ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1971

Seria: BUDOWNICTWO z. 27 Nr kol. 315

JAN KUBIK

FUNKCJE ORTOTROPII DLA PŁYTY Z KOŁOWYMI OTWORAMI

Streszczenie. W pracy rozpatruje się przypadek płyty osłabionej kołowymi otworami położonymi w węzłach prostokątnej siatki. Podaje się funkcje ortotropii ujmujące "zmiany" charakterystyk sprężystych materiału płyty: $E \longrightarrow E_\eta$ $G \longrightarrow G_\eta$, $\nu \longrightarrow \nu_\eta$ $(\eta \longleftrightarrow \xi)$ pod wpływem wielkości i rozmieszczenia otworów.

Funkcje ortotropii

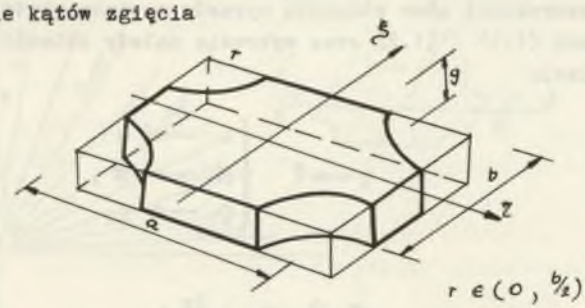
Metoda wyznaczania funkcji ortotropii polegające na porównaniu odkształceń płyty rzeczywistej z zastępczą, jednorodną pochodzi od T.M. HUBERA. Jej zastosowanie do różnych przypadków ortotropii technicznej (wynikającej z ukształtowania płyty) podają prace m.in. (1), (2), (4), (5).

W pracy tutaj przedstawionej postępuje się według tej samej metody uzyskując odpowiednie zależności dla płyty z otworami kołowymi. W rozważaniach przyjmuje się założenia stosowane przy zginaniu i skręcaniu prętów prostych

Wyznaczanie funkcji ortotropii dla płyty osłabionej otworami.

Przez porównanie odkształceń "elementu typowego", wydzielonego z płyty osłabionej otworami z takim samym elementem uzyskanym z płyty pełnej, obliczono stałe charakteryzujące występującą w tym zagadnieniu ortotropię.

a) Porównanie kątów zgięcia



Rys. 1

Kąt zgięcia wycinka płyty wg rys. 1 - kierunek η

$$\varphi_\eta = 2 \int_0^{a/2} \frac{M(1)\,dx}{EI(x)} = \frac{2M}{E}\left[\int_0^{\pi/2} \frac{12r\cos\varphi\,d\varphi}{(b-2r\cos\varphi)g^3} + \frac{12}{bg^3}\left(\frac{a}{2}-r\right)\right] =$$

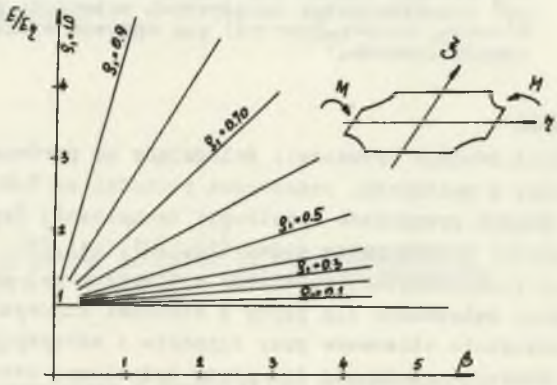
$$= \frac{24\,M}{Eg^3}\left[-\frac{\pi}{4} - \left(\sqrt{1-\left(\frac{2r}{b}\right)^2}\right)^{-1} \operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{1-(2r/b)}{1+(2r/b)}} + \frac{a-2r}{b}\right]. \tag{1.1}$$

Warunek zgodności odkształceń po przekształceniach:

$$\frac{E}{E_\eta} = 1 - \beta \varrho_1 + 2\beta \left[-\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\sqrt{1-\varrho_1^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1+\varrho_1}{1-\varrho_1}} \right],$$

gdzie

$$\beta = \frac{b}{a}, \quad \varrho_1 = 2\frac{r}{b}.$$



Rys. 2

Na rys. 2 podano wykres zmiany $/E/E_\eta$ w zależności od promienia wyrażonego jako ułamek szerokości oraz stosunku wyrazów wycinka płyty. Dla kierunku ξ w zależnościach (1.1) i (1.2) oraz wykresie należy zmienić zmienne i parametry wg. relacji

