY OD A WATER SUPPLY AND WASTEWATER TREATMENT SYSTEM UNDER UNCERTAINTY

S u m m a r y

Some research results are presented concerning modelling and solving of a long-term development planning problem of a water supply and wastewater treatment system. A mathematical model of the problem is presented in terms of multicriteria linear programming and possibilities of taking into account uncertainty and imprecision of some data are discussed. Two different approaches are proposed: one based on the theory of fuzzy sets and second - on the theory of probability. The methods of solving the corresponding problems of multicriteria fuzzy or stochastic programming are given.

ВЫБОР СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ СИСТЕМЫ ВОДОСНАБЖЕНИЯ И ОЧИСТКИ СТОЧНОЙ ВОДЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Р е з ю м е

В настоящей работе представлены результаты исследований в области моделирования и решения проблем выбора стратегии развития систем водоснабжения и очистки сточной воды. В работе представлена математическая модель проблемы в виде многокритериальной задачи линейного программирования и обсуждена возможность учёта неопределённости и неуверенности некоторых данных. Предложены два различных подхода к моделированию неопределённости и неуверенности . Первый подход основан на теории размытых множеств , второй - на теории вероятностей. В работе представлены также методы решения соответствующих задач многокритериального размытого и стохастического программирования.