

**Jerzy KUŹNIK**

**Instytut Automatyki**

**Politechnika Śląska**

## MODEL MATEMATYCZNY BIOLOGICZNEJ OCZYSZCZALNI ŚCIEKÓW

**Streszczenie.** Przedstawiono równania dynamiki i statyki komory napowietrzania i osadnika wtórnego biologicznej oczyszczalni ścieków. Opisano sposób określania wartości liczbowych współczynników modelu z wykorzystaniem modelu właściwości statycznych oczyszczalni.

### 1. WSTĘP

W [1] podano, że praktyczne sprawdzenie przedstawionych w literaturze układów sterowania w biologicznych oczyszczalniach ścieków jest niezwykle trudne. Stąd potrzeba realizacji modelu matematycznego oczyszczalni.

Model taki może pozwolić na oszacowanie właściwości dynamicznych oczyszczalni, które są jednym z zasadniczych czynników decydujących o strukturze układów sterowania. Za pomocą takiego modelu można zbadać i porównać różne struktury układów sterowania.

Podstawowe procesy, które muszą być ujęte w modelu dynamiki oczyszczalni to:

- redukcja zanieczyszczeń w komorze napowietrzania,
- separacja osadu czynnego od ścieków w osadniku wtórnym.

W oczyszczalniach biologicznych przeprowadza się też niekiedy nitryfikację i denitryfikację. Procesy te będą jednak pominięte w modelu. Dla odbiorników ścieków oczyszczonych uciążliwość substancji organicznych pochłaniających tlen, a więc usuwanych w komorze napowietrzania jest większa niż związków azotu. Poza tym waga usuwania związków azotu ze ścieków maleje, jeżeli nie jest usuwany drugi z biogennych składników, a mianowicie fosfor. Ponadto często w oczyszczalniach nitryfikacja i szczególnie denitryfikacja są przeprowadzane tylko częściowo.

### 2. OKREŚLENIE MODELU MATEMATYCZNEGO

#### 2.1. Model komory napowietrzania

Komora napowietrzania to zasadnicza część biologicznej oczyszczalni ścieków. Do znajdującej się w niej mieszaniny ścieków i osadu czynnego doprowadza się powietrze, co powoduje redukcję zanieczyszczeń i przyrost osadu czynnego. Do opisu podstawowych procesów zachodzących w komorze

napowietrzania konieczną są więc trzy równania:

- bilansu zanieczyszczeń /substratu/,
- bilansu osadu czynnego,
- bilansu tlenu.

W literaturze spotyka się różne postaci zależności na szybkość reakcji osadu czynnego z zanieczyszczeniami. Niekiedy przyjmuje się reakcję 1 rzędu. Wykorzystuje się też zależności Teissier'a, Contois'a i Moser'a [2] [3] [4]. Najczęściej przyjmuje się wzór Monoda.

$$\mu = \mu_{\max} \frac{S_{wy}}{S_{wy} + K_s} \quad /1/$$

Dla małych stężeń substratu wzór ten zbliża się do zależności na reakcję 1 rzędu, a dla dużych stężeń substratu zdąża do zależności na reakcję rzędu zerowego.

Najczęściej nie uwzględnia się ograniczającej roli stężenia tlenu rozpuszczonego w ściekach na szybkość redukcji zanieczyszczeń. Niekiedy jednak jak w [5] [6] [7] [8] przyjmuje się następującą postać zależności na prędkość reakcji:

$$\mu = \mu_{\max} \frac{S_{wy}}{S_{wy} + K_s} \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_o} \quad /2/$$

Wprawdzie przy stężeniach tlenu rozpuszczonego powyżej 1-2  $\left[\frac{g}{m^3}\right]$  stężenie to nie ma już większego wpływu na szybkość reakcji, jednak przy dużych stanach nieustalonych, spowodowanych np. szybkimi zmianami ładunku zanieczyszczeń w ściekach, istnieje możliwość obniżenia się stężenia tlenu poniżej tej granicy. Postanowiono więc przyjąć zależność na szybkość reakcji o postaci /2/.

W niewielu opracowaniach dotyczących dynamiki oczyszczalni wychodzi się poza równania bilansu zanieczyszczeń osadu czynnego i tlenu. W [9] podaje się jeszcze bilans substancji nieaktywnej w osadzie czynnym, nierozkładającej zanieczyszczeń. Dość złożony model przedstawiony jest w [7] [10] [11] [12], gdzie oprócz bilansu masy substratu i bilansu aktywnej masy osadu podaje się jeszcze:

- bilans masy zmagazynowanej w osadzie /dla uwzględnienia absorpcji i adsorpcji substratu w kłaczkach osadu czynnego/,
- bilans nieaktywnej, inertej masy w osadzie.

W modelu takim trzeba znać wartości kilku dodatkowych trudno wyznaczalnych współczynników np. przelicznika masy substratu wyrażanej w BZT<sub>5</sub> lub ChZT na masę zmagazynowaną w osadzie wyrażaną np. w [g suchej masy osadu]. Podobny model przedstawiany jest w [13] [14].

