ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: BUDOWNICTWO z. 29 Nr kol. 346

Karol Malcharek

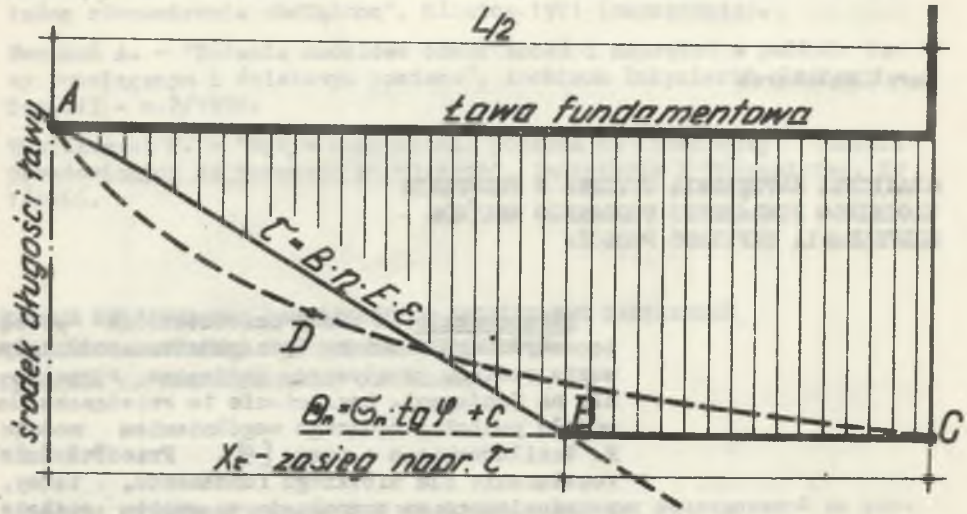
GRANICZNE NAPRĘŻENIA STYCZNE W PODSTAWIE WIOTKIEGO FUNDAMENTU PODDANEGO WPŁYWOM ROZPEŁZANIA SYPKIEGO PODŁOŻA

Streszczenie. W pracy przedstawiono próbę teoretycznego rozwiązania zagadnienia oddziaływania podłoża gruntowego, poddanego rozpełzaniu na fundament. Zagadnienie to rozwiązano dla modelu podłoża, będącego uogólnieniem modelu F. Wasilkowskiego z pracy [9]. Przedstawiono rozwiązanie dla wiotkiego fundamentu, taśmy, posadowionego na rozpełzającym sypkim podłożu (piasku).

1. Wprowadzenie

Rozpełzanie podłoża wywołuje naprężenia styczne wzdłuż podstawy fundamentu. Rosną one od zera pod środkiem fundamentu do wartości ograniczonej wytrzymałością gruntu na ścinanie, określaną prawem Coulomba $\tau = c + \sigma \cdot tg\varphi$. W pracy [9] przedstawiono równanie krzywej wzrostu. Ma ono postać $\tau = B \cdot \eta \cdot E \cdot \varepsilon$. W tym ujęciu rozkład naprężeń stycznych τ ilustrowany jest wykresem (rys. 1). Ze wzrostem rozpełzania ε punkt B przesuwa się ku środkowi fundamentu. Z drugiej strony wzrost ε oznacza zbliżanie do stanu granicznego podłoża. Wynikałoby więc, że w stanie granicznym lub dostatecznie blisko niego trapezowy wykres naprężeń τ zbliża się do prostokątnego, a siła rozrywająca fundament osiąga wartość wynikającą z założeń tarcia zewnętrznego, a więc największą z możliwych. Tymczasem publikowane są informacje [1],[5], że w rzeczywistości siła rozrywająca ma wartości znacznie mniejsze.

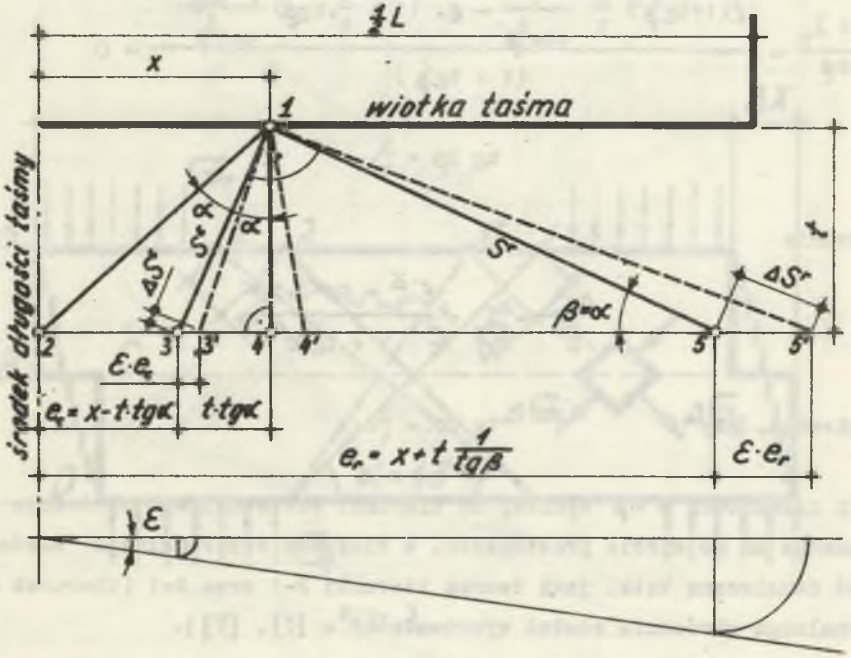
W pracy przedstawiono, że w stanie granicznych podłoża można prostą CB (rys. 1) zastąpić pewną krzywą CD, która wyznacza mniejsze wartości naprężeń τ.



