

JAN KUBIK

RÓWNANIA LEPKOSPĘŻYSTEJ, ORTOTROPOWEJ PŁYTY
UŻEBROWANEJ

Streszczenie. Praca stanowi uogólnienie pracy [10] na przypadek lepkospężystej płyty ortotropowej. Płyta jest w sposób dowolny, asymetrycznie uźebrowana. Rozważania są słuszne dla płyt cienkich w liniowych fizycznie i geometrycznie przedziałach pracy płyty. W wywodach korzysta się z analogii sprężysto-lepkospężystej. Podobnie jak poprzednio [10], nieciągły rozkład masy i wielkości wewnętrznych w płycie ujęto analitycznie "funkcjami dyskretnego argumentu". Końcowe rezultaty uzyskano w składowych wektora przemieszczenia powierzchni środkowej płyty.

1. Wstęp

Praca odstępuje od powszechnie stosowanych metod wyznaczania stanu naprężenia w płycie uźebrowanej, przez zastąpienie jej ekwiwalentną płytą ortotropową o stałej grubości. Występujące w tych zagadnieniach funkcje ortotropii wyznacza się z warunku identyczności odkształceń płyt: rzeczywistej-uźebrowanej i płyty zastępczej.

Rozważania są słuszne dla liniowego modelu MAXWELLA, przy czym wykorzystuje się analogię sprężysto-lepkospężystą, przeprowadzając rozważania na transformacje LAPLACE'A zagadnienia lepkospężystego [2] i [8b].

Całkowanie równań zagadnienia przetransformowanego przeprowadza się przy pomocy szeregów. Wykonując na tym rozwiązaniu transformację odwrotną, uzyskuje się rozwiązanie dla zagadnienia lepkospężystego.

Do analitycznego ujęcia nieciągłych rozkładów materiału płyty i wielkości występujących w poszczególnych przekrojach płyty stosuje się "funkcje dyskretnego argumentu". "Funkcje" te są w istocie szeregiem dystrybucji δ -DIRACA, i mogą być z powodzeniem zastąpione przez ciągi funkcyjne je aproksymujące w przypadkach kiedy, wymaga tego dokładność obliczeń [7]. Należy pokreślić że w równaniach płyt o nieciągłym rozkładzie materiału istotnym jest wyznaczenie powierzchni środkowej płyty, która w ogólności nie jest powierzchnią zawierającą środki mas elementów płyty. Jednak jej wyznaczenie jest osobnym problemem, wymagającym podania nowych równań płyt.

Założenia

Wyprowadzone równania obejmują liniowe fizyczne i geometryczne przedziały pracy płyty uźebrowanej.

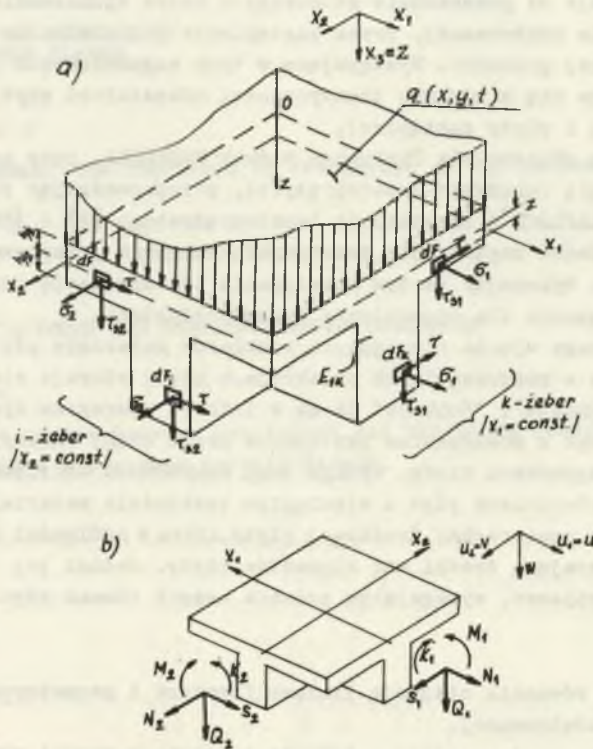
Pozostają słusznymi wszelkie założenia i hipotezy teorii płyty cienkiej. Wyprowadzone równania są ważne w układzie współrzędnych prostokątnych po-

