

JERZY BOBLEWSKI
Katedra Mechaniki i Wytrzymałości
Materiałów Politechniki Śląskiej

DRGANIA KRÓTKIEJ BELKI MOSTOWEJ
POD DZIAŁANIEM GRUPY SIŁ ZMIENNYCH

W referacie wygłoszonym przez doc. Głomba poruszone były zagadnienia związane z wprowadzeniem metody obliczeń dynamicznych do projektowania mostów drogowych. Z uwagi na fakt, iż praca dynamiczna mostu drogowego i kolejowego różni się dość znacznie, prowadzone są równocześnie z wyżej wymienionymi badania nad mostami kolejowymi. Badania te niezależnie od ogólnych celów naukowych posiadają aspekt techniczny, gdyż są związane z przygotowaniem niektórych linii kolejowych do wprowadzenia prędkości przejazdu pociągu do 160 km/godz.

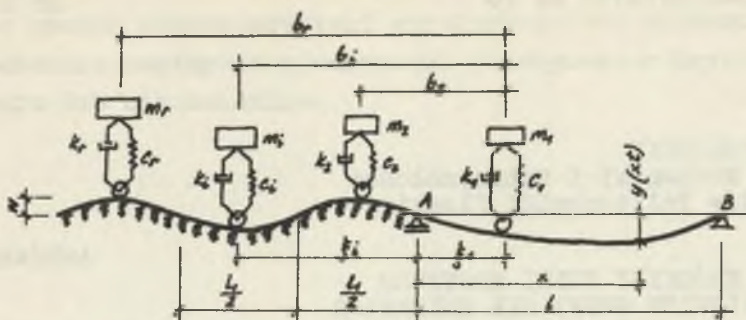
W mostach kolejowych o wiele wyraźniej niż w mostach drogowych występuje zmienność masy układu drgającego, związana z dużą masą pojazdu i stosunkowo małą masą mostu.

Pojazd obciążający most kolejowy tak samo jak pojazd działający na most drogowy nie wywiera nacisków o stałej wielkości lecz naciski te są związane z drganiami masy podpartej sprężystości i poruszającej się po sprężystym podłożu.

Ponadto z uwagi na fakt, że dla mostów o małej rozpiętości nie można pominąć wymiarów pojazdu zachodzi potrzeba uwzględniania kilka sił działających na most w pewnej kolejności. Siłami tymi mogą być naciski poszczególnych osi, względnie wypadkowe działania poszczególnych wózków pojazdu.

W celu przeanalizowania wpływu poszczególnych parametrów na pracę dynamiczną mostu przyjęto następujący model zagadnienia:

Dla układu przedstawionego na rys. 1 wyprowadzono dokładne równanie ruchu na podstawie równania Lagrange'a drugiego stopnia wychodząc z wyrażenia na energię kinetyczną, potencjalną i dyspersyjną badanego układu.



Rys. 1

Po wyprowadzeniu równania ruchu poczyniono następujące założenia:

1. Oś belki przed obciążeniem jest pozioma i prosta.
2. Sztywność giętą belki $EJ = \text{constans}$.
3. Masa belki jest równomiernie rozłożona.
4. Obciążenie działa w płaszczyźnie symetrii.
5. Obciążenie porusza się ze stałą prędkością poziomą.

Ponadto przyjęto, że w chwili t ciężar Q_1 znajduje się w odległości $b_1 = vt - a_1$ od lewej podpory. Rachubę czasu rozpoczynamy od chwili gdy ciężar Q_1 znajduje się nad podporą A przy czym przyjmujemy, że pojazd posiada drgania z określonymi warunkami początkowymi.

Wychylenie względne $w(0) = w$.

Prędkość wychylenia $\dot{w}(0) = \dot{w}$.

