ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1967
Seria: BUDOWNICTWO z. 21 Nr kol. 202

ANDRZEJ AJDUKIEWICZ

PRZYCZYNEK DO ZAGADNIENIA PRZEBICIA PŁYTY Z MATERIAŁU KRUCHEGO

Streszczenie. W przypadku działania obciążeń skupionych na płytę trudne jest bezpośrednie określenie granicznej siły niszczącej wówczas gdy obciążenie ma charakter wybitnie lokalny. W artykule omówiono metody postępowania analitycznego, oraz przedstawiono wyniki badań modelowych wykonanych dla płyt z materiału kruchego, pełnych i otworowych.

1. Wstęp

W inżynierskich konstrukcjach budowlanych działanie skoncentrowanych obciążeń w płytach stanowi częsty przypadek, stwarzając niejednokrotnie najbardziej zagrożone fragmenty konstrukcji. Zarówno w przypadku obciążeń umiejscowionych (jak np. w fundamentach płytowych, fundamentach na palach, płytach stropów obciążonych lokalnie lub podpartych punktowo), jak też w przypadkach skupionych obciążeń wędrujących (np. obciążeń kołami pojazdów) - nasuwają się wątpliwości jak określić nośność graniczną płyty w sąsiedztwie siły skupionej.

W przypadku siły skupionej, prostopadłej do płaszczyzny płyty, spodziewać się można wystąpienia dwu postaci zniszczenia -złamania lub przebicia.

Rozważania tu relecjonowane ograniczono do takich schematów obciążenia lokalnego płyty, w których zachodzi pełna aktualność tych obydwu typów zniszczenia i trudno jest określić jednoznacznie, który z nich decyduje o nośności lokalnej płyty.

2. Metody analityczne

W płycie obciążonej siłą skupioną, dla określenia stanu zgięciowego stosujemy ogólne metody analityczne, oparte na liniowej teorii płyt, wtedy - gdy grubość płyty jest mała w stosun-

ku do rozpiętości. Tam jednak, gdzie również stan zgięciowy ma charakter lokalny, np. zbliżony do schematu przyjętego w opisywanych poniżej badaniach (rys. 1) uciekamy się do analizy stanu zgięciowego opartej na teorii płyty grubej. Uwzględniamy wówczas w bezpośrednim sąsiedztwie osi obciążenia skupionego naprężenia normalne do płaszczyzny środkowej płyty (σ_z) oraz nieliniowy przebieg naprężeń od zginania. Konieczne jest wtedy także uwzględnienie rzeczywistej wielkości poletka przekazania obciążenia.

Rozpatruje się w takich fragmentach płyty niezależnie, stan naprężeń w najbliższym otoczeniu siły, sumując go następnie ze stanem naprężeń wynikającym z rozwiązania całej płyty.

Stan naprężeń w otoczeniu poletka przyłożenia siły jest opracowany analitycznie dotychczas jedynie dla najprostszego zagadnienia - płyty kołowo symetrycznej (płyta kołowa, podparta swobodnie lub utwierdzona na krawędzi, obciążona w środku) [1], [2]. W innych przypadkach zastosowanie takiej drogi postępowania może mieć, jak dotychczas, jedynie charakter aproksymatywny.

W płytach z materiału kruchego najistotniejsze są w stanie zgięciowym maksymalne wartości naprężeń rozciągających. Od lokalnego działania siły największe naprężenia rozciągające zachodzą w osi siły i wynoszą teoretycznie wg Woinowskiego-Kriegera [2]: dla płyty utwierdzonej na krawędzi r = a

$$\max \sigma_r = P \frac{1+\nu}{h^2} \left(0{,}485 \ln \frac{a}{h} + 0{,}52\right) \tag{1}$$

dla płyty swobodnie podpartej na krawędzi r = a

$$\max \sigma_r = \frac{P}{h^2} \left[(1+\nu)\left(0{,}485 \ln \frac{a}{h} + 0{,}52\right) + 0{,}48\right] \tag{2}$$

gdzie: P stanowi obciążenie skupione, h - grubość płyty, zaś a promień jej obrysu.

Wzory (1) i (2) zachowują ważność wówczas, gdy wymiary a i h są tego samego rzędu (a kilkakrotnie większe od h) oraz gdy średnica poletka obciążenia 2 c nie przekracza 2,5 h.