krywających się z kierunkami ortotropii. Poszczególne włókna płyty doznają odkształceń w kierunku linii współrzędnych x_j ($j=1,2$) od naprężeń σ_j . Założymy również, że ważne są ogólnie stosowane hipotezy elementarnej teorii zginania i skręcania prętów prostych. Wielkości charakteryzujące właściwości mechaniczne materiału płyty są funkcjami zmiennych x_j ($j=1,2$) i t - czasu. Dla uproszczenia przyjęto, dla $t=0$ brak naprężeń w płycie. Jedynym obciążeniem przyjętym w pracy będzie obciążenie normalne do powierzchni środkowej płyty:

$$q(x_j, z) = p_0(x_j) r(t) \quad t \in (0 + \infty). \quad (1.1)$$

W pracy wprowadza się uogólnione wielkości wewnętrzne identyczne jak w [5]. W końcowych równaniach niewiadomymi funkcjami są składowe wektora przemieszczenia powierzchni środkowej płyty.

2. Strona fizyczna



Rys. 1

Przetransformowane zależności pomiędzy składowymi stanu naprężenia i odkształcenia w przypadku liniowej lepkosprężystości dla płyty ortotropowej mają, postać następującą:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_j &= \bar{E}_j (1 - \bar{\nu}_j \bar{\nu}_{3-j})^{-1} (\bar{\epsilon}_j - \bar{\nu}_{3-j} \bar{\epsilon}_{3-j}) \\ \bar{\tau} &= \bar{\tau}_{21} = \bar{\tau}_{12} = \bar{G} \cdot \bar{\gamma}_{12} = \bar{G} \cdot \bar{\gamma}\end{aligned}\quad (2.1)$$

dla żeber zaś:

$$\bar{\sigma}_j(\cdot) + \bar{E}_j(\cdot) \bar{\epsilon}_j, \quad \bar{\tau}_j(\cdot) = \bar{G}_j(\cdot) (\bar{\gamma} - \bar{\nu}_j \bar{u}_{3-j}). \quad (2.2)$$

W równaniach (2.1), (2.2) i dalszych indeks j będzie przebiegał liczby 1, 2 i będziemy stosowali wynikający z tego zapis skrócony (por. np.) (2) i (8b), zaś symbol $\bar{f}(x_j, p)$ oznaczał będzie transformatę LAPLACE'A funkcji $f(x_j, t)$.

3. Strona statyczna

Wielkości wewnętrzne występujące w poszczególnych przekrojach wyrażają się następującymi zależnościami [10]:

$$\begin{aligned}\bar{N}_j &\stackrel{df}{=} \int_{\beta} \bar{\sigma}_j de + \int_{F_1} \bar{\sigma}_j \Phi(3-j, 1) dF_1 \\ \bar{S}_j &\stackrel{dt}{=} \int_{\beta} \bar{\tau} dz + \int_{F_1} \bar{\tau}_j \Phi(3-j, 1) dF_1 \\ \bar{M}_j &\stackrel{df}{=} \int_{\beta} \bar{\sigma}_j z dz + \int_{F_1} \bar{\sigma}_j z \Phi(3-j, 1) dF_1 \\ \bar{K}_j &\stackrel{df}{=} \int_{\beta} \bar{\tau} z dz + \int_{F_1} \bar{\tau}_j z \Phi(3-j, 1) dF_1 \quad \beta \in \left(\frac{h}{2} + \frac{h}{2}\right).\end{aligned}\quad (3.1)$$

Warunki równowagi, które będą służyły do wyprowadzania podstawowych równań teorii płyt uźebrowanych, mają postać:

$$\bar{Q}_j = \partial_j \bar{M}_j + \partial_{s-j} \bar{K}_{3-j} \quad (3.2)$$

$$\sum_{p=1}^2 \partial_p \bar{Q}_p = \bar{q}(x_j, p), \quad \partial_j \bar{N}_j + \partial_{3-j} \bar{S}_{3-j} = 0.$$

Przy czym dodatnie zwroty występujących powyżej wielkości należy przyjmować zgodnie z rys. 1b.

