

Konrad WOJCIECHOWSKI, Stanisław WALUS

Instytut Automatyki

Politechniki Śląskiej w Gliwicach

POMIARY WIELOKROTNE PRZY NIEPEWNOŚCI O MODELU OGRANICZONYM

Streszczenie. W pracy przedstawiono model procesu pomiarowego z wykorzystaniem teorii zbiorów. Podano ogólny algorytm wyznaczania wielkości mierzonej dla przyjętego modelu niepewności typu zbiorowego oraz algorytm dla zbiorów elipsoidalnych. Rozwiązane przykłady potwierdzają użyteczność przedstawionego podejścia dla różnych modeli procesu pomiarowego.

1. WPROWADZENIE

Wielokrotne powtarzanie pomiaru jest typowym zabiegiem techniki pomiarowej mającym na celu zwiększenie dokładności pomiaru. W pracy mówi się o pomiarach powtarzanych w ustalonych chwilach czasu, stąd również używa się sformułowania "dyskretny proces pomiarowy" lub terminu "ciąg pomiarów".

Celem wykonywanych pomiarów w znaczeniu używanym w pracy jest określenie zmiennej niepewnej charakteryzującej mierzoną wielkość, odpowiednio do całej posiadanej w chwili bieżącej informacji. Na informację tę składa się: i) informacja apriori określająca modele: niepewności, zmiennej mierzonej i przyrządu pomiarowego oraz ii) informacja bieżąca, na którą składają się wyniki pomiarów otrzymane do chwili bieżącej. Dalej informacja apriori będzie nazywana modelem M procesu pomiarowego.

W praktycznym rozumieniu zadania pomiarowego wynikiem pomiaru (ciągu pomiarów) jest wielkość deterministyczna, najczęściej wybrany parametr zmiennej niepewnej, która jest wynikiem pomiaru (ciągu pomiarów) w rozumieniu pracy. Łatwo zauważyć, że praktyczne sformułowanie zadania pomiarowego jest wtórne. Najpierw należy bowiem wyznaczyć zmienną niepewną, a dopiero później można wybrać jej pewien deterministyczny parametr i traktować go jako umowną wartość mierzonej wielkości. Warto zaznaczyć, że w układach pomiarowych występujących np. w złożonych systemach sterowania może w ogóle nie występować etap wyboru parametru zmiennej niepewnej. Sterowanie w nich jest bowiem zależne od "całej" zmiennej niepewnej charakteryzującej mierzoną wielkość.

Z praktycznego punktu widzenia rozważania i podejście stosowane w pracy jest istotne przy pomiarach wielkości wektorowych, w których występuje

zależność pomiędzy składowymi. Przykładem mogą być pomiary współrzędnych położenia obiektów ruchomych, składowych trójwymiarowego pola prędkości płynu. Zastosowanie wyników rozważań do pomiarów wielkości skalarnych ma głównie aspekt ilustracyjny. Rozważania przedstawił w pracy różnią się od innych ([3], [4]) głównie przyjętym modelem niepewności, różnym od powszechnie stosowanego w zagadnieniach metrologicznych modelu losowego [2], [5], [6], [8].

Model niepewności przyjęty w pracy jest modelem zbiorowym, tj. charakterystyką zmiennej niepewnej jest ustalony zbiór. Taki model jest w wielu przypadkach bardziej realny a przede wszystkim łatwiejszy do identyfikacji i weryfikacji. Należy podkreślić, że nie jest on równoważny modelowi losowemu o tzw. rozkładzie jednostajnym, bowiem suma dwóch zmiennych losowych, każda o rozkładzie jednostajnym, nie daje zmiennej losowej o rozkładzie jednostajnym. Zmienna niepewna reprezentująca wielkość mierzona jest w pracy wyznaczana w trybie rekurencyjnym, tj. każdy kolejny pomiar powoduje modyfikację zmiennej niepewnej wyznaczonej na podstawie dotychczas posiadanych pomiarów. W tym zakresie struktura wyniku jest analogiczna jak w problemie filtracji [4].

