

Zbigniew FIDRYCH

Roman KONIECZNY

Instytut Transportu Kolejowego

Politechniki Śląskiej

ADAPTACJA METODY ANALITYCZNO-GRAFICZNEJ WYZNACZANIA  
TRAJEKTORII PUNKTU STYKU ODBIERAKA PRĄDU Z SIECIĄ TRAKCYJNĄ  
DO POSTACI ROZWIĄZYWALNEJ ZA POMOCĄ ETO

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono sposób adaptacji metody analityczno-graficznej do wymogów elektronicznej techniki obliczeniowej. Wyeliminowanie pracochłonnych elementów wykreslnych podwyższa wydajność obliczeniową omawianej metody, czyniąc ją praktycznym narzędziem dla projektantów sieci trakcyjnej.

### 1. Wprowadzenie

Zapewnienie niezawodnego przesyłu energii elektrycznej z sieci trakcyjnej do urządzeń elektrycznych pojazdu trakcyjnego, poruszającego się z dużą szybkością ( $v > 120$  km/h), jest jednym z trudniejszych zagadnień technicznych. Prace prowadzone przez zainteresowane zarządy kolejowe zmierzają w kierunku ciągłego ulepszania parametrów konstrukcyjnych sieci trakcyjnej i odbieraka prądu.

Istnieje kilka metod badawczych rozwiązania tego zagadnienia za pomocą wyznaczenia charakterystyk współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną. Metody te można podzielić na trzy zasadnicze grupy:

- badania analityczne,
- badania eksperymentalne, przeprowadzane przy użyciu wagonów pomiarowych na specjalnych poligonach,
- badania laboratoryjne, dokonywane w oparciu o modele matematyczne względnie fizyczne.

Modele matematyczne bazujące na układzie równań różniczkowych, opisujących układ dynamiczny: sieć trakcyjna - odbierak prądu, są szeroko stosowane w obecnie prowadzonych badaniach.

Jednym z wcześniejszych sposobów wyznaczenia trajektorii punktu styku odbieraka prądu z siecią trakcyjną przy dużych prędkościach jazdy była opublikowana przez Niblera grafo-analityczna metoda obliczeniowa [3], która następnie została zmodyfikowana przez Własowa [6]. Autorzy jej, wychodząc z

założenia niemożliwości analitycznego rozwiązania ww. równań różniczkowych zaproponowali uproszczony sposób rozwiązania. Metoda ta głównie przeznaczona była do obliczeń współpracy odbieraków prądu z sieciami nieskompensowanymi lub półskompensowanymi dla różnych temperatur otoczenia. Zasadniczą jej wadą jest duża pracochłonność w uzyskiwaniu wyników, polegająca na wielokrotnym rachunkowym i wykresnym wyznaczaniu poszczególnych punktów trajektorii punktu styku odbieraka prądu z siecią trakcyjną. Otrzymanie jednego tylko wykresu wymaga kilkugodzinnego nakładu pracy. Jest zatem rzeczą zrozumiałą, że dla większych serii obliczeń w szerszym zakresie zmian parametrów, metoda ta (w klasycznym ujęciu) nie może być stosowana.

## 2. Opis metody graficzno-analitycznej

Na rys. 1 pokazany jest fragment trajektorii punktu styku odbieraka prądu z siecią trakcyjną wykreślony za pomocą ww. metody. Punkty A, B i C, oznaczają chwilowe położenia drutu jezdnego. Krzywa  $z = f(x)$  ilustruje położenie sieci bez oddziaływania na nią odbieraka prądu. Krzywe  $h_1 = z + EF_1$  oraz  $h_2 = z + EF_2$  przedstawiają położenie przewodów przy oddziaływaniu na sieć skierowanych pionowo sił  $F_1$  i  $F_2$ , równych aktywnemu i pasywnemu statycznemu naciskowi odbieraka prądu na sieć trakcyjną. Szukana trajektoria ślizgacza odbieraka wyrażona jest krzywą  $y = f(x)$ .

Dla wykonania obliczeń dzieli się przelot o długości  $L$  na  $n$  odcinków o długości  $H$ . Dokładność obliczeń uzależniona jest od  $n$ . W przedziale każdego odcinka zakłada się stałą wartość wypadkowej siły przyspieszenia ślizgacza  $F_a$  oraz stałą wartość elastyczności sieci  $E_n$ . W punkcie  $x = 0$  zakłada się warunki początkowe:  $y(0)$  oraz  $\text{tg}\alpha(0)$ .

