ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1967
Seria: BUDOWNICTWO z. 21 Nr kol. 202

RUDOLF KOPPEL

UWAGI O WSPÓŁCZYNNIKU ROZDZIAŁU POPRZECZNEGO OBCIĄŻEŃ W PROJEKTOWANIU MOSTÓW

Streszczenie. W pracy dokonano porównawczego zestawienia współczynników rozdziału poprzecznego obciążeń Guyona-Massonneta wyznaczonych: ze stosunku ugięć (K_w) oraz momentów zginających (K_m).

Z analizy tych wielkości wynika wniosek, że dla sił skupionych (koła samochodowe) należy wyznaczać momenty zginające m_x w oparciu o współczynnik K_m.

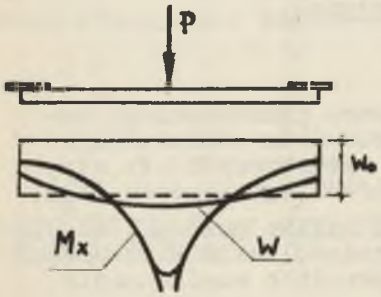
Dla dwóch punktów (f = 0,b) przekroju poprzecznego płyty izotropowej sporządzono wykresy współczynników $K_{m,1}$.

1. Wstęp

W praktyce projektowania mostów belkowo-płytowych najbardziej powszechne i najsprawniejsze są tzw. "metody rozdziału poprzecznego obciążeń". Do nich zalicza się również metoda Guyona-Massonneta (G-M), która ze względu na swą prostotę i niedużą ilość potrzebnych tablic pomocniczych jest najchętniej stosowana zarówno do wstępnych jak i ostatecznych obliczeń betonowych mostów belkowo-płytowych. Tok postępowania według tej metody jest na ogół projektantom polskim znany przede wszystkim z prac J. Szczygła [1], [2].

Nie wnikając w zagadnienie dokładności wyników uzyskiwanych tą metodą można jednak podkreślić, że wpływają na to takie czynniki jak: stosunek boków, rodzaj konstrukcji, obciążenia itd. Wynika to stąd, że w metodzie G-M ocenia się wielkości momentów zginających działających w ustroju na podstawie analizy zastępczej płyty ortotropowej, która nie jest wiernym modelem przęsła o konstrukcji belkowo-płytowej. Dalej, dla wyznaczenia wartości współczynników rozdziału poprzecznego obciążeń K korzysta się zwykle z pierwszego wyrazu szeregu obciążenia przy równoczesnym pominięciu współczynnika Poissona.

Zakładając, że dany ustrój mostowy został wystarczająco dokładnie opisany zastępczą płytą ortotropową, natrafiamy jeszcze na dalszą trudność tkwiącą w samej definicji współczynnika rozdziału poprzecznego obciążeń.



Rys. 1. Schematyczny wykres ugięć i momentów zginających w przekroju poprzecznym płyty

W ujęciu Guyona i Massonneta współczynnik ten jest definiowany stosunkiem odpowiednich ugięć płyty, a wartości momentów zginających jako wielkości wprost proporcjonalne do niego. Z teorii płyt sprężystych wiadomo, że momenty zginające płyty nie są proporcjonalne do wielkości ugięć (rys. 1). Błąd jest szczególnie znaczny w sąsiedztwie działania sił skupionych. W miejscu działania siły skupionej otrzymamy skończone ugięcia, podczas gdy moment zginający zmierza teoretycznie do nieskończoności. W praktyce efekt ten jest łagodzony rozkładem poprzecznym obciążenia, nie mniej jednak zasługuje na uwagę.

