

Aleksander KRUSZEWSKI  
Robert SCHAEFER  
IMGW o, Kraków

ANALIZA MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA MODELI UPROSZCZONYCH DO OBLICZANIA  
PRZEJŚCIA FAL POWODZIOWYCH NA ODCINKACH PRZYWĘZŁOWYCH DORZECZA  
GÓRNEJ WISŁY

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badań nad modelowaniem transformacji przepływów w węzłach hydrograficznych. Badania te przeprowadzono pod kątem możliwości zastosowania uproszczonych modeli matematycznych tego zjawiska. Postawione w pracy tezy zostały sprawdzone symulacyjnie, przy zastosowaniu numerycznej wersji równań ST Venanta.

1. Geneza problemu

Prowadzona w ramach tematu rządowego PR 7/05/08/08 budowa informatycznego systemu sterowania falami powodziowymi wymaga szybko działających modeli transformacji przepływów w obszarze całego dorzecza Górnej Wisły. W doborze odpowiednich modeli największej trudności sprawiają węzły hydrograficzne, oraz odcinki przywężłowe. Miejsca te stwarzają z drugiej strony największe zagrożenia ze względu na możliwości kumulowania się zjawisk powodziowych z dwóch koryt. W okolicach ujścia dużych prawobrzeżnych dopływów Wisły /Skawa, Raba, Dunajec/ dochodzi najczęściej do przerwania wałów /por. monografie powodzi 1970, 1972 [1] /. Wspomniane zagrożenia sprawiają, że prognoza stanów na odcinkach przywężłowych winna być stawiana szczególnie dokładnie. Konfliktowe wymagania stawiane modelom odcinków przywężłowych /duża dokładność, oraz szybkość obliczeń/ powodują, że wybrane rozwiązanie kompromisowe musi być szczególnie dobrze przeanalizowane, oraz dopasowane do warunków regionalnych.

W pracy niniejszej rozważone zostaną jedynie warunki ruchu panujące na odcinkach koryt poprzedzających węzeł, które w czasie przechodzenia dużych wezbrań stwarzają szczególne utrudnienia obliczeniowe.

2. Przegląd uproszczonych modeli transformacji przepływów w korytach

W zdecydowanej większości przypadków ruch wody w kanałach otwartych zachodzi w strefie przepływów turbulentnych. Podstawowym modelem

różniczkowym będą tutaj równania Reynoldsa /por. Prosnak [2] /. Drugim modelem, który należy wymienić, są cząstkowe równania różniczkowe dla wartości średnich otrzymane przez Ben Chie Yena [3, 4] na drodze całkowania równań Reynoldsa po przekroju poprzecznym koryta. Dwa wymienione powyżej modele dają możliwość całkowitego lub częściowego uwzględnienia zjawisk wektorowych. Duży stopień trudności numerycznego rozwiązywania powyższych równań dyskwalifikuje je w naszym przypadku. Pierwszy praktycznie rozważany układ równań stanowić będą równania dynamiczne St Venanta:

$$g \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{Q}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q}{A} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \frac{Q}{A} + g S_f + \frac{qQ}{A^2} = 0 \quad /1/$$

oraz równanie ciągłości:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} - q = 0 \quad /2/$$

gdzie:  $x$  - długość koryta,  $t$  - czas,  $Q(x,t)$  - przepływ w korycie,  $y(x,t)$  - stan,  $B(x,t)$  - szerokość koryta,  $A(x,t)$  - powierzchnia przekroju poprzecznego części zwilżonej,  $q(x,t)$  - dopływ boczny rozłożony,  $g$  - przyspieszenie ziemskie. Straty  $S_f$  przyjmować można wg wzoru Manninga:

$$S_f = \frac{n^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} \quad /3/$$

gdzie:  $n$  - współczynnik szorstkości,  $R(x,t)$  - promień hydrauliczny,  $h(x,t)$  - napełnienie koryta. Spośród uproszczonych wersji równania St Venanta bliższą uwagę poświęcimy równaniu "fali dyfuzyjnej" powstającym w wyniku pominięcia pochodnej substancjalnej  $\frac{Q}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q}{A} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q}{A} \right)$  w równaniu /1/. Tak uproszczone równanie dynamiczne, łącznie z relacją /2/ sprowadzić można do jednego równania różniczkowego cząstkowego drugiego rzędu typu parabolicznego ze względu na stany  $y(x,t)$ .