Rozważmy dowolny odcinek  $H_n$ . Niech dla początku tego odcinka znana będzie rzędna  $y_{n-1}$  trajektorii  $y = f(x)$  i kąt nachylenia stycznej AB do trajektorii w punkcie B. Jeżeli odbierak nie ma przyspieszenia, to przemieszcza się on w przedziale  $H_n$  po prostej AB i dochodzi do punktu C. W rzeczywistości jednak, pod wpływem działającej na odbierak prądu siły przyspieszenia  $F_a$ , przemieszczenie ślizgacza wynosić będzie  $\Delta y_n$  równe odcinkowi C'C.

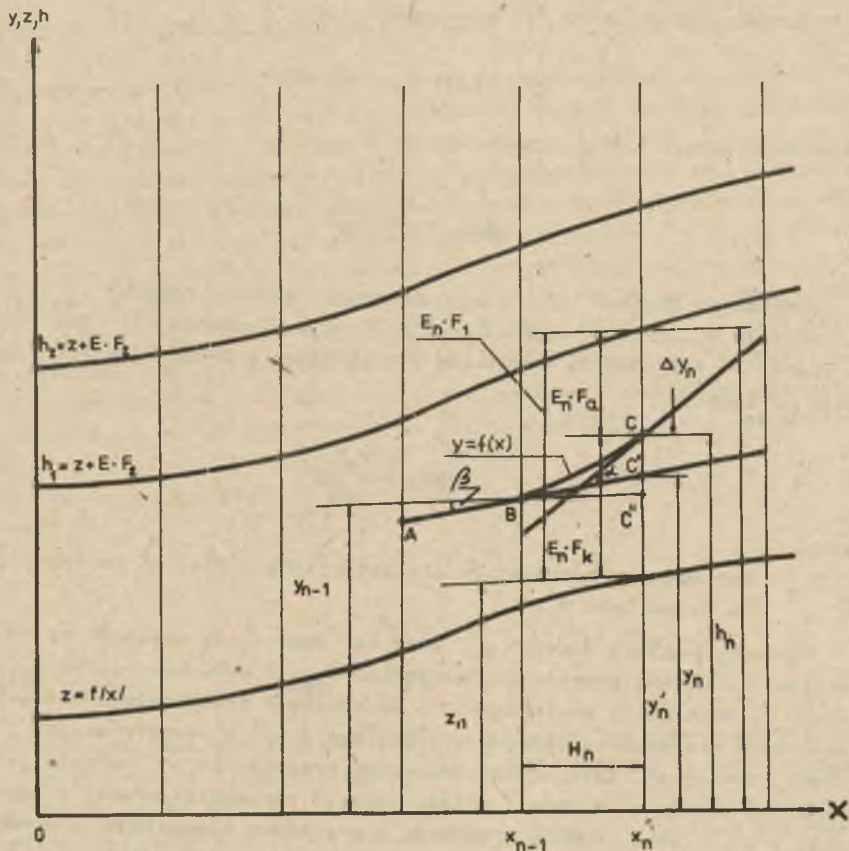
Siła przyspieszenia  $F_a$  działająca w przedziale  $H_n$  wyrażona jest wzorem:

$$F_a = \frac{h_n - y_n}{E_n} = \frac{h_n - y'_n - \Delta y_n}{E_n} \quad (1)$$

gdzie:

$E_n$  - średnia elastyczność sieci w przedziale  $H_n$ ,

$h_n$  - rzędna jednego z wykresów położenia sieci.



Rys. 1. Konstruowanie wykresu  $y = f(x)$  metodą analityczno-graficzną

Wielkość  $\Delta y_n$  również przyjmujemy stałą w przedziale  $H_n$  i wyliczamy ze wzoru:

$$\Delta y_n = \frac{at^2}{2} = \frac{F}{2mV^2} H_n^2 \quad (2)$$

gdzie:

- V - szybkość przemieszczania odbieraka,
- m - masa ślizgacza i przypadająca część masy sieci.