2. MODEL PROCESU POMIAROWEGO

Jak już zaznaczono we wprowadzeniu, na model procesu pomiarowego składają się: model niepewności, model zmiennej mierzonej i model przyrządu pomiarowego. W pracy powyższe modele przyjmuje się w następującej postaci:

Model niepewności

Niech \tilde{x} będzie zmienną niepewną. Jeżeli zmienna ta może być charakteryzowana jednoznacznie przez podanie pewnego zbioru X mówimy, że jest to zmienna niepewna o modelu zbiorowym:

$$\tilde{x} \hat{=} X = \{x(t) : t \in T, x(t) \in R^n\}$$

Dla zastosowań ważny jest wybór techniki zapisu zbioru X z możliwych polegających na: i) jawnym lub parametrycznym wymyśleniu elementów zbioru, ii) podaniu algorytmu konstrukcji elementów, iii) określeniu funkcji ograniczeń zbioru X . W pracy stosuje się tę ostatnią technikę. Dodatkowo, wśród możliwych powierzchni ograniczających zbiór X , wybiera się powierzchnię elipsoidalną. Stąd zbiór X może być zapisany następująco:

$$X = \{x : (x - m)^T A^{-1} (x - m) < 1\} \quad (1)$$

lub w zapisie skróconym, parametrycznym:

$$X = E_x(m, A^{-1}),$$

gdzie: $x, m \in R^n$, $A_{n \times n}$ jest dodatnio określoną symetryczną macierzą, której wartości własne określają półośie elipsoidy, zaś m określa współrzędne jej środka. Przy powyższych założeniach zbiór X jest ograniczony i wypukły.

Model zmiennej mierzonej

Z punktu widzenia wykonującego pomiary zmienna mierzona jest zmienną niepewną. Stąd założony model określający jej zmienność ma postać:

$$\tilde{x}_{k+1} = F \tilde{x}_k + \tilde{w}_k, \quad (2)$$

co w zapisie zbiorowym jest równoważne postaci:

$$X_{k+1} = F X_k + W_k \quad (2a)$$

Macierz F wyraża zmienność mierzonej wielkości. Na przykład przyjęcie $F = I$ oznacza, że mierzona wielkość jest stała. W przypadku ogólnym macierz F może być zależna od numeru chwili.

Model przyrządu pomiarowego

Formalnie, model przyrządu pomiarowego przyjęty w pracy przedstawia zmienną niepewną reprezentującą mierzona wielkość możliwą do określenia na podstawie jednokrotnego deterministycznego pomiaru z , tj. $\tilde{x}_{k+1} | z_{k+1}$. Jednak dla wygody dalszych oznaczeń zależność ta zapisywana będzie w postaci:

$$z_{k+1} = H \tilde{x}_{k+1} + \tilde{v}_{k+1} \quad (3)$$

lub:

$$z_{k+1} = H X_{k+1} + V_{k+1}, \quad (3a)$$

gdzie: $z_{k+1}, v_{k+1} \in R^D$, $H_{p \times n}$ określa charakterystykę przyrządu, zaś $v_{k+1} \in R^D$ jest błędem pomiarowym. Zbiory X_{k+1}, V_{k+1} występujące w (3a) posiadają następującą własność:

$$X_{k+1} \triangleq X_{k+1} | z_{k+1} = \{x_{k+1} : \forall v_{k+1} \in V_{k+1} : z_{k+1} = Hx_{k+1} + v_{k+1}\}$$

W postaciach (2a), (3a) występują operacje mnożenia zmiennej niepewnej o modelu zbiorowym przez macierz deterministyczną oraz dodawania takich

zmiennych. Operacje te wymagają bliższego określenia, najpierw dla ogólnej postaci zbioru, poniżej dla postaci (1).

D.1. Niech X będzie podzbiorem przestrzeni R^n , zaś F macierzą deterministyczną. Zapis $Y = F X$ jest skróconą formą zapisu pełnego $Y = \{y: y = F x, \forall x \in X\}$.

D.2. Niech X, Y będą podzbiorem przestrzeni R^n . Zapis $Z = X + Y$ jest skróconą formą zapisu $Z = \{z: z = x + y, \forall x \in X, \forall y \in Y\}$.

Wychodząc z powyższych podstawowych określeń można pokazać [7], że dla zbiorów o postaci (1) zachodzi:

L.1. Niech X będzie zbiorem elipsoidalnym $E_X(m_X, A^{-1})$, zaś F macierzą deterministyczną. Zbiór $Y = F X$ jest zbiorem elipsoidalnym $E_Y(F m_X, (F A F^T)^{-1})$.