W przedstawionym tu modelu dążono do takiej jego postaci, by mieć łatwość porównania wyników teoretycznych otrzymanych z modelu z wynikami pomiarów wykonywanych w oczyszczalniach. Ponieważ stężenie osadu mierzy się w oczyszczalniach, najczęściej przez określenie suchej masy osadu i udziału



### Model matematyczny biologicznej ...

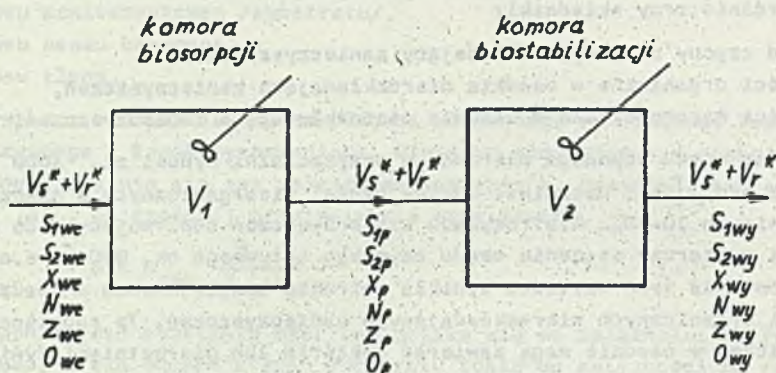
części nieorganicznych w suchej masie osadu, więc w osadzie postanowiono wyróżnić trzy składniki:

- osad czynny aktywny rozkładający zanieczyszczenia,
- części organiczne w osadzie nierozkładające zanieczyszczeń,
- części nieorganiczne w osadzie nierozkładające zanieczyszczeń.

Stężenie osadu czynnego mierzone w oczyszczalni wynosi ok. 3000  $[g\ s.m.\alpha/m^3]$  [15]. Natomiast udział części nieorganicznych w osadzie jest w granicach 30-40%. Dla rozkładu zanieczyszczeń dopływających do oczyszczalni wystarczy stężenie osadu czynnego aktywnego ok. 800  $[g\ s.m.\alpha/m^3]$ . Z porównania tych wartości wynika potrzeba uwzględnienia w osadzie części organicznych nierozkładających zanieczyszczeń. Te substancje organiczne w osadzie mogą zawierać bakterie lub pierwotniaki żywiące się osadem czynnym, co uwzględniono w modelu. Ścieki dopływające do oczyszczalni zawierają zawiesinę organiczną i nieorganiczną, nie ma w nich natomiast osadu czynnego. W modelu uwzględniono też endogenną respirację osadu czynnego aktywnego oraz części organicznych nierozkładających zanieczyszczeń.

Stężenie zanieczyszczeń w ściekach surowych i ściekach oczyszczonych jest mierzone najczęściej przez określenie BZT<sub>5</sub> i ChZT tych ścieków. W ściekach zawierających wiele zanieczyszczeń przemysłowych stosunek ChZT do BZT<sub>5</sub> jest duży. Inaczej mówiąc, ścieki takie zawierają dużo składników trudniej rozkładalnych biologicznie. Pomiar przeprowadzone w oczyszczalni potwierdzają to, bowiem zanieczyszczenia oznaczone przez ChZT redukują się w dużo mniejszym stopniu niż zanieczyszczenia oznaczone przez BZT<sub>5</sub> [15]. Jak wiadomo, rozkład zanieczyszczeń przez osad czynny następuje w wyniku dużej liczby szeregowych i równoległych reakcji biochemicznych. Reakcje te w literaturze usiłuje się zastąpić jedną reakcją. By w pewnym stopniu urealnić model, uwzględniono w nim dwa równania bilansu substratu, dla dwu substratów o różnych szybkościach reakcji z osadem czynnym, przy czym w pewnym stopniu składniki te przechodzą do części nieorganicznych w osadzie.

Przy takim sposobie bilansowania masy substratu i masy osadu czynnego równanie bilansu tlenu będzie zawierać składniki przedstawiające zużycie tlenu na rozkład obydwu rodzajów substratu, na endogenną respirację osadu czynnego aktywnego i części organicznych w osadzie nierozkładających zanieczyszczeń oraz na redukcję osadu czynnego przez części organiczne. Obecnie budowane i projektowane oczyszczalnie ścieków coraz częściej posiadają dwuczęściową komorę napowietrzania. W jednej części następuje głównie redukcja zanieczyszczeń, a w drugiej głównie zmniejsza się masa osadu czynnego wskutek endogennej respiracji. By mieć możliwość modelowania jak najszerszej klasy oczyszczalni, postanowiono przyjąć dwuczęściową komorę napowietrzania. Wobec tego równania bilansu dla dwuczęściowej komory napowietrzania /rys.1/ przy założeniu idealnego mieszania mają następującą postać:



Rys.1. Komora napowietrzania

$$V_1 \frac{d S_{1p}}{dt} = (V_s^* + V_r^*) (S_{1we} - S_{1p}) - \frac{1}{Y_1} \mu_{1max} \frac{S_{1p}}{S_{1p} + K_{s1}} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o1}} \cdot X_p \cdot V_1 \quad /3/$$

$$V_1 \frac{d S_{2p}}{dt} = (V_s^* + V_r^*) (S_{2we} - S_{2p}) - \frac{1}{Y_2} \mu_{2max} \frac{S_{2p}}{S_{2p} + K_{s2}} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o2}} \cdot X_p \cdot V_1 \quad /4/$$

$$V_1 \frac{d X_p}{dt} = (V_s^* + V_r^*) (X_{we} - X_p) + \mu_{1max} \frac{S_{1p}}{S_{1p} + K_{s1}} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o2}} \cdot X_p \cdot V_1 + \\ + \mu_{2max} \cdot \frac{S_{2p}}{S_{2p} + K_{s2}} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o2}} \cdot X_p \cdot V_1 - \mu_{3max} \frac{X_p}{X_p + K_x} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o3}} \cdot \\ \cdot N_p \cdot V_1 - k_{dx} \cdot X_p \cdot V_1 \quad /5/$$

$$V_1 \frac{d N_p}{dt} = (V_s^* + V_r^*) (N_{we} - N_p) + \frac{1}{Y_3} \mu_{3max} \frac{X_p}{X_p + K_x} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o3}} \cdot N_p \cdot V_1 - \\ - k_{dn} \cdot N_p \cdot V_1 \quad /6/$$

$$V_1 \frac{d Z_p}{dt} = (V_s^* + V_r^*) (Z_{we} - Z_p) + k_{xz} \cdot X_p \cdot V_1 + k_{nz} \cdot N_p \cdot V_1 \quad /7/$$



$$\begin{aligned}
 v_1 \frac{d O_p}{dt} &= (v_s^* + v_r^*) (O_{we} - O_p) + (k_v)_1 (O_p^* - O_p) - \\
 &- \frac{1}{Y_{o1}} \cdot \mu_{1max} \frac{S_{1p}}{S_{1p} + K_{s1}} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o1}} \cdot X_p \cdot v_1 - \\
 &- \frac{1}{Y_{o2}} \mu_{2max} \frac{S_{2p}}{S_{2p} + K_{s2}} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o2}} \cdot X_p \cdot v_1 - \\
 &- \frac{1}{Y_{o3}} \mu_{3max} \cdot \frac{X_p}{X_p + K_x} \cdot \frac{O_p}{O_p + K_{o3}} \cdot N_p \cdot v_1 - \\
 &- k_{ox} \cdot X_p \cdot v_1 - k_{on} \cdot N_p \cdot v_1 \quad /8/
 \end{aligned}$$

$$v_2 \frac{d S_{1wy}}{dt} = (v_s^* + v_r^*) (S_{1p} - S_{1wy}) - \frac{1}{Y_1} \mu_{1max} \frac{S_{1wy}}{S_{1wy} + K_{s1}} \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o1}} \cdot X_{wy} \cdot v_2 \quad /9/$$

$$v_2 \frac{d S_{2wy}}{dt} = (v_s^* + v_r^*) (S_{2p} - S_{2wy}) - \frac{1}{Y_2} \mu_{2max} \frac{S_{2wy}}{S_{2wy} + K_{s2}} \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o2}} \cdot X_{wy} \cdot v_2 \quad /10/$$

$$\begin{aligned}
 v_2 \frac{d X_{wy}}{dt} &= (v_s^* + v_r^*) (X_p - X_{wy}) + \mu_{1max} \frac{S_{1wy}}{S_{1wy} + K_{s1}} \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o1}} \cdot X_{wy} \cdot v_2 + \\
 &+ \mu_{2max} \cdot \frac{S_{2wy}}{S_{2wy} + K_{s2}} \cdot \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o2}} \cdot X_{wy} \cdot v_2 - \mu_{3max} \cdot \frac{X_{wy}}{X_{wy} + K_x} \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o3}} \cdot \\
 &\cdot N_{wy} \cdot v_2 - k_{dx} \cdot X_{wy} \cdot v_2 \quad /11/
 \end{aligned}$$

$$v_2 \frac{d N_{wy}}{dt} = (v_s^* + v_r^*) (N_p - N_{wy}) + \frac{1}{Y_3} \mu_{3max} \frac{X_{wy}}{X_{wy} + K_x} \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o3}} \cdot N_{wy} \cdot v_2 - \\
 - k_{dn} \cdot N_{wy} \cdot v_2 \quad /12/$$

$$v_2 \frac{d Z_{wy}}{dt} = (v_s^* + v_r^*) (Z_p - Z_{wy}) + k_{xz} \cdot X_{wy} \cdot v_2 + k_{nz} \cdot N_{wy} \cdot v_2 \quad /13/$$

$$\begin{aligned}
 v_2 \frac{d O_{wy}}{dt} &= (v_s^* + v_r^*) (O_p - O_{wy}) + (k_v)_2 (O_{wy}^* - O_{wy}) - \\
 &- \frac{1}{Y_{o1}} \cdot \mu_{1max} \frac{S_{1wy}}{S_{1wy} + K_{s1}} \cdot \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o1}} \cdot X_{wy} \cdot v_2 - \\
 &- \frac{1}{Y_{o2}} \mu_{2max} \cdot \frac{S_{2wy}}{S_{2wy} + K_{s2}} \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{o2}} \cdot X_{wy} \cdot v_2 -
 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{Y_{O_3}} \cdot \mu_{3max} \cdot \frac{X_{wy}}{X_{wy} + K_x} \cdot \frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_{O_3}} \cdot N_{wy} \cdot V_2 -$$

$$+ k_{ox} \cdot X_p \cdot V_1 - k_{on} \cdot N_p \cdot V_1 \quad /14/$$

## 2.2. Model osadnika wtórnego

Osadnik wtórny znajdujący się za komorą napowietrzania spełnia trzy zadania:

- oddzielenie osadu czynnego od ścieków wypływających z komory napowietrzania,
- magazynowanie osadu,
- zagęszczenie osadu, który z kolei doprowadzany jest w recyklu do komory napowietrzania lub odprowadzany na zewnątrz jako osad nadmierny.

Model matematyczny osadnika powinien więc pozwolić na określenie stężenia osadu czynnego w ściekach oczyszczonych odpływających z osadnika oraz na określenie stężenia osadu zagęszczonego odprowadzanego z dolnej części osadnika.

W literaturze dotyczącej dynamiki oczyszczalni ścieków przyjmuje się niekiedy daleko idące uproszczenia, zakładając, że w odpływie ścieków z osadnika nie ma osadu czynnego [16], lub że stężenie osadu czynnego w odpływie jest stałe [4] [17]. Często przyjmuje się także, że stężenie osadu w recyklu jest stałe lub zagęszczenie osadu w osadniku jest stałe [16] [4] [7] [12] [18]. W rzeczywistości stężenia osadu czynnego w recyklu i w ściekach oczyszczonych są zależne od stężenia osadu w dopływie do osadnika jak i przepływu recyklu i ścieków oczyszczonych. Ponieważ przedstawiany tu model ma służyć do symulacji układów sterowania oczyszczalnią, musi więc uwzględniać te zależności.

W opracowaniach literaturowych można spotkać opisy modeli osadnika wtórnego [10] [11] [13] [19] [20] [21] [22] [23] [24]. Często są to jednak modele bardzo złożone lub wykorzystujące dane empiryczne. Poniżej przedstawiono równania stosunkowo prostego, jednak ujmującego zasadnicze efekty modelu osadnika wtórnego (rys. 2). W modelu tym uwzględniono powszechnie przyjmowane założenie, że osadnik osadza tylko zawiesiny, nie wpływa natomiast na stężenie substratu, który po komorze napowietrzania może być praktycznie już tylko w stanie rozpuszczonym. Wobec tego stężenia substratu w ściekach oczyszczonych i w recyklu są równe stężeniu substratu na dopływie do osadnika,

$$\frac{d G_x}{dt} = (V_s^* + V_r^*) X_{wy} - (V_s^* - V_n^*) X_k - (V_r^* + V_n^*) \cdot X_r \quad /15/$$

$$\frac{d G_n}{dt} = (V_s^* + V_r^*) \cdot N_{wy} - (V_s^* - V_n^*) N_k - (V_r^* + V_n^*) N_r \quad /16/$$



$$\frac{dG_z}{dt} = (V_s^* + V_r^*) Z_{wy} - (V_s^* - V_n^*) Z_k - (V_r^* + V_n^*) \cdot Z_r \quad /17/$$

$$X_{wy} + N_{wy} + Z_{wy} = OS_{wy} \quad /18/$$

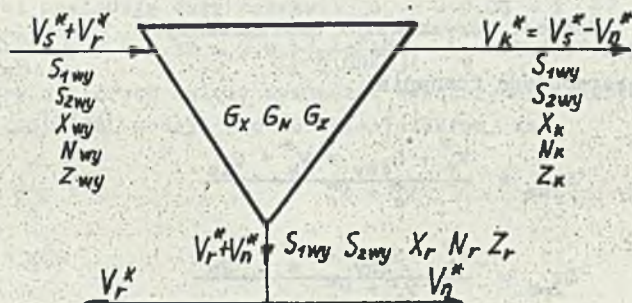
$$OS_k = OS_{wy} \cdot k_1 (V_k^* - V_{kmin}^*) \quad /19/$$

$$X_k = X_{wy} \frac{OS_k}{OS_{wy}} \quad N_k = N_{wy} \frac{OS_k}{OS_{wy}} \quad Z_k = Z_{wy} \frac{OS_k}{OS_{wy}} \quad /20/ \quad /21/ \quad /22/$$

$$G = G_x + G_n + G_z \quad /23/$$

$$OS_r = k \cdot G \quad \text{lub} \quad OS_r = k \sqrt{G} \quad /24/$$

$$X_r = OS_r \frac{G_x}{G} \quad X_n = OS_r \frac{G_n}{G} \quad X_z = OS_r \frac{G_z}{G} \quad /25/ \quad /26/ \quad /27/$$

