ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: BUDOWNICTWO z. 29 Nr kol.346

Czesław Lewinowski
Zdzisław Trylski

MOŻLIWOŚĆ UPROSZCZENIA METOD WYZNACZANIA TRASY DROGI NA ODCINKACH POŁOŻONYCH W ŁUKU

1. Wstęp

Przejście trasy drogowej z odcinka prostego w łuk, w myśl obowiązujących przepisów, wymaga zastosowania krzywej przejściowej. Jako krzywą przejściową stosuje się przeważnie klotoidę. Jeżeli kąt zwrotu trasy γ równa się podwojonemu kątowi zwrotu stycznej τ_k w końcu krzywej przejściowej, to odcinek trasy drogowej położony w łuku składa się z dwóch symetrycznych krzywych przejściowych. Natomiast, jeżeli $\gamma - 2\tau_k > 0$ to cały odcinek trasy drogowej położony w łuku składa się z dwóch krzywych przejściowych, między którymi umieszczony jest łuk kołowy o promieniu R.

Wyznaczanie współrzędnych punktów trasy drogi, leżących na krzywej przejściowej bądź na krzywej przejściowej i na łuku kołowym, wykonywane dotychczas stosowanymi metodami wiąże się z dużym nakładem pracy rachunkowej, sprzyja powstawaniu szeregu pomyłek, najczęściej wymaga również dokonania zmiany układu współrzędnych.

W niniejszej pracy przedstawiono pewne koncepcje uproszczenia dotychczas stosowanych metod.

2. Wyznaczanie współrzędnych prostokątnych dowolnych punktów klotoidalnych krzywej przejściowej

Równanie klotoidy ma postać:

$$l = a^2 \cdot \frac{1}{\rho}, \qquad (1)$$

gdzie:

l - długość łuku klotoidy, liczona od początku łuku do danego punktu w m,

a - parametr klotoidy w m,

ϱ - promień krzywizny, który zmienia się od $\varrho = \infty$ na początku krzywej przejściowej do $\varrho = R$ na końcu krzywej przejściowej, w m.

Podstawowe zależności pomiędzy poszczególnymi wielkościami występującymi w równaniu (1), a które mają praktycze zastosowania przy projektowaniu krzywej przejściowej podano w pracach [1], [2], [3], [4], [6]. Z zależności tych wynika, że w równaniu klotoidalnej krzywej przejściowej najistotniejszą sprawą jest przyjęcie wartości parametru a.

Jak wiadomo z pracy [1] i [2], wartość parametru a dobieramy z uwagi na 6 warunków. Poprawnie możemy tę wartość określić, korzystając z nomogramu podanego w pracy [2].

Mając przyjętą długość promienia łuku poziomego R oraz dobraną wartość parametru a możemy obliczyć:

$$l_k = \frac{a^2}{R} \tag{2}$$

$$\tau_k = \frac{l_k}{2R} \tag{3}$$

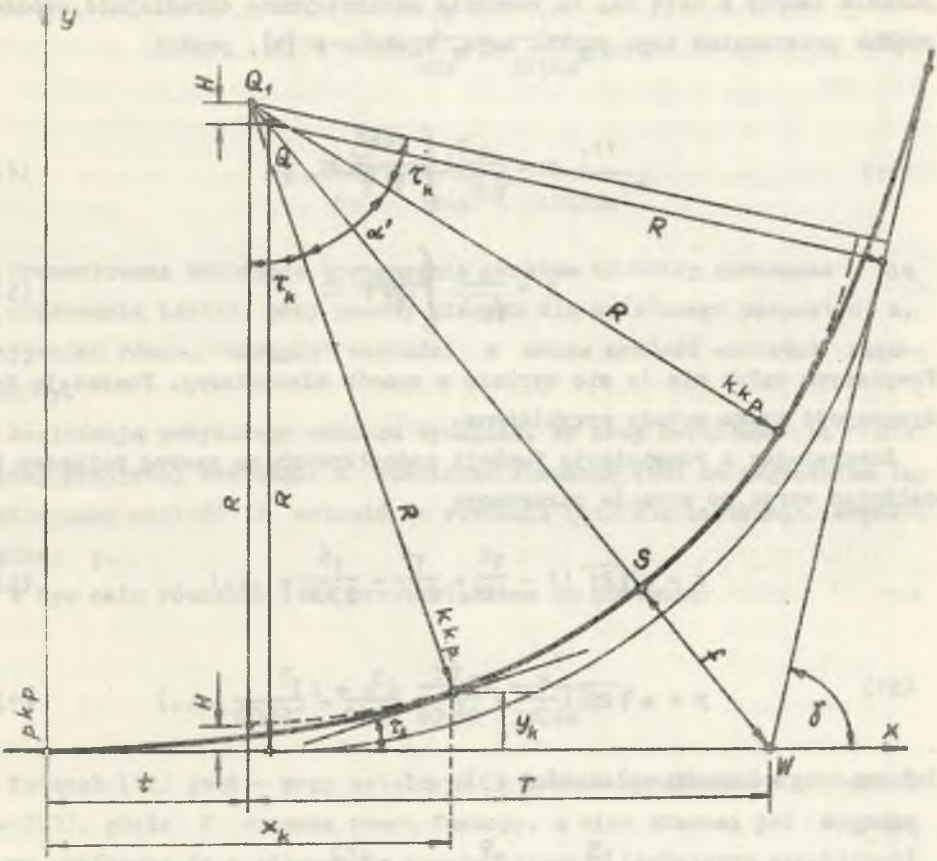
gdzie

l_k - całkowita długość krzywej przejściowej w m.

Posługując się powszechnie znanymi wzorami lub tablicami możemy następnie wyznaczyć dalsze potrzebne elementy, to jest:

- przesunięcie łuku kołowego H,
- długość stycznej t,
- długość stycznej T,
- odległość f środka łuku przesuniętego od wierzchołka W kąta zwrotu trasy.

Powyższe elementy krzywej przejściowej uwidoczniono na rysunku 1.



Rys. 1

Jeżeli chodzi o wyznaczenie współrzędnych prostokątnych dowolnych punktów klotoidalnej krzywej przejściowej, to powszechnie korzysta się z metod podanych w pracy [6]. Po dokładnym przeanalizowaniu dotychczasowych metod okazuje się, że można uprościć technikę wyznaczania współrzędnych punktów krzywej przejściowej o kształcie klotoidy. Zilustrujemy to przy pomocy poniższego rozumowania, zaznaczając, że początek układu pokrywa się z początkiem krzywej przejściowej, zaś oś Ox - z jedną ze stycznych do łuku kołowego nieprzesuniętego.

Jeżeli jako parametr przyjąć kąt τ, jaki styczna do krzywej w danym punkcie tworzy z osią Ox, to równania parametryczne określające współrzędne prostokątne tego punktu mają, zgodnie z [9], postać:

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}} \int_0^{\tau} \frac{\cos\tau}{\sqrt{\tau}}\, d\tau \tag{4}$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{2}} \int_0^{\tau} \frac{\sin\tau}{\sqrt{\tau}}\, d\tau \tag{5}$$

Powyższych całek nie da się wyrazić w sposób elementarny. Pozostają do dyspozycji tylko metody przybliżone.