L.2. Niech X, Y będą zbiorami elipsoidalnymi $E_X(m_X, A^{-1}), E_Y(m_Y, B^{-1})$. Zbiór $Z \supset Z^* = X + Y$ jest zbiorem elipsoidalnym $E_Z[(m_X + m_Y), ((1 - \delta)^{-1} A + \delta^{-1} B)^{-1}]$, aproksymującym od góry dla każdego $\delta \in [0, 1]$ zbiór Z^* .

Dodatkowo dla zbiorów o postaci (1) wprowadza się wyrażenie na postać iloczynu mnogościowego. Mamy:

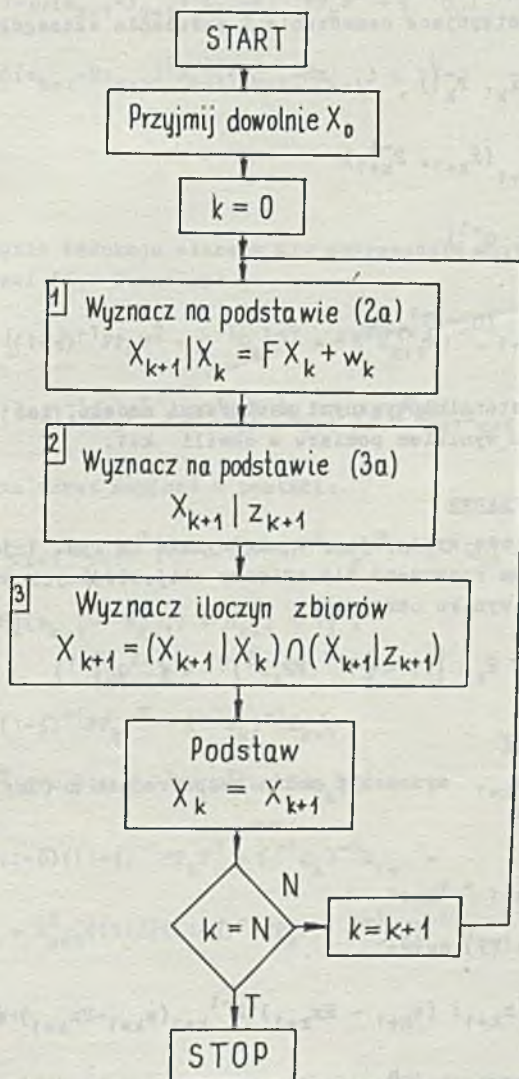
L.3. Niech X, Y będą zbiorami elipsoidalnymi $E_X(m_X, A^{-1}), E_Y(m_Y, B^{-1})$. Zbiór $Z \supset Z^* = X \cap Y$ jest zbiorem elipsoidalnym.

$$Z = \left\{ z: (1 - \delta)(x - m_X)^T A^{-1} (x - m_X) + \delta(x - m_Y)^T B^{-1} (x - m_Y) \leq 1 \right\},$$

aproksymującym od góry zbiór Z^* dla każdego $\delta \in [0, 1]$.

3. ALGORYTM OGÓLNY

Zadanie pomiarowe dla chwili N -tej sformułować można następująco: zakładając, że dany jest model M procesu pomiarowego (2a), (3a), tj. dane są macierze F, H , zbiory W_1, V_1 $i = 0, \dots, N-1$ oraz reprezentujący informację bieżącą ciąg pomiarów: $\bar{z}_N = (z_1, \dots, z_N)$, należy wyznaczyć zbiór $X_N | \bar{z}_N, M$. Rekurencyjne rozwiązanie sformułowanego zadania pomiarowego przedstawia algorytm pokazany na rys. 1. Algorytm pokazany na rys. 1 nie zakłada żadnej szczególnej postaci występujących w nim zbiorów reprezentujących zmienne niepewne.



Rys. 1. Schemat blokowy rekurencyjnego rozwiązania zadania pomiarowego

Fig. 1. Block scheme of recurrent solving of measurement problem

4. ALGORYTM DLA ZBIORÓW ELIPSOIDALNYCH

Łatwo zauważyć, że działania występujące w algorytmie ogólnym z rys. 1 zostały wcześniej określone dla zbiorów elipsoidalnych w lematach 1÷3. Wobec tego otrzymanie szczególnej wersji tego algorytmu sprowadza się do zastosowania w nim zapisu zbioru w postaci (1), a następnie wykorzystania odpowiednich lematów.