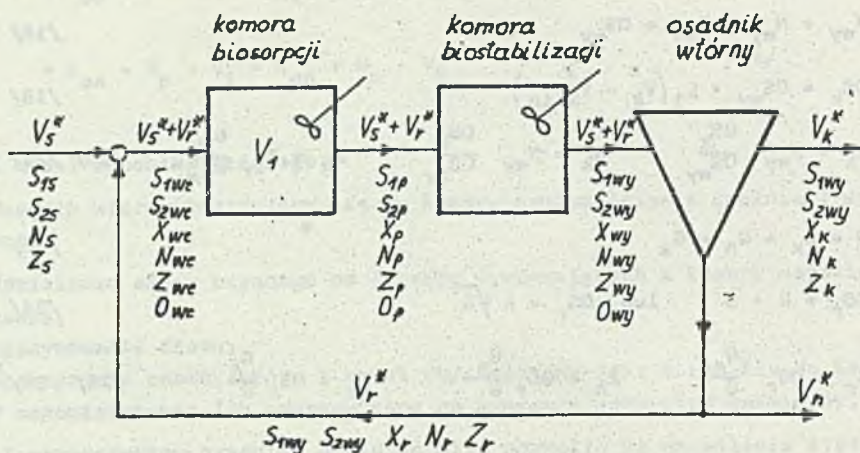


Rys.2. Osadnik wtórny

Równaniem /19/ uzależniono więc stężenie osadu w ściekach oczyszczonych od stężenia osadu na dopływie do osadnika i od przepływu ścieków oczyszczonych. Natomiast równaniem /24/ uzależniono stężenie osadu w recyklu od masy osadu zmagazynowanego w osadniku.

### 2.3. Model oczyszczalni ścieków

Przedstawione uprzednio równania dla komory napowietrzania i osadnika wtórnego należy uzupełnić o równania uwzględniające sumowania przepływów ścieków surowych i recyklu przed komorą napowietrzania /rys.3/.



Rys.3. Schemat oczyszczalni biologicznej.

Są, to następujące równania

$$S_{1we} = \frac{V_r^* \cdot S_{1wy} + V_s^* \cdot S_{1s}}{V_s^* + V_r^*} \quad /28/$$

$$S_{2we} = \frac{V_r^* \cdot S_{2wy} + V_s^* \cdot S_{2s}}{V_s^* + V_r^*} \quad /29/$$

$$X_{we} = \frac{V_r^* \cdot X_r}{V_s^* + V_r^*} \quad /30/$$

$$N_{we} = \frac{V_r^* \cdot N_r + V_s^* \cdot N_s}{V_s^* + V_r^*} \quad /31/$$

$$Z_{we} = \frac{V_r^* \cdot Z_r + V_s^* \cdot Z_s}{V_s^* + V_r^*} \quad /32/$$

Po wprowadzeniu równań algebraicznych do równań różniczkowych otrzymuje się układ piętnastu nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych. Zmiennymi stanu w tych równaniach są:  $S_{1p}$ ,  $S_{2p}$ ,  $X_p$ ,  $N_p$ ,  $Z_p$ ,  $O_p$ ,  $S_{1wy}$ ,  $S_{2wy}$ ,  $X_{wy}$ ,  $N_{wy}$ ,  $Z_{wy}$ ,  $O_{wy}$ ,  $G_x$ ,  $G_n$ ,  $G_z$ .



## 3. SPOŚÓB OKREŚLENIA WARTOŚCI LICZBOWYCH WSPÓŁCZYNNIKÓW MODELU

W przedstawionych wyżej równaniach modelu dynamiki oczyszczalni trzeba określić wartości liczbowe:

- współczynników równań /głównie chodzi tu o współczynniki kinetyczne, które przyjęto jako stałe, niezależne od warunków pracy oczyszczalni/,
- wielkości wejściowych procesu, a więc sterujących i zakłócających; wartości te będą w dalszym ciągu badań nad modelem odpowiednio zmieniane, by symulować działania zakłócające lub sterujące,
- zmiennych stanu procesu, które są potrzebne jako warunki początkowe do rozwiązywania równań różniczkowych.

W literaturze można znaleźć informacje odnośnie do wartości liczbowych niektórych współczynników kinetyki, takich jak:  $\mu_{1max}$ ,  $\mu_{2max}$ ,  $K_s$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$  i  $k_{dx}$ . Szersze zestawienia tych danych są [2] [25] [26] [27].

Trzeba jednak zaznaczyć, że dane te są często nieporównywalne, bowiem otrzymywano je dla różnych rodzajów ścieków i osadu czynnego, różnymi metodami i są wyrażane w różnych jednostkach. Dane literaturowe współ-

czynników kinetyki posiadają duży rozrzut:  $\mu_{max} = 0,05 - 1 \left[ \frac{1}{h} \right]$ ,  
 $K_s = 20 - 350 \left[ \frac{g \text{ ChZT}}{m^3} \right]$ ,  $Y = 0,38 - 0,9 \left[ \frac{g \text{ s.m.o}}{g \text{ ChZT}} \right]$ ,  $k_d = 0,0017 - 0,02 \left[ \frac{1}{h} \right]$ .