4. Strona geometryczna,

Zależności występujące między składowymi wektorów przemieszczenia a odkształcenia są identyczne jak w [10] i wyrażają się równaniami:

a) odkształcenie wzdłużne:

$$\bar{\epsilon}_j = \bar{e}_j - z \bar{\kappa}_j, \quad (4.1)$$

gdzie:

$$\bar{\kappa}_j = \partial_j^2 \bar{w} \quad \text{i} \quad \bar{e}_j = \partial_j \bar{u}_j.$$

b) odkształcenie postaciowe

$$\bar{\varphi} = \bar{\omega} - 2z \bar{\kappa}_{12}, \quad (4.2)$$

gdzie:

$$\bar{\kappa}_{12} = \partial_{j,3-j} \bar{w} \quad \text{i} \quad \bar{\omega} = \sum_{p=1}^2 \partial_{3-p} \bar{u}_p.$$

W równaniach (4.1) i (4.2) $\bar{\kappa}_j$ - jest zmienną krzywizny linii x_j , \bar{e}_j - odkształceniem wzdłuż linii x_j , $\bar{\kappa}_{12}$ - skręcaniem powierzchni środkowej płyty a $\bar{\omega}$ oznacza kąt odkształcenia postaciowego powierzchni środkowej płyty.

5. Równania końcowe

Podstawiając (2.1) i (2.2) do (3.1) uzyskujemy

$$\begin{aligned} \bar{N}_j &= \bar{C}_j (\bar{e}_j + \bar{\nu}_{3-j} \bar{e}_{3-j}) - \bar{E}_{j,i} (S_{j,i} \bar{\kappa}_j - F_{ji} \bar{e}_j) \Phi(3-j,i) \\ \bar{S}_j &= \bar{G}h\bar{\omega} - \bar{G}_{j,i} (2 S_{j,i}^o \bar{\kappa}_{j,3-j} - F_{j,i} \bar{\omega}_j) \Phi(3-j,i) \\ \bar{M}_j &= -\bar{D}_j (\bar{\kappa}_j - \bar{\nu}_{3-j} \bar{\kappa}_{3-j}) - \bar{E}_{j,i} (J_{j,i} \bar{\kappa}_j - S_{ji} \bar{e}_j) \Phi(3-j,i) \\ \bar{K}_j &= -2\bar{B} \bar{\kappa}_{j,3-j} - \bar{G}_{j,i} (2J_{j,i}^o \bar{\kappa}_{j,3-j}) - S_{ji}^o \bar{\omega}_j \Phi(3-j,i). \end{aligned} \quad (5.1)$$

W powyższych wzorach oznaczono:

$$\bar{D}_j = \bar{E}_j h^3 \left[12 (1 - \bar{\nu}_j \bar{\nu}_{3-j}) \right]^{-1}, \quad \bar{C}_j = \bar{E}_j h \left[1 - \bar{\nu}_j \bar{\nu}_{3-j} \right]^{-1} \quad \bar{B} = \bar{G} \frac{h^3}{12}$$

$$\bar{E}_{j,i} \equiv \bar{E}_{j(i)}, \bar{G}_{j,i} \equiv \bar{G}_{j(i)} \text{ por. z wzorami (2.2)}$$

$$I_{j1} = \int_{F_{j1}} Z^2 dF_{j1}, \quad S_{j1} = \int_{F_{j1}} z dF_{j1}, \quad F_{j1} = \int_{F_{j1}} dF_{j1}$$

$$I_{j0}^o = \int_{F_{j1}} Z^2 dF_{j1}, \quad S_{j1}^o = \int_{F_{j1}} z dF_{j1}, \quad \bar{\omega}_j = \omega_{3-j} \bar{u}_j. \quad (5.2)$$