$$\eta \longrightarrow \xi \quad \begin{cases} b \longrightarrow a \\ \beta \longrightarrow \alpha, \\ \varrho_1 \longrightarrow \varrho_2 \end{cases} \tag{1.3}$$

gdzie

$$\alpha = \frac{a}{b}, \quad \varrho_2 = \frac{2r}{a}.$$

b. Porównanie kątów skręcenia

Biegunowy moment bezwładności przekroju prostokątnego

$$I^o = \frac{b\,g^3}{12} - 0{,}21\,g^4. \tag{1,4}$$

Kąt skręcenia wycinka płyty wg. rys. 2 - kierunek η

$$\varphi_\eta^o = 2\int_0^{a/2} \frac{K(1)dx}{GJ^o(x)} = 2\left[\int_0^r \frac{Md\eta}{GJ_i} + \int_0^{a/2} \frac{Md\eta}{GJ_1}\right] =$$

$$= \frac{2K}{G}\left[r\int_0^{\pi/2} \frac{\cos\varphi \quad d\varphi}{-0{,}2g^4+1/3g^3(b-2r\cos\varphi)} + \frac{1}{J_o}\left(\frac{a}{2}-r\right)\right]. \tag{1.5}$$

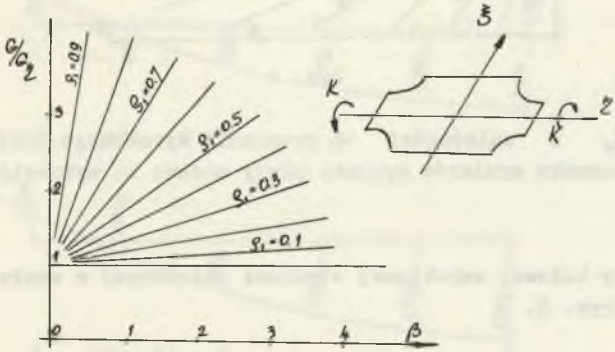
Warunek zgodności odkształceń po przekształceniach

$$\frac{G}{G\eta} = 1-2\,\beta_{io}\left[\frac{1}{2}\,\frac{2\varrho_1}{io} + \frac{\pi}{4} - \left(\sqrt{1-\left(\frac{2\varrho_1}{i_o}\right)^2}\right)^{-1}\right. \tag{1.6}$$

$$\left.\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{1+2\varrho 1/_{io}}{1-2\varrho 1/_{io}}}\right],$$

gdzie

$$\beta = \frac{b}{a},\quad \varrho_1 = \frac{r}{b},\quad i_o = \frac{3J_o}{g^3 b}.$$



Rys. 3

Na rys. 3 podano wykres zmiany G/G_η w zależności od promienia wyrażonego jako ułamek szerokości oraz stosunku wymiarów wycinka płyty.

Dla kierunku ξ obowiązują zależności (1.3).

c) Porównanie wydłużeń

Wydłużenia wycinka płyty wg rys. 1 kierunek η

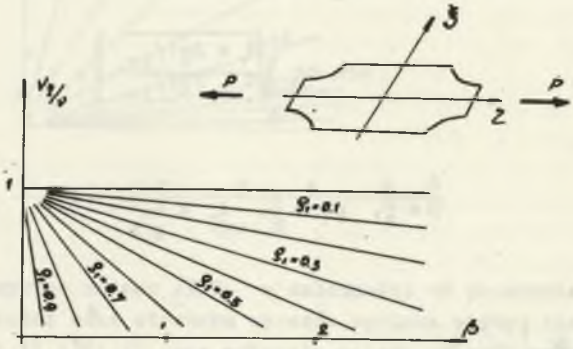
$$v_\eta . a = v(a - 2r). \tag{1.7}$$

Warunek zgodności wydłużeń

$$\frac{v_\eta}{v} = 1 - \beta \varrho_1 \quad \text{dla kierunku } \eta$$

$$\frac{v_\xi}{v} = 1 - \alpha \varrho_2 \quad \text{dla kierunku } \xi. \tag{1.8}$$

Oznaczenia w (1.8) jak w (1.2) i (1.3).



Rys. 4

Zmiany v_η/v w zależności od promienia wyrażonego jako ułamek szerokości oraz stosunku wymiarów wycinka płyty podano na wykresie rys. 4.