Uzasadnienie ww. faktu znaleźć można w pracy Nougara J, Thiriote [5]. Za pomocą tego typu równania niemożliwy jest opis zjawiska transportu pędu, a każde zaburzenie stanu zwierciadła wody propaguje się nieskończenie szybko. W praktyce istnieje znaczna ilość korzystnych ze względów obliczeniowych modeli konceptualnych transformacji fali w korycie opartych na równaniach dyfuzji. Możliwość zastosowania tych ostatnich limitowana jest charakterem zjawisk zachodzących w otoczeniu węża.

### 3. Klasyfikacja zjawisk występujących na odcinkach przywęzłowych

Podstawowe trudności w budowie modeli odcinków przywęzłowych koryta stwarzają zjawiska gwałtownej zmiany stanów i przepływu na odcinkach przywęzłowych. W przeważającej liczbie przypadków nierównowaga stanów w przekrojach przywęzłowych obu cieków wywołuje podpiętrzenie cieków o stanie niższym. Zjawisko to zdefiniujemy za pomocą koniunkcji



warunków:  $\frac{\partial y}{\partial x} < 0$  ,  $\operatorname{sgn} \frac{\partial y}{\partial x} = \operatorname{const}$  /4/

na interesującym odcinku koryta w całym okresie czasu. Dominacja efektów falowych przejawia się w postaci propagacji fali wstecznej na jednym cieku, będącej wynikiem gwałtownych zmian przepływu na drugim cieku. Charakteryzować go będzie zmienność wyrażenia  $\operatorname{sgn} \frac{\partial y}{\partial x}$ . Zaznaczyć można, że wyrażenie  $\frac{\partial y}{\partial x}$  może zachowywać stały znak na całym rozważanym odcinku, co oznacza, że zwierciadło wody ma spadek zawsze skierowany w dół cieku, pomimo propagującego pod prąd zaburzenia.

#### 4. Badania symulacyjne

Głównym celem przedstawionego w pracy numerycznego eksperymentu było rozstrzygnięcie, czy w warunkach powodziowych na odcinkach Górnej Wisły powyżej ujścia dużych dopływów prawobrzeżnych /Soły, Skawy, Raby, Dunajca/ występują efekty propagacji fali wstecznej. Do eksperymentu przyjęto 30 km odcinek fikcyjnego koryta rzecznego o przekroju trójdzielnym, prostokątnym oraz spadku 0,2‰ niezmiennym na całej długości. Parametry geometryczne koryta zbliżone są do wymiarów koryta Wisły w okolicach ujścia Raby i Dunajca. Odstępstwem w stosunku do warunków naturalnych był brak rozszerzenia koryta, oraz zwiększenia jego spadku bezpośrednio powyżej dopływu. Drugi ciek modelowano jako dopływ boczny rozłożony na odcinku 1 km. Wymienione powyżej odstępstwa od naturalnej postaci koryta, oraz sposób modelowania cieku dopływającego potęgując, efekty falowe, ponieważ:

- warunki geometryczne koryta fikcyjnego powodują większe spiętrzenie niż w przypadku naturalnym, co daje lepsze możliwości propagacji fali wstecznej,
- prostopadle skierowany do osi koryta dopływ w warunkach modelowych nie dostarcza składowej pędu stycznej do osi koryta głównego, skierowanej zgodnie z jej nurtem, która w rzeczywistości zwiększa przepustowość węzła.

Transformację przepływu rozwiązano za pomocą dyskretnej wersji równań /1/, /2/, /3/ stosując ważony jednokrokowy schemat różnicowy Preissmana /por. [6]/. Podobnie jak warunki geometryczne, dane wejściowe przyjęto tak, aby zwiększyć możliwości powstania fali odbitej. Na cieku głównym wprowadzono niewielki przepływ o wielkości 40 m<sup>3</sup>/s. Wydatek dopływu wahał się od 0 do 300, 500, 800 m<sup>3</sup>/s w kolejnych trzech przypadkach obliczeniowych /por. rys.1/.