Podstawiając kolejno (5.1) do (3.2) mamy:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_j &= \bar{\Delta}_j (\partial_j^3 \bar{w} - \bar{v}_{s-j} \partial_{j,3-j} \bar{w}) - 2 \bar{B} \partial_{j,3-j,s-j} \bar{w} - \\ &\quad - \bar{E}_{j1} (J_{j1} \partial_j^3 \bar{w} - S_{j1} \partial_j^2 \bar{u}_j) \Phi(c-j,1) \\ &\quad - \bar{G}_{3-j,1} (2 J_{3-j,1}^o \partial_{j,3-j,3-j} \bar{w} - S_{3-j,1} \partial_{3-j} \bar{\omega}_j) \Phi(j,1). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Uwzględniając teraz w (5.1) i (5.3) równania (4.1) i (4.2) uzyskujemy wzory na wielkości wewnętrzne wyrażone przez składowe wektora przemieszczenia

$$\bar{N}_j = \bar{C}_j (\partial_j \bar{u}_j + \bar{v}_{3-j} \partial_{3-j} \bar{u}_{3-j}) - \bar{E}_{j1} (S_{j1} \partial_j^2 \bar{w} - F_{j1} \partial_j \bar{u}_j) \Phi(3-j,1)$$

$$\bar{S}_j = \bar{G}h \sum_{p=1}^2 \partial_{3p} \bar{u}_p - \bar{G}_{j,1} (2 S_{j1}^o \partial_{j,3-j} \bar{w} - F_{j1} \partial_{3-j} \bar{u}_j) \Phi(3-j,1)$$

$$\bar{M}_j = -\bar{D}_j (\partial_j^2 \bar{w} + \bar{v}_{3-j} \partial_{3-j}^2 \bar{w}) - \bar{E}_{j,1} (J_{j1} \partial_j^2 \bar{w} - S_{j,1} \partial_j \bar{u}_j) \Phi(3-j,1) \quad (5.4)$$

$$\bar{K}_j = -2 \bar{B} \partial_{j,3-j} \bar{w} - \bar{G}_{j,1} (2 J_{j1}^o \partial_{j,3-j} \bar{w} - S_{j,1} \partial_{3-j} \bar{u}_j) \Phi(3-j,1).$$

Podstawiając ostatecznie (5.4) do (3.3) uzyskujemy równania końcowe zapisane w postaci operatorowej:

$$[L_{jr}], [\bar{u}_r] = \bar{P}_j \quad (j,r = 1,2,3). \quad (5.5)$$

Elementy macierzy operatorów $[L_{jr}]$ w równaniu (5.5) mają postać następującą

$$L_{11} = [\bar{C}_j + \bar{E}_{j1} F_{j1} \Phi(3-j,1)] \partial_j^2 + \bar{G}h \partial_{3-j}^2$$

$$L_{22} = [\bar{C}_{3-j} + \bar{E}_{3-j,1} F_{3-j,1} \Phi(j,1)] \partial_{3-j}^2 + \bar{G}h \partial_j^2$$

$$L_{33} = \left[\bar{D}_j + \bar{E}_{j,i} J_{j,i} \Phi(3-j,i) \right] \partial_j^4 + 2 \left[2\bar{B}+2 \bar{G}_{3-j,i} I_{3j,i}^0 \Phi(j,i) + \right. \\ \left. + 2 \bar{G}_{j,i} J_{j,i}^0 \Phi(3-j,i) + \bar{D}_j \bar{v}_{3-j} \right] \partial_{j,3-j,3-j} + \left[\bar{D}_{3-j} + \bar{E}_{3-j,i} T_{3-j,i} \Phi(j,i) \right] \partial_{3-j}^4 \quad (5.6)$$