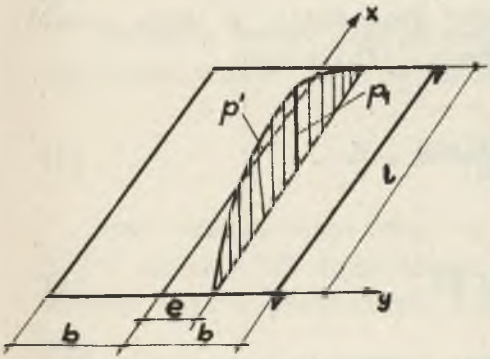
Obciążenia normatywne (i rzeczywiste) mostów drogowych składają się m.in. z dużych sił działających na małą powierzchnię tak, że mogą być traktowane teoretycznie jako siły skupione lub odcinkowe. I w odniesieniu do tych sił wydaje się za celowe uzupełnić metodę G-M.

2. Definicje współczynnika K

Na rys. 2 przedstawiono płytę prostokątną opartą swobodnie na przeciwległych krawędziach. Dowolne obciążenie działające na minośrodzie e przedstawmy w postaci szeregu

$$p = \sum p_n \sin \frac{n\pi x}{l} . \qquad (1)$$

Pierwszy wyraz tego szeregu, którego maksymalna amplituda wynosi p_1, zaznaczono na rys. 2.



Rys. 2. Obliczeniowy schemat obciążenia dla wyznaczenia współczynników rozdziału poprzecznego

W myśl założenia Guyona-Massonneta rozdział poprzeczny dla dowolnego obciążenia p (na jednostkę długości przekroju poprzecznego) jest taki sam jak od obciążenia pierwszym wyrazem szeregu (1). Autorzy postulują, że założenie to jest wystarczająco zgodne z rzeczywistością. Stąd linie wpływowe rozdziału poprzecznego obliczone przez Guyona i Massonneta dotyczą tylko pierwszego wyrazu szeregu (1). Opuszczenie dalszych wyrazów powoduje powstanie pewnego błędu, który można zmniejszyć poprzez uwzględnienie jeszcze dalszych wyrazów w sposób następujący:

a) rozkładamy obciążenie zewnętrzne na szereg Fouriera (1),
b) wyznaczamy linie wpływowe rozdziału poprzecznego $K(\alpha, \vartheta_n)$ dla poszczególnych wyrazów w oparciu o znane parametry skręcania α oraz ϑ_n,

gdzie:

$$\vartheta_n = \frac{1}{n}\vartheta = \frac{1}{n}\,\frac{b}{l}\sqrt{\frac{i_x}{i_y}}\,.$$

Obliczone współczynniki rozdziału poprzecznego mnożymy przez przynależne do nich wyrazy szeregu obciążenia i następnie wyznaczamy momenty zginające M_x poprzez superpozycję.

Naszkicowane postępowanie jest dopuszczalne dla obciążeń rozłożonych jak: obciążenie zastępcze taboru samochodowego i obciążenie ciągnikiem gąsienicowym. Dla obciążeń reprezentujących naciski kół samochodowych postępowanie takie nie jest wystarczająco dokładne. Dla tych przypadków zaleca się uwzględnić niżej przedstawione uwagi.

Współczynnik rozdziału poprzecznego obciążenia został przez Guyona zdefiniowany jako stosunek ugięć rzeczywistych dowolnego punktu mostu pod wpływem obciążenia $p' = p_1 \sin \frac{\pi}{l} x$ do ugięcia, które doznałby ten punkt, gdyby obciążenie p' było równomiernie rozłożone na całej szerokości (2b) mostu.
Zatem:

$$K_w = \frac{\text{ugięcie rzeczywiste}}{\text{ugięcie średnie}} = \frac{w}{w_o}, \tag{3}$$

gdzie:

$$w_o = \frac{p_1}{2bEi_x} \cdot \frac{l^4}{\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} \tag{4}$$

i_x - jednostkowy moment bezwładności przekroju poprzecznego mostu.

Dla otrzymania linii wpływowej współczynnika rozdziału poprzecznego K_w (y) wystarczy obliczyć rzeczywiste ugięcia w(y) i podzielić je przez średnie ugięcie w_o(y) = const.