Wprowadzając  $k = \frac{2mV^2}{H_n^2}$ , otrzymamy

$$F_a = k \Delta y_n \quad (3)$$

Podstawiając do wzoru (1) otrzymamy:

$$kE_n \Delta y_n = h_n - y'_n - \Delta y_n$$

skąd obliczamy:

$$\Delta y_n = \frac{h_n - y'_n}{1 + kE_n} \quad (4)$$

Odkładając odcinek  $C'C = \Delta y_n$  otrzymamy wartość rzędnej  $y_n$  na końcu przedziału  $H_n$ . Wartość siły  $F_n$  obliczamy z wyrażenia (1). Kąt nachylenia stycznej do trajektorii w punkcie C znajdujemy przekształcając wzór (2), skąd otrzymamy:

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \frac{F_n H_n}{mV^2} \quad (5)$$

gdzie:

$\alpha_n$  - kąt między stycznymi do trajektorii  $y = f(x)$  na początku i na końcu przedziału  $H_n$ .

Mając wyznaczoną rzędną  $y_n$  oraz kąt nachylenia stycznej na końcu przedziału  $H_n$ , możemy przejść do następnego  $H_{n+1}$  i wyliczyć rzędną  $y_{n+1}$  oraz kąt  $\alpha_{n+1}$ . Postępując analogicznie w pozostałych przedziałach możemy wyznaczyć całą trajektorię ślizgacza odbieraka prądu w rozpatrywanym przelocie sieci trakcyjnej. Zakładając okresowość trajektorii we wszystkich przelotach dla danego  $V = \text{const}$ , należy jeszcze sprawdzić warunki brzegowe:  $y(0) = y(L)$  oraz  $\operatorname{tg} \alpha(0) = \operatorname{tg} \alpha(L)$ . W przypadku niespełnienia warunków brzegowych należy założyć nowe wartości początkowe:  $y(0)$  i  $\alpha(0)$  i powtórzyć wszystkie czynności od początku. Jest to podstawowa niedogodność tej metody.

Znając trajektorię  $y = f(x)$  można wyliczyć wielkość nacisku ślizgacza odbieraka na przewód jezdny, jako różnicę wartości krzywych  $y(x)$  i  $z(x)$  podzieloną przez średnią elastyczność sieci w danym punkcie:

$$F_{kn} = \frac{y_n - z_n}{E_n} \quad (6)$$

Przejście z krzywej  $h_1$  na  $h_2$  i odwrotnie (wzory: (1) i (4)) ma miejsce w punktach ekstremalnych. W przypadku, gdy  $y = f(x)$  ma charakter rosnący obowiązuje krzywa  $h_1$ , gdy malejący - krzywa  $h_2$ .

### 3. Algorytm obliczeń na maszynie cyfrowej

Opracowanie programu dla maszyny cyfrowej, realizującego obliczenia trajektorii  $y = f(x)$  na podstawie zmodyfikowanej metody Niblera, nie wymaga dużych nakładów czasowych. Na rys. 2 przedstawiono algorytm takich obliczeń. Jest on nieskomplikowany i łatwy do zaprogramowania w dowolnym języku programowania. Modyfikacja metody polega tutaj na wyeliminowaniu elementów wykreślnych, w tym celu wprowadzono pomocniczy kąt  $\beta$  - zdefiniowany jako kąt pomiędzy styczną do trajektorii na początku przedziału  $H_n$  a osią X.

Danymi wejściowymi dla programu są parametry:  $V$ ,  $m$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ , charakterystyki  $z = z(x)$  i  $E = E(x)$  oraz  $H$  - krok obliczeń i  $H_r$  - krok rejestracji wyników. Jeżeli charakterystyki  $z(x)$  i  $E(x)$  dane są w postaci tabelic, to wprowadza się je w bloku 1, jeżeli natomiast opisane są wzorami - wtedy wartości  $z_n$  i  $E_n$  oblicza się na bieżąco dla kolejnego przedziału  $H_n$ .

Wielkości  $y'_n$  i  $y_n$  oblicza się ze wzorów:

$$y'_n = y'_{n-1} + H_n \operatorname{tg} \beta_n \quad (7)$$

$$y_n = y'_{n-1} + \Delta y_n \quad (8)$$

$$\beta_{n+1} = \beta_n + \alpha_n \quad (9)$$

Wzór (9) jest ilustracją elementarnej zależności geometrycznej, dzięki której można określić długość odcinka  $C^{\prime}C'$  równą wartości iloczynu  $H_n \operatorname{tg} \beta_{n+1}$  dla następnego przedziału.

Organizacja bloków 10, 11 i 15 zależna jest tylko od wymagań użytkownika odnośnie do redakcji wyników.

