

Urszula POCIASK
Instytut Automatyki
Politechnika Śląska

PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA METODY MINIMALIZUJĄCEJ LICZBĘ PUNKTÓW POMIAROWYCH
DO PROJEKTOWANIA SYSTEMU KONTROLI STANU SIECI WODOCIĄGOWEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodykę projektowania systemu pomiarowego na przykładzie fragmentu sieci wodociągowej. Przeanalizowano dwa warianty oprzyrządowania. Dla każdego z nich wyznaczono lokalizację punktów pomiaru ciśnienia i natężenia przepływu oraz określono liczebność serii pomiarowej.

1. WSTĘP

Stwierdzenie w czasie rzeczywistym rozplywem wody w sieci wodociągowej wymaga w poszczególnych odcinkach rurociągów kontroli trzech parametrów: ciśnienia w węzłach, natężenia przepływu w gałęziach i natężenia przepływu w miejscach podłączenia odbiorców. Pomiar wszystkich wymienionych wartości, szczególnie dla dużych sieci, prowadzi do bardzo rozbudowanego systemu pomiarowego. Stąd poszukiwanie metod, które zapewniają uzyskanie tej samej informacji przy znacznie zmniejszonej liczbie przyrządów pomiarowych. Poniżej zostanie przedstawiona metoda projektowania systemu pomiarowego dla przykładowej sieci wodociągowej wykorzystująca model sieci do wyznaczania estymatora.

2. WYZNACZANIE LICZEBNOŚCI SERII POMIAROWEJ I LOKALIZACJI PUNKTÓW POMIARU

2.1. Wyznaczanie estymatora ciśnienia i natężenia przepływu

Zakładając, że model rurociągu jest opisany równaniem

$$h_j = v_j q_j^2 \quad \text{lub} \quad q_j = \beta_j h_j^{1/2} \quad (1)$$

gdzie: v_j , β_j - stałe,

q_j - natężenie przepływu w j-tej gałęzi,

h_j - spadek ciśnienia w j-tej gałęzi,

wartości h i q określają następujące estymatory [1] [2] :

a) bezpośredni pomiar ciśnienia w węzłach

$$\hat{h}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_{kj}} H_{kji}}{n_{kj}} - \frac{\sum_{i=1}^{n_{pj}} H_{pji}}{n_{pj}} \quad (2)$$

$$\hat{q}_j = \left(\frac{\hat{h}_j}{v_j} \right)^{1/2} \quad (3)$$

gdzie : H_{kji} , H_{pji} - wartość ciśnienia na początku i końcu j-tej gałęzi w i-tym pomiarze (mierzona bezpośrednio),

n_{kj} , n_{pj} - liczba pomiarów H_{kj} i H_{pj}

b) bezpośredni pomiar natężenia przepływu w gałęzi

$$\hat{q}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_{qj}} q_{ji}}{n_{qj}} \quad (4)$$

$$\hat{h}_j = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_{qj}} q_{ji}}{\beta_j} \right)^2 \quad (5)$$

gdzie : q_{ji} - wynik i-tego pomiaru q_j ,

n_{qj} - liczba pomiarów q_j .

Wartość estymatora natężenia przepływu w miejscu podłączenia odbiorców Q wyznacza się przez bezpośredni pomiar lub z równania bilansu.

Oznaczając przez :

γ - liczbę gałęzi wychodzących z węzła 1 ,

Q_{1i} - natężenie przepływu dla i-tego odbiorcy podłączonego do 1-tego węzła ($i = 1 \dots w+1$),

q_{1i} - natężenie przepływu w i-tej gałęzi podłączonej do 1-tego węzła ($i = 1 \dots \gamma$)

$w+1$ - liczbę odbiorców podłączonych do 1-tego węzła

estymator przepływu \hat{Q}_{1i} dla $i = 1 \dots w$ wyznacza się na podstawie bezpośredniego pomiaru :

$$\hat{Q}_{1i} = \frac{\sum_{k=1}^{n_{Q1i}} Q_{1ik}}{n_{Q1i}} \quad (6)$$

gdzie : Q_{lik} - wynik k-tego pomiaru Q_{li} ,

n_{Qli} - liczba pomiarów Q_{li} ?