Wprowadźmy następujące oznaczenia i założenia szczegółowe:

$$X_k = E_{X_k}(\hat{x}_k, P_k^{-1}) \quad (4)$$

$$X_{k+1} = E_{X_{k+1}}(\hat{x}_{k+1}, P_{k+1}^{-1}) \quad (5)$$

$$W_k = E_{W_k}(0, Q_k^{-1}) \quad (6)$$

$$V_{k+1} = E_{V_{k+1}}(0, R_{k+1}^{-1}) \quad (7)$$

$P_{n \times n}$, $H_{p \times n}$ są deterministycznymi macierzami modelu, zaś z_{k+1} również deterministycznym wynikiem pomiaru w chwili $k+1$.

Predykcja jednokrokowa

Zadanie częściowe występujące w algorytmie na rys. 1 jako $X_{k+1} | X_k = P X_k + W_k$ można rozwiązać dla zbiorów elipsoidalnych stosując kolejno L. 1 i L. 2. W wyniku otrzymamy:

$$X_{k+1} | X_k = E(P \hat{x}_k, [(1 - \delta)^{-1}(PP_k P^T)^{-1} + \delta^{-1}Q_k]^{-1}) \quad (8)$$

Pomiar jednokrotny

Zbiór $X_{k+1} | z_{k+1}$ wyznaczyć można bezpośrednio z (3a). Mamy bowiem dla każdego x_{k+1} :

$$z_{k+1} - H x_{k+1} = v_{k+1},$$

co w połączeniu z (7) daje:

$$X_{k+1} | z_{k+1} = \left\{ x_{k+1}; (z_{k+1} - Hx_{k+1})^T R_{k+1}^{-1} (z_{k+1} - Hx_{k+1}) \leq 1 \right\}$$

Zbiór ten w przestrzeni R^n przedstawia niezdegenerowaną elipsoidę tylko w przypadku kwadratowej nieosobliwej macierzy H . W pozostałych przypadkach współrzędna środka nie jest jednoznacznie określona i nie może być on

przedstawiony w postaci parametrycznej. Najbardziej złożone jest wyznaczenie zbioru X_{k+1} jako iloczynu mnogościowego zbiorów $X_{k+1} | X_k$ i $X_{k+1} | z_{k+1}$. Stąd związane z tym przekształcenia będą przedstawione bardziej szczegółowo. Bezpośrednio z L. 3 mamy:

$$\bar{X}_{k+1} = \left\{ x_{k+1} : (1-\delta)(x_{k+1} - \bar{x}_{k+1})^T ((1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k)^{-1} \right. \\ \left. (x_{k+1} - \bar{x}_{k+1}) + \delta (z_{k+1} - H x_{k+1})^T R_{k+1}^{-1} (z_{k+1} - H x_{k+1}) \leq 1 \right\}, \quad (9)$$

gdzie:

$$\bar{x}_{k+1} = P \hat{x}_k.$$

Wykonując odpowiednie redukcje staramy się doprowadzić wyrażenie (7) do standardowej postaci (5). Oznaczmy:

$$\hat{x}_{k+1} = ((1-\delta) [(1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k]^{-1} - \delta H^T R_{k+1}^{-1} H)^{-1} \\ [(1-\delta) (1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k]^{-1} \bar{x}_{k+1} + \delta H^T R_{k+1}^{-1} z_{k+1} \quad (10)$$

Wyrażenie (9) można teraz napisać w postaci:

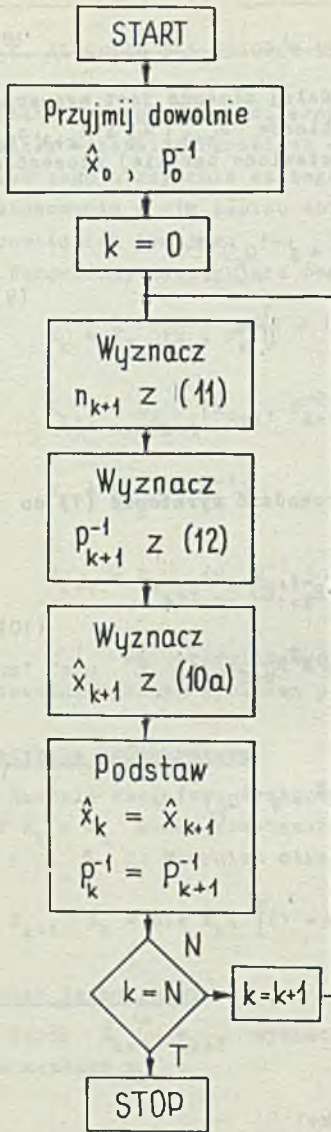
$$X_{k+1} = \left\{ x_{k+1} : (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})^T [(1-\delta) [(1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k]^{-1} + \right. \\ \left. + \delta H^T R_{k+1}^{-1} H] (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}) + n_{k+1} \leq 1 \right\},$$

gdzie:

$$n_{k+1} = ((1-\delta) [(1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k]^{-1} \bar{x}_{k+1} + \\ + \delta H^T R_{k+1}^{-1} z_{k+1})^T ((1-\delta) [(1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k]^{-1} + \\ + \delta H^T R_{k+1}^{-1} H)^{-1} ((1-\delta) [(1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k]^{-1} \bar{x}_{k+1} + \\ + \delta H^T R_{k+1}^{-1} z_{k+1}) + \bar{x}_{k+1}^T ((1-\delta) [(1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k]^{-1}) \bar{x}_{k-1} - \\ - z_{k+1}^T (\delta R_{k+1}^{-1}) z_{k+1} \quad (11)$$

Ostatecznie zbiór elipsoidalny X_{k+1} ma parametry: \hat{x}_{k+1} określony równaniem (10) i P_{k+1}^{-1} określony równaniem:

$$P_{k+1}^{-1} = (1 - n_{k+1})^{-1} (1-\delta) ((1-\delta)^{-1} P P_k P^T + \delta^{-1} Q_k)^{-1} + \delta H^T R^{-1} H \quad (12)$$



Rys. 2. Schemat blokowy obliczeń \hat{x}_k , P_k^{-1} przy założeniu, że zmienne niepewne są reprezentowane zbiorami elipsoidalnymi

Fig. 2. Block scheme of calculation of \hat{x}_k , P_k^{-1} under assumption that uncertain variables are represented by ellipsoidal sets

Wykorzystując w zapisie macierz P_{k+1}^{-1} , równanie (10) można przedstawić w prostszej formie, mianowicie:

$$\hat{x}_{k+1} = x_{k+1} + \delta(1-n_{k+1})P_{k+1}^{-1}H^T R^{-1}(z_{k+1} - H\bar{x}_{k+1}) \quad (10a)$$

Równania (11), (12), (10a) określają parametry \hat{x}_{k+1} , P_{k+1}^{-1} zbioru X_{k+1} powstałego w wyniku modyfikacji zbioru X_k o parametrach \hat{x}_k , P_k^{-1} , spowodowanej uwzględnieniem nowego wyniku pomiarowego z_{k+1} . Dla przejrzystości otrzymany rezultat można przedstawić w postaci schematu blokowego (rys. 2), będącego szczególną wersją schematu z rys. 1. Wersja ta obowiązuje przy założeniu, że wszystkie zbiory reprezentujące zmienne niepewne są zbiorami elipsoidalnymi.

5. PRZYKŁADY

W przypadku pomiaru wielkości skalarnych otrzymane wyniki w postaci równań (11), (12), (10a) upraszczają się na tyle, że określone przez nie rozwiązania mogą być znalezione bez zastosowania maszyny cyfrowej. Wyniki te stanowią jednocześnie test poprawności i ilustrację przeprowadzonych w pracy rozważań.

Przyjmuje się następujące oznaczenia i założenia obowiązujące dla wszystkich analizowanych przykładów:

$$P_k^{-1} = p_k^{-1}, \quad P_{k+1}^{-1} = p_{k+1}^{-1}$$

$$Q_k^{-1} = q^{-1}, \quad P = f, \quad R_{k+1}^{-1} = r^{-1}, \quad H = h$$

W przypadku skalarnym zbiór elipsoidalny $E_x(m_x, A^{-1})$ redukuje się do odcinka $-\sqrt{a} \leq x - m_x \leq \sqrt{a}$, stąd q, r określają wielkości przedziałów, w których mieszczą się błąd zmienności mierzonej wielkości i błąd przyrządu pomiarowego.