Po zakończeniu obliczeń dla rozpatrywanego odcinka przelotu  $x < 0, L >$  (cykl podstawowy dla danego  $V = \text{const}$ ) sprawdza się, czy spełnione zostały wymagania dokładności, które również powinny być zadeklarowane w bloku 1. Podstawowym kryterium weryfikacji uzyskanych wyników jest warunek brzegowy:

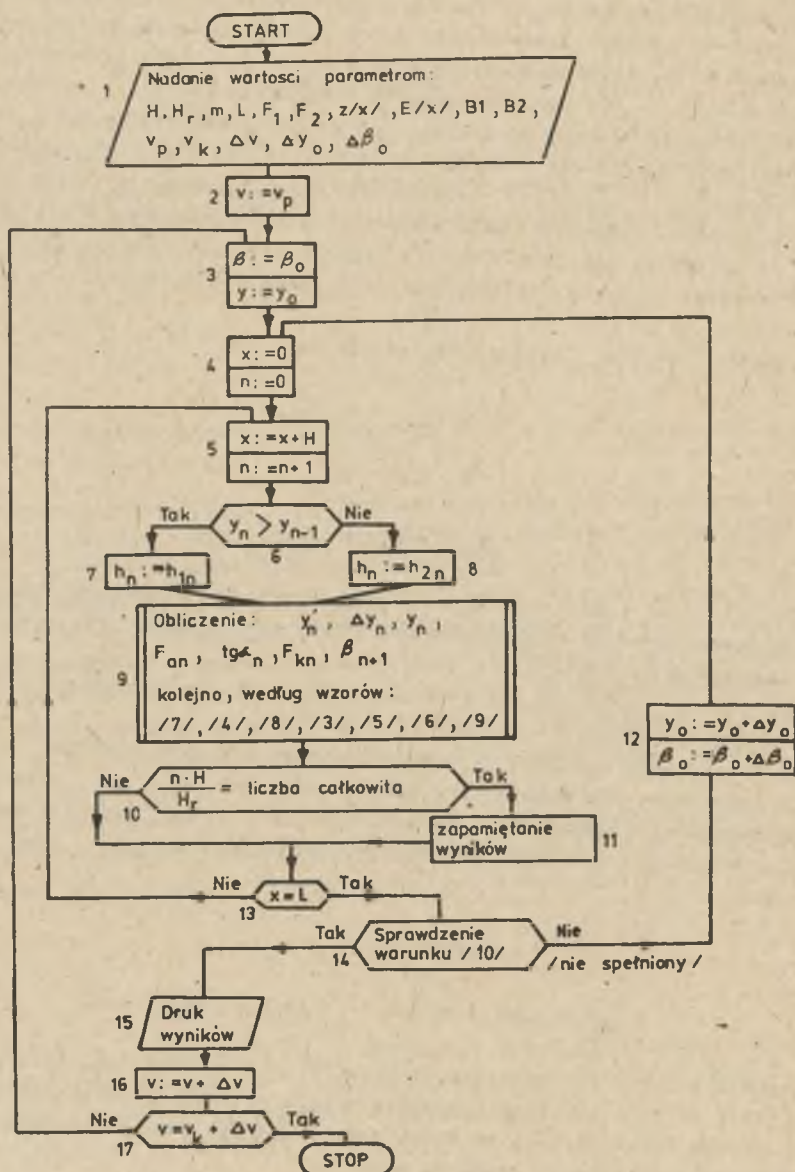
$$y(0) = y(L) + B1 \quad (10)$$

oraz

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \operatorname{tg} \alpha_0 + B2 \quad \text{ i } \quad |\operatorname{tg} \beta_0| = |\operatorname{tg} \beta_0| + B2$$

oznaczający, że wartości rzędnych oraz kąt między stycznymi do trajektorii  $y = f(x)$ , a także wartości bezwzględne kąta nachylenia do osi X, muszą być sobie równe na początku i na końcu rozpatrywanego odcinka przelotu sieci trakcyjnej z tolerancją błędów  $B1$  i  $B2$ .

Jeżeli warunek (10) nie został spełniony, wówczas koryguje się wartości początkowe  $y_0$  i  $\beta_0$  (blok 12) i powtarza obliczenia. Cykl ten trwa tak długo, aż spełnione zostaną warunki brzegowe.



