

Andrzej GONIEWICZ

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

SYNTEZA CZWÓRNIKÓW AKTYWNYCH NIEODWRACALNYCH
Z ZASTOSOWANIEM WZMACNIACZY OPERACYJNYCH

Streszczenie. W pracy omówiono sposób syntezy czwórników aktywnych nieodwracalnych realizowanych przy użyciu wzmacniaczy operacyjnych. W celu uproszczenia syntezy zastosowano dekompozycję macierzy łańcuchowej, uzyskując w ten sposób elementy podstawowe łatwe w realizacji. Do opisu czwórnika wybrano zbiór wielomianów charakterystycznych.

1. Wstęp

Procesem podstawowym w syntezie jest rozłożenie zadanej funkcji na funkcje proste, łatwo identyfikowalne z pewnym zbiorem elementów uznanych za podstawowe. Kryterium uznawania pewnych elementów za podstawowe zależy m.in. od klasy elementów, w jakiej syntezę chcemy prowadzić. W przypadku czwórników nieodwracalnych synteza może polegać na dekompozycji macierzy czwórnika wyjściowego na prostsze macierze czwórników podstawowych, realizowalnych np. w klasie RC - źródła sterowane, wzmacniacze operacyjne lub konwertery immitancji.

Dekompozycję macierzy można prowadzić dwoma sposobami. Jeden to dekompozycja macierzy $[G]$, $[H]$, $[Y]$, $[Z]$ na sumę podmacierzy, oddzielna realizacja każdej z podmacierzy i następnie odpowiednie połączenie w zależności od typu macierzy - czwórników opisanych przez odpowiednie podmacierze.

Taki sposób syntezy ma następujące niedogodności:

- 1) pewne typy czwórników nie posiadają jednej lub więcej z rozważanych macierzy,
- 2) nie zawsze możliwe jest zapewnienie regularności połączeń czwórników,
- 3) większość elementów aktywnych są to nieodwracalne czwórniki o strukturze trójkątowej, wymagające uziemienia jednego zacisku, co uniemożliwia zrealizowanie pewnych połączeń (szczególnie dotyczy to macierzy impedancyjnej $[Z]$).

Drugi sposób polega na dekompozycji macierzy łańcuchowej $[A]$, który pozbawiony jest wyżej wymienionych wad, jednakże ze względu na rodzaj roz-

kładu (iloczyn podmacierzy) jest trudniejszy w realizacji. W pracy wykorzystano drugi sposób dekompozycji. Jako elementy aktywne stosuje się wzmacniacze operacyjne. Do opisu aktywnych czwórników nieodwracalnych zastosowano wielomiany charakterystyczne.

2. Realizacja modelu czwórnika przy użyciu wzmacniacza operacyjnego

Aktywny czwórnik nieodwracalny (rys. 1a) można opisać macierzowo:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Elementy macierzy łańcuchowej można wyrazić poprzez wielomiany charakterystyczne:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{n_{21}} \begin{bmatrix} n_{zo} & n_{zz} \\ n_{oo} & n_{oz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

wyznacznik macierzy łańcuchowej

$$\Delta = \frac{n_{12}}{n_{21}} \quad (3)$$

Opis czwórnika należy doprowadzić do takiej postaci układowej, która pozwoli na dogodne przedstawienie przy użyciu wzmacniacza operacyjnego.