$$L_{12} = \left[\bar{C}_j \bar{v}_{2-j} + \bar{G}h + \bar{G}_{3-j,i} F_{3-j,i} \Phi(j,i) \right] \partial_{8-j,j}$$

$$L_{21} = \left[\bar{C}_j \bar{v}_{8-j} + \bar{G}h + \bar{G}_{j,i} F_{j,i} \Phi(3-j,i) \right] \partial_{3-j,j}$$

$$L_{13} = \left[\bar{E}_{j,i} S_{j,i} \Phi(3-j,i) \right] \partial_j^3 - 2 \left[\bar{G}_{3-j,i} S_{3-j,i}^0 \Phi(j,i) \right] \partial_{j,3-j,3-j}$$

$$L_{31} = \left[\bar{E}_{j,i} S_{j,i} \Phi(3-j,i) \right] \partial_j^3 - 2 \left[\bar{G}_{j,i} S_{j,i}^0 \Phi(3-j,i) \right] \partial_{j,3-j,3-j}$$

$$L_{23} = \left[\bar{E}_{3j,i} S_{3-j,i} \Phi(j,i) \right] \partial_{3-j}^3 - 2 \left[\bar{G}_{j,i} S_{j,i}^0 \Phi(3-j,i) \right] \partial_{j,j,3-j}$$

$$L_{32} = \left[\bar{E}_{3-j,i} S_{3j,i} \Phi(j,i) \right] \partial_{3-j}^3 - 2 \left[\bar{G}_{3-j,i} S_{3-j,i}^0 \Phi(j,i) \right] \partial_{j,j,3-j}$$

lub oznaczając wyrażenia w nawiasach [] $\equiv \Lambda_{(\quad)}^{(\quad)}$ oraz korzystając z zasady wzajemności:

$$L_{11} = \bar{\Lambda}_{j,j}^1 \partial_j^2 + \bar{\Lambda}_{11}^n \partial_{3-j}^2$$

$$L_{22} = \bar{\Lambda}_{22}^1 \partial_{3-j}^2 + \bar{\Lambda}_{22}^n \partial_j^2$$

$$L_{33} = \bar{\Lambda}_{33}^1 \partial_j^4 + \bar{\Lambda}_{33}^n \partial_{j,3-j,3-j} + \bar{\Lambda}_{33}^m \partial_{3-j}^4 \quad (5.7)$$

$$L_{12} = L_{21} = \bar{\Lambda}_{12}^1 \partial_{j,3-j}$$

$$L_{13} = L_{31} = \bar{\Lambda}_{13}^1 \partial_j^3 + \bar{\Lambda}_{13}^n \partial_{j,3-j,3-j}$$

$$L_{23} = L_{32} = \bar{\Lambda}_{23}^1 \partial_{3-j}^3 + \bar{\Lambda}_{23}^n \partial_{j,j,3-j}$$

Będziemy szukali rozwiązania układu równań (5.5) przy pomocy podwójnych szeregów trygonometrycznych:

$$u_r = \sum_{m,n} \bar{A}_{r,mn} \psi_n(x_j) \varphi_m(x_{3-j}) \quad (5.8)$$

$$(r = 1, 2, 3)$$

spełniających warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} R(\bar{u}_r) \Big|_{x_j} &= 0, a \\ x_{3-j} &= 0, b. \end{aligned} \quad (5.9)$$

W równaniu (5.9) R - jest pewnym operatorem różniczkowym zależnym od warunków podparcia płyty.