Zagadnienie przebicia w płytach z materiału kruchego rozpatruje się z reguły odrębnie od zginania, dokonując sprawdzenia głównych naprężeń rozciągających na założonej, w oparciu o zalecenia empiryczne, powierzchni przebicia. Zakłada się tu powierzchnię stożkową o kącie odchylenia tworzących od pionu zależnym od materiału. Tak np. dla niezbrojonego betonu przyjmuje się kąt około 33°.

W celu sprawdzenia poprawności odniesienia powyższych dróg postępowania do przypadków ograniczonych warunkami podparcia do bezpośredniego sąsiedztwa obciążenia oraz w dążeniu do empirycznego ustalenia przedziału występowania dwu charakterystycznych form zniszczenia płyty, podjęto opisane poniżej badania modelowe. Badania rozszerzono o zagadnienia wpływu otworu centrycznego na stan złamania i przebicia. To zagadnienie, z uwagi na zaburzenia stanu naprężeń wokół otworu, nastręcza znaczne trudności w ujęciu analitycznym.

3. Badania modelowe

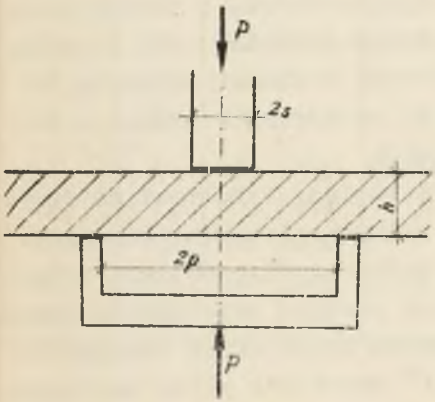
Jako podstawowy schemat badawczy przyjęto przedstawiony na rys. 1 przypadek płyty obciążonej stemplem o średnicy 2 s i podpartej pierścieniem o średnicy 2 p.

Badania przeprowadzono na elementach wykonanych z gipsu modelowego z dodatkami inhibitorów, który to materiał wykazywał po stwardnieniu, w stanie powietrzno-suchym:

- współczynnik odkształcalności przy zginaniu $E = 72000$ kG/cm^2
- współczynnik Poissona (mierzony tensometrycznie) $\nu = 0{,}20$.

Wytrzymałość graniczna materiału modeli, jako średnia z serii badanych próbek wynosiła:

- na ściskanie $R_c = 105$ kG/cm^2;



Rys. 1

- na zginanie R_{zg} = 48,5 kG/cm^2;
- na rozciąganie (próbki ósemkowe) R_r = 15,5 kG/cm^2.

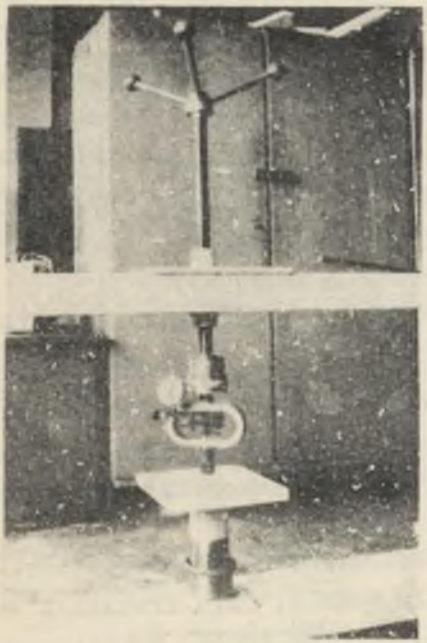
Płytki badawcze miały stałe wymiary 240 x 240 x 22 mm.

Przy ustalonym parametrze grubości płyty h zmieniano wymiary stempli i pierścieni wspierających, w możliwie szerokim zakresie. Zastosowano 5 typów stempli (2 s = 10; 15; 20; 30 i 50 mm) oraz 5 typów pierścieni (2 p = 30; 40; 60; 80 i 120 mm).

Łączna ilość 75 szt. próbek obejmowała dwie serie płytek bezotworowych oraz dwie serie z otworami.

Dla elementów z otworem badano 33 przypadki wzajemnego stosunku s : r_o : p (gdzie r_o oznacza promień otworu).

Całość badań przeprowadzono w Ośrodku Wieczorowych Zawodowych Studiów Technicznych w Opolu, korzystając z aparatury własnej Ośrodka.