Korzystając z rozwinięcia funkcji podcałkowych na szereg potęgowy i całkując wyraz po wyrazie otrzymamy:

$$x = a\sqrt{2\tau}\left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \frac{\tau^6}{9360} + \ldots\right) \tag{6}$$

$$y = a\sqrt{2\tau}\left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - \frac{\tau^7}{75600} + \ldots\right) \tag{7}$$

lub po uwzględnieniu zależności (3):

$$x = l - \frac{l^5}{40a^4} + \frac{l^9}{3456a^8} - \frac{l^{13}}{599040a^{12}} + \ldots \tag{8}$$

$$y = \frac{l^3}{6a^2} - \frac{l^7}{336a^6} + \frac{l^{11}}{42240a^{10}} - \frac{l^{15}}{9676800a^{14}} + \ldots \tag{9}$$

Ze wzorów (8) i (9) można obliczyć x i y z dowolną dokładnością. Biorąc pod uwagę, że szeregi (8) i (9) są szybkozbieżne i uwzględniając potrzebną w tyczeniu trasy drogi dokładność, poprzestano na 3 pierwszych składnikach rozwinięcia. W dalszych rozważaniach przyjęto zatem:

$$x = l - \frac{l^5}{40a^4} + \frac{l^9}{3456a^8} \tag{10}$$

$$y = \frac{l^3}{6a^2} - \frac{l^7}{336a^6} + \frac{l^{11}}{42240a^{10}} \tag{11}$$

Prezentowana koncepcja wyznaczania punktów klotoidy sprowadza się do zbudowania tablic, przy pomocy których dla ustalonego parametru a, przyjmując równe, "okrągłe" wartości x można znaleźć wartości rzędnych y.

Realizacja powyższego zamiaru wymagała, by przy ustalonym a, dla każdej przyjętej wartości x rozwiązać równanie (10) ze względu na l, a otrzymaną wartość l wstawić do równania (11) dla uzyskania współrzędnej y.

W tym celu równanie (10) przekształcono do postaci:

$$l = x + \frac{l^5}{40a^4} - \frac{l^9}{3456a^8} \tag{12}$$

Związek (12) jest - przy ustalonym x i a - wyrażeniem o postaci $l = f(l)$, gdzie f oznacza pewną funkcję, a więc stanowi już dogodną formę wyjściową do zastosowania metody iteracji (kolejnych przybliżeń) dla rozwiązania równania (10) lub (12).

Z kształtu klotoidy wiadomo, że jest $x \leqslant l$, a więc $l = x$ może stanowić zerowe przybliżenie (z niedomiarem) poszukiwanego pierwiastka naszego równania.

Przy konstruowaniu tablic ograniczono się do takiego przedziału, by zachować ograniczenie na wynikające z warunku estetyki [1], a mianowicie: $3^\circ \leqslant \tau \leqslant 29^\circ$ lub dla miary łukowej $0{,}052360 \leqslant \tau \leqslant 0{,}506146$.

Kładąc zatem do (6) $\tau = 0{,}506146$ otrzymamy $x = 0{,}974683a$. Udowodniono (dowód pomijamy), że w interesującym nas przedziale proces iteracyjny jest zbieżny.

Przy powyższych założeniach opracowano oryginalny program dla EMC "Odra 1013" pozwalający dla dowolnych wartości a z przedziału <40,400> i dla dowolnych wartości x z przedziału <0; 0,974683a> wyliczać l, a następnie y. Przyjęto dokładność obliczeń równą 0,0001 m. Ustalono wydruk wyników z dokładnością do 0,01 m.

Dla ilustracji niniejszej pracy zestawiono tablicę 1 - przyjmując dla x krok $\Delta x = 5$ m, zaś dla a z przedziału <110, 140> stopniowanie co 10 m.

Jeżeli oznaczymy przez:

x_k - odciętą końca krzywej przejściowej w m,

y_k - rzędną końca krzywej przejściowej w m,

zaś przez l_1, x_1, y_1 i l_2, x_2, y_2 wartości (odpowiednio) z niedomiarem i nadmiarem długości po krzywej, odciętej i rzędnej punktów klotoidy, to korzystając z tablicy 1 wypiszemy następujące nierówności:

$$l_1 < l_k < l_2,$$

$$x_1 < x_k < x_2,$$

$$y_1 < y_k < y_2$$

Posługując się interpolacją liniową (rys. 1) otrzymujemy:

$$\frac{\delta_x}{l_k - l_1} = \frac{x_2 - x_1}{l_2 - l_1} \Rightarrow \delta_x = \frac{(x_2 - x_1)(l_k - l_1)}{l_2 - l_1} = \frac{\Delta_x (l_k - l_1)}{l_2 - l_1}$$

i ostatecznie

$$x_k = x_1 + \delta_x$$

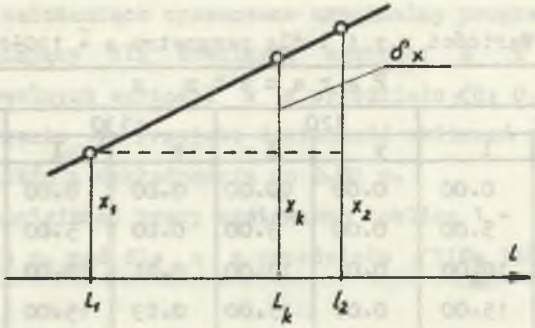
gdzie

δ_x - poprawka dla odciętej (13).

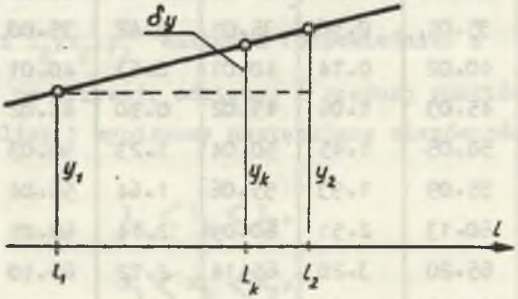
Tablica 1

Wartości x,y i l dla parametru a = 110÷140

	Parametr a							
	110		120		130		140	
x	y	l	y	l	y	l	y	l
0.00	0.00	0.00	0.00	00.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5.00	0.00	5.00	0.00	5.00	0.00	5.00	0.00	5.00
10.00	0.01	10.00	0.01	10.00	0.01	10.00	0.01	10.00
15.00	0.05	15.00	0.04	15.00	0.03	15.00	0.03	15.00
20.00	0.11	20.00	0.09	20.00	0.08	20.00	0.07	20.00
25.00	0.22	25.00	0.18	25.00	0.15	25.00	0.13	25.00
30.00	0.37	30.00	0.31	30.00	0.27	30.00	0.23	30.00
35.00	0.59	35.01	0.50	35.01	0.42	35.00	0.36	35.00
40.00	0.88	40.02	0.74	40.01	0.63	40.01	0.54	40.01
45.00	1.26	45.03	1.06	45.02	0.90	45.02	0.78	45.01
50.00	1.73	50.05	1.45	50.04	1.23	50.03	1.06	50.02
55.00	2.30	55.09	1.93	55.06	1.64	55.04	1.42	55.03
60.00	3.00	60.13	2.51	60.09	2.14	60.07	1.84	60.05
65.00	3.82	65.20	3.20	65.14	2.72	65.10	2.34	65.08
70.00	4.78	70.29	4.00	70.21	3.40	70.15	2.93	70.11
75.00	5.91	75.42	4.94	75.29	4.20	75.21	3.61	75.16
80.00	7.21	80.58	6.02	80.40	5.10	80.29	4.39	80.22
85.00	8.70	85.79	7.25	85.55	6.14	85.40	5.28	85.29
90.00	10.40	91.06	8.65	90.74	7.32	90.53	6.28	90.39
95.00	12.34	96.41	10.23	95.98	8.64	95.70	7.41	95.52
100.00	14.56	101.86	12.02	101.28	10.13	100.91	8.68	100.67
105.00	17.07	107.42	14.04	106.65	11.80	106.17	10.09	105.86
110.00		109.92	16.31	112.12	13.67	111.50	11.66	111.10
115.00			18.87	117.69	15.75	116.90	13.40	116.38
120.00				119.92	18.08	122.38	15.34	121.73
125.00					20.67	127.97	17.48	125.15
130.00						129.91	19.85	132.65
135.00							22.47	138.25
140.00								139.90