a dla $w+1$ odbiorcy $\hat{Q}_{1(w+1)}$ wyznacza się z równania :

$$\hat{Q}_{1(w+1)} = \sum_{i=1}^r \hat{q}_{1i} - \sum_{i=1}^w \hat{Q}_{1i} \quad (7)$$

2.2. Określenie liczebności serii pomiarowej

Założmy, że :

- w czasie bezpośredniego pomiaru H , q lub Q występuje stacjonarny addytywny błąd o rozkładzie normalnym $N(0, R)$,
- wartość graniczna błędu pomiaru H , q i Q nie może przekraczać wartości ΔH , Δq i ΔQ dla poziomu ufności α . Wartości ΔH , Δq i ΔQ wynikają z celu, jakiego ma służyć pomiar.

Jeżeli poszczególne wyniki pomiarów nie są skorelowane, to spełnienie drugiego z wymienionych założeń wymaga, by [1] :

a) bezpośredni pomiar ciśnienia w węzłach

$$\Delta H \geq t_{\alpha} \frac{\sigma_{Hl}}{\sqrt{n_{Hl}}} \quad l = 1 \dots r \quad (8)$$

$$\Delta q \geq \Delta \hat{q}_j \max \quad j = 1 \dots m \quad (9)$$

$$\Delta Q \geq \epsilon \hat{Q}_{1l} \quad i = 1 \dots w, l = 1 \dots r \quad (10)$$

$$\Delta Q \geq \epsilon \hat{Q}_{1(w+1)} \quad l = 1 \dots r \quad (11)$$

gdzie :

- r - liczba węzłów w sieci,
- m - liczba gałęzi w sieci,
- σ_{Hl} - wariancja błędu pomiaru H_l

$$\Delta \hat{q}_j \max = \frac{\sigma^2 \hat{h}_j}{\epsilon v_j^2 q_j \min} + t_{\alpha} \frac{\sigma \hat{h}_j}{2 v_j q_j \min} \quad (12)$$

$$\sigma_{\hat{h}_j} = \sqrt{\frac{\sigma^2 H_{1j}}{n_{1j}} + \frac{\sigma^2 H_{2j}}{n_{2j}}} \quad (13)$$

$\sigma_{H_{kj}}$, $\sigma_{H_{pj}}$ - wariancja błędu pomiaru H_{kj} i H_{pj}

$$\varepsilon_{Q_{li}} = t_{\alpha} \frac{\sigma_{Q_{li}}}{\sqrt{n_{Q_{li}}}} \quad (14)$$

$\sigma_{Q_{li}}$ - wariancja błędu pomiaru Q_{li}

$$\varepsilon_{\hat{Q}_{l(w+1)}} = \sqrt{\sum_{i=1}^x \Delta \hat{q}_{li}^2 \max + \sum_{i=1}^w \varepsilon_{Q_{li}}^2} \quad (15)$$

b) Bezpośredni pomiar natężenia przepływu u odbiorców

$$\Delta q > \varepsilon_{q_j} \quad j = 1 \dots m \quad (16)$$

$$\Delta H > \varepsilon_{\hat{H}_0} \quad \Delta H > \sqrt{\varepsilon_{\hat{H}_0}^2 + \sum_{j=1}^B \Delta \hat{h}_{j \max}^2} \quad (17)$$

$$\Delta Q > \varepsilon_{Q_{li}} \quad i = 1 \dots w, \quad l = 1 \dots r \quad (18)$$

$$\Delta Q > \sqrt{\sum_{j=1}^x \varepsilon_{q_j}^2 + \sum_{i=1}^w \varepsilon_{Q_{li}}^2} \quad (19)$$

gdzie : $\varepsilon_{q_j} = t_{\alpha} \frac{\sigma_{q_j}}{\sqrt{n_{q_j}}}$

σ_{q_j} - wariancja błędu pomiaru q_j

$$\varepsilon_{\hat{H}_0} = t_{\alpha} \frac{\sigma_{H_0}}{\sqrt{n_{H_0}}} \quad (20)$$

H_0 - ciśnienie w węźle odniesienia mierzone bezpośrednio,

n_{H_0} - liczba pomiarów H_0 ,

σ_{H_0} - wariancja błędu pomiaru H_0 .

