

Wojciech CHMIEŁOWSKI
Instytut Inżynierii
i Gospodarki Wodnej
Politechnika Krakowska

KONCEPCJA WSPÓŁPRACY ZBIORNIKA ALIMENTACYJNEGO
Z UJĘCIAMI WODY NA PRZYKŁADZIE AGLOMERACJI KRAKOWSKIEJ.

Streszczenie. W referacie przedstawiono propozycję współpracy zbiornika alimentacyjnego z innymi ujęciami wody w ramach jednolitego systemu zaopatrującego aglomerację miejską. W szczególności skoncentrowano uwagę na koncepcji wzajemnego uzupełniania przez zbiornik i ujęcia ilości wody do wartości wymaganej funkcji zapotrzebowania. Współpraca taka jest optymalna z punktu widzenia poniesionych kosztów globalnych wynikłych w trakcie realizacji wymaganej funkcji zapotrzebowania. Rozwiązanie uzyskano w oparciu o metodę programowania nieliniowego.

1. WSTĘP

Algorytm sterowania zbiornikiem Dobczyce oraz ujęciami wody pitnej dla Krakowa wymaga na różnych poziomach wypracowania decyzji znajomości funkcji zapotrzebowania na wodę dla różnych interwałów czasu. Konieczna jest znajomość funkcji zapotrzebowania na 3 miesiące z dyskretyzacją dekadową, następnie znajomość dokładniejszej funkcji zapotrzebowania w okresach dekadowych, czy wreszcie bieżącej funkcji zapotrzebowania na najbliższe 24 godziny.

Funkcje te mogą być ustalane odgórnie (arbitralnie) przez Zarząd Systemu, mogą być wyznaczone z historycznych wartości poborów wody dla odpowiednich przedziałów czasu, ewentualnie mogą być wynikiem analizy współpracy wszystkich obiektów zasilających aglomerację krakowską pokazanych na rys.1.

Każde z ujęć opisane jest pewnymi charakterystycznymi wielkościami, takimi jak:

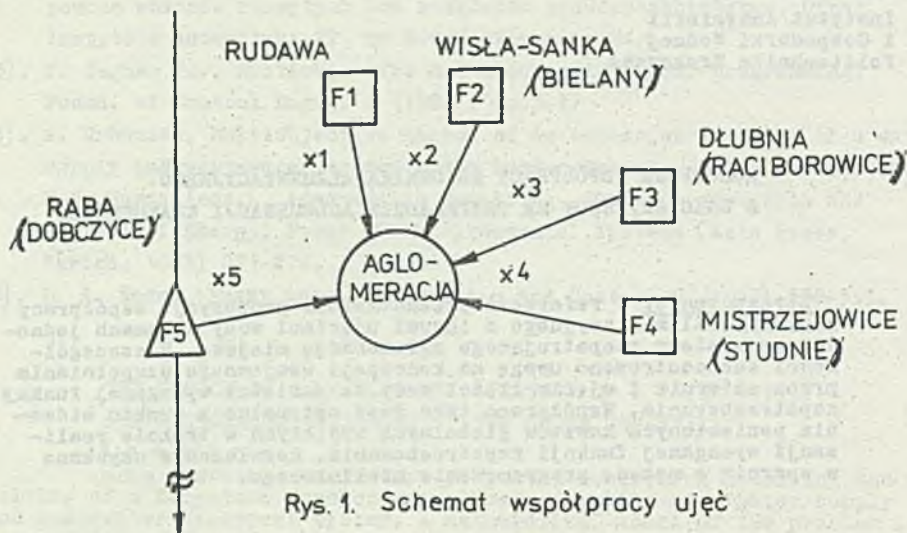
- a) maksymalny pobór wody z rzeki

$$q_{11} = Q_1 - q_N$$

gdzie: Q_1 - przepływ w i-tej rzece,
 q_N - przepływ nienaruszalny,

- b) maksymalne możliwości przerzutowe rurociągów od ujęcia do sieci miejskiej q_{12} ,
c) możliwość maksymalnego wydatku ujęcia q_{13} ,
d) funkcja kosztów produkcji wody na ujęciu i-tym F_1 .

Podobnie zbiornik Dobczyce obowiązują pewne zasady gospodarowania i ograniczenia fizyczne, które określają jego możliwości produkcji wody.