Rys. 2

Stanowisko do badań obejmowało ramę z wbudowanym dźwignikiem śrubowym, wywierającym siłę poprzez siłomierz pałąkowy (rys. 2). Całość konstrukcji zapewniła ściśle osiowe podparcie i obciążenie. Wbudowany dynamometr pozwalał na pomiar siły w zakresie do 1000 kG z dokładnością 0,2%.

Wyniki badań, z zestawieniem średnich wartości siły niszczącej oraz z charakterystyką rodzaju zniszczenia podano w tablicach.

W tablicy 1 zestawiono wyniki badania płyt bezotworowych.

Ogólnie, na podstawie obserwacji postaci zniszczenia płytek bezotworowych można stwierdzić:

1^c Przebicie płyty następowało wyłącznie wzdłuż po-

Tablica 1

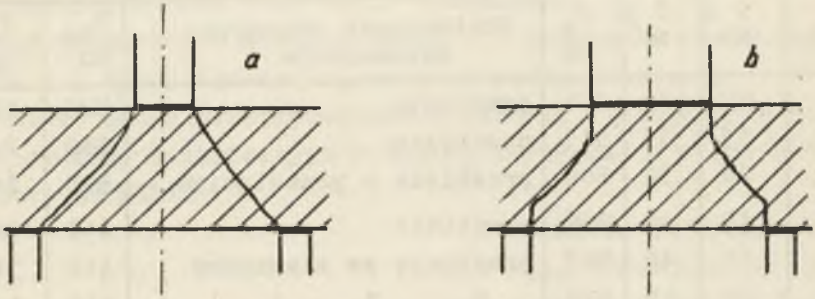
Wyniki badania płytek bezotworowych i porównanie z teoretycznymi siłami niszczącymi

P_n - rzeczywista siła niszcząca,
P_{tz} - teoretyczna siła niszcząca dla stanu zgięciowego,
P_{tp} - teoretyczna siła niszcząca przy przebiciu.

Nr płytki	2 s mm	2 p mm	P_n kG	Stwierdzony charakter zniszczenia	P_{tz} kG	P_{tp} kG
1	10	30	376	przebicie	585	236
2	15	30	515	przebicie	585	252
3	20	30	609	przebicie z przecięciem	585	270
4	10	40	358	przebicie	410	326
5	15	40	507	przebicie ze złamaniem	410	341
6	20	40	530	" " "	410	354
7	30	40	810	przebicie z przecięciem i złamaniem	410	372
8	10	60	302	złamanie	294	564
9	15	60	326	złamanie	294	575
10	20	60	356	"	294	575
11	30	60	520	przebicie ze złamaniem	294	585
12	10	80	247	złamanie	241	(896)
13	15	80	280	"	241	(905)
14	20	80	305	"	241	(910)
15	30	80	335	"	241	(895)
16	50	80	468	"	241	(845)
17	10	120	195	złamanie	195	(1660)
18	15	120	214	"	195	(1670)
19	20	120	230	"	195	(1697)
20	30	120	319	"	195	(1705)
21	50	120	368	"	195	(1750)

wierzchni ograniczonej zarysem zewnętrznym stempla i wewnętrznym pierścienia.

2° Zaznaczały się wyraźne różnice kształtu powierzchni przebicia; wpływ krawędzi stempla i pierścienia był bądź niezauważalny (rys. 3a), bądź też wyraźnie uwidaczniał się w kształcie powierzchni (rys. 3b) w postaci fragmentów przecinanych pionowo.



Rys. 3

3° W przypadkach granicznych - zniszczenia przez złamanie i przebicie obserwowano wybijanie stożka spękanego radialnie, przy jednoczesnym pęknięciu całej płyty.

4° Złamanie dominuje jako miarodajny stan zniszczenia dla większych pierścieni (p : s > 3),
- w badanych płytkach, z uwagi na ich ograniczone wymiary oraz małą zdolność uplastyczniania się materiału przy rozciąganiu, złamanie następowało gwałtownie i niszczyło płytkę całkowicie (pęknięcie wzdłuż dwóch do czterech promieni).

Tablicę 1, obejmującą w zasadzie wyniki badań, uzupełniono w dwu ostatnich rubrykach wartościami teoretycznymi sił, których miarodajność została przyjęta hipotetycznie. Teoretyczną siłę niszczącą element przez zginanie wyprowadzono przy założeniu utwierdzenia elementu walcowego, wyodrębnionego pierścieniem, w pozostałej, zewnętrznej części płyty.