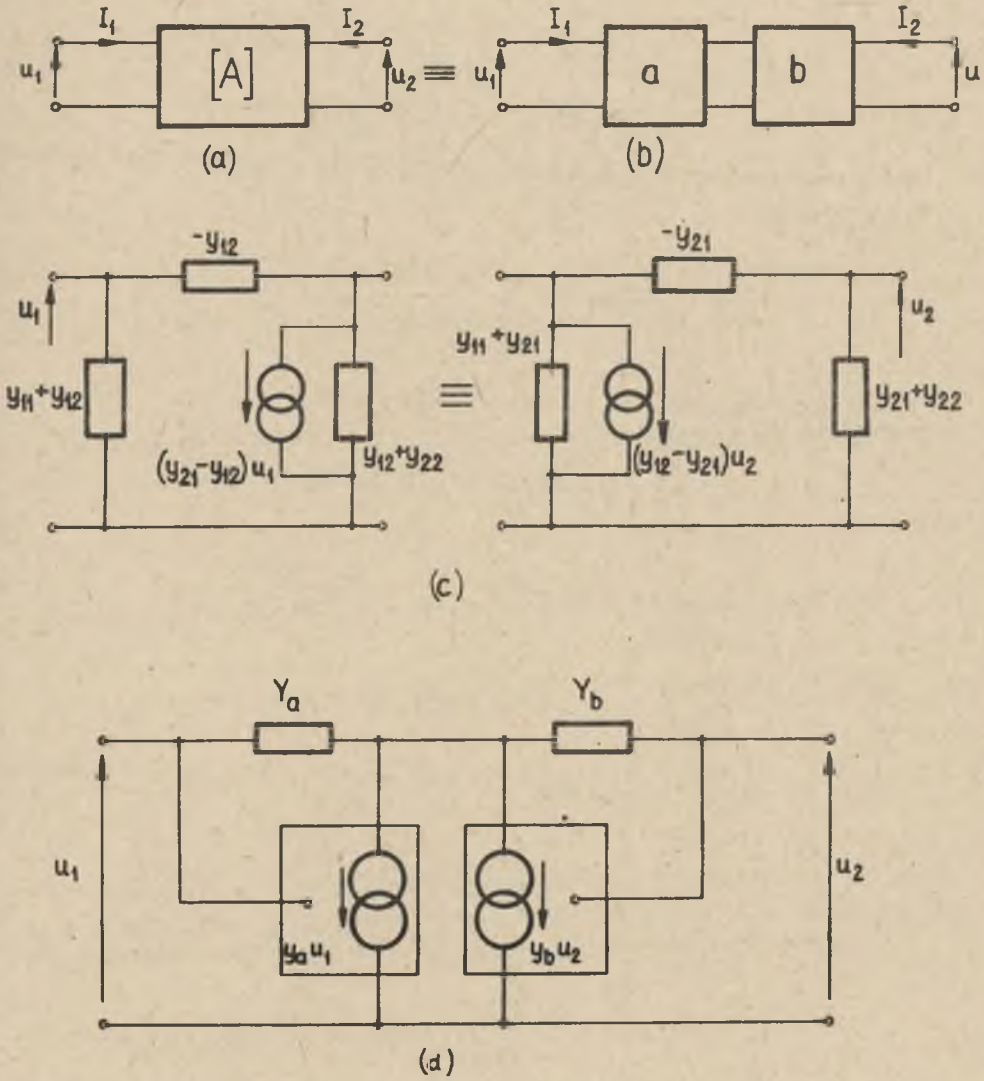
Należy w tym celu czwórnik przedstawiony na rys. 1a podzielić na dwie części a i b (rys. 1b). Każdą z części należy przedstawić za pomocą układu typu π i jednego źródła sterowanego (rys. 1c). Do opisu czwórników a i b zastosowano opis admitancyjny. Jeśli dokonamy takiego rozkładu, że oba czwórniki będą admitancyjnie symetryczne, tzn.:

$$Y_{11a} = Y_{22a} \quad \text{i} \quad Y_{11b} = Y_{22b} \quad (4)$$

oraz będą posiadały admitancje wejściowe układu zwartego, tj.:

$$-Y_{12a} = Y_{11a} \quad \text{i} \quad -Y_{21b} = Y_{22b} \quad (5)$$

to po połączeniu łańcuchowym i spełnieniu warunków (4) i (5) otrzymamy układ przedstawiony na rys. 1d, gdzie:



Rys. 1

$$Y_a = -Y_{12a} \quad Y_b = -Y_{21b} \quad (6)$$

(6)

$$Y_a = Y_{21a} - Y_{12a} \quad Y_b = Y_{12b} - Y_{21b}$$

Macierze admittancejnych czwórników a i b można zapisać

$$[Y]_a = \begin{bmatrix} Y_a & -Y_a \\ Y_a - Y_a & Y_a \end{bmatrix} \quad [Y]_b = \begin{bmatrix} Y_b & Y_b - Y_b \\ -Y_b & Y_b \end{bmatrix} \quad (7)$$

Po określeniu macierzy łączuchowych czwórników a i b oraz ich wymnożeniu otrzymujemy:

$$A = \frac{1}{(Y_a - Y_a)Y_b} \begin{bmatrix} (Y_a + Y_b)Y_b & Y_a + Y_b \\ (Y_a + Y_b)Y_a Y_b & (Y_a + Y_b)Y_a \end{bmatrix} \quad (8)$$