Różne są też wzory, z których należy wyznaczać współczynniki zużycia tlenu  $Y_0$ . W [2] [25] [26] podaje się za Eckenfelderem, że

$$Y + \frac{1}{Y_0} = 1 \quad /33/$$

$$\text{czyli } Y_0 = \frac{1}{1-Y}$$

W [11] podaje się, że

$$Y_0 = \frac{Y}{1-Y} \quad /34/$$

Natomiast w [28]

$$Y_0 = \frac{1}{1-1,42Y} \quad /35/$$

Tu będzie się określać  $Y_0$  z zależności wynikającej z następującego rozumowania. Ubywająca ilość zanieczyszczeń  $\frac{1}{Y} \mu X_{wy} \cdot V \left[ \frac{g \text{ ChZT}}{g \text{ s.m.o.h}} \right]$  przechodzi w osad czynny stanowiący zapotrzebowanie tlenu w ilości  $k_{ox} \cdot \mu \cdot X_{wy} \cdot V \left[ \frac{g \text{ O}_2}{g \text{ s.m.o.h}} \right]$ , a przy syntezie tego osadu czynnego potrzebny jest tlen w ilości  $\frac{1}{Y_0} \cdot \mu \cdot X_{wy} \cdot V \left[ \frac{g \text{ O}_2}{g \text{ s.m.o.h}} \right]$ . Stąd

$$\frac{1}{Y} = k_{ox} + \frac{1}{Y_0}$$

a więc  $Y_0 = \frac{Y}{1-k_{ox} \cdot Y} \quad /36/$

W literaturze podaje się, że dla utleniania 1g osadu czynnego potrzeba 1,42 gO<sub>2</sub>. Utlenianiu ulega 0,77 masy aktywnej osadu. Reszta, czyli 0,23 masy osadu czynnego, to składniki mineralne [25] [26]. W takim razie  $k_{xz} = 0,23$ , a  $k_{ox} = 1,42 \cdot 0,77 = 1,1$ .

Odnosnie wartości innych współczynników kinetycznych nie ma żadnych danych literaturowych.

Jeżeli chodzi o wartości wielkości wejściowych i zmiennych stanu, to niektóre z nich można określić na podstawie danych projektowych i pomiarowych konkretnej oczyszczalni [15]. W podobny sposób można obliczyć współczynniki  $k$  i  $k_1$  określające działanie osadnika wtórnego. Wartości  $O_p^*$  i  $O_{wy}^*$  obliczone są na podstawie zależności podanych w [26]. Jak widać z powyższego, dane odnośnie wartości współczynników modelu są bardzo nieprecyzyjne, a liczba tych współczynników jest znaczna. Stąd praktycznie niemożliwe jest określenie na podstawie tych danych takiego zestawu wartości współczynników, który dałby zadowalające rezultaty w obliczeniach modelu. Przyjęto więc następującą drogę postępowania:

1. Wstępne określenie wartości współczynników.
2. Obliczenia za pomocą modelu.
3. Porównanie wyników otrzymanych z obliczeń z danymi pomiarowymi i projektowymi /trzeba zaznaczyć, że dane te są niepełne i niedokładne/. W przypadku zadowalającej zgodności koniec obliczeń.
4. Korekcja wartości współczynników i powrót do pktu 2.

Jest to więc pewnego rodzaju sposób identyfikacji współczynników modelu. Przy wykorzystaniu modelu dynamiki byłby on jednak bardzo czasochłonny. Identyfikację współczynników modelu postanowiono więc przeprowadzić za pomocą modelu statyki. Równania modelu statyki można otrzymać po przyjęciu w równaniach /3/ do /32/ pochodnych względem czasu równych zeru. Po wielokrotnych obliczeniach za pomocą modelu statyki otrzymano zestaw współczynników równań, który uznano za poprawny.

#### Oznaczenia

$V_s^*, V_r^*, V_n^*, V_k^*$  - przepływy ścieków surowych, recyklu, osadu nadmiarowego i ścieków oczyszczonych  $\left[\frac{m^3}{h}\right]$

$V_1, V_2$  - objętości komory biosorpcji i komory biostabilizacji  $[m^3]$

$S_{1s}, S_{1we}, S_{1p}, S_{1wy}$  - stężenia łatwiej rozkładalnego składnika substratu w ściekach surowych, na wejściu do komory biosorpcji, między komorami biosorpcji i biostabilizacji, na wyjściu komory biostabilizacji  $\left[\frac{g\ BZT_5}{m^3}\right]$