Rys. 1

2. Analiza odkształceń

W badaniach modelowych [3] zarysowuje się wyraźnie istnienie warstwy amortyzującej o pewnej przeciętnej grubości t (rys. 2), zakładanej w [8] i [9]. Oznacza to, że obecność fundamentu nie powoduje żadnych zakłóceń w odkształcaniu się podłoża poniżej linii 2-5. Ze wspomnianych badań modelowych wynika również, że jedynie na niewielkich długościach przed końcami fundamentu piasek w warstewce kontaktowej przesuwa się względem fundamentu. Między innymi, tzn. w środkowej części fundamentu piasek jest jak gdyby sczepiony z fundamentem. W tej części odcięta x wyznacza punkt na ławie fundamentu i zarazem punkt podłoża oznaczony przez 1 na rys. 2. Na linii ograniczającej warstwę amortyzującą istnieją następujące punkty szczególne: Punkt 2, którego odległość 2-1 nie zmienia się ze wzrostem ε, a tym samym jednostkowy przyrost długości ma wartość zerową. Punkt 4, którego odległość 4-1, a tym samym jednostkowy przyrost tej odległości wzrasta bardzo powoli ze wzrostem ε, co wynika z prostopadłości kierunków, a ma wartość zerową przy każdej ε, jeżeli odrzucić wielkości małe drugiego rzędu.



Rys. 2

Punkt 6 położony dostatecznie daleko, w którym jednostkowy przyrost odległości 6-1 dąży do wartości ε, a więc do wartości stałej przy obranej wartości ε. Jednostkowe przyrosty odległości 3-1 oraz 5-1 punktów pośrednich 3 oraz 5 od punktu 1, są wielkościami zmiennymi w dowolnie obranym stanie rozpełzania ε. Osiągają ekstrema. Ich położenie wynika z następujących obliczeń:

$$\frac{\Delta s^r}{s^r} = \lambda_r = \frac{\varepsilon\left(\frac{x}{t} + \frac{t}{tg\beta}\right).tg\beta}{1 + tg^2\beta} \qquad (1)$$

ekstremum, gdy

$$\frac{d\lambda_r}{d\beta} = \frac{\varepsilon(1+tg^2\beta)\,\frac{x}{t}\,\frac{1}{\cos^2\beta} - \varepsilon\cdot\left(1+\frac{x}{t}\cdot tg\beta\right)\frac{2\,tg\beta}{\cos^2\beta}}{(1+tg^2\beta)} = 0$$

$$tg\,2\beta = \frac{x}{t}. \tag{2}$$

Podobnie

$$\frac{\Delta s^c}{s^c} = \lambda_c = \frac{\varepsilon\left(\frac{x}{t} - tg\alpha\right)\cdot tg\alpha}{1+tg^2\alpha} \tag{3}$$

ekstremum, gdy $$tg\,2\alpha = \frac{x}{t}. \tag{4}$$

Z zależności $\alpha = \beta$ wynika, że kierunki ekstremalnego skrócenia i wydłużenia są do siebie prostopadłe, a kierunek ekstremalnego skrócenia jest dwusieczną kąta, jaki tworzą kierunki 2-1 oraz 4-1 (kierunek ekstremalnego skrócenia został wyprowadzony w [2], [9]).

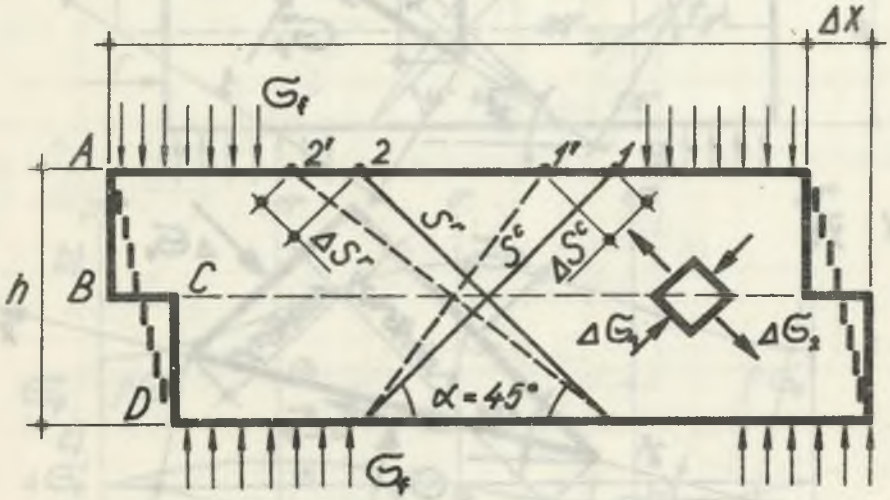
3. Odkształcenia, naprężenia oraz interpretacja wyników ścinania w aparacie skrzynkowym

Nie dostrzeżono istotnych różnic w wynikach ścinania piasku w aparacie skrzynkowym (obrys ABCD na rys. 3) i w aparacie wielociętym (obrys AD na rys. 3). To ostatnie zaś jest bardzo podobne w przebiegu odkształcenia do tego, jakie ma miejsce w warstwie amortyzującej. Można więc przyjąć, że również w obu wymienionych aparatach laboratoryjnych istnieją kierunki ekstremalnego skrócenia i wydłużenia, które są do siebie prostopadłe i nachylone pod kątem 45° do podstawy. To ostatnie wynika z zależności:

$$\lambda_c = \frac{\Delta s^c}{s^c} = \frac{\Delta x}{h}\,\frac{tg\alpha}{1+tg^2\alpha} \tag{5}$$

ekstremum, gdy

$$\frac{d\lambda_c}{d\alpha} = 0, \text{ czyli gdy } \alpha = 45^\circ \pm n \cdot \frac{\pi}{2} \tag{6}$$



Rys. 3

Można również przyjąć, że na tych kierunkach wystąpią największe przyrosty naprężeń $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$ (rys. 3), które będą głównymi.