$$|\Delta h_{j \max}| = \frac{\sigma_{q_j}^2}{n_{q_j} \beta_j^2} + t_{\alpha} \frac{\sigma_{q_j}}{\beta_j} \sqrt{\frac{h_{j \max}}{n_{q_j}}} \quad (21)$$

W wyniku rozwiązania powyższych nierówności otrzymuje się wartości n_{H1} i n_{Q1i} lub n_{qji} , Q_{1i} i n_{Ho} określające liczebność serii pomiarowej w 1-tym węźle, j-tej gałęzi lub i-tego odbiorcy. Należy zauważyć, że z rozwiązania nierówności (8), (9) i (11) lub (16), (17) i (19) otrzymamy różne wartości liczebności serii dla tego samego punktu pomiaru. Ta niejednoznaczność wynika z faktu, że w tym samym węźle może się zaczynać (lub kończyć) kilka gałęzi oraz może być podłączonych kilku odbiorców. Liczebność serii będzie określać największa z otrzymanych wartości n_{Q1i} , n_{H1} i n_{qj} .

2.3. Wybór lokalizacji punktów pomiarowych

Liczebność serii pomiarowej jest wielkością ograniczoną od góry. Ograniczenie to wynika z dopuszczalnego czasu trwania pomiaru. Założymy, że liczebność serii dla każdej z mierzonych wielkości nie może przekraczać wartości :

$n_{H1} \max$ - dla pomiaru ciśnienia w 1-tym węźle,

$n_{qj} \max$ - dla pomiaru natężenia przepływu w j-tej gałęzi,

$n_{Q1i} \max$ - dla pomiaru natężenia przepływu u i-tego odbiorcy w 1-tym węźle.

Biorąc pod uwagę liczebność serii pomiarowej wyznaczoną w punkcie 2.1 oraz podane powyżej maksymalne wartości, lokalizację punktów pomiaru wyznacza się w następujący sposób :

a/ bezpośredni pomiar ciśnienia

W sposób bezpośredni mierzy się :

- ciśnienie w każdym węźle,
- natężenie przepływu q_j i Q_{1i} w tych gałęziach i u tego odbiorcy, dla których wynik rozwiązania nierówności (8) do (11) nie spełnia założenia o maksymalnej liczebności serii ;

b/ bezpośredni pomiar natężenia przepływu

W sposób bezpośredni mierzy się :

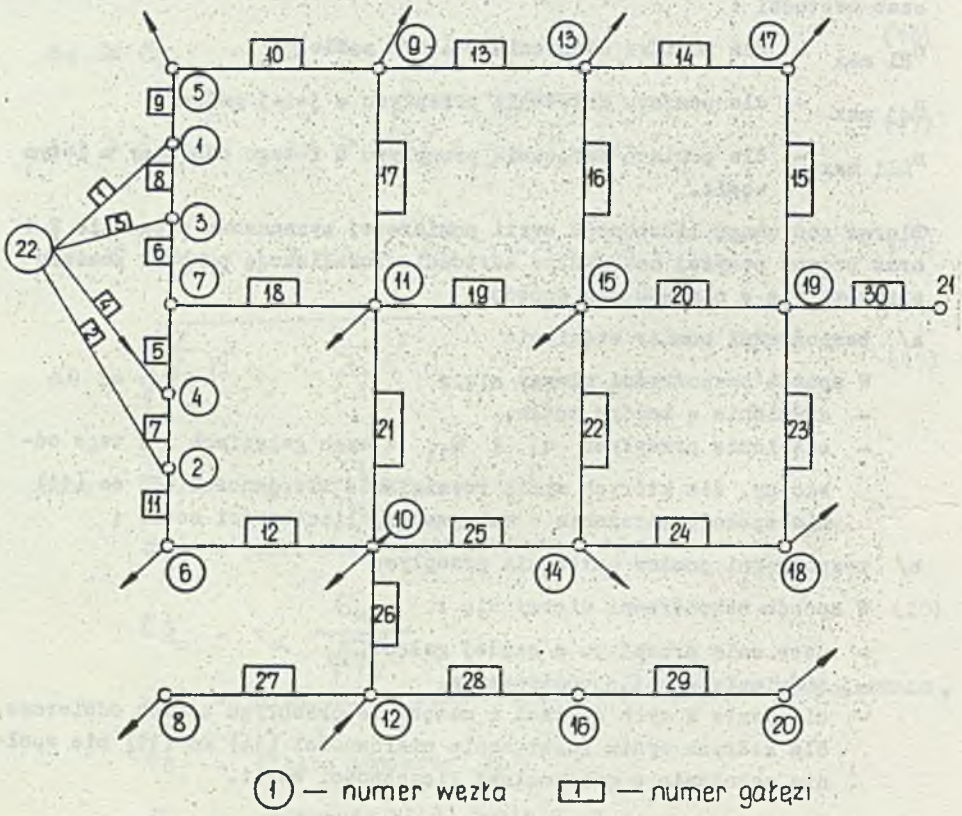
- natężenie przepływu w każdej gałęzi,
- ciśnienie w węźle odniesienia,
- ciśnienie w tych węzłach i natężenie przepływu u tych odbiorców, dla których wynik rozwiązania nierówności (16) do (19) nie spełnia założenia o maksymalnej liczebności serii.

