

HERBERT SCHULZE

Staatliche Bauaufsicht Projektierung
Deutsche Reichsbahn, Magdeburg - NRD

WPLYW EFEKTU POPRZECZNICOWEGO
NA PRACĘ DYNAMICZNĄ MOSTÓW KOLEJOWYCH

(Tłumaczenie redakcyjne - tytuł oryginału:
"Zur Berechnung des Querträgerabstandseffektes
bei Eisenbahnbrücken")

1. Wstęp

Jak długo główne obciążenie naszych mostów stanowiły parowozy ze swymi rozlicznymi efektami kół napędowych [1] można było uważać, że efekty te są główną przyczyną wyłączenia dynamicznego mostów.

Jednak przy obciążeniu mostów lokomotywami elektrycznymi, względnie spalinowymi - gdzie ten mechanizm wzbudzenia nie występuje - obserwuje się również efekty dynamiczne w tym samym zakresie częstości i podobnej wielkości co przy obciążeniach parowozowych.

Spowodowane jest to wpływem efektu poprzeczniczowego [2].

Dotychczas nie była znana metoda, która umożliwiłaby określanie wielkości amplitudy drgań mostu w sposób przydatny technicznie. Znany był jedynie bardzo skomplikowany model [3], który stanowił wprawdzie znacznie lepsze przybliżenie niż model tutaj proponowany, ale utrudniał równocześnie prześledzenie wpływu tak podstawowych wielkości jak np. tłumienie resorów.

Niniejsza praca stanowi uzupełnienie prac [3], [4], [5] i [6] oraz niepublikowanej pracy [7], która rozpatruje ten problem w inny sposób.

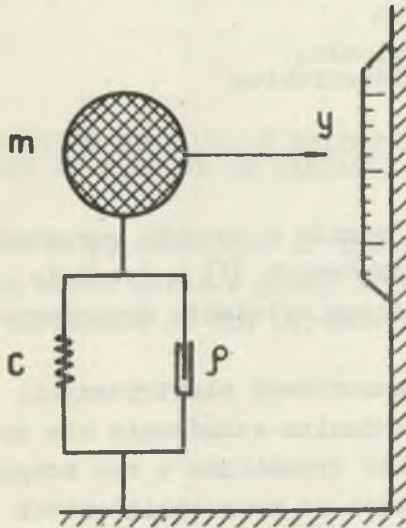
2. Oznaczenia

(wg rysunku 1)

m - masa

ϱ - opór tłumienia

c - stała napięcia



Rys. 1

$p(t)$ - funkcja wymuszenia

$$m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + \varrho \frac{dy}{dt} + c \cdot y = p(t)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\delta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \frac{1}{m} p(t)$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ = kołowa częstość drgań
własnych = $2\pi\eta_0$

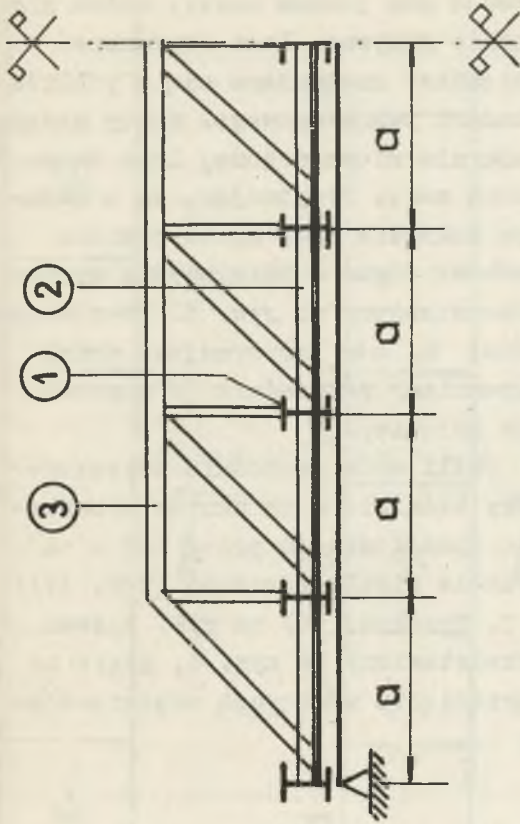
$\delta = \frac{\varrho}{2m} = D \cdot \omega_0$ = stała wyga-
szania

$D = \frac{\varrho}{2\sqrt{cm}}$ = tłumienie bezwymia-
rowe = $\frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}}$ = logarytmiczny de-
krement tłumienia.