Z warunków równowagi sił na dowolnej płaszczyźnie nachylonej pod kątem γ do podstawy (rys. 4) otrzymuje się:

- naprężenie pierwotne

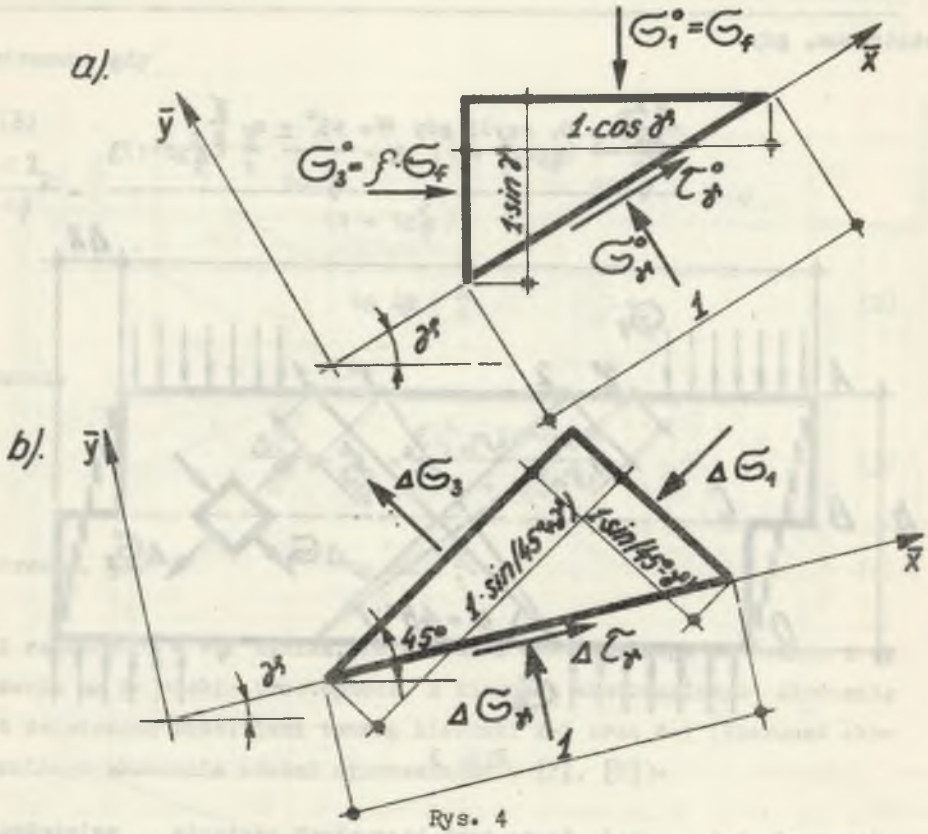
$$\tau^{\circ}_{\gamma} = \sigma_f \cdot (1-\xi) \cdot \sin\gamma \cdot \cos\gamma \tag{7}$$

$$\sigma^{\circ}_{\gamma} = \sigma_f \cdot (\cos^2\gamma + \xi \cdot \sin^2\gamma) \tag{8}$$

- naprężenia dodatkowe wywołane ścinaniem

$$\Delta\dot{\tau}_{\gamma} = 2 \cdot \tau \cdot \sin(45^\circ - \gamma) \cdot \sin(45^\circ + \gamma) \tag{9}$$