Operując wzorem (1) obliczono wartości teoretycznej siły niszczącej P_{tz} dla naprężeń granicznych uzyskanych przy zginaniu R_{zg}. Teoretyczną siłę P_{tp} niszczącą element przez przebicie wyprowadzono,zakładając naprężenia graniczne na rozciąganie R_r na powierzchni pobocznicy stożka ściętego,o górnej podstawie odpowiadającej stemplowi, dolnej zaś pierścieniowi. Dla pierścieni o większej średnicy (wartości w nawiasach) dolną podstawę ograniczono kątem 60° odchylenia tworzących od pionu - taki maksymalny kąt stwierdzono w przebitych próbkach.

Porównując wartości stwierdzonej rzeczywistej siły niszczącej z wartościami teoretycznych sił niszczących uzyskujemy dość dokładne uzasadnienie zaobserwowanej postaci zniszczenia, a więc potwierdzenie jakościowej strony zagadnienia.

Siły teoretyczne obliczone przyjętymi metodami stanowią wartości bezpieczne tj. zawsze niższe od pomierzonych przy zniszczeniu wartości. W przypadkach pierścieni nieznacznie większych od stempli oraz znacznych średnic stempli zapas bezpieczeństwa sił teoretycznych jest znaczny, czasem dwukrotny, gdyż dochodzą tu dodatkowo wpływy klinowania i tarcia powierzchni.

Tablica 2 obejmuje serię modeli, w których otwór był związany ze średnicą stempla w ten sposób, że obciążenie przypadało zawsze na krawędź otworu (Ø otworu = 2 s - 4 mm).

W tych przypadkach, obok obserwowanych poprzednio postaci zniszczenia elementu, występowało zniszczenie krawędzi otworu, a więc przebicie dośrodkowe, skutkiem zmiażdżenia materiału.

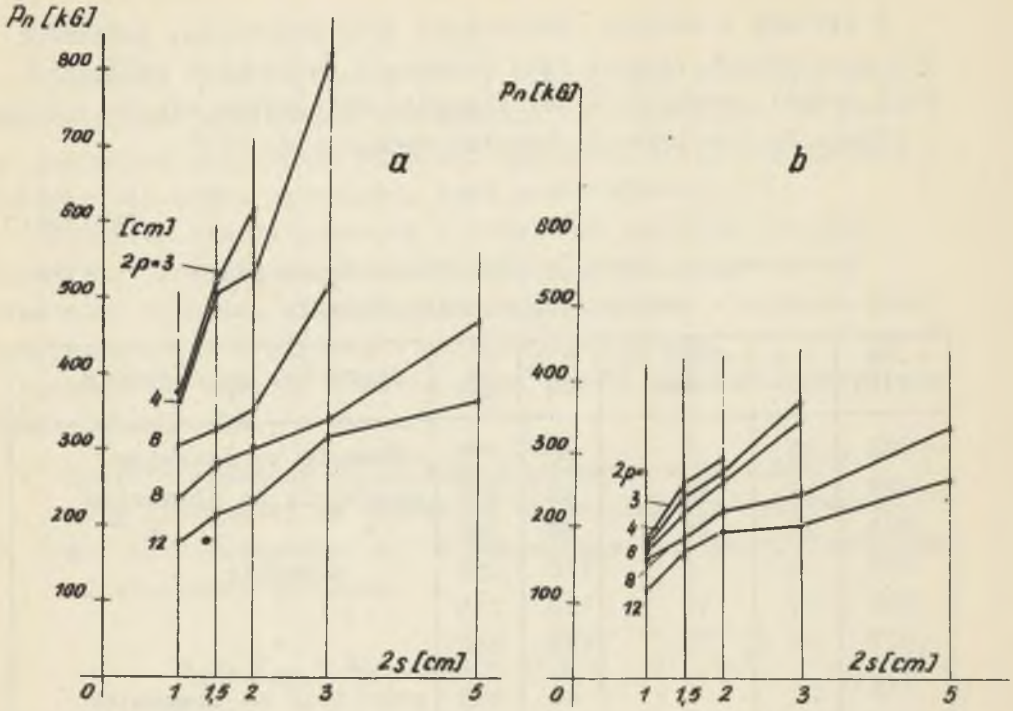
Porównując wyniki płyt obciążonych na krawędzi otworu z płytami bez otworu obserwuje się znaczny spadek nośności granicznej elementów z otworami. W przypadkach, gdy postać zniszczenia jest zbliżona w obu typach odpowiadających sobie płyt spadek ten wynosi 25 do 35%, natomiast tam gdzie zniszczenie rozpoczyna się od przebicia dośrodkowego i miażdżenia krawędzi spadek ten wynosi 45 do 60%.