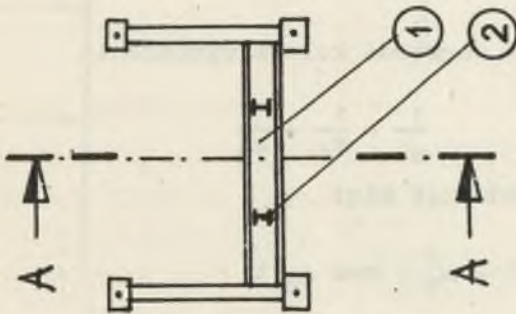
3. W jaki sposób powstaje efekt poprzecznicowy

Pomost mostów kolejowych składa się zwykle z poprzecznic "1" i podkłużnic "2" (rys. 2, 3). Podkłużnice mają sztywność mniejszą niż poprzecznice. Jeżeli wykreślimy tor (drogę) punktu styczności dowolnego koła i szyny i wyłączymy z rozważań ugięcie mostu jako całości - otrzymamy krzywą przedstawioną na rys. 4. Przyjmując tę drogę jako sztywną (tzn. zakładając, że most jest nieskończenie sztywny i posiada nieskończoną masę) uzyskuje się wymuszenie masy koła (względnie osi) przez tę drogę i można określić powstałe w ten sposób siły dodatkowe.

Te siły dodatkowe mogą być potraktowane jako obciążenie zewnętrzne.



Rys. 3

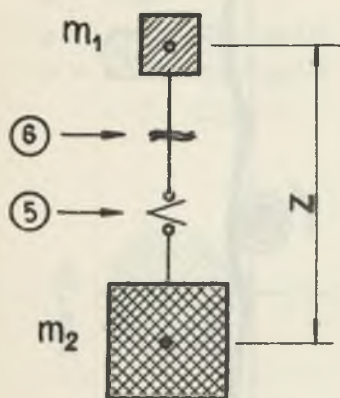


Rys. 2



Rys. 4

W pierwszym rzędzie interesują nas jednak mosty, które nie mogą być uważane za nieskończenie sztywne, lecz stosunkowo

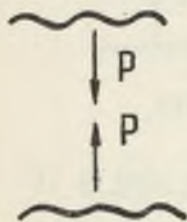


Rys. 5

"miękkie" znajdujące się w pobliżu obszaru rezonansowego. Mosty posiadają nie nieskończoną, lecz skończoną masę. Przyjmując, że w badanym zakresie masa mostu posiada swobodę drgań - otrzymujemy system przedstawiony na rys. 5. Przyjmując tutaj $m_2 = \infty$ otrzymujemy model wspomniany poprzednio (w poprzednim ustępie).

Jeśli obie swobodnie zwieszane masy będą się - na skutek wymuszenia spowodowanego przez tor - na przeciw siebie poruszać (zob. (5))

- otrzymamy między nimi siłę P . Przekrój (6) na rys. 5 jest jeszcze raz w powiększeniu przedstawiony na rys. 6, gdzie na krawędziach przecięcia występują odpowiadające sobie siły P .



Rys. 6

Pisząc

$$z = z_0 + f \cdot \cos \omega_e t,$$

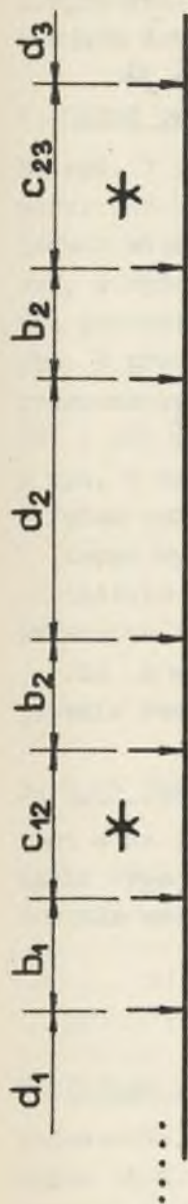
gdzie: ω_e - częstość kołowa wymuszenia

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

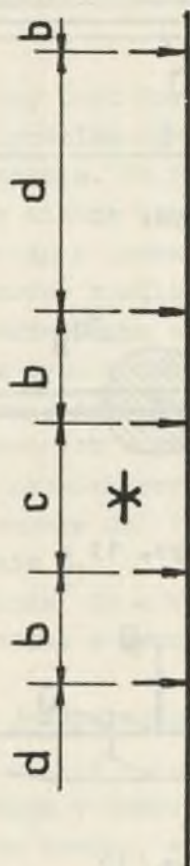
Po przekształceniach otrzymuje się:

$$P = m^* \cdot f \cdot \omega_e^2 \cdot \cos \omega_e t$$

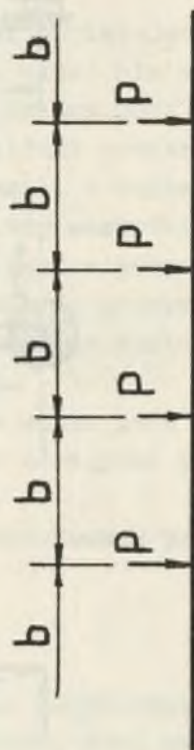
Jeśli przez most przejeżdża tylko pojedyncza oś, wielkości m_1 , m_2 i m^* (przy zastosowanym modelu - por. przedział 5) zależne są od położenia poruszającej się osi i pośrednio od czasu. Natomiast dla modelu rozpatrywanego w rozdziale 8 tj. dla



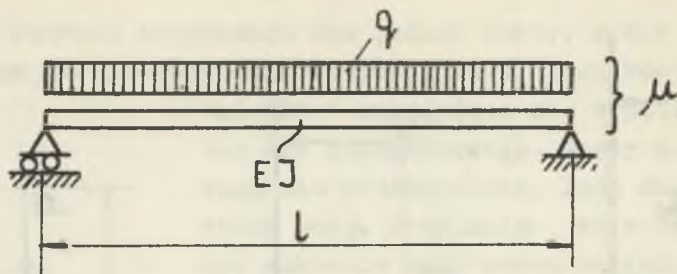
Rys. 7



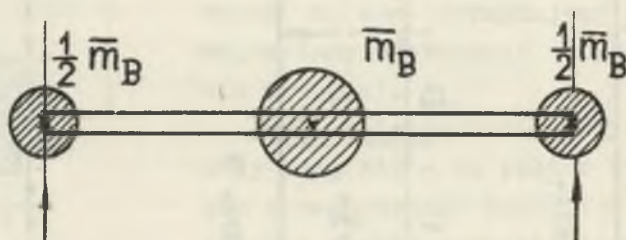
Rys. 8



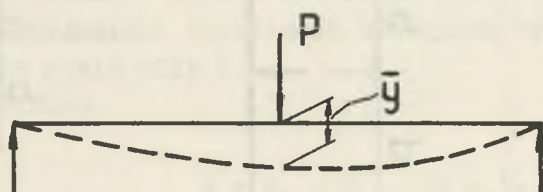
Rys. 9



Rys. 10



Rys. 11



Rys. 12



Rys. 13

nieprzerwanego ciągu osi (pociąg), masy zastępcze z wystarczającą dokładnością mogą być uważane za stałe.

4. Układ osi

Na rys. 7 przedstawiony jest dowolny układ osi obciążających most. Dla badań nad dynamiką mostów tego typu układ nie ma jednak większego znaczenia. Na rys. 8 przedstawiony jest układ osi, w którym odstęp między poszczególnymi siłami powtarzają się periodycznie (pociąg z jednakowymi wagonami). W końcu rys. 9 przedstawia bardzo rzadki przypadek kiedy wszystkie osie rozmieszczone są w takim samym odstępnie. Ponieważ w pracach (5) i (6) przypadek z rys. 8 został sprowadzony do przypadku z rys. 9 wystarczające jest rozpatrzenie obciążenia mostu układem osi rozmieszczonych w stałym odstępnie.

Łatwo wykazać, że najniekorzystniejsze dla mostu jest takie obciążenie którego rozstaw osi "b" jest równy odstępowi poprzecznic "a" względnie $\frac{a}{2}$.

Dla $a \approx b$ względnie $2a \approx b$ może być zastosowane postępowanie redukcyjne podane w pracy (5).

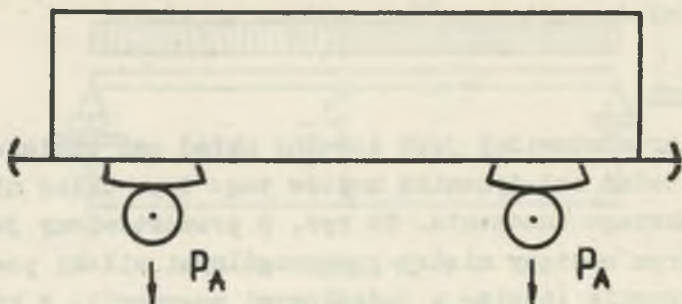
5. Most jako układ o jednym stopniu swobody

Most - na rys. 10-13 został przedstawiony jako najprostszy układ drgający posiadający jeden stopień swobody. Masa mostu została zredukowana do środka, a tłumienie pominięte.