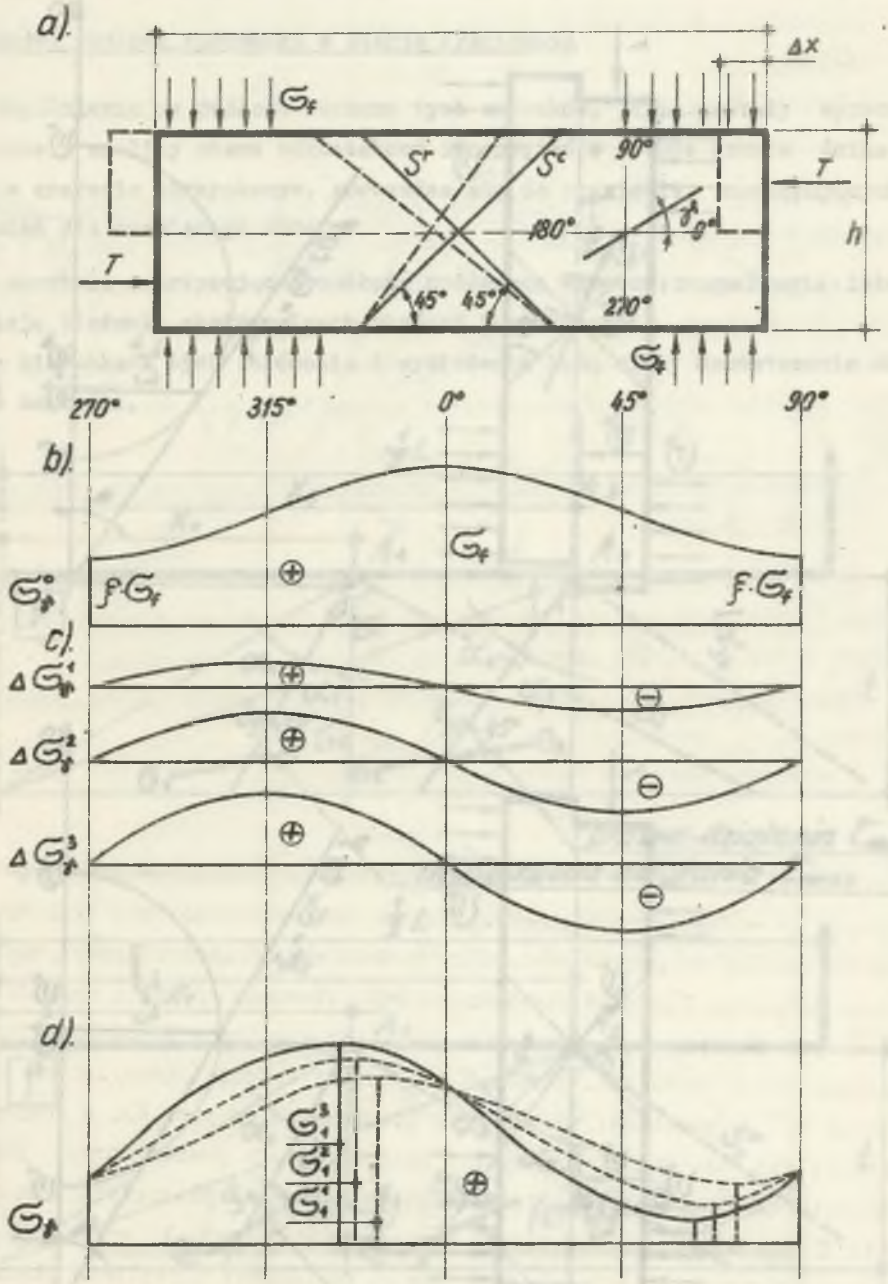
$$\Delta\sigma_{\gamma} = \tau \cdot \left[\sin^2(45^\circ - \gamma) - \sin(45^\circ + \gamma)\right]. \tag{10}$$



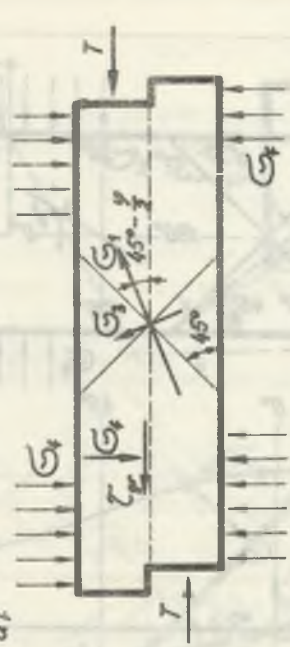
Rys. 4

Graficzną ilustracją wzrostu naprężeń głównych pierwotnych i dodatkowych ze wzrostem przesunięcia Δx przedstawiono na rys. 5. Z wykresu 5d wynika, że przy dostatecznie dużych wartościach naprężeń dodatkowych $\Delta\sigma_\gamma$ wobec naprężeń pierwotnych σ_γ^0 kierunki głównych naprężeń całkowitych σ_1, σ_3 mogą przyjąć co najwyżej graniczne położenie, pokrywające się z kierunkami głównych przyrostów naprężeń nachylonych pod kątem 45° do podstawy. Kierunki te pokazane są na rys. 6a, a naprężenia na rys. 6b. Kąt φ otrzymywany bezpośrednio z pomiaru przy pomocy aparatu skrzynkowego jest jedynie kątem tarcia na płaszczyźnie działania τ_{max}. A dopiero kąt tarcia wewnętrznego ϱ (rys. 7) wprowadza warunek granicznej równowagi. Wyznacza on bowiem kąt nachylenia płaszczyzny poślizgu, na której stosunek $\frac{\tau}{\sigma}$ osiąga maksimum.

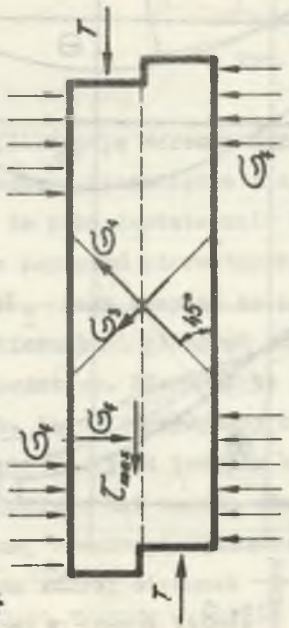
Między kątami φ oraz ϱ istnieje znana zależność $\sin\varrho = \mathrm{tg}\varphi$.