Porównując równania (2) i (8) otrzymuje się:

$$Y_a = \frac{n_{00}}{n_{z0} - n_{21}} \quad Y_b = \frac{n_{00}}{n_{0z} - n_{12}} \quad (9)$$

$$y_a = \frac{n_{0z} - n_{21}}{n_{zz}} \quad y_b = \frac{n_{z0} - n_{12}}{n_{zz}}$$

$$\Delta = \frac{n_{12}}{n_{21}}$$

Warto zauważyć, że dla czwórników unilateralnych $n_{12} = 0$, co implikuje

$$Y_a = \frac{n_{00}}{n_{z0} - n_{21}} \quad Y_b = \frac{n_{00}}{n_{0z}} \quad (10)$$

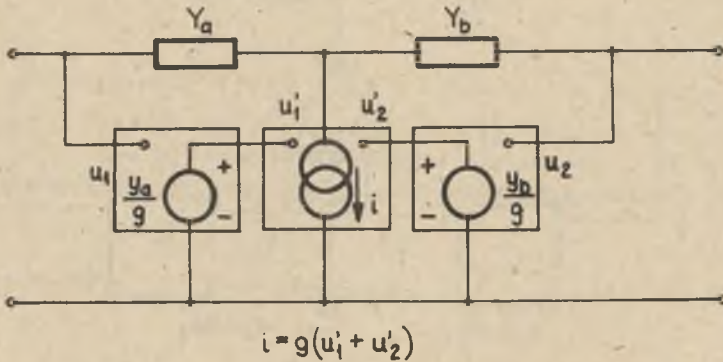
$$y_a = \frac{n_{0z} - n_{21}}{n_{zz}} \quad y_b = \frac{n_{z0}}{n_{zz}}$$

$$\Delta = 0$$

natomiast dla czwórników odwracalnych ($\Delta = 1$, czyli $n_{12} = n_{21}$) oraz symetrycznych ($A = D$, czyli $n_{z0} = n_{0z}$) równania (9) upraszczają się do postaci:

$$Y_a = Y_b = \frac{n_{00}}{n_{z0} - n_{z1}} \quad (11)$$

$$y_a = y_b = \frac{n_{z0} - n_{z1}}{n_{zz}}$$



Rys. 2

Składając dwa źródła z rys. 1d w jedno źródło prądowe sterowane przez napięcia obu wejść (rys. 2) według relacji:

$$i = i_1 + i_2 = y_a U_1 + y_b U_2 \quad (12)$$

i wprowadzając skończoną konduktancję źródła g , otrzymujemy:

$$i = \frac{y_a}{g} (gU_1) + \frac{y_b}{g} (gU_2) = g(U'_1 + U'_2) = g(NU_2 - NU_1)$$

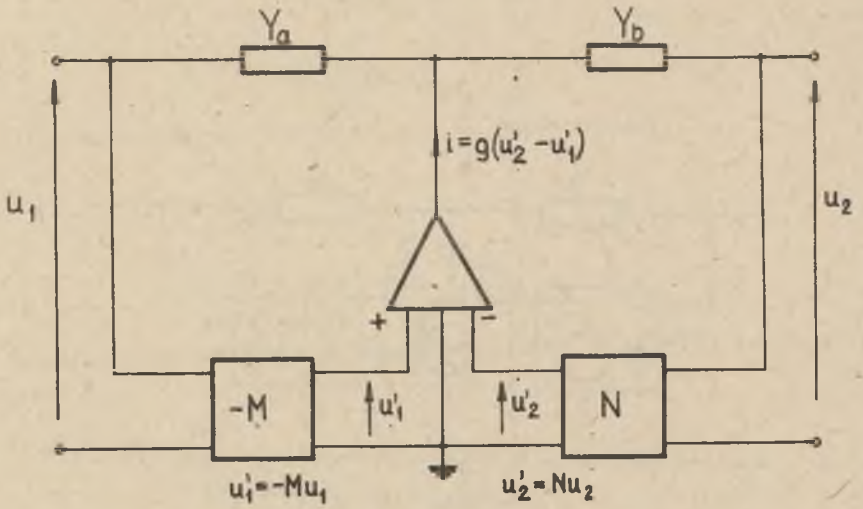
gdzie:

$$U'_1 = \frac{y_a}{g} U_1 = -MU_1; \quad U'_2 = \frac{y_b}{g} U_2 = NU_2. \quad (13)$$