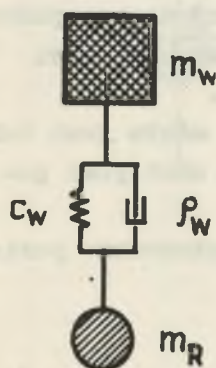
$$\bar{y} = \frac{p \cdot l^3}{48 E \cdot J}, \quad c_B = \frac{48 E \cdot J}{l^3}$$

6. Pojazd jako układ drgający

Najczęściej pojazd przedstawiony jest jako układ dwuosiowy (rys. 14 i rys. 15). Inne pojazdy można przez zastosowanie pewnych czynników przeliczeniowych - zredukować tego układu.



Rys. 14



Rys. 15

Jako wartości średnie mogą być przyjmowane następujące wielkości:

$$c_W \approx 1 \text{ Mp/cm}^x$$

$$D_W \approx 0,2 \text{ do } 0,3$$

i w przeliczeniu:

$$e_W = D_W \cdot 2 m_W \cdot \omega_{ow} = 2 D_W \sqrt{m_W \cdot c_W}$$

$$m_W + m_R \approx \frac{P_A}{g} = \frac{20 \text{ Mp}}{981 \text{ cms}^{-2}} \approx 0,02 \text{ Mpcm}^{-1} \text{ s}^2$$

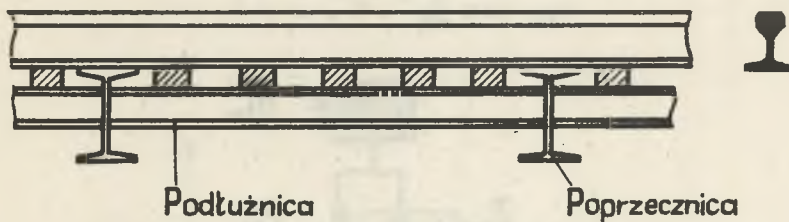
7. Równanie toru (wymuszenia spowodowanego przez tor)

Równanie toru z rys. 4, może być rozwinięte przy pomocy szeregu Fouriera. Ponieważ badany układ drgający może być wprowadzony w rezonans tylko przez siły przedstawione przez pierwszy wyraz szeregu, możliwe jest pominięcie wyrazów pozostałych.

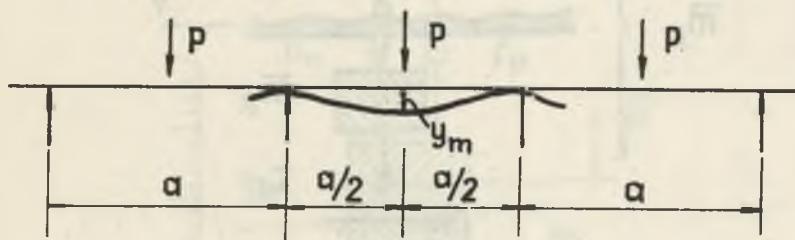
$$u(x) = u(v \cdot t) = u(t) = A_1 \cdot \cos 2\pi \frac{vt}{a}$$

x) 1 Mp = 1 megapond = 1 T
1 kp = 1 kilopond = 1 kG

Przy czym v jest prędkością jazdy pociągu, a - odstępem poprzecznic, a $A_1 = 2f$ jest w przybliżeniu równe statycznemu ugięciu podłużnicy pod statycznym obciążeniem koła P_R .



Rys. 16



Rys. 17

Na rys. 16 przedstawiona jest przykładowa konstrukcja jezdni, a rys. 17 odpowiadający jej system statyczny. Gdy każde pole jest obciążone w środku określamy ugięcie w środku jak przy pełnym zamocowaniu.