Rys. 2



Rys. 3

Podobnie, korzystając z rys. 3 otrzymamy:

$$\frac{\delta_y}{l_k - l_1} = \frac{y_2 - y_1}{l_2 - l_1} \Rightarrow \delta_y = \frac{(y_2 - y_1)(l_k - l_1)}{l_2 - l_1}$$

i ostatecznie

$$y_k = y_1 + \delta_y, \quad \text{gdzie } \delta_y \text{ - poprawka dla rzędnej} \tag{14}$$

Tak więc, w proponowanej metodzie wyznaczenie współrzędnych punktów klotoidalnej krzywej przejściowej sprowadza się, przy znanym parame-

trze a, do obliczenia wartości x_k, y_k ze wzoru (13) i (14) oraz wypisania odpowiednich kolumn z tablicy 1 z przedziału $\langle 0, x_1 \rangle$.

W ten sposób dla ustalonego a oraz l_k możemy określić współrzędne punktów i długości łuku na całym odcinku klotoidy.

Jeżeli $\alpha' = \gamma - 2\tau_k = 0$, to klotoida przechodzi w klotoidę symetryczną i przy pomocy podanej metody możemy wyznaczyć współrzędne punktów dla całego odcinka trasy drogowej położonego w łuku.

Natomiast jeżeli $\alpha' = \gamma - 2\tau_k > 0$, to pojawia się dodatkowo problem wyznaczenia współrzędnych punktów łuku kołowego o promieniu R, zawartego między łukami klotoidy.

3. Wyznaczanie współrzędnych prostokątnych punktów łuku kołowego zawartego miedzy dwoma klotoidalnymi krzywymi przejściowymi

Dla wyznaczania współrzędnych prostokątnych punktów łuku kołowego korzysta się na ogół z pracy [5]. W przypadku gdy odcinek drogi składa się z łuku klotoidy i łuku koła, wiąże się to z wprowadzeniem nowego układu odniesienia, którego początek pokrywa się z końcem krzywej przejściowej (kkp). Poniżej podana zostanie koncepcja wyznaczania współrzędnych, względem tego samego układu odniesienia, punktów leżących na odcinku trasy drogowej złożonym z łuku klotoidy i łuku koła.

Przyjmując układ odniesienia jak w punkcie 2, równanie okręgu przesuniętego (rys. 1) ma postać

$$(x - t)^2 + [y - (H + R)]^2 = R^2 \tag{15}$$

Zakładając, że kąt zwrotu trasy γ spełnia warunek

$$0 < \gamma < \frac{\pi}{2} \tag{16}$$

otrzymujemy w postaci wyraźnej równanie interesującej nas połowy okręgu

$$y = H + R + R\sqrt{1 - \frac{(x - t)^2}{R^2}}, \tag{17}$$

gdzie:

$$H = y_k - R(1 - \cos\tau_k) \tag{18}$$

$$t = x_k - R\sin\tau_k. \tag{19}$$

Przyjmując okrągłe wartości odciętej $x = x_n$ takie, że:

$$x_k < x_n = n.\Delta x < R + t, \text{ gdzie } n - \text{naturalne} \tag{20}$$

można ze związku (17) znaleźć odpowiadające im wartości y_n, czyli rzędne punktów leżących na łuku kołowym.

Łatwo wykazać, że dla $x = x_k$ ze związku (17) otrzymujemy $y = y_k$. Współrzędne końca krzywej przejściowej są równocześnie współrzędnymi początku efektywnie wykorzystanego łuku kołowego.

W ten sposób istnieje możliwość wyznaczania metodą ortogonalną punktów na odcinku trasy, złożonym z łuku klotoidy przechodzącej w łuk kołowy, wykorzystując ten sam układ odniesienia i utrzymując ten sam krok dla zmiany odciętej.