W poszczególnych przykładach rozpatrywanych poniżej przyjmuje się różne założenia co do wielkości wspomnianych błędów. Równanie (12) po uwzględnieniu podstawienia (11) przyjmuje dla przypadku skalarnego postać:

$$\frac{1}{P_{k+1}} = \frac{a}{1 - \frac{1-\delta}{a} \left(\frac{1-\delta}{b} \bar{x}_{k+1} + \frac{\delta h}{r} z_{k+1} \right)^2 + \frac{1-\delta}{b} \bar{x}_{k+1}^2 + \frac{\delta}{r} z_{k+1}^2}, \quad (13)$$

gdzie:

$$a = \frac{1-\delta}{b} + \frac{\delta h^2}{r} \quad b = \frac{p_k f^2}{1-\delta} + \frac{q}{\delta}$$

Przechodząc do poszczególnych przypadków mamy:

P.1. Skończony błąd w równaniu zmienności wielkości mierzonej określony przez q , dowolnie duży błąd przyrządu pomiarowego, tj. $r^{-1} \rightarrow 0$.

Podstawiając powyższe dane do skalarniej wersji równania (12) otrzymujemy:

$$\frac{1}{P_{k+1}} = \frac{1-\delta}{b} = \frac{1-\delta}{\frac{p_k f^2}{1-\delta} - \frac{q}{\delta}} \quad (14)$$

Jednocześnie bezpośrednio z równania określającego zmienność mierzonej wielkości mamy:

$$\frac{1}{P_{k+1}^*} = \frac{1}{b} = \frac{1}{\frac{p_k f^2}{1-\delta} - \frac{q}{\delta}}, \quad (15)$$

ponieważ:

$$0 \leq \delta \leq 1, \quad P_{k+1} \geq P_{k+1}^*.$$

Otrzymamy wynik oznacza, że w rozpatrywanym przypadku o wielkości błędu, z jakim określona jest mierzona wielkość, decyduje jedynie informacja apriori o jej zmienności, zaś model przyrządu pomiarowego może być zupełnie pominięty. Różnica pomiędzy wielkością p_{k+1} wyznaczoną z równania (12) a wielkością p_{k+1}^* wyznaczoną bezpośrednio przy tym samym p_k pochodzi stąd, że w L.3 wprowadzono aproksymację od góry, stąd wynik p_{k+1} jest również takim przybliżeniem wielkości p_{k+1}^* .

Analizując dalej własności graniczne równania (13) łatwo sprawdzić, że posiada ono jeden stabilny punkt równowagi, jeżeli $f^2 < (1-\delta)(1-\delta)$. Określa go wartość:

$$p = \frac{1}{\delta(1-\delta)} / \left(1 - \frac{f^2}{(1-\delta)(1-\delta)}\right) q$$

P.2. Skończony błąd w równaniu zmienności wielkości mierzonej określony przez q, dowolnie mały błąd przyrządu pomiarowego.

tj. $r^{-1} \rightarrow \infty$

Podstawiając do (13) otrzymujemy bardzo prosty wynik:

$$1/p_{k+1} = h^2/0 = \infty \quad (16)$$

Oznacza to, że w rozpatrywanym przypadku mierzona wielkość określa się bezbłędnie już w wyniku pojedynczego pomiaru. Dalsze ich powtarzanie jak również uwzględnianie równania zmienności wielkości mierzonej nie są celowe.

P.3. Dowolnie duży błąd w określaniu zmienności mierzonej wielkości, $q^{-1} \rightarrow 0$, skończony błąd r przyrządu pomiarowego

Podstawiając do (13) otrzymujemy:

$$1/p_{k+1} = \delta h^2/r \quad (17)$$

Jest to przypadek podobny w sensie wyniku do P. 2. Otrzymujemy tu bowiem, że p_{k+1} jest określone jedynie przez równanie przyrządu pomiarowego i występujący w nim błąd, zaś powtarzanie pomiarów nie ma wpływu na p_{k+1} .