- $S_{2s}, S_{2we}, S_{2p}, S_{2wy}$  - stężenia trudniej rozkładalnego składnika substratu w ściekach surowych, na wejściu do komory biosorpcji, między komorami biosorpcji i biostabilizacji, na wyjściu komory biostabilizacji  $\left[ \frac{g \text{ ChZT}}{m^3} \right]$
- $X_{we}, X_p, X_{wy}, X_r, X_k$  - stężenia osadu czynnego aktywnego na wejściu do komory biosorpcji, między komorami biosorpcji i biostabilizacji, na wyjściu komory biostabilizacji, w recyklu w ściekach oczyszczonych  $\left[ \frac{g \text{ s.m.o.}}{m^3} \right]$
- $N_s, N_{we}, N_p, N_{wy}, N_r, N_k$  - stężenia składników organicznych w osadzie nierozkładających substratu w ściekach surowych na wejściu do komory biosorpcji, między komorami biosorpcji i biostabilizacji, na wyjściu komory biostabilizacji, w recyklu, w ściekach oczyszczonych  $\left[ \frac{g \text{ s.m.o.}}{m^3} \right]$
- $Z_s, Z_{we}, Z_p, Z_{wy}, Z_r, Z_k$  - stężenia składników nieorganicznych w osadzie w ściekach surowych, na wejściu do komory biosorpcji, między komorami biosorpcji i biostabilizacji, na wyjściu komory biostabilizacji, w recyklu  $\left[ \frac{g \text{ s.m.o.}}{m^3} \right]$
- $O_{we}, O_p, O_{wy}$  - stężenia tlenu rozpuszczonego w ściekach na wejściu do komory biosorpcji, między komorami biosorpcji i biostabilizacji, na wyjściu komory biostabilizacji  $\left[ \frac{g \text{ O}_2}{m^3} \right]$
- $O_p^*, O_{wy}^*$  - stężenia tlenu w stanie nasycenia w komorze biosorpcji i w komorze biostabilizacji  $\left[ \frac{g \text{ O}_2}{m^3} \right]$
- $OS_{wy}, OS_r, OS_k$  - całkowite stężenie osadu czynnego na wyjściu komory biostabilizacji, w recyklu i ściekach oczyszczonych  $\left[ \frac{g \text{ s.m.o.}}{m^3} \right]$
- $G_x, G_n, G_z$  - masa osadu czynnego aktywnego, masa składników organicznych w osadzie i masa składników nieorganicznych w osadzie zakumulowana w osadniku wtórnym  $[g \text{ s.m.o.}]$
- $G$  - całkowita masa osadu czynnego zakumulowana w osadniku wtórnym  $[g \text{ s.m.o.}]$

- $\mu_{1max}, \mu_{2max}, \mu_{3max}$  - maksymalna szybkość reakcji łatwiej i trudniej rozkładalnego składnika substratu z osadem czynnym aktywnym oraz osadu czynnego aktywnego ze składnikami nieorganicznymi w osadzie  $\left[\frac{1}{h}\right]$
- $Y_1, Y_2$  - współczynniki przyrostu osadu czynnego wskutek reakcji z łatwiej i trudniej rozkładalnym składnikiem substratu  $\left[\frac{g\ s.m.o.}{g\ BZT_5}\right]$  lub  $\left[\frac{g\ s.m.o.}{g\ ChZT}\right]$
- $Y_3$  - współczynnik przyrostu składników organicznych w osadzie wskutek reakcji z osadem czynnym  $\left[\frac{g\ s.m.o.}{g\ s.m.o.}\right]$
- $K_{s1}, K_{s2}$  - stężenia łatwiej i trudniej rozkładalnego składnika substratu przy szybkości reakcji substratu z osadem czynnym równej połowie szybkości maksymalnej  $\left[\frac{g\ BZT_5}{m^3}\right]$  lub  $\left[\frac{g\ ChZT}{m^3}\right]$
- $K_{o1}, K_{o2}, K_{o3}$  - stężenie tlenu rozpuszczonego w ściekach przy szybkości reakcji łatwiej i trudniej rozkładalnego składnika substratu z osadem czynnym i osadu czynnego aktywnego ze składnikami organicznymi w osadzie równej połowie szybkości maksymalnej  $\left[\frac{g\ O_2}{m^3}\right]$
- $K_x$  - stężenie osadu czynnego aktywnego przy szybkości reakcji tego osadu ze składnikami organicznymi w osadzie równej połowie szybkości maksymalnej  $\left[\frac{g\ s.m.o.}{m^3}\right]$
- $k_{dx}, k_{dn}$  - współczynniki endogennej respiracji osadu czynnego aktywnego i składników organicznych w osadzie  $\left[\frac{1}{h}\right]$
- $Y_{o1}, Y_{o2}, Y_{o3}$  - współczynniki zużycia tlenu na reakcje łatwiej i trudniej rozkładalnego składnika substratu z osadem czynnym aktywnym oraz osadu czynnego aktywnego ze składnikami organicznymi w osadzie  $\left[\frac{g\ s.m.o.}{g\ O_2}\right]$
- $k_{ox}, k_{on}$  - współczynniki zużycia tlenu na endogenną respirację osadu czynnego aktywnego i składników organicznych w osadzie  $\left[\frac{g\ O_2}{g\ s.m.o.h}\right]$
- $k_{xz}, k_{nz}, k_{min}$  - współczynniki określające część osadu czynnego i część składników organicznych przechodzącą do



składników nieorganicznych w osadzie przy endogennej respiracji

$k, k_1$

- współczynniki określające działanie osadnika wtórnego

$(kv)_1, (kv)_2$

- współczynniki określające intensywność natleniania urządzeń napowietrzających.