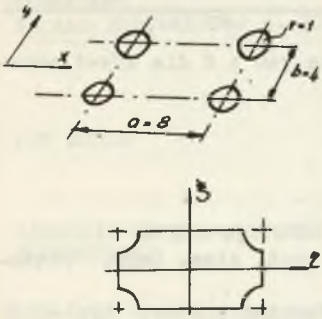
Przykład

Zginanie płyty kołowej osłabionej otworami położonymi w węzłach prostokątnej siatki - rys. 5.

Dane
Stałe materiałowe

$E_x = 150$ j, $\nu_x = 0{,}25$, $E_y = 250$, $V_y = 0{,}15$,

$G_x = 63$ j, $G_y = 100$ j.



Rys. 5

Z wykresów 2,3 i 4 zmiany charakterystyk sprężystych płyty dla danych wg rys. 5 wynoszą:

$$E_{x\,spr} = 0{,}85\,E_x, \quad E_{y\,spr} = 0{,}77\,E_y$$

$$G_{x\,spr} = 0{,}67\,G_x, \quad G_{y\,spr} = 0{,}70\,G_y$$

$$\nu_{x\,spr} = 0{,}75\,V_x, \quad \nu_{y\,spr} = 0{,}43\,V_y.$$

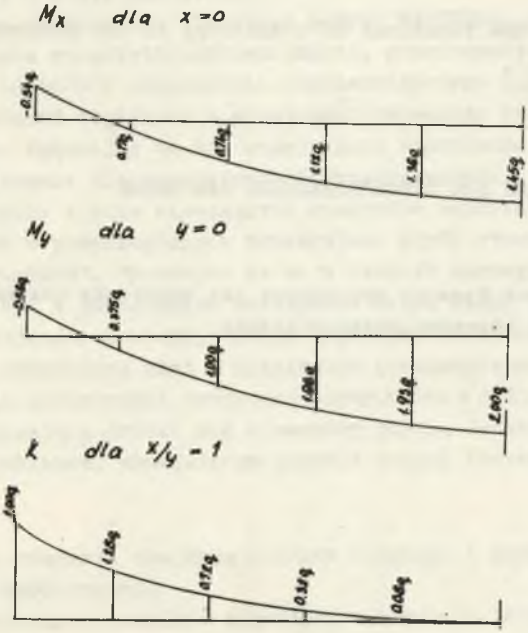
Sztywności [3]:

$$D_x = \frac{0{,}85\,E_x\,h^3}{12/1-0{,}75\,V_x\,0{,}43\,V_y} = 11\ j.$$

$$D_y = \frac{0{,}77\,E_y\,h^3}{12(1-0{,}75\,V_x\,0{,}43\,V_y)} = 16{,}5\ j$$

$$D_{xy} = 0{,}67 \times 5{,}25 = 3{,}5\ j \qquad D_{xy} = 0{,}70 \times 8{,}4 = 5{,}9\ j$$

$$H = 11 \times 0{,}75 + 3{,}5 + 5{,}9 = 17{,}6\ j \qquad c = 117{,}1\ j.$$



Rys. 6

Wykresy wielkości wewnętrznych: H_x dla x=0; Hy dla y=0 i K dla x/y=1 pokazano na rys. 6.

LITERATURA

[1] J.W. DONNELL - Analyses of perforated plates Doct. diss. Uniw. Pittsburgh 1962 r.

[2] G. HARWAY - Bending of homey comb and of perforated plates.J.Appl.Mech. 19, 11 (1962),

[3] S. TIMOSHENKO, S. WOJNOWSKY - KRIEGER - Teoria płyt i powłok Arkady Warszawa 1962.

[4] Ł.E. ANDREJEWA - Uprugije elementy priborow Moskwa 1962 r.

[5] J.W. JAKOWLEW - Issljedowanije żestkosti gusto perforirowannych plit. Trudy Charh.Aviac. In-te 16 (1956 r.)

[6] N.P. MIELNIKOW - Teoreticzeskoje i eksperimentalnoje issliedowanije na prażennowogo sostojanija perforirowannych plit. Mat. po stalkonstr.Wyp. 1 Inst. "Projektstalkonstr". 1957.

E FUNCTIONS OF ORTHOTROPY FOR PRFORATET PLATES

S u m m a r y

In the paper the functions of orthotropy of the perforatet plates are given.

ФУНКЦИИ ОРТОТРОПИИ ДЛЯ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ПЛАСТИНКИ

Р е з ю м е

В работе дается функции ортотропии для пластинки ослабенной отверствями расположенными в вертиках прямоугольника.