Moment zginający w danym punkcie przekroju poprzecznego otrzymuje się z zależności:

$$K_w = \frac{w}{w_o} = \frac{M}{M_{śr}} \tag{5}$$

czyli

$$M = M_{śr} \cdot K_w, \tag{6}$$

gdzie: $M_{śr}$ - oznacza średni moment w przekroju poprzecznym.

Równości (5) i (6) sugerują definicję współczynnika rozdziału poprzecznego bezpośrednio w oparciu o momenty zginające (lub inne wielkości sił wewnętrznych) jak następuje:

Współczynnik rozdziału poprzecznego momentów zginających K_m jest to stosunek rzeczywistego momentu M_x w dowolnym punkcie do momentu średniego $M_{śr}$, czyli

$$K_m = \frac{M}{M_{śr}} \tag{7}$$

gdzie:

$$M_{śr} = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} M_x \, dy . \tag{8}$$

Podobnie można zdefiniować i obliczyć współczynniki rozdziału poprzecznego K_q ze względu na siły poprzeczne

$$K_q = \frac{Q}{Q_{śr}} \tag{9}$$

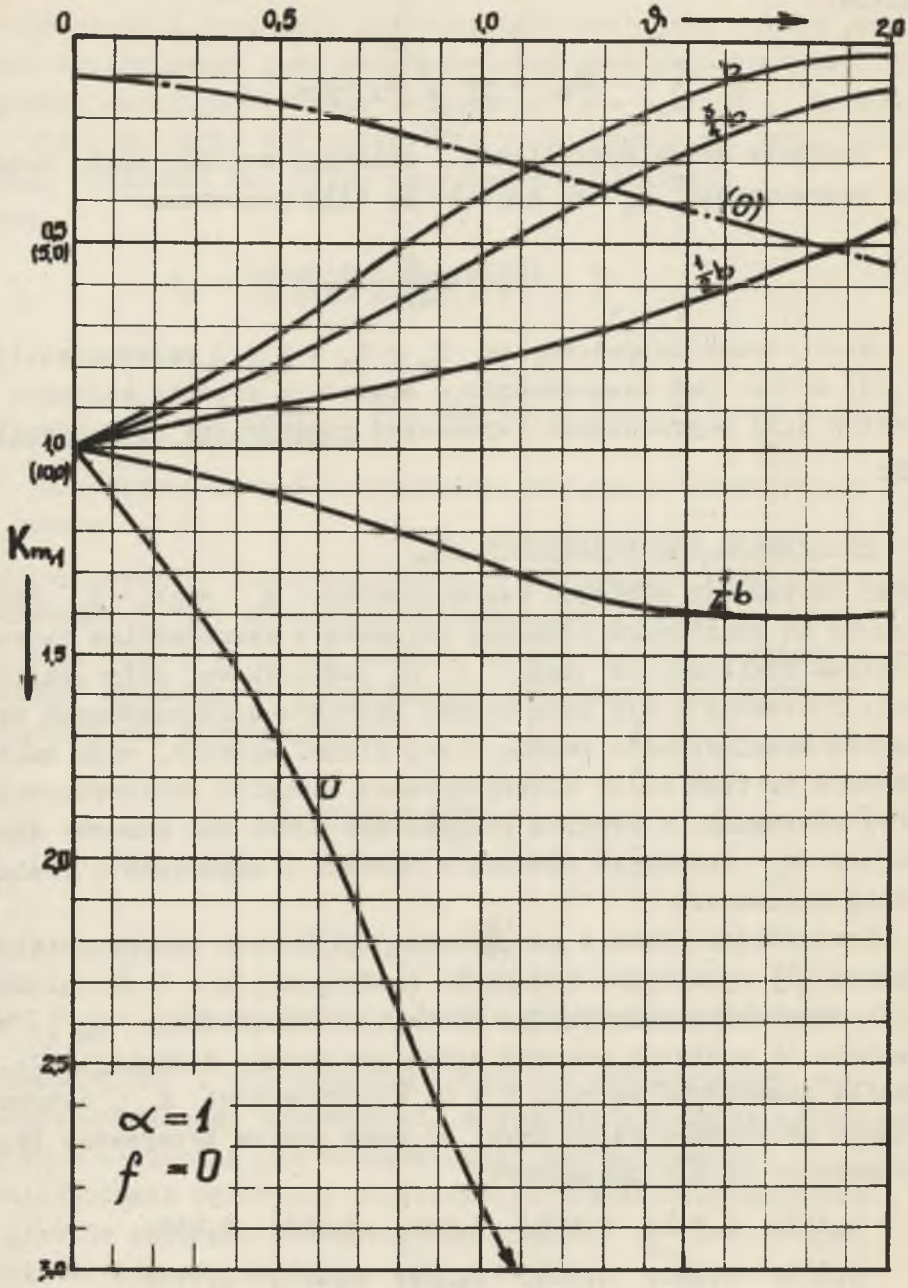
Jest rzeczą oczywistą, że $K_w \neq K_m \neq K_q$. Z zależności (7) i (9) można już bezpośrednio w oparciu o średnie wartości momentów (sił poprzecznych) wyznaczyć rzeczywiste siły wewnętrzne.