Obliczone rzędne zwierciadła wody w różnych chwilach czasu przedstawiono na rysunku 2. Oprócz rzędnych zwierciadła wody obliczono przybliżone zgodnie z przyjętym schematem różnicowym wartości członu dyfuzyjnego, oraz wartości pochodnej substancjalnej równania /1/. Średnie w czasie wartości stosunku  $\frac{\partial y}{\partial x}$  członów, w odległościach 0, 1, 10 km od węzła zebrano w tabeli 1.

## 5. Wnioski

Analiza otrzymanych wyników prowadzi do następujących wniosków:

- kształt zwierciadła wody /por. rys. 2/ oraz dodatni znak przybliżonej wartości pochodnej  $\frac{\partial y}{\partial x}$  dowodzą, że na modelu nie nastąpiła propagacja fali wstecznej, nawet w przypadku gwałtownych zmian dopływu bocznego,
  - w warunkach hydrologicznych Górnej Wisły nie występuje zjawisko powstawania fali wstecznej w węzłach hydrologicznych. Świadczy o tym jego brak w modelu symulacyjnym, posiadającym znacznie bardziej sprzyjające warunki niż panujące w naturalnym układzie koryt rzecznych,
  - w przypadku dużego zróżnicowania przepływów może dojść do znacznego podpiętrzenia jednego cieku wodą z drugiego,
  - efekt podpiętrzenia uzyskany w modelu uznać należy za zawyżony z uwagi na idealizację kształtu koryta rzecznego /brak rozszerzenia i zmiany spadku w strefie przywzłowej, występujące zawsze w stanie naturalnym/,
  - obraz zależności  $y \cdot y(Q)$  /krzywa konsumpcyjna/ w przekroju przywzłowym /por. rys. 3/ dowodzi nieprzydatności w tym przypadku metod prognozowania stanu opartych na prawieruchu ustalonego,
  - mała wartość członu falowego w stosunku do dyfuzyjnego / już w odległości 1 km od węzła występuje różnica rzędu wielkości - patrz tabela 1/, oraz związany z tym brak występowania efektów fali odbitej ułatwiają znacznie modelowanie matematyczne interakcji przepływów w węzłach hydrologicznych Górnej Wisły.
- Nie istnieje zatem konieczność uwzględnienia w modelu przenoszenia pędu na odcinkach poprzedzających węzeł. Fakt ten daje możliwość zastosowania uproszczonych modeli numerycznych opartych na równaniu dyfuzji lub równaniu fali kinematycznej.