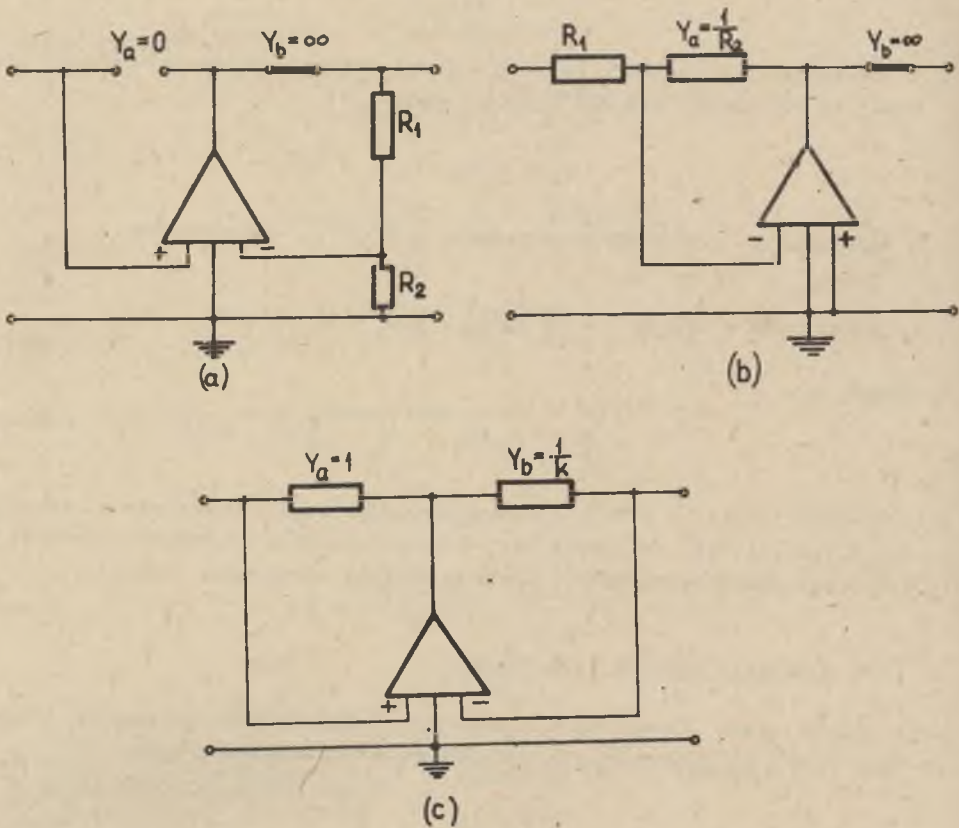
Transmitancje M i N w ogólnym przypadku mogą być zespolone. Korzystając z relacji (13) otrzymuje się realizację modelu czwórnika za pomocą nieidealnego wzmacniacza operacyjnego o wejściu różnicowym (rys. 3).

3. Synteza elementów podstawowych

Zilustrujemy obecnie metodę syntezy polegającą na realizacji transmitancji M i N , wykorzystując zdegenerowane formy układu z rys. 3.



Rys. 3



Rys. 4

Idealny wzmacniacz napięciowy charakteryzuje się wielomianem charakterystycznym $n_{zo} \neq 0$ (odpowiada to niezerowej wartości parametru A macierzy łańcuchowej).

Korzystając z równań (10), otrzymuje się:

$$\frac{Y_a}{Y_b} = 0 \quad \text{ i } \quad \frac{M}{N} = -\frac{n_{21}}{n_{zo}}$$

z relacji $\frac{Y_a}{Y_b} = 0$ wynika $Y_a = 0$ ($Y_b \neq 0$, dowolne) lub $Y_b \rightarrow \infty$ (zwarcie) gdy $Y_a = \text{const.}$ i jeśli $n_{21} = 1$, czyli $M = -1$, wtedy $N = n_{zo}$ (rys.4a).

Gdy $n_{zo} = 1$, $N = 1$, otrzymujemy wtórnik napięciowy. W przypadku $n_{zo} > 1$ transmitancja N może być zrealizowana poprzez dzielnik, np. rezystancyjny:

$$N = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Jeśli zachodzi potrzeba uzyskania inwersji znaku transmitancji N , można zastosować ujemną rezystancję R_2 (przy warunku $|R_1| > |R_2|$) lub skorzystać z następującego rozwiązania: zakładając w macierzy określonej relację (2) $n_{zz} = 0$, $n_{oz} = 0$ i $n_{oo} = 1$ i dokonując jej dekompozycji, otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} \frac{n_{zo}}{n_{21}} & 0 \\ \frac{1}{n_{21}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -n_{zo} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{n_{21}} & 0 \end{bmatrix}$$

w naszym przypadku:

$$n_{21} = R_2 \quad n_{zo} = -R_1$$

a więc

$$\begin{bmatrix} -\frac{R_1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

W wyniku dekompozycji otrzymaliśmy kaskadowe połączenie wzdłużnej rezystancji R_1 ze zdegenerowanym czwórnikiem unilateralnym, tworzące wzmacniacz napięciowy.