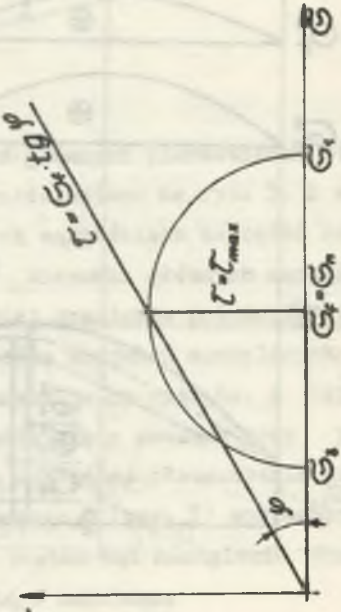


Rys. 5



Rys. 7



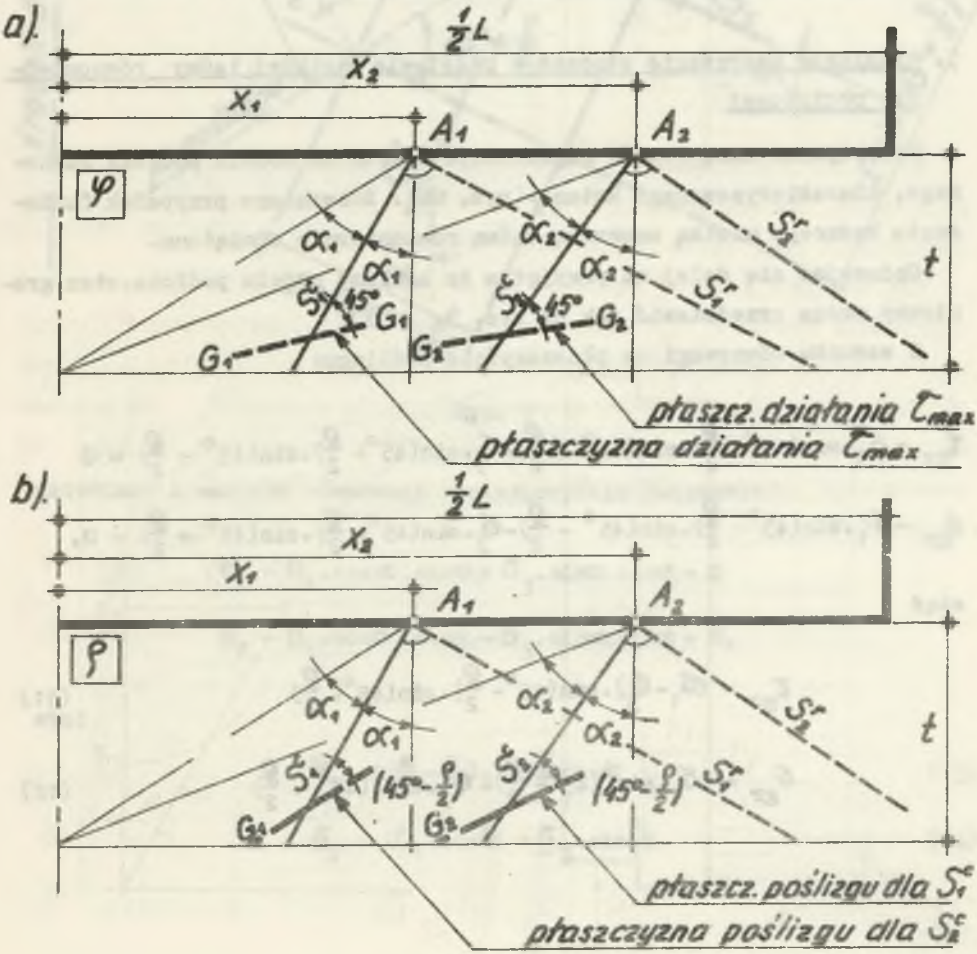


Rys. 6

4. Model podłoża ruchomego w stanie granicznym

Uogólnienie na podłoże ruchome tych wniosków, jakie zostały wyprowadzone z analizy stanu odkształceń i naprężeń w próbce gruntu ścinanej w aparacie skrzynkowym, sprowadza się do przyjęcia następujących założeń dla omawianego modelu:

- w warstwie amortyzującej podłoża poddanego wpływom rozpełzania istnieją kierunki ekstremalnych skróceń i wydłużeń,
- na kierunkach tych skrócenia i wydłużenia będą miały dostatecznie duże wartości,



Rys. 8

- przyrosty naprężeń na kierunkach ekstremalnych skróceń i wydłużeń będą głównymi,
- również w stanie granicznym naprężenia główne będą działały w kierunkach ekstremalnych skróceń i wydłużeń.

Założenia te, łącznie z przedstawioną w p.3 interpretacją wyników ścinania gruntu w aparacie skrzynkowym, stwarzają model podłoża w stanie granicznym. Model ten przedstawiono na rys. 8 w dwu odwzorowaniach. Rys. 8a obrazuje model podłoża, poddanego wpływom rozpełzania, scharakteryzowanego za pomocą kąta φ. Natomiast rys. 8b - model tego samego podłoża scharakteryzowanego za pomocą kąta ϱ.

5. Graniczne naprężenie styczne w podstawie wiotkiej taśmy równomiernie obciążonej

Teoretyczne opracowanie zagadnienia oparto na modelu podłoża ruchomego, charakteryzowanego kątem ϱ (rys. 8b). Rozwiązano przypadek fundamentu będącego wiotką szorstką taśmą równomiernie obciążoną.

Opierając się dalej na przyjętym do analizy modelu podłoża, stan graniczny można przedstawić jak na rys. 9.