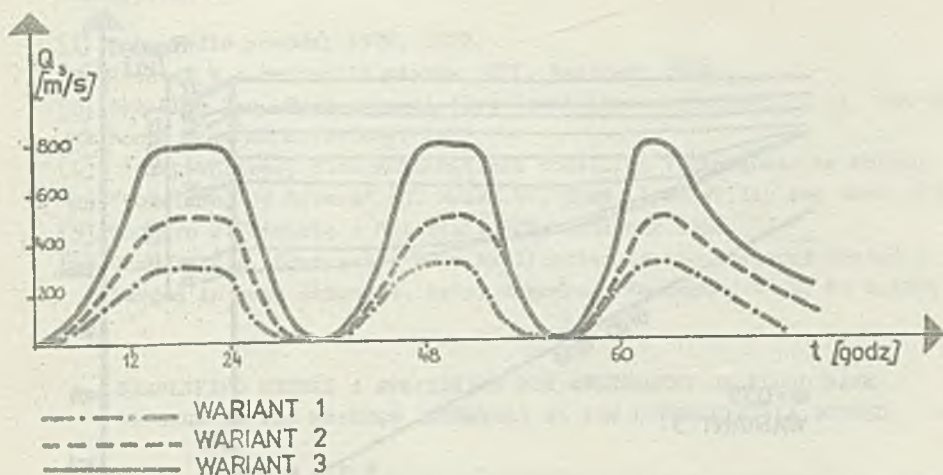
Wartości średnie stosunku pochodnych

Tabela 1

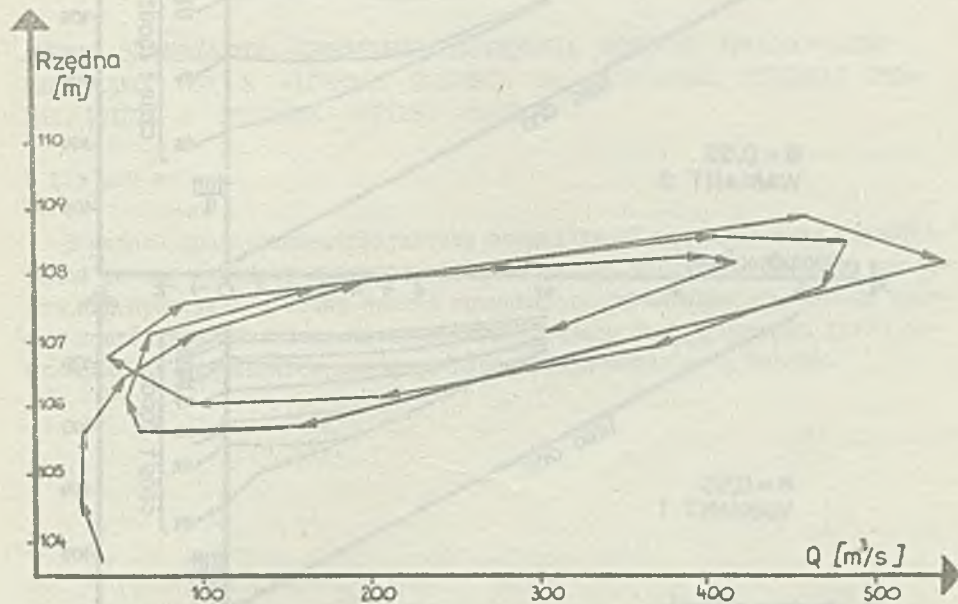
$$\left| g \left( \frac{\partial y}{\partial x} + S_f \right) / \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q}{A} \right) + \frac{Q}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q}{A} \right) \right|$$

Nr wezbrania	Odległość od wału /km/		
	0	1	10
1	5.789	11.415	44.846
2	5.411	8.765	21.854
3	5.172	8954	18.952