Dla pełnego porównania przedstawiono na rys. 4 zależności siły niszczącej uzyskanej z badań od średnicy stempla i pierścienia - a) dla płyt bez otworu; b) dla płyt z otworem nieznacznie mniejszym od stempla.

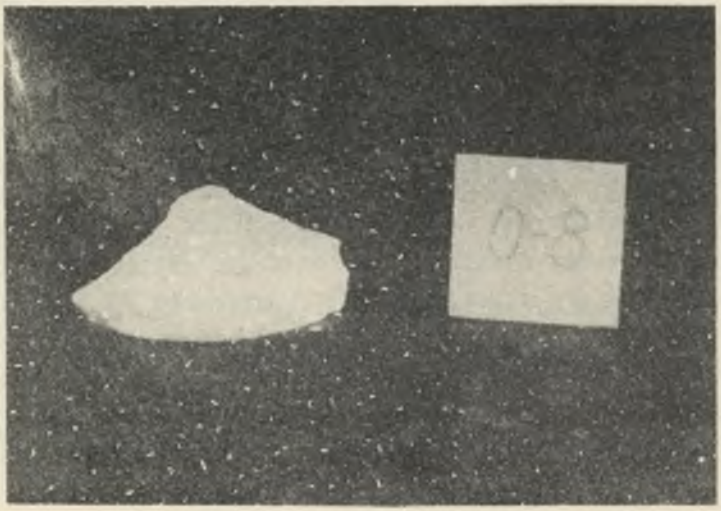
Tablica 2

Wyniki badania płytek otworowych, obciążonych na krawędzi otworu

Nr płytki	2 s mm	otwór 2 r_o mm	2 p mm	P_n kG	Stwierdzony charakter zniszczenia
01	10	6	30	174	miażdżenie krawędzi
02	15	11	30	259	" "
03	20	16	30	286	" "
04	10	6	40	172	miażdżenie z przebiciem
05	15	11	40	235	miażdżenie krawędzi
06	20	16	40	267	" "
07	30	26	40	360	" "
08	10	6	60	168	przebicie stożkowe
09	15	11	60	214	miażdżenie
010	20	16	60	255	"
011	30	26	60	338	przebicie ze złamaniem
012	10	6	80	158	miażdżenie krawędzi
013	15	11	80	180	złamanie
014	20	16	80	216	"
015	30	26	80	236	"
016	50	46	80	328	"
017	10	6	120	110	złamanie
018	15	11	120	167	"
019	20	16	120	187	"
020	30	26	120	194	"
021	50	46	120	252	"


Pn [kG]
800
700
600
500
400
300
200
100
0
[cm]
2ρ=3
4
6
8
12
a
2s [cm]
1
1,5
2
3
5
Pn [kG]
b
800
500
400
300
200
100
2ρ=
3
4
6
8
12
2s [cm]
0
1
1,5
2
3
5

Rys. 4


0-8

Rys. 5

W płytach z otworem obserwowano przy przebiciu, podobnie jak poprzednio, znaczne kąty rozwarcia tworzących stożkowej powierzchni przebicia - jak pokazuje fotografia stożka wybitego w płycie Nr 0-8 (rys. 5) kąt ten dochodzi do 120°.