Rys. 1. Schemat współpracy ujęć

Poniżej przedstawiono przykładowe możliwości współpracy zbiornika i ujęć w ramach jednego systemu ze szczególnym uwzględnieniem modelu współpracy bazującego na programowaniu nieliniowym.

2. WSPÓŁPRACA ZBIORNIKA-UJĘCIA NA ZASADZIE WZAJEMNEGO UZUPEŁNIANIA IŁOŚCI WODY DO WARTOŚCI FUNKCJI ZAPOTRZEBOWANIA

U podstaw takiej współpracy leży potraktowanie zbiornika Dobczyce jako 5 ujęć i określenie dla wszystkich ujęć funkcji kosztów produkcji wody, np. w postaci

$$F_i = ax_i^2 + bx_i + c_i \quad i = 1, 5 \quad (1)$$

gdzie: x_i - wyprodukowana woda z ujęć,

a_i, b_i, c_i - współczynniki, które ujmują szereg kosztów jednostkowych, takich jak: koszty pompowania, uzdatniania, przesyłania do sieci itp.

Dysponując dla każdego ujęcia zbiorem ograniczeń w postaci

$$G = \{ q_{i1}, q_{i2}, q_{i3} \} \quad i = 1, 5 \quad (2)$$

możemy wykorzystując metodę programowania nieliniowego określić taką produkcję wody z poszczególnych ujęć, aby przy zachowaniu ograniczeń globalną funkcja kosztów równa

$$F = \sum_{i=1}^5 F_i \quad (3)$$

osiągnęła minimum przy jednoczesnym spełnieniu funkcji zapotrzebowania AZ.

2.1. Sformułowanie, rozwiązanie problemu

- a) Zapewnić taką produkcję wody z ujęć $x_1 - x_5$, spełniając lokalne i globalne ograniczenia, aby funkcja kosztów w postaci (3) osiągnęła minimum,
- b) ograniczenia lokalne na ujęciach mają postać:

$$q_{1N} \leq x_i \leq q_{1M} \quad i = 1, 5 \quad (4)$$

gdzie: $q_{1N} = \min \{q_{11}, q_{12}, q_{13}\}$,

$$q_{1M} = \max \{q_{11}, q_{12}, q_{13}\}$$

- c) globalne ograniczenie ma postać:

$$\sum_{i=1}^5 x_i - AZ = 0, \quad (5)$$

co oznacza, że produkcja wody z ujęć musi pokryć wartość funkcji zapotrzebowania aglomeracji AZ,

- d) tworzymy funkcję Hamiltona

$$H = \sum_{i=1}^5 (a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i) + \sum_{i=1}^5 \lambda_i (x_i - q_i) + \mu \left(\sum_{i=1}^5 x_i - AZ \right). \quad (6)$$

Ponieważ rozważamy współpracę ujęć w warunkach deficytu wody, szczególnie ważne jest ograniczenie lokalne w postaci:

$$x_i - q_{1M} \leq 0, \quad (7)$$

co nie zawęża rozważań w przypadku aktywności ograniczeń w drugą stronę.

Korzystając z warunków Kuhna-Tuckera otrzymujemy:

$$\begin{aligned} (\partial H / \partial x_i) x_i = 0 & \quad (2a_i x_i + b_i + \lambda_i + \mu) x_i = 0 \\ \partial H / \partial \lambda_i = 0 & \quad x_i - q_{1M} \leq 0 \\ (\partial H / \partial \lambda_i) \lambda_i = 0 & \quad \lambda_i (x_i - q_{1M}) = 0 \\ \partial H / \partial \mu = 0 & \quad \sum_{i=1}^5 x_i - AZ = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Przy ograniczeniach pasywnych $\lambda_i = 0$, otrzymujemy:

$$\hat{x}_i = \frac{-b_i - \mu}{2a_i} \quad \hat{\mu} = \frac{-2AZ \prod a_i + \sum b_i \prod a_i}{a_j} \quad (9)$$

oraz

$$x_i = \frac{2AZ \prod a_i + \sum b_i \prod a_i}{\sum \prod a_j (2a_i - \frac{b_i}{2a_i})} \quad (10)$$

$$i = 1, 5$$

Przy ograniczeniach aktywnych $\lambda_k > 0$ $k \in \{1, 5\}$ otrzymujemy:

$$\hat{x}_k = q_{1M}$$

x_i - poszukiwane na zbiorze L,

gdzie $L = S - K$

oraz

$$\begin{aligned}
 S &= \{S : s \in N \wedge s \in \langle 1,5 \rangle\} \\
 K &= \{K : k \in S \wedge \lambda k = 0\}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Przedstawiony powyżej wariant podaje optymalny z punktu widzenia kosztów globalnych rozdział produkcji wody przez ujęcia.