P.4. Dowolnie mały błąd w określeniu zmienności mierzonej wielkości, $q^{-1} \rightarrow \infty$, skończony błąd r przyrządu pomiarowego

Uwzględniając w (13) dane tego przykładu otrzymujemy:

$$\frac{1}{p_{k+1}} = \frac{a}{1 - \frac{1-\delta}{a} \left(\frac{1-\delta}{b' \bar{x}_{k+1}} + \frac{\delta h}{r} z_{k+1} \right)^2 + \frac{1-\delta-2}{b' \bar{x}_{k+1}} + \frac{\delta}{r} z_{k+1}^2}$$

$$a = (1-\delta)/b' + \delta h^2/r \quad b' = p_k f^2 / (1-\delta)$$

Różnica w stosunku do ogólnej postaci (13) polega jedynie na zmianie wyrażenia b na b'. Nie analizując bliżej otrzymanego wyniku zwraca się tylko uwagę na fakt zależności p_{k+1} od wartości z_{k+1} , (pomiar) i $\bar{x}_{k+1} = f \hat{x}_k$, różniący go istotnie od analogicznego otrzymanego w oparciu o losowy model niepewności, [4].

Na zakończenie należy jeszcze raz podkreślić, że celem przykładów P.1.+ P.4. było pokazanie, że zastosowanie wyników ogólnych do szczególnego przypadku skalarnego daje rezultaty zgodne z oczekiwanymi i wobec tego stanowi pewną poglądową weryfikację przedstawionej teorii.

6. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiona w pracy ogólna metoda analizy procesu pomiarowego przy niepewności o modelu ograniczonym ma obok teoretycznego, głównie praktyczne znaczenie. Wynika ono stąd, że w większości zagadnień metrologicznych łatwo można podać przedziały lub obszary, w których mieszczą się występujące błędy, znacznie natomiast trudniej jest podać gęstość rozkładu tych błędów lub zweryfikować, że są one normalne, czego wymaga podejście oparte na losowym modelu niepewności.

W teorii przedstawionej w pracy model zmiennej mierzonej i model przyrządu pomiarowego były przedstawione w postaci zależności liniowych, co może sugerować, że jej stosowność ogranicza się tylko do takich przypadków. W rzeczywistości założenie o liniowości może być ominięte. W najprostszej wersji macierze P , H są macierzami pochodnych zależności nieliniowych.

LITERATURA

- [1] Åstrom K. I.: Introduction to Stochastic Control Theory, Acad. Press. New York-London 1970.
- [2] Jaworski J.: Matematyczne podstawy metrologii. WNT, Warszawa 1979.
- [3] Jazwiński A. H.: Stochastic Processes and Filtering Theory, Acad. Press, New York-London 1970.
- [4] Kalman R. E.: New Methods in Wiener Filtering Theory, Proc. of the First Symp. on Engineering Appl. of Random Function Theory and Probability, John Wiley, New York, pp. 270-388, 1963.
- [5] Kawalerow G. I., Mandelsztam S. M.: Wprowadzenie do teorii pomiarów. PWN, Warszawa 1983.
- [6] Piotrowski J.: Podstawy metrologii. PWN, Warszawa 1976.
- [7] Schweppe P.: Układy dynamiczne w warunkach losowych. WNT, Warszawa 1978.
- [8] Rozenberg W. J.: Wstęp do teorii błędów systemów pomiarowych. PWN, Warszawa 1982.

Recenzent: Prof. dr inż. Waldemar Kwiatkowski

Wpłynęło do Redakcji 24.01.1984 r.

МНОГОКРАТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ С НЕУВЕРЕННОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННОЙ МОДЕЛЬЮ

Р е з ю м е

В работе представлена модель измерительного процесса, применяя теорию множеств. Дан общий алгоритм определения измеряемой величины для принятой модели неувверенности множественного типа а также алгоритм для эллипсоидальных множеств. Решенные примеры подтверждают полезность данного метода для разных моделей измерительного процесса.

MULTIPLE MEASUREMENTS IN THE PRESENCE OF SET CONSTRAINED UNCERTAINTY

S u m m a r y

In the paper a model of the measuring process is introduced by the use of set theory. A general algorithm of measured quantity assignment for a set membership model of uncertainty is given. The algorithm for ellipsoidal sets is also given. Examples solved in the paper confirmed the usefulness of the introduced approach for various models of a measuring process.