3. Obliczenie współczynników K_m.

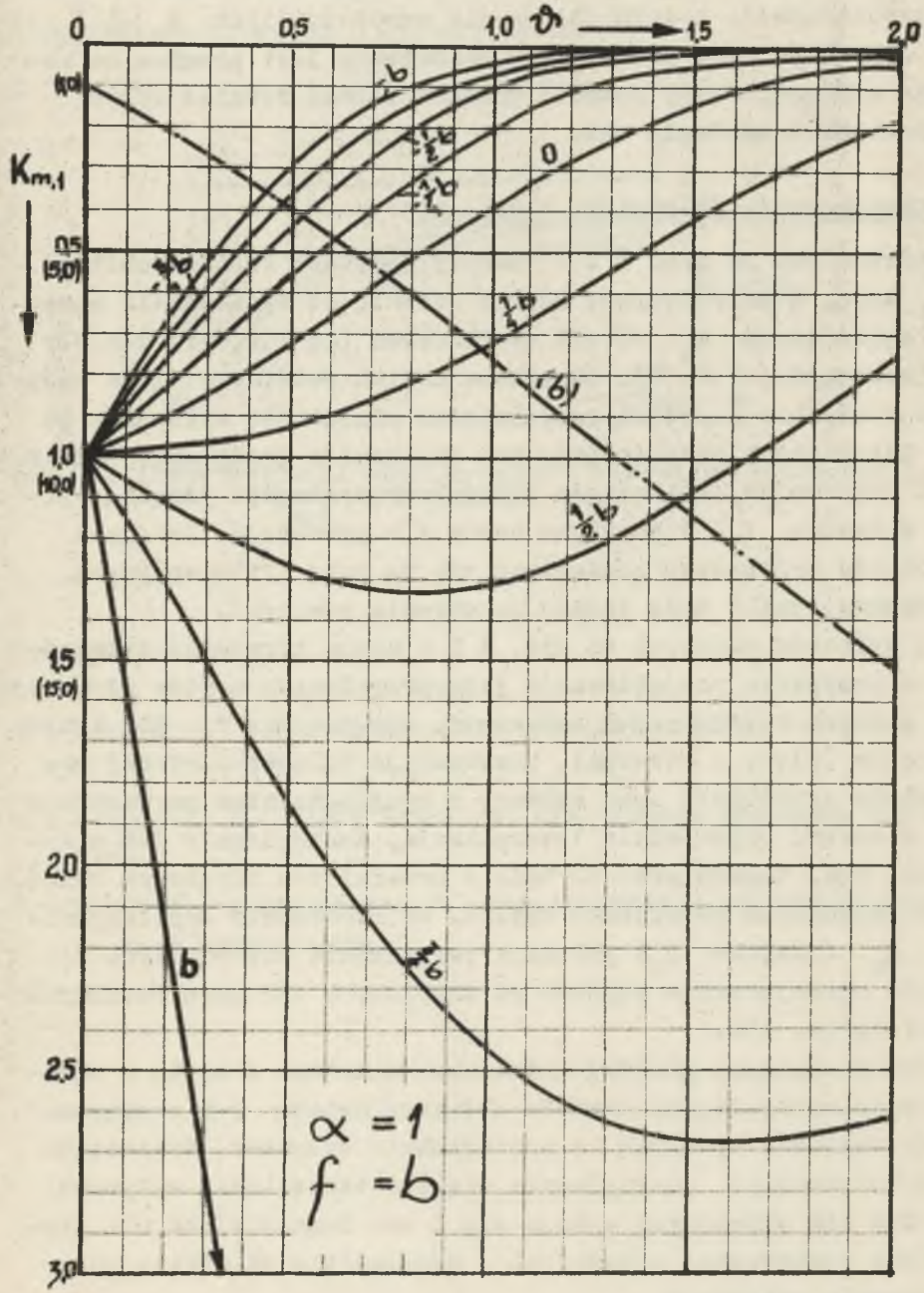
Przy określaniu wartości współczynników K_m wzgl. K_q napotykamy na podstawową trudność związaną z wyznaczeniem rzeczywistych wielkości M wzgl. Q od jednostkowej siły skupionej. Stosowane w tym celu metody szeregów nieskończonych wymagają uwzględnienia zwykle dużej ilości wyrazów, stąd zastosowanie do tych celów elektronicznej techniki obliczeniowej jest niezbędne. W pewnych przypadkach można np. momenty zginające M_x wyznaczyć również w oparciu o odpowiednie powierzchnie wpływowe.