Pewną modyfikacją problemu może być rozpatrzenie współpracy ujęć ze szczególnym uwzględnieniem kosztów uzdatniania wody. Kierując się zasadą kolejnej eliminacji ze współpracy ujęć o najgorszych parametrach wody pobieranej otrzymamy szereg rozwiązań o różnych wartościach globalnej funkcji kosztów produkcji F . Wybór ostatecznego wariantu współpracy może być podyktowany dostarczeniem do wyznaczonych miejsc sieci wodociągowej wody z danego ujęcia.

Z prostego przykładu obliczeniowego zamieszczonego poniżej wynika, iż współpraca ujęć 1,4,5 daje wodę o najniższej wartości BZT_5 równej 5 i funkcji kosztów równej $F = 65,3$,

Współpraca ujęć 1,2,4,5 daje odpowiednio

$$F = 67,3 \quad \text{i} \quad BZT_5 = 6,$$

współpraca ujęć 1,2,3,4,5 scharakteryzowana jest wartościami:

$$F = 81,3 \quad \text{i} \quad BZT_5 = 10,$$

natomiast ze współpracy ujęć 1,4 wynikają następujące wartości:

$$F = 84,0 \quad \text{i} \quad BZT_5 = 3$$

Pomijając względy techniczne zachodzi pytanie, który z wariantów współpracy wybrać.

Napisany na potrzeby dyskutowanego problemu algorytm sterowania bieżącego pracą ujęć działa w oparciu o następujące założenia:

- przy codziennej prognozie przepływów np. na 24 godziny dla poszczególnych ujęć algorytm wylicza ograniczenia na pobór wody z cisku dla przyjętego podziału czasu,
- analizując istotne lokalne ograniczenia ujęć wybiera ograniczenia q_{1M} oraz q_{1N} ,
- dla przyjętej postaci funkcji kosztów produkcji ujęć korzystając ze związków (9,10,11) określone są produkcje z poszczególnych ujęć obowiązujące w przyjętym przedziale czasu,
- produkcje ujęć optymalne z punktu widzenia kosztów (porównywane są q_{1M} z możliwościami przesłania wody do dowolnego punktu sieci (analiza sieci),
- ewentualne korekty wynikłe z powyższej analizy mogą powodować zmianę produkcji, która ostatecznie stanowić będzie strategię sterowania ujęciami w przyjętym okresie czasu.

Algorytm napisano w języku FORTRAN, zrealizowano na MC MERA 400.

1 $\overline{X0} = 20000000.0$ XK= 20720000.0
 2 AZ= 10.0 F= 81.3

3
 4 DANE *** STEROWANIA

5	!	Q	!	QMI	!	QMA	!	QR2	!	A	!	B	!	C	!	BZT5	!	U	!	
6	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	1.7!	!	
7	-----																			
8	!	10.0!	!	2.0!	!	5.0!	!	4.0!	!	3.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	6.0!	!	2.0!	!	
9	!	10.0!	!	3.0!	!	5.0!	!	3.0!	!	3.0!	!	2.0!	!	4.0!	!	10.0!	!	3.0!	!	
10	!	10.0!	!	1.0!	!	4.0!	!	6.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	1.0!	!	3.0!	!	1.7!	!	
11	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	3.0!	!	5.0!	!	1.7!	!	
12	-----																			