Podobnie przedstawiając $\alpha_{j,t}$

$$\bar{q}(x_{j,p}) = \bar{r} \sum_{m,n} q_{mn} \psi_n(x_j) \varphi_n(x_{3-j}) \quad (5.9)$$

i wstawiając (5.8), (5.9) i (5.7) do 5.5) uzyskujemy następujący układ równań o niewiadomych $A_{r,mn}$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{jmn} \left[\bar{\Lambda}_{11}^j \alpha_1^2 + \bar{\Lambda}_{11}^n \beta_1^2 \right] + \bar{A}_{2mn} \left[\bar{\Lambda}_{12}^j (\alpha_2 + \beta_2) \right] + \bar{A}_{3mn} \left[\bar{\Lambda}_{13}^j \alpha_3^3 + \bar{\Lambda}_{13}^n (\alpha_3 + \beta_3)^2 \right] = 0 \\ \bar{A}_{jmn} \left[\bar{\Lambda}_{21}^j (\alpha_1 + \beta_1) \right] + \bar{A}_{2mn} \left[\bar{\Lambda}_{22}^j (\beta_2)^2 + \bar{\Lambda}_{22}^n (\alpha_2)^2 \right] + \bar{A}_{3mn} \left[\bar{\Lambda}_{23}^j (\beta_3)^3 + \right. \\ \left. + \bar{\Lambda}_{23}^n (\alpha_3^2 + \beta_3) \right] = 0 \quad (5.10) \\ \bar{A}_{1mn} \left[\bar{\Lambda}_{31}^j \alpha_1^3 + \bar{\Lambda}_{31}^n (\alpha_1 + \beta_1)^2 \right] + \bar{A}_{2mn} \left[\bar{\Lambda}_{32}^j (\beta_2)^3 + \bar{\Lambda}_{32}^n (\alpha_2^2 + \beta_2) \right] + \\ + \bar{A}_{3mn} \left[\bar{\Lambda}_{33}^j (\alpha_3)^4 + \bar{\Lambda}_{33}^n (\alpha_3^2 + \beta_3) + \bar{\Lambda}_{33}^m (\beta_3)^4 \right] = \bar{r} q_{mn}, \end{aligned}$$

gdzie

$$q_{mn} = \int_0^a \int_0^b q(u,v) \psi_n(u) \varphi_m(v) du dv$$

$$\alpha_r = \frac{n_r \pi}{a}, \quad \beta_r = \frac{m_r \pi}{b} \quad (r=1,2,3).$$

Rozwiązując układ równań (5.10) względem $\bar{A}_{r,mn}$ i wstawiając je następnie do (5.8) uzyskujemy rozwiązanie zagadnienia sprężystego:

$$A_{r,mn} = \frac{\det P_r}{\det P}. \quad (5.11)$$

Natomiast rozwiązanie zagadnienia lepko-sprężystego uzyskujemy po wykonaniu transformaty odwrotnej wyrażenia (5.11). Wykonanie jej jest możliwe zwłaszcza, gdy zależność (5.11) przedstawimy w postaci ułamków prostych.

Podamy następnie rozwiązanie szczególne dla płyty kłojkowej uźebrowanej równolegle do średnicy = 2R przy założeniach:

$$\begin{aligned} \bar{u}_j &= -z \partial_j \bar{w}, \quad \delta(x_{3-j} - x_{3-j,i}) \equiv 0 \\ \bar{G}_{j,i} &\equiv 0, \quad q = r(t)S \quad v_{3-j} = v_{3-j}(0), \quad v_j = v_j(0) \end{aligned} \quad (5.12)$$

wówczas

$$S_{j,i} = \int_{F_{ji}} z \, dF_{ji} \implies S_{ji} = F_{ji}(k_i)^2$$

i układ równań (5.5) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \bar{D}_j \partial_j^4 \bar{w} + 2 \bar{D}_{j,3-j} \partial_{j,j,3-j,3-j} \bar{w} + \\ + (\bar{D}_{3-j} + E_{3-j,i} (I_{3-j,i} + F_{3-j,i} k_i^2) \Phi_{(j,i)}) \partial_{3-j}^4 \bar{w} - \bar{r}(t)S \end{aligned} \quad (5.13)$$

podobną do równania płyty ortotropowej.