Tablica 3

Wyniki badania płytek z otworem małym w stosunku do stempla

Nr płytki	2 s mm	otwór $2r_o$ mm	2 p mm	P_n kG	Charakter zniszczenia
022	50	6	80	375	złamanie ze ścięciem
023	50	16	80	317	przebicie ze złamaniem
024	50	26	80	302	" "
025	50	6	120	255	złamanie
026	50	16	120	215	"
027	50	26	120	208	"
028	30	6	60	495	przebicie ze złamaniem
029	30	16	60	485	" "
030	30	6	80	315	złamanie
031	30	16	80	313	"
032	30	6	120	180	"
033	30	16	120	152	"

W drugiej serii płyt z otowrami (tablica 3) badano wpływ otworu małego, nie przekraczającego połowy średnicy stempla. Porównanie wyników tej serii z poprzednimi pozwala stwierdzić, że zmiana średnicy otworu wpływa w małym stopniu na siłę niszczącą w zakresie otworów małych w stosunku do stempla. Ogólny spadek udźwigu w porównaniu z płytami bez otworu pozostaje znaczny. Otwory, jeśli nie zachodzi zniszczenie ich krawędzi, nie wpływają zasadniczo na postać zniszczenia - np. płyty o tym samym stosunku s: h:p (Nr 11, 0-11, 0-28, i 0-29) są niszczone niezależnie od otworów przez przebicie ze złamaniem.

4. Wnioski

W przypadkach lokalnej pracy płyty z materiału kruchego, gdy skoncentrowane obciążenia przenoszone są przez płytę na szerszy pierścień (kołnierz) zachodzi możliwość dwojakiej postaci zniszczenia: przez przebicie, bądź przez złamanie.

Opierając się na podanych w tablicach wynikach dla płyt gipsowych, dla różnych stosunków s:h:p, można rozgraniczyć aktualność tych dwu stanów zniszczenia, zarówno w płytach bezotworowych jak i w płytach z centrycznym otworem.

Sprawdzając nośność lokalną płyty należy uwzględnić obydwa stany niebezpieczne, a zatem:

1° Spełnić wymagany współczynnik pewności w stosunku do siły niszczącej na przebicie obliczonej dla wytrzymałości na rozciąganie R_r i pobocznicy zastępczej powierzchni stożkowej wg wzoru

$$P_n \leqslant P_{tp} = R_r \cdot \pi (p + s) \sqrt{(p - s)^2 + h^2} \qquad (3)$$

(Oznaczenia jak na rys. 1)

Dla pierścieni kilkakrotnie większych od średnicy stempla należy promień dolnej podstawy stożka p określić z maksymalnego kąta rozchodzenia się naprężeń w materiale. Kąt ten w przypadku stosowanego materiału wynosił około 60°.

2° Sprawdzić wymagane bezpieczeństwo w stosunku do siły niszczącej, wyczerpującej nośność w stanie zgięciowym elementu, obliczonej wg zależności dla płyty grubej, utwierdzonej na krawędzi pierścienia:

$$P_n \leqslant P_{tz} = \frac{R_{zg} \cdot h^2}{(1 + \nu)(0{,}485 \ln \frac{2p}{h} + 0{,}52)} \qquad (4)$$

gdzie: R_{zg} oznacza wytrzymałość graniczną na rozciąganie przy zginaniu.

W badanych seriach elementów próbnych graniczne siły były zawsze niższe od wyliczonych powyższą drogą analityczną teoretycznych sił niszczących.

W płytach z otworami, jak przedstawiono w tablicach i na wykresach, zaznacza się wyraźny spadek udźwigu płyty w stosunku do płyt pełnych, sięgający w wielu przypadkach 50% - w postępowaniu praktycznym należy więc dążyć do eliminacji otworów w strefie spiętrzenia lokalnego sił lub zastąpienia brakującej części płyty możliwie sztywną inkluzją pierścieniową.

LITERATURA

[1] Woinowski-Krieger S.: Der Spannungzustand in dicken elastischen Platten. Inginieur Archiw. 1933.

[2] Timoszenko S., Woinowski-Krieger S.: Teoria płyt i powłok. Warszawa 1962 r., Arkady.

К ВОПРОСУ ПРОБИВАНИЯ ПЛИТЫ ИЗ ХРУПКОГО МАТЕРИАЛА

Р е з ю м е

В случаю действия сконцентрованной силы на плите прямое определение предельной разрушенной силы трудное, особенно когда нагрузка имеет локальный характер.

В стати разобрано некоторые методы аналитического проведения и передано результаты исследований на моделях, полученных для плит из хрупкого материала, полных и отверстиенных.

ON PROBLEM OF CUTTING THROUGH THE PLATE
OF BRITTLE MATERIAL

S u m m a r y

In a case of concentrated forces acting to the plate direct definition of limit destructive force is difficult especially when loading has local form and range.

In this paper some analytic methods which can be used for plate of brittle material and model research results for flat plate and plate with holes are presented.