Korzystając zatem z powierzchni wpływowych Olsena-Reinitzhubera [3] wyznaczono dla płyty izotropowej ($\alpha = 1$) obciążonej siłą skupioną współczynniki rozdziału poprzecznego $K_{m,1}$ ze względu na podłużne momenty zginające według definicji (7). Wyniki zestawiono na rys. 3 i 4. Współczynniki $K_{m,1}$ dotyczą punktu środkowego płyty (rys. 3) oraz punktu brzegowego (rys.4). Wyznaczono je dla parametrów:

δ = 0,125; 0,143; 0,166; 0,200; 0,250; 0,285;
0,333; 0,400; 0,500; 0,555; 0,625; 0,715;
0,830; 1,000; 1,250; 1,430; 1,666; 2,000.



Rys. 3. Wykresy wartości współczynników $K_{m,1}$ dla f = 0



Rys. 4. Wykresy wartości współczynników $K_{m,1}$ dla f = b

Natomiast dla innych parametrów interpolowano wykreślnie (krzywoliniowo). W celu obliczenia współczynników K_m i K_q dla innych punktów przekroju opracowywany jest program na maszynę cyfrową, który pozwoli przeanalizować również wpływ szerokości rozłożenia sił.

4. Zastosowanie praktyczne i wnioski

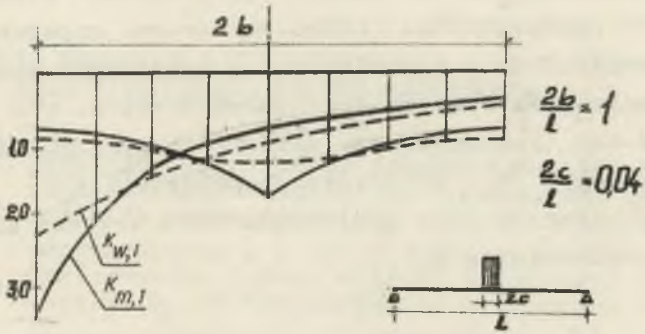
Przedstawione na rys. 3 i 4 wykresy wartości współczynników $K_{m,1}$ mogą, ściśle biorąc, służyć jedynie do wyznaczania momentów zginających M_x od sił odcinkowych (2c = 0,041) dla płyty izotropowej (α = 1). Określona na ich podstawie linia wpływowa rozdziału poprzecznego obciążeń odnosi się wyłącznie do sił ustawionych bezpośrednio nad przekrojem środkowym. Dla innych przekrojów odniesienia należałoby wyznaczyć odrębną linię wpływową K_m. W praktyce można dla przekrojów leżących w pobliżu środkowego posługiwać się tą samą linią wpływową. Otrzymane wyniki będą leżały po stronie pewności.

Z wykresów podanych na rys. 3 i 4 można korzystać zasadniczo w przypadku projektowania jednoprzęsłowych mostów płytowych dla których współczynnik sztywności skrętnej α = 1. Dla innych ustrojów (płyty z otworami, konstrukcje belkowo-płytowe) należałoby sporządzić inne wykresy z uwzględnieniem parametru α lub stosować odpowiednią interpolację, analogicznie jak w metodzie G-M. Zagadnienie to będzie przedmiotem odrębnych badań.