3. PRZYKŁAD WYKORZYSTANIA MODELU SIECI DO PROJEKTOWANIA SYSTEMU POMIAROWEGO

Metodyka projektowania systemu pomiarowego w oparciu o przedstawione w punkcie 2 zależności, określające wartość estymatora i liczebność serii obejmuje następujące etapy :

- opracowanie modelu sieci,
- określenie wartości $q_j \min$ i $h_j \max$ na drodze badań symulacyjnych modelu sieci,
- wybór węzła odniesienia,
- określenie wartości n_{Qj} , n_{H1} , n_{Q11} , n_{H0} ,
- określenie punktów pomiaru ciśnienia i natężenia przepływu,

Rozpatrzmy układ wodociągowy przedstawiony na rys.1.



Rys.1. Schemat sieci wodociągowej

Wartości współczynników v_j i β_j oraz zakresy zmian q , H i Q podano w tablicach 1 i 2. Wartość $h_j \max$ odpowiada wartości maksymalnej

q z tablicy 1.

Założenie :

- błędy względne pomiaru ciśnienia w węzłach δ_{H1} , natężenia przepływu w gałęziach δ_{qj} i w miejscach podłączeń odbiorców w $\delta_{q_{11}}$ nie mogą przekraczać 2% dla $\alpha = 99,7\%$ (gdzie $\delta_{H1} = \frac{\Delta H}{H_{1 \max}}$);
- do dyspozycji mamy ciśnieniomierze i przepływomierze o wartości granicznej błędów przypadkowych wynoszącej 1 % dla $\alpha = 99,7\%$;
- liczebność serii w żadnym punkcie nie może przekraczać 100.

a) Bezpośredni pomiar ciśnienia

W tablicy 3 przedstawiono wartości liczebności serii spełniające nierówność (8) do (11) oraz ostateczną wartość liczebności serii w poszczególnych węzłach. Z przedstawionych wyników widać, że spełnienie założenia ograniczającego liczebność serii wymaga bezpośredniego pomiaru natężenia przepływu w niektórych gałęziach i u niektórych odbiorców. Bezpośredni pomiar ciśnienia będzie realizowany w węzłach 1 + 22. Bezpośredni pomiar natężenia przepływu będzie realizowany w gałęzi 25 i u wszystkich odbiorców. W porównaniu z metodą bezpośredniego pomiaru wszystkich wielkości daje to oszczędność 29 przepływomierzy.

b) Bezpośredni pomiar natężenia przepływu

W tablicy 4 przedstawiono wartości liczebności serii spełniające nierówność (16) do (19) oraz ostateczną wartość liczebności serii pomiaru natężenia przepływu w poszczególnych gałęziach. Jako węzeł odniesienia przyjęto węzeł nr 11. Dla $\delta_{H0} \leq 2\%$ wystarczy jeden pomiar ciśnienia $H_0 = H_{11}$. Wyboru gałęzi łączących dany węzeł z węzłem odniesienia dokonano w oparciu o kryterium minimum sumy błędów $\Delta h_j \max$, tzn.