Dla $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^3$ i $f = \frac{v}{2}$ otrzymamy:

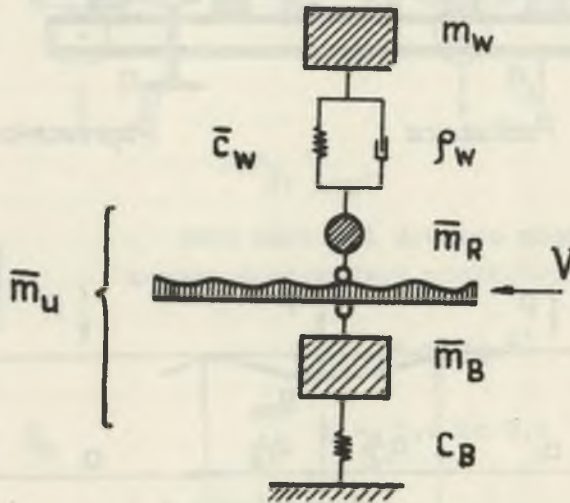
$$f = 2,6 \frac{a^3 \cdot P_R}{J_L}$$

gdzie: a [m], P_R [M_p], J_L [cm⁴].

We wzorze tym J_L oznacza moment bezwładności podłużnicy przynależnej do siły P_R .

8. Model będący podstawą obliczeń

Szereg uresorowanych sił usytuowanych na moście o rozpiętości może być zredukowany tak jak masa mostu.



Rys. 18

Otrzymamy (rys. 18) następujące związki:

$$\bar{m}_W \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_W$$

$$\bar{m}_R \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_R$$

$$\bar{c}_W \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot c_W$$

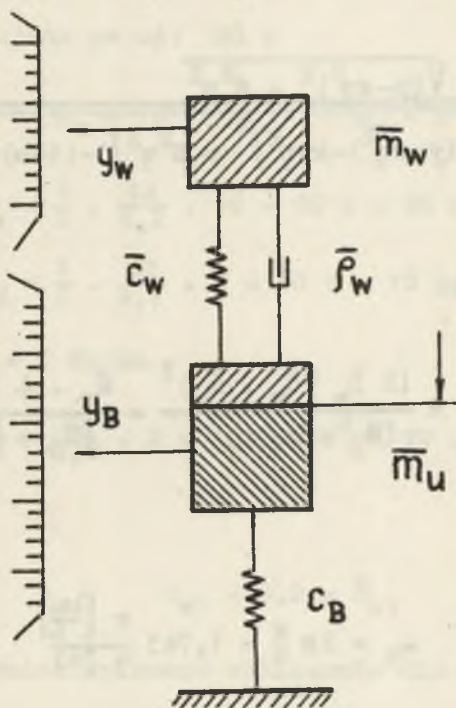
$$\bar{f}_W \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot f_W$$

$$\omega_e = 2\pi \frac{v \cdot l}{a}$$

Ostateczny model układu dynamicznego dostosowany do naszych celów przedstawia rysunek 19.

$$P = m \cdot f \cdot \omega_e^2 \cos \omega_e t$$

$$\bar{m} = \bar{m}_B + \bar{m}_R$$



Rys. 19

Z powyższego można napisać następujący układ równań różniczkowych.

$$\bar{m}_w \frac{d^2 y_w}{dt^2} + \bar{c}_w (y_w - y_B) + \bar{g}_w \left(\frac{dy_w}{dt} - \frac{dy_B}{dt} \right) = 0$$

$$\bar{m}_L \frac{d^2 y_B}{dt^2} + c_B y_B + \bar{c}_w (y_B - y_w) + \bar{g}_w \left(\frac{dy_B}{dt} - \frac{dy_w}{dt} \right) = (m^* \cdot f \cdot \omega_e^2) e^{-i\omega_e t}$$

9. Rozwiązanie równań różniczkowych

Rozwiązanie tego typu równań jest znane. Postępując np. według [8], strony 305-313, wzory specjalne 532/6 otrzymamy:

$$y_B = \frac{m^* \cdot f \cdot \omega_e^2}{c_B} \cdot v_A$$

$$v_A = \frac{\sqrt{(\gamma - \alpha \eta^2)^2 + \beta^2 \eta^2}}{\sqrt{[(1 - \eta^2)(\gamma - \alpha \eta^2) - \alpha \gamma \eta^2]^2 + \beta^2 \eta^2 [1 - (1 - \alpha) \eta^2]^2}}$$