13
 14 OPTIMALIZACJA Z UWZGLĘDNIENIEM JAKOSCI WOD Z UJEC

15 =====
 16 X0= 20000000.0 XK= 20633600.0
 17 AZ= 10.0 F= 67.3

18
 19 DANE *** STEROWANIA

20	!	Q	!	QMI	!	QMA	!	QR2	!	A	!	B	!	C	!	BZT5	!	U	!	
21	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	2.7!	!	
22	-----																			
23	!	10.0!	!	2.0!	!	5.0!	!	4.0!	!	3.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	6.0!	!	2.0!	!	
24	=====																			
25	!	10.0!	!	1.0!	!	4.0!	!	6.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	1.0!	!	3.0!	!	2.7!	!	
26	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	3.0!	!	5.0!	!	2.7!	!	
27	-----																			
28	X0=	20000000.0								XK=	20576000.0									
29	AZ=	10.0								F=	65.3									

30
 31 DANE *** STEROWANIA

32	!	Q	!	QMI	!	QMA	!	QR2	!	A	!	B	!	C	!	BZT5	!	U	!	
33	-----																			
34	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	3.3!	!	
35	-----																			
36	!	10.0!	!	2.0!	!	5.0!	!	4.0!	!	3.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	6.0!	!	2.7!	!	
37	=====																			
38	!	10.0!	!	1.0!	!	4.0!	!	6.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	1.0!	!	3.0!	!	3.3!	!	
39	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	3.0!	!	5.0!	!	3.3!	!	
40	-----																			
41	X0=	20000000.0								XK=	20000000.0									
42	AZ=	10.0								F=	84.0									

43
 44 DANE *** STEROWANIA

45	!	Q	!	QMI	!	QMA	!	QR2	!	A	!	B	!	C	!	BZT5	!	U	!	
46	-----																			
47	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	6.0!	!	
48	-----																			
49	!	10.0!	!	2.0!	!	5.0!	!	4.0!	!	3.0!	!	3.0!	!	1.0!	!	6.0!	!	2.7!	!	
50	=====																			
51	!	10.0!	!	1.0!	!	4.0!	!	6.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	1.0!	!	3.0!	!	4.0!	!	
52	!	10.0!	!	1.0!	!	7.0!	!	7.0!	!	1.0!	!	2.0!	!	1.0!	!	3.0!	!	4.0!	!	
53	-----																			

54
 55 1-MODYFIKACJA DANYCH - \$1-KONIEC ZADANIA
 56 =====

3. WSPÓLPRACA ZBIORNIK - UJĘCIA NA ZASADZIE UZUPEŁNIANIA PRZEZ ZBIORNIK BRAKUJĄCEJ ILOŚCI WODY /OTRZYMANEJ Z UJĘĆ/ DO WYMAGANEJ WARTOŚCI FUNKCJI ZAPOTRZEBOWANIA

Na podstawie prognozy przepływu wody w ciekach, na których usytuowane są ujęcia wody określana jest prognozowana ilość wody możliwa do wyprodukowania przez ujęcia dla określonego przedziału czasu. Jest to wartość w każdej chwili globalna, nie uwzględniająca możliwości prawidłowego rozprowadzania tej wody przez sieć wodociągową. Z drugiej strony należy opracować prognozę potrzeb wodnych aglomeracji w momentach czasu jak wyżej.

Różnica między potrzebami (prognozowaną funkcją AZ) a możliwościami ujęć (prognozowana wartość produkcji PWP) tworzy funkcję, której wartości określają ilość wody konieczną do uzyskania ze zbiornika. Z tego prostego bilansu wynikać może funkcja zapotrzebowania na wodę dla zbiornika.

$$AZ_1(t) = AZ(t) - PWP(t) \quad t \in (0, T) \quad (12)$$

Optymalizując gospodarkę wodną na zbiorniku dla wszystkich obowiązujących ograniczeń może się okazać, że spełnienie funkcji $AZ_1(t)$ nie jest możliwe. W takim przypadku deficyt AZ_1 jest automatycznie równoważny z deficytem funkcji całkowitego zapotrzebowania AZ .

Złagodzeniem tego deficytu może być jego rozkład w czasie zależnie od wagi przypisanej zapotrzebowaniu w kolejnych jednostkach czasu obliczeniowego. Odpowiedni rozkład deficytu można uzyskać przez włączenie do współpracy z ujęciami zbiorników wyrównawczych na sieci wodociągowej lub zniesienie pewnych ograniczeń pracy zbiornika.