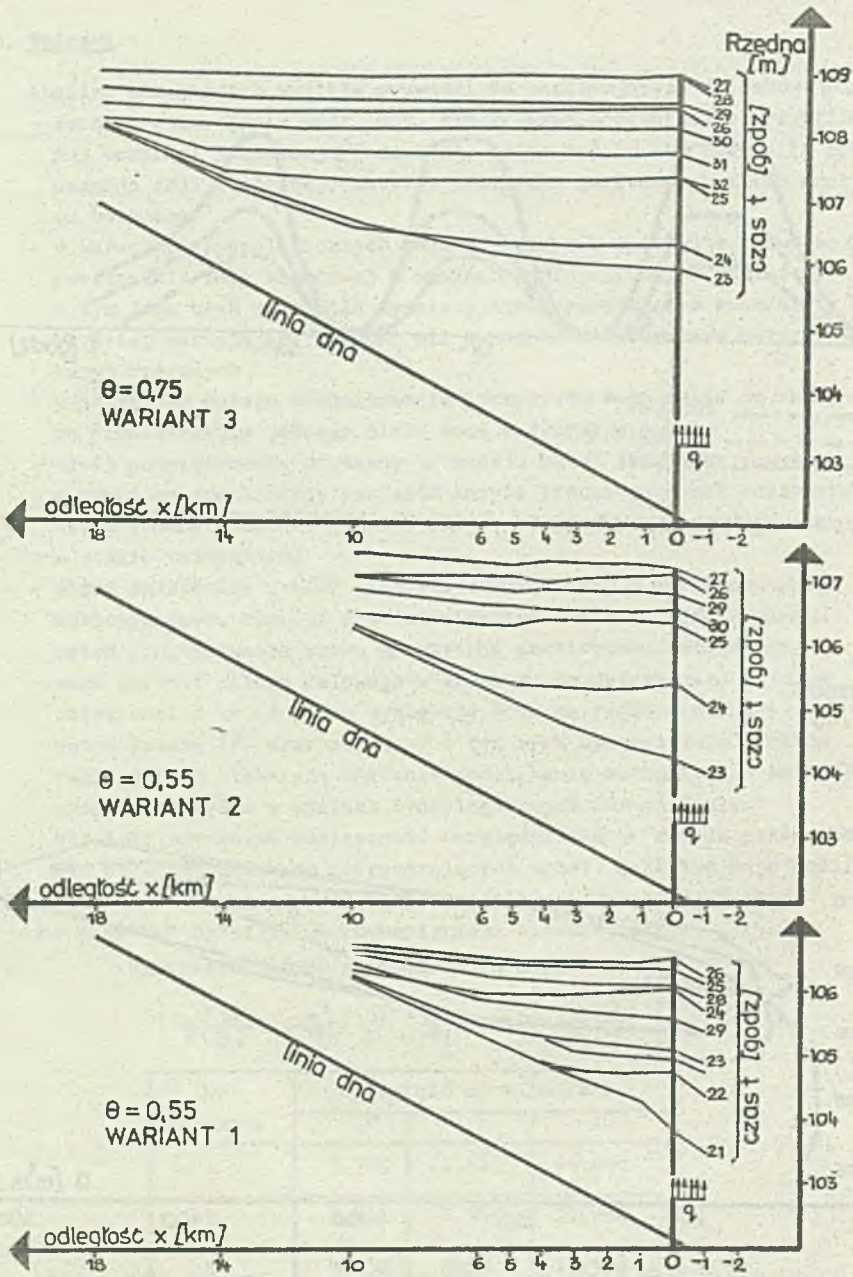




Rys.1 Hydrogramy dopływu boczno modelującego drugi ciek



Rys.3 Krzywa konsumcyjna w przekroju przywęzłowym [1 km powyżej węzła]



Rys.2 Profile podłużne zwierciadła wody

## LITERATURA --

- [1] Monografie powodzi 1970, 1972.
- [2] Prosnak W : Mechanika płynów, WNT, Warszawa 1968.
- [3] Ben Chie Yen, Open-channel flow Oquatilons revisited, J. of. the Eng. Mech. Div. ASCE, October 1973.
- [4] — ; Unsteady flow Mathematical Modelling Techniques, ze zbioru "Modelling of Rivers" ed. Hsieh Wey Shen, John Willey and Sons 1979.
- [5] Nougoro J.Thiriote ; Materiały PAN, Jabłonna 1966.
- [6] Chandry Z.H. Contractor D.N; Application of the Implicit Method to Surges in open channels, Water Resources Research, Vd 9, No 6, 1973.

SIMPLIFIED MODELS A PPLICATION FOR ASSESSMENT OF FLOOD WAVE  
PASSAGE IN THE NEARNOD INTERVALS IN THE UPPER VISTULA SYSTEM

## S u m m a r y

Results of modelling experiments of the flow transformation in hydrographic nods are presented. The experiments have been performed to check the possibilities of simplified mathematical models application. The numerical version of the St Venant equation has been used for the simulation.

АНЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ УПРОЩЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ТРАНСФОРМАЦИИ  
ПАВОДКОВЫХ ВОД К РАСЧЁТАМ ПАВОДКОВ НА ПРИУЗЛОВЫХ СТРЕЗКАХ РЕЧ-  
НЫХ РУСЕЛ В БАССЕЙНЕ ВЕРХНЕЙ ВИСЛЫ

## Р е з ю м е

В работе представлены результаты исследований моделирования трансформации потока паводков в гидрографических узлах верхней Вислы. Эти исследования проведены с точки зрения возможности применения упрощённых моделей этого явления. Поставлены в работе тезисы были проверены путём симуляции, с применением цифровой версии уравнений Сен - Венаана.