Rys. 2. Schemat blokowy programu dla maszyny cyfrowej

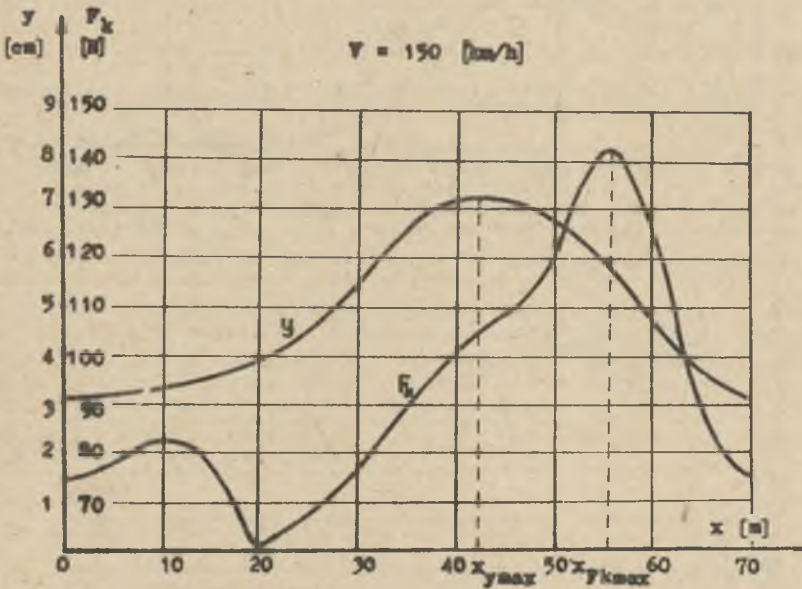
#### 4. Przykład obliczeniowy

Do obliczeń przyjęto sieć o następujących parametrach:

$L = 70$  m;  $F_1 = 80$  N;  $F_2 = 110$  N;  $z = z(x) = 0$ ;  $E = 4,0 \cdot 10^{-4}$  m/N dla  $x = 0 \div 12$  i  $58 \div 70$  m oraz  $E = -6,25 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 4,25 \cdot 10^{-5} \cdot x$  dla  $x = 12 \div 58$  m,  $m = 40$  Ns<sup>2</sup> m<sup>-1</sup>.

Głównym celem badań było wyznaczenie trajektorii punktu styku odbieraka prądu z siecią trakcyjną dla dużej prędkości jazdy, np. 150 km/h (I wariant obliczeń) oraz wyznaczenie charakterystyk zbiorczych: maksymalnego uniesienia sieci  $y_{\max} = f(V)$  i maksymalnej siły w styku  $F_{k\max} = F(V)$  dla prędkości jazdy w zakresie 60 ÷ 200 (km/h (II wariant obliczeń).

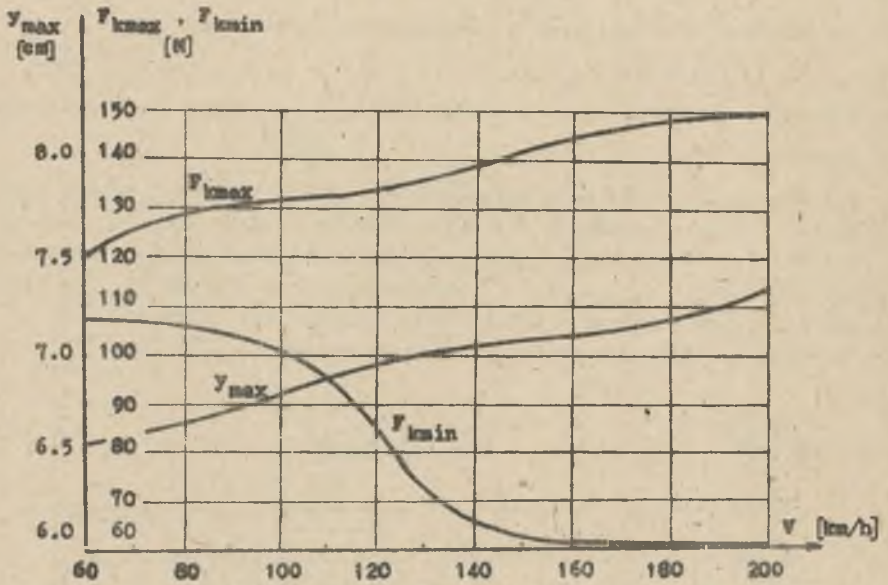
Otrzymane wyniki zestawiono na wykresach rys. 3, 4 i 5.