łatwo zauważyć, że dla czwórnik unilateralnego (składnik po prawej stronie otrzymany w wyniku dekompozycji)

$$\frac{Y_a}{Y_b} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{M}{N} = \infty$$

oraz

$$Y_a = \frac{1}{R_2} \quad \text{gdy} \quad Y_b = \infty \quad (\text{zwarcie admitancji z rys. 3})$$

Kładąc $N = 0$ i $M = 1$ (M może być dowolne, ale musi przyjmować skończoną wartość) otrzymujemy wzmacniacz napięciowy inwersyjny przedstawiony na rys. 4b. Trzecim elementem podstawowym jest INIC (konwertyor immitancji ujemnej z inwersją prądu) zdefiniowany za pomocą wielomianów charakterystycznych następująco:

$$n_{zz} = 0; \quad n_{oo} = 0; \quad \frac{n_{oz}}{n_{zo}} = -k \quad \text{gdzie} \quad k > 0.$$

Korzystając z równań (10) przy powyższych ograniczeniach otrzymujemy:

$$\frac{Y_a}{Y_b} = k \quad \text{i} \quad \frac{M}{N} = -1$$

Ponieważ $n_{oo} = 0$, więc admitancje Y_a i Y_b mogą być dowolne. Wybierając jako Y_a konduktancję jednostkową i $Y_b = \frac{1}{k}$ oraz $N = 1$ i $M = -1$ otrzymujemy realizację przedstawioną na rys. 4c.

Zbiór elementów podstawowych może służyć do realizacji czwórników aktywnych nieodwracalnych. Celem ilustracji ww. metody dokonano syntezy ży-ratora.

4. Synteza ży-ratora

Idealny ży-rator wyrażony wielomianami charakterystycznymi posiada $n_{zz} = n_{oo} = 0$, natomiast wielomiany n_{oz} i n_{zo} są różne od zera. Wprowadźmy następującą macierz łańcuchową ży-ratora:

$$[A]_g = \begin{bmatrix} \alpha & \frac{1}{b} \\ G & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \alpha - \text{jest rzeczywiste} \\ G - \text{konduktancja ży-racji} \end{array}$$

Odpowiadająca jej macierz admitancyjna

$$[Y]_g \begin{bmatrix} 0 & G \\ -G & \alpha G \end{bmatrix}$$

Z macierzy $[Y]_g$ wynika, że zyrator jest zbocznikowany po prawej stronie konduktancją αG .

Przeprowadźmy dekompozycję macierzy łańcuchowej (2) w następujący sposób:

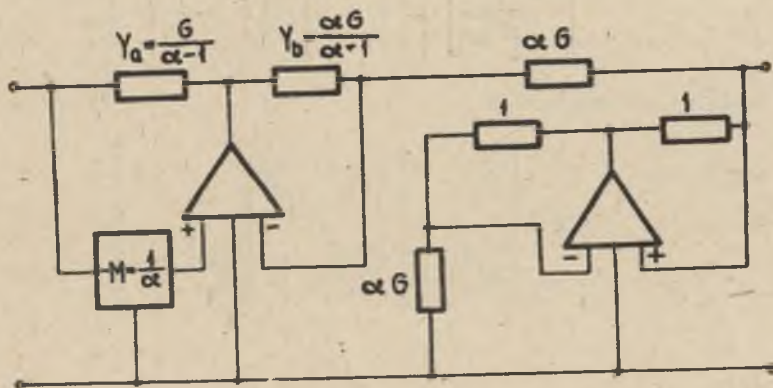
$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{n_{zo}}{n_{21}} & \frac{n_{zz}}{n_{21}} \\ \frac{n_{oo}}{n_{21}} & \frac{n_{oz}}{n_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n_{zo}}{n_{21}} & 0 \\ \frac{n_{oo}}{n_{21}} & \frac{n_{1z}}{n_{zo}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{n_{zz}}{n_{zo}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Stosując rozkład (15) do macierzy łańcuchowej zyratora otrzymujemy:

$$[A]_g = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ G & -\frac{1}{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\alpha G} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Porównując wzory (15), (16) z (10) otrzymujemy:

$$Y_a = \frac{G}{\alpha-1}; \quad Y_b = \frac{\alpha G}{\alpha-1}; \quad \frac{M}{N} = -\frac{1}{\alpha}$$