$\sum_{j=1}^6 \Delta h_j \max$. Z wartości podanych w tabl.4 wynika, że bezpośredni pomiar natężenia przepływu będzie realizowany w gałęziach 1 + 30 oraz u odbiorców podłączonych do węzłów 8, 10, 11, 12, 14, 15, 17, 18. Bezpośredni pomiar ciśnienia będzie realizowany w węzłach 11, 26, 27, 28 i 29. W porównaniu z metodą bezpośredniego pomiaru wszystkich wielkości daje to oszczędność 5 przepływomierzy i 17 ciśnieniomierzy.

4. PODSUMOWANIE

Przedstawiony przykład projektowania systemu pomiarowego do kontroli stanu sieci wskazuje, że :

- wyznaczenie estymatorów w oparciu o model rurociągu prowadzi do zmniejszenia liczby przyrządów pomiarowych,
- stosowanie metody wymaga znajomości : wariancji błędu addytywnego re-

miaru, modelu sieci, przeprowadzenia badań symulacyjnych,

- wyposażenia systemu pomiarowego w urządzenia do obliczania wartości estymatorów w czasie rzeczywistym.

Wymienione powyżej elementy wskazują, że stosowanie przedstawionej metody będzie uzasadnione dla dużych sieci, dla których oszczędności uzyskane ze zmniejszenia liczby przyrządów będą przekraczały nakłady poniesione na projektowanie i wyposażenie systemu.

Tablica 1

Nr węzła	Wartość Q [m^3/h]	Wartość H [m]	Nr gałęzi	Wartość q [m^3/h]
22	-	50 + 150	1	0 + 1000
1	-	55 + 105	2	0 + 1000
2	-	95 + 105	3	0 + 1000
3	-	50 - 150	4	0 - 1000
4	-	50 - 150	5	0 - 1000
5	250 - 300	95 - 105	6	0 - 1000
6	250 - 300	95 - 105	7	0 - 100
7	-	95 - 105	8	0 - 100
8	30 - 60	90 - 100	9	0 - 1000
9	100 - 200	90 - 100	10	0 - 1000
10	100 - 150	90 - 100	11	0 - 1000
11	50 - 100	95 - 105	12	0 - 100
12	40 - 100	90 - 100	13	0 - 100
13	-	-	14	0 - 100
13	300 - 400	90 - 100	15	0 - 1000
14	70 - 100	90 - 100	16	0 - 1000
15	100 - 200	90 - 100	17	0 - 1000
16	-	90 - 100	18	0 - 1000
17	50 - 100	90 - 100	19	0 - 100
18	50 - 100	90 - 100	20	0 - 1000
19	-	90 - 100	21	0 - 1000
20	50 - 100	90 - 100	22	0 - 100
21	-	90 - 100	23	0 - 1000
			24	0 - 100
			25	0 - 10
			26	0 - 1000
			27	0 - 100
			28	0 - 1000
			29	0 - 1000
			30	0 - 1000

Tablica 2

Nr gałęzi	Wartość v_j [h^2 / m^5]	Wartość q_j min [m^3/h]	Wartość β_j [$\text{m}^{5/2}/\text{h}$]
1	$2,47 \cdot 10^4$	320,7	63
2	$2,47 \cdot 10^4$	320,7	63
3	$2,47 \cdot 10^4$	320,7	63
4	$2,47 \cdot 10^4$	320,7	63
5	$3,46 \cdot 10^{-6}$	337,5	537
6	$3,48 \cdot 10^{-6}$	336,8	536
7	$1,41 \cdot 10^{-3}$	16,8	26,63
8	$1,54 \cdot 10^{-3}$	16,1	25,4
9	$1,55 \cdot 10^{-5}$	304,6	253
10	0,075	4,6	3,55
11	$1,51 \cdot 10^{-5}$	303,9	257
12	0,078	3,9	3,58
13	$2,73 \cdot 10^{-4}$	90,9	60,4
14	$2,24 \cdot 10^{-3}$	27,5	21,1
15	$5,05 \cdot 10^{-5}$	127,5	140
16	$2 \cdot 10^{-5}$	281,6	223
17	$2,012 \cdot 10^{-5}$	286,3	225
18	$3,2 \cdot 10^{-6}$	674,2	550
19	$9,87 \cdot 10^{-6}$	15,1	10
20	$3,48 \cdot 10^{-3}$	516,6	530
21	$1,53 \cdot 10^{-5}$	272,8	255
22	$5,67 \cdot 10^{-4}$	50,1	41
23	$5,23 \cdot 10^{-5}$	143,2	138
24	$6,96 \cdot 10^{-4}$	43,2	37
25	$5,7 \cdot 10^{-3}$	6,7	13,2
26	$2,72 \cdot 10^{-4}$	120,0	60
27	$2,72 \cdot 10^{-4}$	60	60
28	$2,65 \cdot 10^{-4}$	100	61
29	$2,72 \cdot 10^{-4}$	100	60
30	$1,12 \cdot 10^{-6}$	787,3	940