Oś odkształconą belki założono zgodnie z warunkami brzegowymi pod postacią szeregu

$$y(x,t) = \sum_{k=1}^{k=\infty} q_k(t) \sin \frac{\pi x}{l} k$$

Założenie to prowadzi do układu o nieskończonej ilości równań z taką samą ilością nieznanymi współrzędnymi uogólnionymi q_k .

Upraszczając zagadnienie przez przyjęcie $q_1 = y$; $q_i = 0$ $i=2,3,\dots$ tzn. przez pozostawienie tylko drgania głównego otrzymujemy równanie ruchu w następującej postaci

$$\ddot{y} \left[\frac{1}{2} m_b + \sum_{i=1}^{i=r} \alpha_i m_i \sin^2 \frac{\pi(vt-b_i)}{l} \right] + \dot{y} \left[\frac{1}{2} k + \sum_{i=1}^{i=r} \alpha_i m_i \frac{\pi v}{l} \sin \frac{2\pi(vt-b_i)}{l} \right] +$$

$$+ y \left[\frac{1}{2} C - \sum_{i=1}^{i=r} \alpha_i m_i \left(\frac{\pi v}{l} \right)^2 \sin^2 \frac{\pi(vt-b_i)}{l} \right] = \sum_{i=1}^{i=r} \alpha_i \left[Q_i \sin \frac{\pi(vt-b_i)}{l} + \right.$$

$$\left. + \delta(x-\xi_i) P(t) \right] \quad (2)$$

gdzie:

$y = y_{x=l/2} = y(t)$ - ugięcie belki,

m_b - masa belki,

m_i - masa i -tego ciężaru,

Q_i - i -ty ciężar,

k - współczynnik tłumienia wiskotycznego,

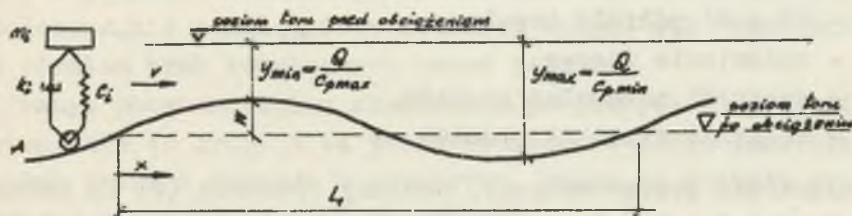
δ - funkcja Diraca,

α - współczynnik określony następująco,

$$\alpha_i = 1 \quad \text{jeżeli} \quad \frac{b_i}{l} \in [0, 1]$$

$$\alpha_i = 0 \quad \text{"} \quad \frac{b_i}{l} \notin [0, 1]$$

Równanie (2) przy założeniu $i = 1$ oraz $k = 0$; $P(t) = 0$ zostało rozwiązane w sposób ogólny przez prof. Naleszkiewicza w pracy pt. "Z dynamiki belki mostowej" i ogłoszone w Archiwum Mechaniki Stosowanej w roku 1955 r.



Rys. 2

Przy określaniu sił wynikających z drgającego ruchu pojazdu przyjęto, że pojazd przed wjazdem na most porusza się po

sinusoidalnym torze którego model przedstawia rys. 2 jak również uwzględniono chwilowy impuls wywołany przypadkową nierównością.

W - amplituda toru

C - sztywność toru i podtorza

otrzymane stąd równanie siły zmiennej przedstawia funkcja.

$$P(t) = C_1 \frac{P_1}{\sqrt{(2\varrho)^2 + (\omega_n^2 - \omega_1^2)^2}} \left[\sin(\omega_1 t - \varphi) - e^{-\varrho t} \frac{\omega_1}{\omega_t} \sin(\omega_t t - \varphi_2) \right]$$

$$- C_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_t} \right) \frac{P_2 e^{-\varrho t} \frac{\omega_n}{\omega_2}}{\sqrt{(2\varrho)^2 + (\omega_n^2 - \omega_2^2)^2}} \cdot$$

$$\left[\left(1 + e^{\varrho \frac{\omega_n}{\omega_2} t} \cos \frac{\omega_t x}{\omega_2} \right) \sin(\omega_t t - \varphi_0) - e^{\varrho \frac{\omega_n}{\omega_2} t} \sin \frac{\omega_t x}{\omega_2} \cos(\omega_t t - \varphi_0) \right]$$

gdzie:

ω_1 - częstość kątowa wymuszeń,

ω_2 - częstość kątowa impulsu,

P_1 - przyspieszenie punktu A wywołane sinusoidalnym torem,

P_2 - przyspieszenie wywołane impulsem,

f - amplituda impulsu,

l_2 - długość półfali impulsu,

φ_1 - opóźnienie fazowe,

ω_n - częstość naturalna pojazdu,

ω_t - częstość tłumiona pojazdu.

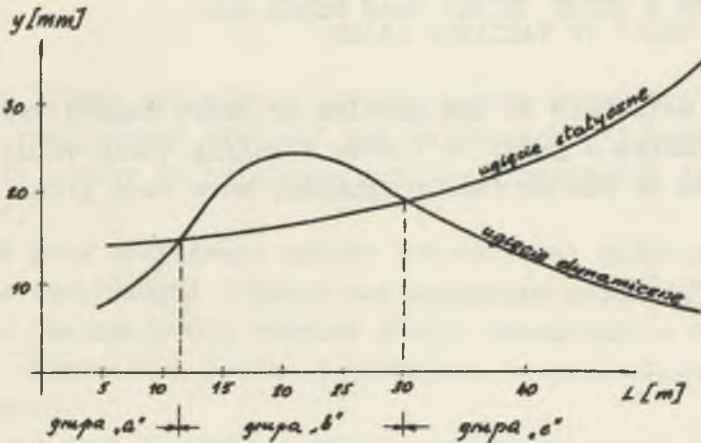
Z częściowo przeprowadzonej analizy równania (2) na maszynie cyfrowej Z A M - 2 wynika, że dla mostów kolejowych tak samo jak i dla mostów drogowych można określić pewne grupy w zależności od rozpiętości dla których niekorzystniejsze war-

tości wielkości wewnętrznych daje obciążenie dynamiczne, względnie obciążenie statyczne.

Nasuwa się tutaj spostrzeżenie, że podział ten należałoby przeprowadzić dzieląc mosty na trzy grupy a mianowicie:

- a) mosty o małej rozpiętości $l \cong 10$ m,
- b) mosty o średniej rozpiętości $l \cong 30$,
- c) mosty o dużej rozpiętości $l > 30$ m.

Mosty grupy a i c winny być liczone na obciążenie statyczne natomiast mosty grupy b na obciążenie dynamiczne.



Rys. 3

Podział na grupy jest bardzo orientacyjny ponieważ jak już wyżej wspomniano analiza pracy dynamicznej mostów nie została zakończona, nie uwzględniono na razie wpływu sił poziomych, jak również brak kompletnych badań polowych.

Fewnym potwierdzeniem słuszności powyższych propozycji w odniesieniu do grupy a są prace prowadzone przez Centralny Ośrodek Badań i Rozwoju Kolejnictwa, które tu zostały przedstawione w referacie inż. Olędzkiego.

Nie ulega wątpliwości, że naprężenia dopuszczalne winny być ustalone na właściwym poziomie dla każdej z grup z uwzględnieniem zmęczenia materiału i konstrukcji.

КОЛЕБАНИЯ КОРОТКОЙ МОСТОВОЙ БАЛКИ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРУППЫ ПЕРЕМЕННЫХ СИЛ

Резюме

Теоретические решения вопроса колебаний короткой балки, по которой движется группа сил, изменяющих свои величины под влиянием неравенства пути.

VIBRATIONS OF A SHORT BRIDGE BEAM UNDER THE
ACTION OF A GROUP OF VARIABLE LOADS

Theoretical solutions of the problem of short beam's vibrations along which moves a group of forces changing their value under the influence of the surface roughness, have been given.