Rys. 5

Kładąc $N = 1$, $-M = \frac{1}{\alpha G}$ otrzymujemy realizację przedstawioną na rys. 5. Drugi składnik w rozkładzie określonym zależnością (16) reprezentuje wzdłużną konduktancję αG włączoną po prawej stronie układu z rys. 5.

Warunki realizacyjne wymagają $\alpha > 1$; neutralizację ekwiwalentnej konduktancji bocznikującej αG (reprezentowanej przez parametr y_{22} macierzy admittancejnej żyratora) uzyskujemy przy wykorzystaniu INIC (rys. 4c) obciążonego tą konduktancją.

5. Zakończenie

Znaczenie przedstawionej metody polega na możliwości realizacji elementów podstawowych (posiadających niektóre wielomiany charakterystyczne równe zero) poprzez dekompozycję czwórnika aktywnego nieodwracalnego opisanego równaniem (2).

Dekompozycji równania (2) można dokonywać różnymi sposobami, w zależności od wyboru klasy elementów podstawowych. Naczelną zasadą przy dekompozycji jest obniżenie stopnia kompleksowości czwórnika, tzn. obniżenie najwyższego stopnia wielomianu charakterystycznego. Celowe jest stosowanie takich rodzajów dekompozycji, które zapewniają zerowanie (o ile jest to możliwe) przynajmniej jednego wielomianu charakterystycznego. Dekompozycja prowadząca do zerowania się wielomianów n_{zz} i n_{oo} (układ posiadający $n_{zz} = n_{oo} = 0$ jest konwertorem immitancji) jest łatwiejsza w realizacji niż ta, gdy zerują się wielomiany n_{oz} i n_{zo} (układ posiadający $n_{oz} = n_{zo} = 0$ jest inwerterem immitancji np. żyrator).

Na przykład rozkład typu:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_{oo}}{n_{zo}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{n_{zo}}{n_{21}} & 0 \\ 0 & \frac{n_{12}}{n_{zo}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{n_{zz}}{n_{zo}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

jest częściej stosowany niż

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_{oz}}{n_{zz}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{n_{zz}}{n_{21}} \\ \frac{n_{12}}{n_{zz}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_{zo}}{n_{zz}} & 1 \end{bmatrix}$$

LITERATURA

- [1] Glover J.L., Keen A.W.: Active nonreciprocal 2-port network synthesis with operational amplifier realisations. Proc. IEE vol. 115 no 7 1968 ss. 918-923.

- [2] Keen A.W.: Antisymmetrical amplifier networks. Radio and Electronic Engineer vol. 27 no 4, 1964, ss. 277-284.
- [3] Luis de Pian: Linear active network theory. Prentice Hall 1962.
- [4] Matthaei G.L.: Some simplifications for analysis of linear circuits. Trans. IRE vol. CT-4 No 3 1957, ss. 120-124.
- [5] Mitra S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych liniowych. WNT, Warszawa 1974.
- [6] Su K.L.: Teoria układów aktywnych. WNT, Warszawa 1969.

Przyjęto do druku w kwietniu 1979 r.

СИНТЕЗ АКТИВНЫХ НЕОБРАТИМЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ,
СОДЕРЖАЩИХ ОПЕРАЦИОННЫЕ УСИЛИТЕЛИ

Р е з ю м е

В статье обсужден метод синтеза активных необратимых четырехполюсников, содержащих операционные усилители. Для упрощения синтеза применено разложение каскадной матрицы, получая таким образом удобные для реализации элементы. Четырехполюсник описан множеством характеристических полиномов.

ACTIVE NONRECIPROCAL TWO-PORT NETWORK SYNTHESIS
USING OPERATIONAL AMPLIFIERS

S u m m a r y

In the paper a method of synthesis of active nonreciprocal two-port network using operational amplifiers is given. The synthesis depends on factorisation of the required chain matrix A into standard units, that can be easily realized. The two-port network is described by the characteristic polynomials set.