Dla jednolitego potraktowania klotoidy i łuku kołowego, ze względu na kilometraż (hektometraż) należy jeszcze podać sposób liczenia długości łuku kołowego.

Wiadomo, że długość łuku krzywej danej związkiem $y = f(x)$, gdzie f oznacza funkcję ciągłą wraz z jej pierwszą pochodną w przedziale $\langle a,b\rangle$ oblicza się ze związku:

$$\ell = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\,dx \tag{21}$$

Dla okręgu (17) i przedziału x_k, x po przekształceniach otrzymujemy:

$$\ell = \int_{x_k}^{x} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{(x-t)^2}{R^2}}} = R(\arcsin\frac{x-t}{R} - \tau_k). \tag{22}$$

Przyjmując za x wartości spełniające (20), ze związku (22) można znaleźć odpowiadające im wartości $ł_n$ długości łuku kołowego, liczone od końca krzywej przejściowej. Należy zwrócić uwagę, że suma:

$$l_k + ł_n \tag{23}$$

oznacza długość liczoną po krzywych, od początku krzywej przejściowej do danego punktu, leżącego już na łuku kołowym.

Realizacja przedstawionej koncepcji wiąże się jednak z poważnymi trudnościami rachunkowymi. Dlatego, zachowując przedstawiony wyżej tok postępowania, opracowano oryginalny program na maszynę cyfrową realizujący, dla danych R i a, następujące zadania:

- wyznaczenie wartości $l_k, x_k, y_k, \tau_k, t, H$
- dla zadanych wartości odciętej x_n, zależnych od przyjętego kroku, wyznaczenie długości łuku klotoidy l_n, wartości rzędnych y_n (punktów klotoidy, a następnie punktów łuku kołowego) oraz długości $ł_n$ łuku kołowego, mierzonych od końca krzywej przejściowej do danego punktu.

W programie przewidziano możliwość wprowadzenia dowolnego kroku dla zmiany promienia R, parametru klotoidy a oraz odciętej x.

Obliczenia wykonane w ośrodku obliczeniowym Kielecko-Radomskiej WSI w Kielcach na m.c. "Odra 1013". Zastosowano dokładność 0,0001 m dla procesu iteracyjnego oraz pełną dokładność dla pozostałych obliczeń.

Tablice współrzędnych punktów oraz długości łuków (klotoida, okrąg) wydrukowano (w rezultacie automatycznych zaokrągleń) z dwoma znakami po przecinku, czyli z dokładnością do 0,01 m.

Dla ilustracji niniejszej pracy zestawiono tablicę 2, dla R = 400 i a = 150 oraz 200 m, przy kroku Δx = 10,00 m.

Tablicowane wartości, związane z końcem krzywej przejściowej początkiem łuku kołowego ujęto - dla wyróżnienia - w ramki.

4. Uwagi końcowe i wnioski

1. Metoda wyznaczania współrzędnych punktów klotoidy przy znanym parametrze a, przedstawiona w punkcie 2 eliminuje wszelkie prace rachunkowe, a tym samym zmniejsza prawdopodobieństwo pomyłek.

Tablica 2

Tablica współrzędnych punktów klotoidy i łuku kołowego oraz długości łuku klotoidy, łuku kołowego i ich sum

