ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI SLASKIEJ 1969
Seria: BUDOWNICTWO z. 25 Nr kol.264

Jan Kubik

KRYTERIUM UTRATY STATECZNOŚCI PRĘTA LEPKOSPTRĘŻYSTEGO ROZCIĄGANEGO

W komunikacie zostanie omówiony sposób badania zjawiska utraty stateczności w pręcie lepkosprężystym poddanym działaniu, quasi-statycznego obciążenia osiowego $P(t)$.

Problem ujęto w ten sposób, że znajomość zmian długości i pola przekroju rozpatrywanego pręta, pozwala ustalić chwilę w którym dalszy przyrost obciążenia wywołuje proces kończący się zerwaniem pręta. Z tego punktu widzenia wartość siły w rozciąganym pręcie jest wielkością wtórną, nie będącą przedmiotem poszukiwań. Natomiast o przekroczeniu nośności pręta informuje stan wydłużeń i zmiany przekroju poprzecznego pręta, mierzone na rzeczywistej konstrukcji.

W rozważaniach zakłada się nieściśliwość materiału, istnienie dużych odkształceń oraz słuszność zasady superpozycji Bolzmanna. Przez X, X_o, F, F_o, t, τ - oznaczamy długości i przekrój - pierwotny $X_o F_o$ i aktualny $X(t)$, $F(t)$, t - czas $(\tau \in [0, t], \tau' \in [0, \tau])$.

Komplet równań wyjściowych problemu jest następujący:

$$\varepsilon(t) = \int_{X_o}^{X} \frac{dz(t)}{z(t)} = \ln \frac{X(t)}{X_o}, \quad d\varepsilon(t) = dX(t).X(t)^{-1} \tag{1}$$

$$F_x X_o = F(t) \,.\, X(t) \tag{2}$$

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{G}\left[\sigma(t) + \int_0^t \Phi(t, \tau).\,\sigma(\tau)\, d\tau\right]. \tag{3}$$

Zakładając zależność siły kontaktowej - P(t) od zmiennego przekroju w postaci $\left[\sigma = \mathrm{const} \Longrightarrow F(t)\right]$

$$P(t) = \int_0^t F(t,\tau)\,\frac{\partial\sigma(\tau)}{\partial\tau}\,d\tau \tag{4}$$

sformułujemy wariacyjny warunek utraty stateczności następująco:

$$\delta P = 0 \tag{5}$$

Podstawiając (1), (2), (3), (4) do (5), przekształcając i wykorzystując zależności:

$$\delta\varepsilon(t) = d\left[\delta X\, X^{-1}\right],\quad \delta F(t) = F_0\, X_0\, X(t)^{-2}\,\delta X(t)$$

uzyskujemy następujące kryterium utraty stateczności:

$$\int_0^t \frac{d}{d\tau}\left[\delta\left[dX(\tau)X(\tau)^{-1}\right] + \int_0^{\tau} \Phi(\tau,\tau')\cdot\delta\left[dX(\tau')\,X(\tau')^{-1}\right]d\tau'\right]\frac{X_0\,F_0}{X(t-\tau)} +$$

$$+\frac{d}{d\tau}\left[dX(\tau)\,X(\tau)^{-1} + \int_0^{\tau}\Phi(\tau,\tau')\,dX(\tau')X(\tau')^{-1}d\tau'\right]X_0F_0\,X(t-\tau)^{-2}\delta X(t-\tau)d\tau =$$

$$= 0 \tag{6}$$

Uzyskany wynik może służyć jako podstawa oceny nośności w istniejących rozciąganych elementach konstrukcji stalowych poddanych działaniu długotrwałych, zmiennych w czasie obciążeń. W laboratoriach wytrzymałościowych będzie przydatny przy wyznaczaniu paramentrów materiału związanych z pełzaniem i relaksacją.