Z warunku równowagi na płaszczyźnie poślizgu:

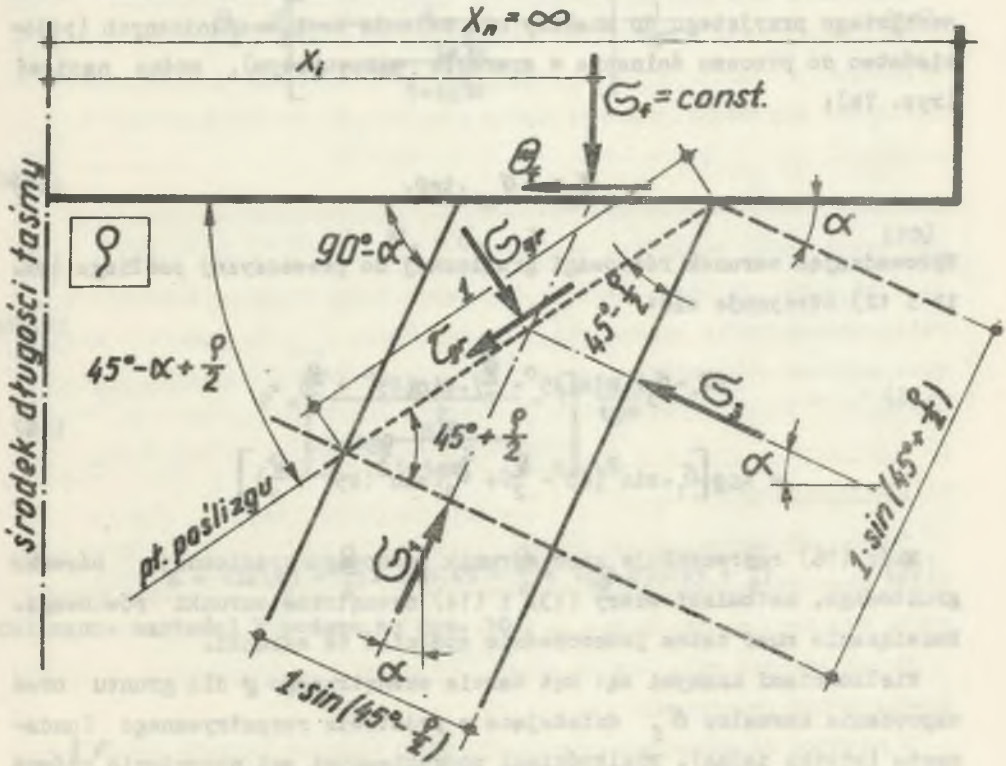
$$\tau_{gr} - \sigma_1 \cdot \sin(45^\circ - \frac{\varrho}{2}) \cdot \sin(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) + \sigma_3 \cdot \sin(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) \cdot \sin(45^\circ - \frac{\varrho}{2}) = 0$$

$$\sigma_{gr} - \sigma_1 \cdot \sin(45^\circ - \frac{\varrho}{2}) \cdot \sin(45^\circ - \frac{\varrho}{2}) - \sigma_3 \cdot \sin(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) \cdot \sin(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) = 0,$$

stąd

$$\tau_{gr} = (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin(45^\circ - \frac{\varrho}{2}) \cdot \sin(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) \tag{11}$$

$$\sigma_{gr} = \sigma_1 \cdot \sin^2(45^\circ - \frac{\varrho}{2}) + \sigma_3 \cdot \sin^2(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) \tag{12}$$



Rys. 9

natomiast z warunku równowagi w płaszczyźnie podstawy:

$$\theta_f - \sigma_1 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha + \sigma_3 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0$$

$$\sigma_f - \sigma_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha - \sigma_3 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\alpha = 0,$$

stąd

$$\theta_f = (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \tag{13}$$

$$\sigma_f = (\sigma_1 \cdot \cos^2\alpha + \sigma_3 \cdot \sin^2\alpha. \tag{14}$$

Wychodząc dalej z założenia, że grunt rozpełzającego podłoża piaszczystego przyjętego do analizy nie zmienia cech mechanicznych (podobieństwo do procesu ścinania w aparacie skrzynkowym), można napisać (rys. 7b):

$$\tau_{gr} = \sigma_{gr} \cdot \mathrm{tg}\varrho. \tag{15}$$

Wprowadzając warunek równowagi granicznej do płaszczyzny poślizgu (wz. 11 i 12) otrzymuje się:

$$\begin{aligned}(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin(45^\circ - \tfrac{\varrho}{2}) \cdot \sin(45^\circ + \tfrac{\varrho}{2}) &= \\ = \mathrm{tg}\varrho\left[\sigma_1 \cdot \sin^2(45^\circ - \tfrac{\varrho}{2}) + \sigma_3 \cdot \sin^2(45^\circ + \tfrac{\varrho}{2})\right]\end{aligned} \tag{16}$$

Wzór (16) reprezentuje więc warunek równowagi granicznej ośrodka gruntowego, natomiast wzory (13) i (14) zewnętrzne warunki równowagi. Rozwiązanie musi zatem jednocześnie spełniać te warunki.