Wielkości wewnętrzne wyrażają się następującymi zależnościami:

$$\begin{aligned} \bar{M}_j &= -\bar{D}_j (\partial_j^2 \bar{w} + v_{3-j} \partial_{3-j}^2 \bar{w}) \\ \bar{M}_{3-j} &= -\bar{D}_{3-j} (\partial_{3-j}^2 \bar{w} + v_j \partial_j^2 \bar{w}) + E_{3-j,i} (J_{3-j,i} + k_i^2 F_{3-j,i}) \Phi_{(j,i)} \partial_j^2 \bar{w} \\ \bar{k} &= -2 \bar{B}_j \partial_{j,3-j} \bar{w}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Funkcję ugięć w przypadku brzegu utwierdzonego $\bar{w}|_c = 0$ i $\frac{\partial w}{\partial n} = 0$ oraz warunku początkowego: $w(t=0) = 0$ przyjmujemy następująco:

$$\bar{w} = \bar{C}_j (X_j^2 + X_{3-j}^2 - R^2). \quad (5.15)$$

Wstawiając (5.15) do (5.13) wykonując odwrotną transformację Laplace'a uzyskujemy dla liniowego modelu Maxwella [-8b]:

$$\begin{aligned} w(X_j, t) = \left[DS r(t) + \frac{DS}{\lambda} \int_0^t H(t-\tau) r(\tau) \, d\tau \right] \\ (X_j^2 + X_{3-j}^2 - R^2)^2, \end{aligned} \quad (5.16)$$

gdzie:

$$D = \left\{ 4,22 E_j h^3 + 3,12 E_{3-j} h^3 + \sum_{r=1}^{n_{j1}} E_{ji} (J_{ij} + F_{ji} k_i^2) \frac{\sqrt{R^2 - (x_{ji})^2}}{R^2} \right. \quad (5.17)$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{E_j} + \frac{\eta_{3-j}}{E_{3-j}} \right)$$

η_j, η_{3-j} - są współczynnikami lepkości

n_{j1} - ilością żeber w kierunku j.

Podobnie - zależności (5.14) przyjmą postać:

$$M_j = - \int_0^t D_j(t-\tau) \left[\partial_j^2 w(\tau) + \nu_{3-j} \partial_{3-j}^2 w(\tau) \right] d\tau$$

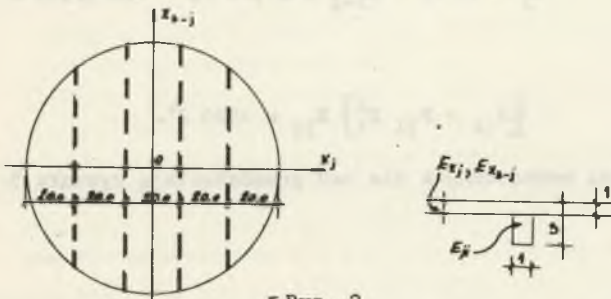
$$M_{3-j} = \int_0^t D_{3-j}(t-\tau) \left[\partial_{3-j}^2 w(\tau) + \nu_j \partial_j w(\tau) \right] d\tau \quad (5.18)$$

$$\int_0^t E_{3-j,i}(t-\tau) (I_{3-j,i} + k_i^2 F_{3-j,i}) \Phi(j,i) \partial_j^2 w(\tau) d\tau$$

$$K = \int_0^t 2 B(t-\tau) \partial_{j,3-j} w(\tau) d\tau.$$

6. Przykład liczbowy

Zginanie lepko-sprężystej płyty kołowej ortotropowej wzmocnionej żebrami równoległymi do średnicy ($2R = 10 \text{ m} = 100 \text{ j}$).