a = 150					a = 200				
τ_k = 0,0700 t = 28,12 H = 0,33					τ_k = 0,1250 t = 49,97 H = 1,04				
x	y	l	ł	l+ł	x	y	l	ł	l+ł
0.00	0.00	0.00	-	-	0.00	0.00	0.00	-	-
10.00	0.01	10.00	-	-	10.00	0.00	10.00	-	-
20.00	0.06	20.00	-	-	20.00	0.03	20.00	-	-
30.00	0.20	30.00	-	-	30.00	0.11	30.00	-	-
40.00	0.47	40.01	-	-	40.00	0.27	40.00	-	-
50.00	0.93	50.02	-	-	50.00	0.52	50.00	-	-
					60.00	0.90	60.01	-	-
56.22	1.32	56.25	-0.00	56.25	70.00	1.43	70.03	-	-
					80.00	2.14	80.05	-	-
60.00	1.60	-	3.79	60.04	90.00	3.04	90.09	-	-
70.00	2.53	-	13.83	70.08					
80.00	3.71	-	23.90	80.15	99.84	4.16	100.00	0. 00	100.00
90.00	5.14	-	34.00	90.25					
100.00	6.84	-	44.15	100.40	100.00	4.18	-	0.16	100.16
110.00	8.80	-	54.34	110.59	110.00	5.57	-	10.25	110.25
120.00	11.02	-	64.58	120.83	120.00	7.22	-	20.39	120.39
130.00	13.52	-	74.89	131.14	130.00	9.13	-	30.57	130.57
140.00	16.29	-	85.27	141.52	140.00	11.30	-	40.80	140.80
150.00	19.35	-	95.72	151.97	150.00	13.75	-	51.10	151.10
160.00	22.70	-	106.27	162.52	160.00	16.47	-	61.46	161.46
170.00	26.34	-	116.91	173.16	170.00	19.47	-	71.90	171.90
180.00	30.29	-	127.66	183.91	180.00	22.76	-	82.43	182.43
190.00	34.55	-	138.53	194.78	190.00	26.35	-	93.06	193.06
200.00	39.14	-	149.54	205.79	200.00	30.24	-	103.79	203.79
210.00	44.07	-	160.69	216.94	210.00	34.45	-	114.64	214.64
220.00	49.36	-	172.00	228.25	220.00	38.98	-	125.61	225.61
230.00	55.01	-	183.49	239.74	230.00	43.84	-	136.74	236.74
240.00	61.06	-	195.17	251.42	240.00	49.06	-	148.02	248.02
250.00	67.51	-	207.08	263.33	250.00	54.65	-	159.47	259.47
260.00	74.40	-	219.22	275.47	260.00	60.62	-	171.12	271.12
270.00	81.75	-	231.63	287.88	270.00	66.99	-	182.98	282.98
280.00	89.59	-	244.34	300.59	280.00	73.80	-	195.07	295.07
290.00	97.97	-	257.39	313.64	290.00	81.06	-	207.43	307.43
300.00	106.93	-	270.82	327.07	300.00	88.81	-	220.09	320.09
310.00	116.53	-	284.67	340.92	310.00	97.09	-	233.07	333.07
320.00	126.82	-	299.03	355.28	320.00	105.94	-	246.42	346.42
330.00	137.90	-	313.95	370.20	330.00	115.41	-	260.20	360.20
340.00	149.87	-	329.55	385.80	340.00	125.57	-	274.45	374.45
350.00	162.86	-	345.94	402.19	350.00	136.50	-	289.26	389.26
360.00	177.05	-	363.30	419.55	360.00	148.29	-	304.73	404.73
370.00	192.68	-	381.86	438.11	370.00	161.08	-	320.96	420.96
380.00	210.12	-	401.97	458.22	380.00	175.03	-	338.13	438.13
390.00	229.91	-	424.14	480.39	390.00	190.37	-	356.44	456.44
400.00	253.00	-	449.31	505.56	400.00	207.44	-	376.23	476.23
410.00	281.30	-	479.33	535.58	410.00	226.74	-	397.97	497.97
320.00	320.14	-	519.46	575.71	420.00	249.12	-	422.48	522.48
					430.00	276.22	-	451.38	551.38
					440.00	312.27	-	488.81	588.81

Uwaga:
Wartości R,a,t,H,y,l,ł podano w metrach, τ_k w rad. Wartości ujęte w ramki dotyczą końca krzywej przejściowej