Z dokonanych przeliczeń wynika, że stosowanie współczynników K_m (zamiast K_w) powoduje zwiększenie maksymalnych momentów zginających w płytach od skupionych obciążeń ruchomych nawet do ok. 15%.

Przeprowadzone powyżej rozważania dokonano z myślą o ograniczeniu rozbieżności wyników obliczeń metodą G-M w stosunku do obliczeń opartych o powierzchnie wpływowe. Wynikająca stąd konieczność posługiwania się dodatkową linią wpływową K_m dla sił skupionych wydaje się i tak dogodniejsza niż stosowanie powierzchni wpływowych - szczególnie na etapie projektowania wstępnego.

Na rys. 5 przedstawiono przykładowo linie wpływowe współczynników rozdziału poprzecznego obciążeń $K_{w,1}$ oraz $K_{m,1}$ dla płyty izotropowej o stosunku boków $\frac{2b}{l} = 1$.



Rys. 5. Linie wpływowe współczynników rozdziału poprzecznego $K_{m,1}$ dla punktów f = 0 i f = b

LITERATURA

[1] Szczygieł J.: Projektowanie wstępne mostów. W.K. W-wa 1957.

[2] Szczygieł J.: Mosty betonowe. PWN Poznań, Warszawa, Łódź 1965.

[3] Olsen H., Reinitzhuber F.: Die zweiseitig gelagerte Platte. T. 1, 2 Berlin 1954.

ЗАМЕЧАНИЯ О КОЭФФИЦИЕНТАХ ПОПЕРЕЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИЮ МОСТОВ

Р е з ю м е

В рассматриваемой работе сделано сопоставление коэффициентов поперечного роспределения Гюйона-Массонета определенных с отношения коэффициентов пригибов K_w и изгибающих моментов K_m.

Из исследования этих величин можно вывести, что для сосредоточенных сил (автомобильные колеса) следует определить изгибающие моменты M_x используя коэффициенты K_m.

Для двух пунктов (f = 0,b) поперечного сечения плиты сделаны графики коэффициентов $K_{m,1}$.

REMARKS ABOUT THE CROSS DISTRIBUTION COEFFICIENTS IN THE DESIGNING OF BRIDGE

S u m m a r y

The thesis gives a comparative compilation of coefficients of Guyon-Massonnet's cross distribution, determined according to the bendings (K_w) and bending moments (K_m).

An analysis of these quantities shows that for concentrated forces (motor - car wheels) the bending moment m_x must be determined by mears of the coefficient K_m.

For two points (f = 0,b) of the cross-section of an slab there have been set up diagrams of the coefficients $K_{m,1}$.