Wielkościami znanymi są: kąt tarcia wewnętrznego ϱ dla gruntu oraz naprężenie normalne σ_f działające w podstawie rozpatrywanego fundamentu (wiotka taśma). Wielkościami poszukiwanymi są: naprężenia główne σ_1 i σ_3 w podłożu gruntowym, oraz naprężenia styczne Θ_f działające na podstawę fundamentu. Rozwiązanie zagadnienia sprowadza się więc do rozwiązania układu trzech równań (wz. 13, 14 i 16). Rozwiązanie to można przedstawić w postaci:

$$\sigma_1 = \sigma_f \cdot \frac{A}{A - \mathrm{tg}\varrho \cdot \dfrac{\mathrm{tg}^2\alpha}{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}} \tag{17}$$

$$\sigma_3 = \sigma_f \left[\frac{1+\mathrm{tg}^2\alpha}{\mathrm{tg}^2\alpha} - \frac{A}{A - \mathrm{tg}\varrho \cdot \dfrac{\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}} \quad \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha} \right] \tag{18}$$

$$\Theta_f = \sigma_f \left[\frac{A}{A - \operatorname{tg}\varrho \frac{\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} - 1 \right] \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \tag{19}$$

lub

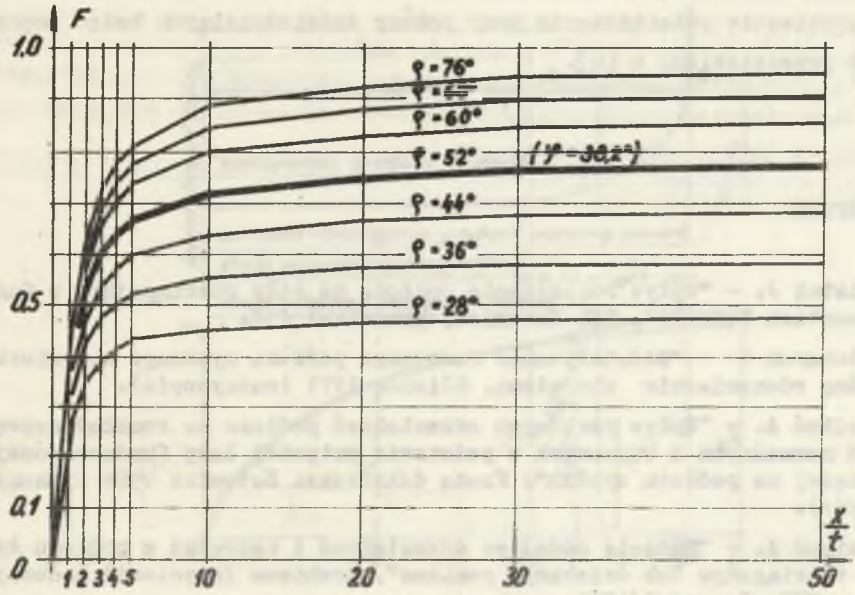
$$\Theta_f = \sigma_f \cdot F \tag{20}$$

gdzie:

$$F = \left[\frac{A}{A - \operatorname{tg}\varrho \frac{\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha^2}} - 1 \right] \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \tag{21}$$

$$A = \sin(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) \cdot \sin(45^\circ - \frac{\varrho}{2}) + \operatorname{tg}\varrho \cdot \sin(45^\circ + \frac{\varrho}{2}) \tag{22}$$

Obliczone wartości F podano na rys. 10.



Rys. 10

Graniczne naprężenie styczne Θ_f jest zmienne na długości fundamentu. Zbliża się do wartości równej wytrzymałości gruntu na ścinanie, obliczanej ze wzoru $\tau_{gr} = \sigma_g \cdot tg\varphi$, gdy $\frac{x}{t} \to \infty$. Jednak z dokładnością dostateczną dla celów praktyki można przyjmować, że wytrzymałość ta jest osiągana, gdy $\frac{x}{t} \geqslant 20$.

6. Zakres stosowalności teorii

Zależność (20) wyprowadzono dla taśmy nieskończenie długiej. W pobliżu końców taśmy skończonej długości (poza x_{max} ma rys. 11) występują zakłócenia. Na podstawie wyników prac doświadczalnych [4] można przyjmować rozkład naprężeń w strefie końcowej według rys. 12.

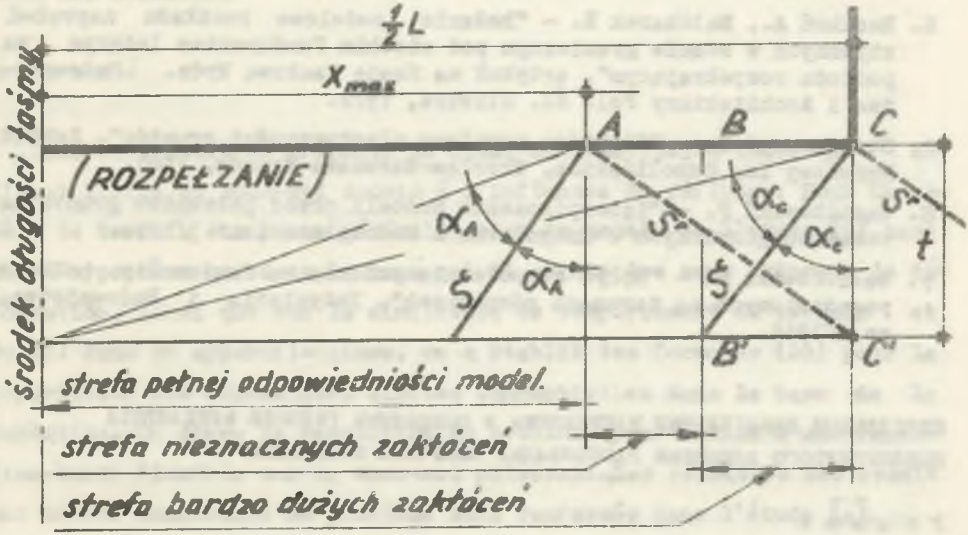
7. Uwagi końcowe

Założenia dotyczące interpretacji wyników ścinania w aparacie skrzynkowym przy zastosowaniu ich do konkretnego procesu swobodnego odkształcania się podłoża są oparte na analizie odkształceń próbki ścinanej w aparacie skrzynkowym. Wyniki pracy [7] zdają się potwierdzać prawidłowość tej interpretacji.