4. WSPÓLPRACA ZBIORNIK-UJĘCIA NA ZASADZIE UZUPEŁNIANIA PRZEZ UJĘCIA BRAKUJĄCEJ ILOŚCI WODY /UZYSKANEJ ZE ZBIORNIKA/ DO WYMAGANEJ WARTOŚCI FUNKCJI ZAPOTRZEBOWANIA

W oparciu o prognozowaną wielkość dopływu do zbiornika i przy uwzględnieniu obowiązujących gospodarkę na zbiorniku ograniczeniach oraz zasad sterowania, określana jest ilość wody możliwa do uzyskania ze zbiornika w interesującym okresie czasu (funkcja produkcji zbiornika $FPZ(t)$).

Znając prognozowaną wielkość potrzeb wodnych aglomeracji $AZ(t)$ należy określić funkcję potrzeb $AZ_1(t)$ dla ujęć. Następnie należy ustalić zasady, według których funkcja AZ_1 będzie realizowana przez ujęcia, np. przez odpowiedni algorytm optymalizacji pracy ujęć dla wybranego wskaźnika jakości.

O możliwościach produkcji wody w pierwszym rzędzie decydować będą przepływy na ciekach, z których te ujęcia korzystają. Oczywiście jest iż każde z ujęć posiada własne ograniczenia, które wpływają na ich

Koncepcja współpracy

możliwości produkcyjne. Takie podejście wymaga dodatkowo opracowania zasad udziału poszczególnych ujęć w wyprodukowanej globalnej ilości wody. Zasady te np. mogą opierać się na analizie możliwości dostarczania wody z danego ujęcia do określonego punktu sieci. W warunkach deficytu (tak jak w poprzednim punkcie) istotny jest rozkład tego deficytu w czasie.

$$AZ_1(t) = AZ(t) - FPZ(t) \quad t \in (0, T) \quad (13)$$

Przedstawione powyżej przykłady współpracy nie wyczerpują w żadnym stopniu złożoności zagadnienia. Są pierwszymi próbami wstępnego przybliżenia ogromnego problemu, obejmującego zasady działania i współpracy zbiornika, ujęć, rurociągów, magistral wodnych i wszystkich innych elementów składających się na układ zasilania wodnego. Wydaje się, że rozwinięcie badań w kierunku ustalenia zasad współpracy ujęć i zbiornika stanowi kolejny krok w opracowaniu reguł eksploatacji i funkcjonowania systemu wodno-gospodarczego województwa miejskiego krakowskiego.

LITERATURA

- [1] W. Chmielowski, P. Mizgalewicz - Współpraca między dyspozytorem a komputerem w sterowaniu zbiornikiem dla stochastycznego charakteru dopływów. Materiały konferencyjne AMSE, Ateny czerwiec 1984r.
- [2] H. Słota i zespół - Opracowanie zasad i algorytmów sterowania zbiornikami retencyjnymi w dorzeczu Raby i Dunajca. Raport z zadań 03 i 04 PR-7 05, 08.01 Politechnika Krakowska 1983, 1984.
- [3] J. Seidler, A. Banach, W. Molisz - Metody rozwiązywania zadań optymalizacji. Wydawnictwo NT, Warszawa 1980.

A CONCEPTION OF COLLABORATION OF AN ALIMENTARY RESERVOIR WITH WATER UPTAKE IN CRACOW

S u m m a r y In this paper away of cooperation between a storage reservoir and other water uptakes working within one system supplying an urban agglomeration is suggested.

Particularly, the author concentrated himself on the idea of complementary work of these elements so as to get the necessary water quantity described by a needs function.

Such cooperation is optimal from the viewpoint of the global costs incurred during realisation of a needs function. The solution was achieved by means of a non-linear programming.

КОНЦЕПЦИЯ СОТРУДНИЧЕСТВА ПИТАТЕЛЬНОГО ВОДОХРАНИЛИЩА С ВОДОЗАБОРАМИ ВОДЫ НА ПРИМЕРЕ ГОРОДА КРАКОВ

Резюме

В статье представлено предложение сотрудничества питательного водохранилища с другими водозаборами в рамках монолитной системы питающей город. Особенно обращается внимание на концепцию взаимного поналения водохранилищами и водозаборами качества воды до величины требуемой функции затребования.

Сотрудничество такое является оптимальным с точки зрения понесённых валовых расходов во время реализации выше указанной функции затребования. Решение получено опираясь на метод нелинейного программирования.