2. Tablica współrzędnych i długości łuku klotoidy o danym parametrze a może być wykorzystana do wyznaczenia punktów pośrednich krzywej przejściowej dla dowolnego promienia R, czyniącego zadość jedynie warunkowi $a \leqslant R \leqslant 3a$. Ma to istotne znaczenie w przypadku tyczenia nie tylko osi, ale również obu krawędzi jezdni.
3. Operowanie "okrągłymi" wartościami odciętej x ułatwia znacznie tyczenie punktów krzywej w terenie.
4. Można wskazać szereg przesłanek świadczących o tym, że rozdzielanie zagadnienia wyznaczania współrzędnych punktów leżących na klotoidzie i na łuku kołowym jest niekorzystne. Operowanie jednym układem współrzędnych stanowi istotne uproszczenie, szczególnie dla łuków o małych promieniach.
5. Posługiwanie się metodą i tablicami omówionymi w punkcie 3 ogranicza projektanta do stosowania takich wartości promieni i parametru, jakie zawarte są w tablicach.
6. Posługiwanie się interpolacją liniową przy wyznaczaniu wartości pośrednich nie powoduje przekroczenia odchyłek dopuszczalnych w praktyce budownictwa drogowego. Dotyczy to obu rodzajów tablic zaprezentowanych w niniejszym opracowaniu.

LITERATURA

1. Datka S. - Kryteria doboru parametrów klotoidalnych krzywych przejściowych. Drogownictwo nr 8/1967.
2. Lewinowski Cz. - Dobór wielkości parametru krzywej przejściowej o kształcie klotoidy za pomocą nomogramu. Drogownictwo nr 4/1971.
3. Lewinowski Cz., Trylski Zdz. - Uproszczona metoda wyznaczania punktów klotoidalnej krzywej przejściowej. Praca oddana do druku.
4. Lewinowski Cz., Trylski Z. - Projektowanie klotoidalnych krzywych przejściowych wraz z tablicami do określania współrzędnych punktów pośrednich. Praca oddana do druku.
5. Lipiński M. - Tablice do tyczenia krzywych - Część I, łuki kołowe. Państw. Przeds. Wydawn. Kartograficznych. Warszawa 1969.
6. Lipiński M. - Tablice do tyczenia krzywych - część II, Klotoida. Państw. Przeds. Wydawn. Kartograficznych. Warszawa 1969.

7. Mrozowski W. - Projektowanie dróg i ulic. Wytyczne normatywne. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności. Warszawa 1968.

8. Trylski Z. - Wyznaczanie punktów osi drogi na odcinku złożonym z krzywej przejściowej i łuku kołowego. Praca złożona do druku.

9. Praca zbiorowa - Podręcznik drogowy. Wydawnictwa Komunikacyjne. Tom I, Warszawa 1952. Tom II, Warszawa 1954.

ПРОСТЕЙШИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАССЫ ДОРОГИ НА ЧАСТИ РАСПОЛОЖЕНОЙ НА ДУГЕ

Р е з ю м е

В работе представлено идею упрощения применяемых метод определения метод точек трассы дороги на части составленой из кривой переходной (клотоиды) и круговой дуги.

Описано способы отдельного и совместного трактования такой части трассы, с сохранением этой же самой прямоугольной координатной системы.

Приведено таблицы связаны с соответствующими методами определения координат промежуточных точек, длины дуги клотоиды и длины круговой дуги в месте с их суммами.

Эти простейшие методы иллюстрировано числовым примером.

POSSIBILITIES OF SIMPLIFYING THE METHODS OF ASSIGNING THE HIGHWAY LOCATION ON THE STRETCHES SITUATED IN THE ARC

S u m m a r y

The conception of simplifying the existing methods of assigning the highway location points on the stretch that consists of the clothoidal easement curve and of the circular arc was presented in this work.

There was desribed the procedure of separate and combiend handling such a route stretch keeping the same rectangular coordinate system.

The adequate tables for assigning the intermediate points coordinates, the clothoide arc length, the circular arc length and their sums were inserted

The simplified methods were illustrated by the numerical example.