Tablica 3

Nr węzła	Wartość n_{HI} dla $\delta_{HI} \leq 2\%$	Wartość n_{HI} dla $\delta_{qj} \leq 2\%$	Wartość n_{HI} dla $\delta_{Q_{11}} \leq 2\%$	Wartość n_{HI} dla $\delta_{HI} \leq 2\%$ $\delta_{qj} \leq 2\%$ $\delta_{Q_{11}} \leq 2\%$	Ostateczna wartość n_{HI}
1	1	76	5	76	76
2	1	72	4	72	72
3	1	77	8	77	77
4	1	78	3	78	78
5	1	6	10	6	6
6	1	7	20	20	20
7	1	78	4000	4000	78
8	1	18	3025	3025	18
9	1	5	1570	1570	5
10	1	19 9	2250	2250	10
11	1	10	4000	4000	10
12	1	18	3025	3025	18
13	1	5	400	400	5
14	1	199	500	500	9
15	1	14	625	625	14
16	1	3	900	900	3
17	1	20	625	625	20
18	1	11	400	400	11
19	1	27	625	625	27
20	1	3	10	10	3
21	1	27	12	27	27
22	1	2	1	2	2

Tablica 4

Nr gałęzi	Wartość n_{qj} dla $\delta_{qj} \leq 2\%$	Wartość n_{qj} dla $\delta_{HL} \leq 2\%$	Wartość n_{qj} dla $\delta_{Q11} \leq 2\%$	Wartość n_{qj} dla $\delta_{qj} \leq 2\%$ $\delta_{HL} \leq 2\%$ $\delta_{Q11} \leq 2\%$	Ostateczna wartość n_{qj}
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1
3	1	10	1	10	10
4	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1
9	1	1	5	5	5
10	1	1	5	5	5
11	1	1	5	5	5
12	1	1	49	49	49
13	1	1	1	1	1
14	1	1	121	121	1
15	1	1	121	121	1
16	1	1	1000	1000	1
17	1	1	1000	1000	1
18	1	1	1000	1000	1
19	1	1	121	121	1
20	1	1	1000	1000	1
21	1	1	121	121	1
22	1	1	121	121	1
23	1	1	121	121	1
24	1	1	49	49	1
25	1	1	700		1
26	1	400	700	700	1
27	1	400	700	700	1
28	1	400	100	700	1
29	1	400		400	1
30	1	1	1	1	1

LITERATURA

- [1] U. POCIASK - Dobór struktury i własności systemu pomiarowego dla wybranego fragmentu sieci wodociągowej. Praca Instytutu Automatyki Pol. Śl. NB-404/RAu1/81, Gliwice 1983 (niepublikowane).
- [2] F.C. SCHWEPPE - Układy dynamiczne w warunkach losowych. WNT, Warszawa 1978.

AN EXAMPLE OF THE APPLICATION OF THE METHOD MINIMIZING
A NUMBER OF MEASUREMENT POINTS TO DESIGN THE CONTROL
SYSTEM OF THE WATER NETWORK

Summary

In the paper a method of design of a measuring system is presented. A fragment of water-pipe network has been used as an example. Two variants of measure equipment have been discussed. For each of them the localisation of flow and pressure-meters in the network has been fixed and the number of measurements has been stated.

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА МИНИМИЗАЦИИ КОЛИЧЕСТВА
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ТОЧЕК ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ
СОСТОЯНИЯ ВОДОПРОВОДНОЙ СЕТИ

Резюме

В работе представлена методика проектирования измерительной системы для выбранного фрагмента водопроводной сети. Дан анализ двух вариантов оснащения измерительным оборудованием. Для каждого из них определено место расположения измерительных точек для измерения давления и расхода а также определена численность измерительной серии.