#### LITERATURA

- [1] Kuźnik J.: O niektórych możliwościach sterowania w oczyszczalniach ścieków. ZN Politechniki Śl. seria Automatyka z.69 1983.
- [2] Wilk A.: Kinetische Modelle des Belebtschlammverfahrens. R.Oldenburger, München 1976.
- [3] Buraczewski G.: Studia nad modelem matematycznym procesu oczyszczania ścieków za pomocą osadu czynnego i analiza jego stosowalności. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej. Budownictwo z.74 1981.
- [4] Alam A.B.S., Angelbeck D.I.: Laboratory studies on optimization of the activated sludge process. Journal WPCF nr 7 1978.
- [5] Ryder, Sinclair: Model for the growth of aerobic microorganisms under oxygen limiting conditions. Biotechnology and Bioengineering s. 787-798 1972.
- [6] Moser A.: Fehlerquellen der Parameterabschätzung von mathematischen Modellen der Prozeßkinetik gwf-wasser/abwasser nr 5 1978.
- [7] Ollson G., Andrews J.F.: The dissolved oxygen profile - a valuable tool for control of the activated sludge process. Water Research nr 11 1978.
- [8] Benefield L., Mdz F.: A kinetic model for the activated sludge process which considers diffusion and reaction in the microbiol.floc. Biotechnology and Bioengineering nr 11 1983.
- [9] Brett R.W., Kermode R.I., Burrus S.G.: Feedforward control on activated sludge process. Water Research nr 4 1973.
- [10] Busby J.B., Andrews J.F.: Dynamic modeling and control strategies for activated sludge process. Journal WPCF nr 5 1975.
- [11] Tanthapanichakoon W., Himmelblau D.M.: Simulation of the time dependent activated sludge water treatment plant. Water Research nr 10 1981.
- [12] Yeung S.Y.S., Sinčić D., Bailey J.E.: Optimal periodic control of activated sludge processes. II Comparison with conventional control for structured sludge kinetics. Water Research nr 1 1980.
- [13] Holmberg A.: Modelling of the activated sludge process for mikroprocessor - based state estimation and control. Water Research nr 7 1982.
- [14] Perdieu S., Therien N.: Modeling the dynamics of the activated sludge wastewater treatment process in terms of the carbon variable. Water Research nr 9 1980.
- [15] Chłęcz E., Kubaczka E.: Rozruch technologiczny "Biooxybloku" na Oczyszczalni Miejskiej w Gliwicach. Sprawozdanie /niepublikowane/. Hydrosan Gliwice 1983.
- [16] Marr G., Hruschka H.: Das mathematische Modell als Mittel zur Planung von Regel - und Messeinrichtungen in der Abwassertechnik gwf-wasser/abwasser nr 12 1978.
- [17] Angelbeck D.I., Alam A.B.S.: Simulation studies on optimization of the activated sludge process. Journal WPCF nr 1 1978.

- [18] Sinčić D., Bailey J.E.: Optimal periodic control of activated sludge processes. I. Result for the base case with Monod/decay kinetics. Water Research nr 1 1978.
- [19] Roper R., Grady L.: Activated sludge hydraulic control techniques evaluation by computer simulation. Journal WPCF nr 11 1974.
- [20] Cashion B.S., Keinath T.M., Schuk W.W.: Control strategies for the activated sludge process. Journal WPCF nr 4 1979.
- [21] Lech R.F., Lim H.C., Grady L., Koppel L.B.: Automatic control of the activated sludge process. Water Research nr 2 1978.
- [22] Colins C.E., Incorpora F.P., Grady L.: The effect of temperature control on biological wastewater treatment processes. Water Research nr 8 1978.
- [23] Attir U., Denn M.M.: Dynamics and control of the activated sludge wastewater process. AIChE Journal nr 4 1978.
- [24] Yuh-Ju Ko K., Mc Innis B.C., Goodwin G.C.: Adaptive control and identification of the dissolved oxygen process. Automatica nr 6 1982.
- [25] Gańczarczyk J.: Oczyszczanie ścieków metodą osadu czynnego. Arkady Warszawa 1969.
- [26] Bartoszewski K., Kempa E., Szpadt R.: Systemy oczyszczania ścieków. Skrypt Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1981.
- [27] Vablin V.A., Vasilev V.B.: Mathematical models of biological waste treatment for the design of aeration tanks. Water Research nr 7 1978.
- [28] Bernard J.: Control of biological treatment. Process Sewage Treatment Degremont S.A., cytowane [w:] Jakubowski W.: Zagadnienie modelowania procesu biologicznego oczyszczania ścieków dla celów sterowania /niepublikowane/ Politechnika Poznańska 1983.

#### MATHEMATICAL MODEL OF ACTIVATED SLUDGE PROCESS

##### Summary

Equations of dynamics and statics of aerator and accompanied settler in an activated sludge process are presented. A method of defining the numerical values of model coefficients is described using the model of the process statics.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БИОЛОГИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ ПО ОЧИСТКЕ СБРОСОВ

##### Резюме

В работе представлены уравнения динамики и статики камеры аэрирования и вторичного отстойника биологической станции по очистке сбросов. Показан способ определения числовых коэффициентов модели с учётом статической модели очистной станции.