Oznaczenia:

$$\alpha = \frac{\bar{m}_w}{\bar{m}_u} = \frac{\bar{m}_w}{\bar{m}_B + \bar{m}_R}$$

$$\beta^2 = \frac{\bar{e}^2}{(\bar{m}_B + \bar{m}_R) c_B} = \frac{(2 \bar{D}_w \sqrt{\bar{c}_w \cdot \bar{m}_w})^2}{(\bar{m}_B + \bar{m}_R) c_B} = \frac{\bar{m}_w \cdot 4 \bar{D}_w \cdot \bar{c}_w}{(\bar{m}_B + \bar{m}_R) c_B}$$

$$\gamma = \frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_B}$$

$$\eta^2 = \frac{\bar{m}_B + \bar{m}_R}{c_B} \omega_e^2 \quad \omega_e = 2\pi \frac{v}{a} = 1,745 \frac{v \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]}{a \left[\text{m} \right]}$$

$$m^* = \frac{\bar{m}_B \cdot \bar{m}_R}{\bar{m}_B + \bar{m}_R}$$

Przykład:

Most kolejowy: $l = 42,0 \text{ m}$ $a = 4,2 \text{ m}$

Masa mostu 128 t

Masa zredukowana $\bar{m}_B = 64 \text{ t} \approx 64 \text{ kp cm}^{-1} \text{ s}^2$

$$y_m(z \bar{m}_B) = 0,716 \text{ cm}$$

$$c_B = \frac{64000 \text{ kp}}{0,716 \text{ cm}} \approx 0,9 \cdot 10^5 \text{ kp cm}^{-1}$$

Podłużnica $J_L \approx 45000 \text{ cm}^4$, $P_R = 10 \text{ Mp}$

$$f = \frac{2,6 \cdot 4,2^3 \cdot 10}{45000} = 0,043 \text{ cm}$$

Wagon towarowy: 20 Mp (nacisk na oś)

$$b = 4,2 \text{ m}$$

Masa przypadająca na oś: 20 t

$$m_w = 18 \text{ t} \quad m_R = 2 \text{ t}$$

$$\bar{m}_w = \frac{1}{2} \cdot \frac{42}{4,2} \cdot 18 = 90 \text{ t} \approx 90 \text{ kp cm}^{-1} \text{ s}^2$$

$$\bar{m}_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{42}{4,2} \cdot 2 = 10 \text{ t} \approx 10 \text{ kp cm}^{-1} \text{ s}^2$$

Resory: $c_w = 2 \text{ Mp/cm}$

$$\bar{c}_w = \frac{1}{2} \cdot \frac{42}{4,2} \cdot 2 = 10 \text{ Mp/cm}^2 = 10 \cdot 10^3 \text{ kp cm}^{-1}$$

Tłumienie:

$$D_{w1} = 0,2 = \bar{D}_{w1}$$

Będzie również wykonane obliczenie dla wartości

$$D_{w2} = 0,043$$

Wyniki:

$$\text{Dla } \underline{D_w = 0,2}$$

dyn $P_1 = 2,0 \text{ Mp}$ działające jako pojedyncza siła w środku mostu
stat $P_1 = 90 + 10 = 100 \text{ Mp}$ działające bezpośrednio i przez resory
obciążenie ruchome zredukowane (bez ciężaru własnego)

$$\varphi_1 = 1 + \frac{2,9}{100} = 1,029$$

Dla $D_w = 0,043 \approx 0,05$

dyn $P_2 = 13,2 \text{ Mp}$

stat $P_2 = 100 \text{ Mp}$ (jak przy P_1)

$$\varphi_2 = 1 + \frac{13,2}{100} = 1,132$$

Wprowadzając za pracą [5] dodatkowo pojęcie "niezupełne resorowanie" pojazdu otrzymamy nieco większe wartości dodatku dynamicznego.

Model obliczeniowy może zostać ulepszony przez wprowadzenie tłumienia mostu i nieliniowej charakterystyki resorów.

Stopień dokładności obliczeń można również zwiększyć przez uzyskanie zamkniętej formy rozwiązania dla modelu według rys. 18 zamiast podanego w niniejszej pracy, a opartego na modelach według rys. 5 i rys. 19.

Tłumaczył: Józef Głomb

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ПОПЕРЕЧНЫХ БАЛОК НА ДИНАМИЧЕСКУЮ РАБОТУ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ МОСТОВ

Резюме

Анализ системы с двумя степенями метода: масса средства передвижения опирается на пружине и движется по мостовой балке. Переменная жесткость настила является причиной возникновения неравенства пути, которое вызывает так называемый "эффект поперечины".

THE INFLUENCE OF THE TRANSVERSE BEAM EFFECT
ON THE DYNAMIC BEHAVIOR OF RAILWAY BRIDGES

S u m m a r y

Analysis of a system with two degrees method: a mass of vehicle, based on the spring and moving along the bridge beam. Changeable stiffness of a bridge platform is a cause of the surface roughness, which results in the so called "cross-bar-effect".