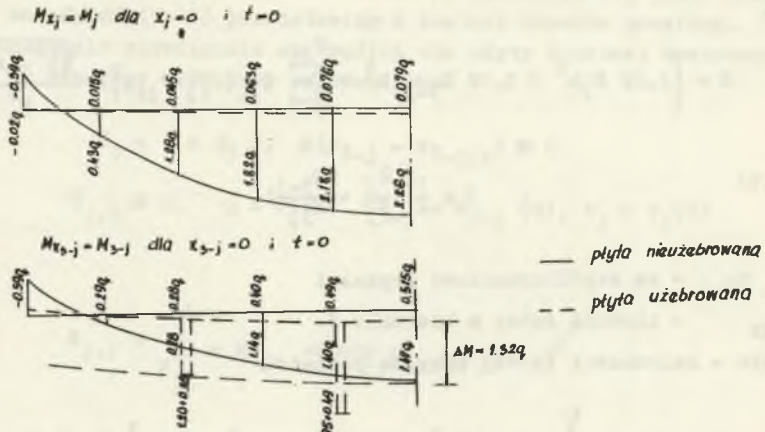


- Rys. 2

Stałe materiałowe:

$$E_j = 150 \text{ J}, E_{3-j} = 250 \text{ J}, E_{j,i} = 150 \text{ J}$$

$$\nu_j = 0,15, \nu_{3-j} = 0,25.$$



Rys. 3

K dla $x_1/x_2-j = 1$ i $t = 0$



Rys. 4

Sztywności:

$$D_j = 13 J', \quad D_{3-j} = 21,15 J', \quad B = 13,65 J'$$

źebra

$$\left[J_{ji} + F_{ji} K_i^2 \right] E_{ji} = 1820 J'$$

Wykresy wielkości wewnętrznych dla $t=0$ przedstawiają rysunku 3 i 4.

LITERATURA

- [1] AMBRARCUMIAN S.A.: Teorija anizotropenewnych obołoczek - Moskwa 1961r.
- [2] BLAND D.R. - The Theory of Linear Viscoelasticity Oxford.Londyn 1960r.
- [3] BORKOWSKI S. - Zastosowanie metody sił zespolonych w teorii powłok ortotropowych. Rozpr.Inż. 2,13 (1965), 355.
- [4] GIRKMAN K. - Dźwigary powierzchniowe (tł.) Warszawa "Arkady" 1957 r.
- [5] GREBJEŃ E.S. - Osnownyje sootnoszenija techniczskoj teorii rebristych obołoczek. Izw. A N. SSSR Mech. 3 (1965) 124.

- [6] HUBER T.M. - a) Teoria płyt prostokątnie różno kierunkowych. Arch.Tow. Naukowego-Lwów 1921 r. b) Probleme der Statik technisch wichtiger orthotroper Platten. Akad.Nauk.Tech. Warszawa 1929 r.
- [7] MIKUSIŃSKI J. SIKORSKI K. - Elementarna teoria dystrybucji. PWN Warszawa 1964 r.
- [8] NOWACKI W. - a) Zagadnienia statyki i dynamiki płyt wzmocnionych żebrami. Arch.Mech.Stos. 4,6 (1954), b) Teoria peźzania. Arkady - Warszawa 1963 r.
- [9] TRENKS K. - Beitrag zur Berechnung orthogonal anisotropen Rechteck - Platten. Bauing. 29/1954/372.
- [10] KUBIK J. - Podstawowe równania teorii płyt uźebrowanych izotropowych Zesz.nauk.Pol.Sl., Budown. Nr 21.

EQUATIONS FOR VISCO-ELASTIC
PLATES WITH RIEBELS

S u m m a r y

In the paper the equations for visco-elastic riebels plates are given.

УРАВНЕНИЯ ВЯЗКО-УПРУГОЙ ПЛАСТИНКИ
С ОДНОСТОРОННИМИ РЕБРЯМИ

Р е з ю м е

В работе дается уравнения вязко-упругой пластинки с односторонними ребрами.