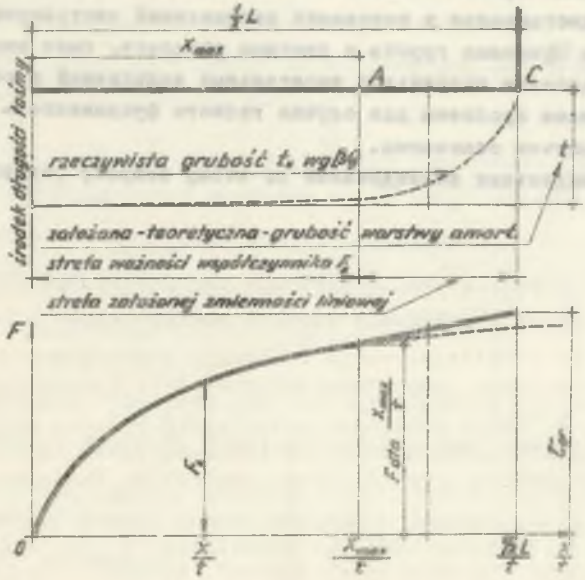
Poszukiwanie potwierdzenia przy pomocy doświadczalnych badań modelowych przedstawiono w [6].

LITERATURA

1. Kwiatek J. - "Wpływ rozpełzania podłoża na siły rozciągające w fundamentach budowli", GIG Katowice, Komunikat 430.
2. Malcharek K. - "Oddziaływanie ruchomego podłoża sypkiego na wiotką taśmę równomiernie obciążoną. Gliwice 1971 (maszynopis).
3. Rosikoń A. - "Wpływ poziomych odkształceń podłoża na rozkład naprężeń normalnych i stycznych w podstawie sztywnej ławy fundamentowej, leżącej na podłożu sypkim". Praca doktorska. Katowice 1964 (maszynopis).
4. Rosikoń A. - "Badania modelowe odkształceń i naprężeń w podłożu ławy rozciąganym lub ściskanym poziomo", Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom. XVI, Zeszyt 2/1970.


½L
X_{max}
środek długości taśmy
A
B
C
(ROZPEŁZANIE)
α_A
α_c
ξ
t
B'
C'
strefa pełnej odpowiedniości model.
strefa nieznacznych zakłóceń
strefa bardzo dużych zakłóceń

Rys. 11


½L
X_{max}
A
C
środek długości taśmy
rzeczywista grubość t, wg(β)
założona-teoretyczna-grubość warstwy amort.
strefa ważności współczynnika F_0
strefa założonej zmienności liniowej
F
0

Rys. 12

5. Rosikoń A. - "O wpływie podłoża ruchomego na budynki w świetle wykonanych badań modelowych i w naturze". Ochrona Terenów Górniczych nr 12/1970.

6. Rosikoń A., Malcharek K. - "Badania modelowe rozkładu naprężeń stycznych w stanie granicznym pod wiotkim fundamentem leżącym na podłożu rozpełzającym", artykuł na Sesję Naukową Wydz. Budownictwa i Architektury Pol. Śl. Gliwice, 1972.

7. Stroganow A.S. - "Niektóre problemy plastyczności gruntów". Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław-Warszawa-Kraków, 1967.

8. Wasilkowski F. - "Zabezpieczenie budowli przed pełzaniem gruntu na terenach górniczych". Inżynieria i Budownictwo, nr 3/1954.

9. Wasilkowski F. - "Wpływ rozpełzania podłoża na fundamenty budowli posadowionych na terenach górniczych". Inżynieria i Budownictwo, nr 7/1966.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ОСНОВАНИИ ГИБКОГО ФУНДАМЕНТА ПОДВЕРГНУТОГО ВЛИЯНИЯМ РАСПОЛЗАНИЯ СЫПУЧЕГО ОСНОВАНИЯ

Р е з ю м е

В работе приведена попытка теоретического описания предельного состояния грунтового основания, подвергнутого влияниям расползания. Для принятой модели основания, являющейся обобщением модели [9], основанной на предпосылке существования в основании направлений экстремума деформаций а также подобия к бреванию грунта в ящичном аппарате, была выведена формула [20] на распределение предельных касательных напряжений в основании фундамента. Была решена проблема для случая гибкого фундамента - ленты, расположенного на сыпучем основании.

Результаты модельных исследований по этому вопросу содержатся в работе [6].

CONTRAINTES LIMITES TANGENTIELLES DANS LA BASE D'UNE FONDATION FLEXIBLES SOUMISE A L'INFLUENCE DEFLUAGE D'UN SOUS-SOL PULVERANT

R é s u m é

Dans ce travail on présente un essai de desceiption théorique de l'état limite du sous-sol soumis á l'influence du défluage. Pour un modèle de terrain étant une généralisation du modèle de l'étude [9], basé sur l'hypothèse que dans le sous-sol il existe des sens extremum de déformation, ainsi que sur la similitude de comportement du terrain et du sol dans un appareil-caisse, on a établit des formules (20) pour la répartition des contraintes limites tangentielles dans la base de la fondation. On donne la résolution du problème pour le cas d'une fondation-bande flexible sur un sous-sol pulvérant. Les résultats des essais sur modèle concernant ce problème sont renfermés dans l'étude [6].