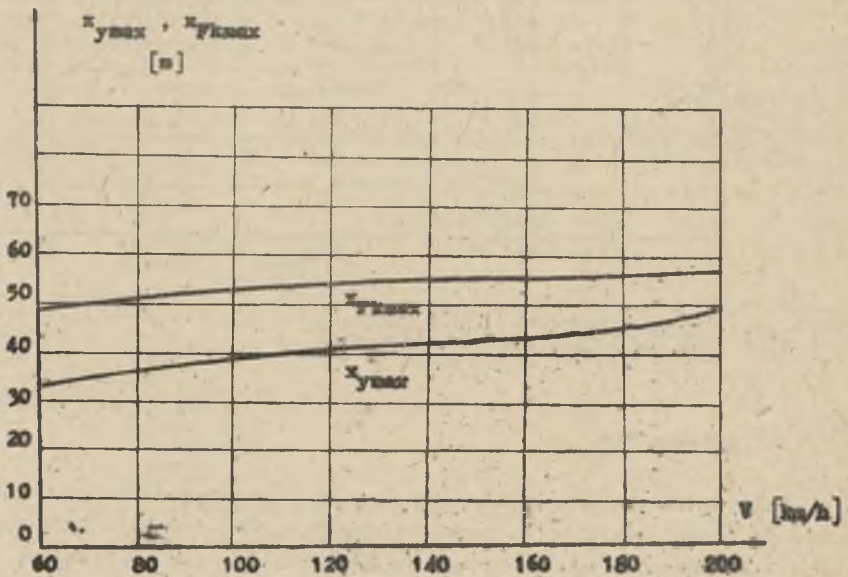
Rys. 3. Trajektorja punktu styku odbieraka prądu z siecią trakcyjną  $y=f(x)$  oraz zależność siły w styku  $F_{k\max} = F(x)$  dla  $V = 150$  km/h

#### 5. Podsumowanie

Obliczenia wykonane zostały na maszynie cyfrowej ODRA-1305. Czas wyznaczenia jednej trajektorii punktu styku  $y = f(x)$  wyniósł (przy założeniu  $H = 1$  m oraz ostrego kryterium dokładności:  $\beta_0$  i  $y_0$  wyjściowe zmieniane co 1<sup>o</sup> i co 2 mm - aż do uzyskania minimum błędów) 19 s; daje to zatem po-



Rys. 4. Charakterystyki zbiorcze  $y_{\max} = f(v)$ ,  $F_{k\max} = F(v)$ ,  $F_{k\min} = F(v)$



Rys. 5. Charakterystyki  $x_{y\max} = f(v)$ ,  $x_{Fk\max} = f(v)$



гляд относительно до czasu wykonywania różnych вариантов обчислений (при изменениях параметров сети) в отношении до метода традиционной.

Опрócz uzysканих характеристик збирочних (рис. 4) интересующая может оказаться зависимость  $x_{y\max} = f(V)$  и  $x_{F\max} = f(V)$  - рис. 5. Кривые те иллюстрируют пресувание себя максимум несения сети (вершочка фали oraz максимум силы в стьку в зависимости од скорости jazdy.

Opisana powyżej metoda jest jedną z kilkunastu metod badania dynamiki współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną w zakresie dużych prędkości jazdy (por. pozycje [1], [2], [4] i [5]). Jest она stosunkowo проста i niezawodna. Algorytm z rys. 2 może być ponadto łatwo przystosowany do obliczeń wykonywanych na kalkulatorach programowanych - co stanie się niewątpliwą wygodą dla projektantów sieci trakcyjnej.

#### LITERATURA

- [1] Ebeling H.: Tokosjem pri vysokich skorostjach dviženja. Problemy kontaktnych podviesok i tokopriemnikov. - Simpozjum po vysokoskorostnomu dviženju, Viena 1968.
- [2] Fidrych Z., Konieczny R.: Modelowanie dynamiki współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną przy użyciu maszyn matematycznych - I Sympozjum "XX lat trakcji elektrycznej na Śląsku. Teoria i praktyka", Katowice - Jaszowiec 1977.
- [3] Nibler H.: Dynamischer Verhalten von Fahrleitung und Stromabnehmer bei elektrischen Hauptbahnen - Glassers Annalen, Nr 11, 12-1949.
- [4] Fidrych Z.: Issledowanije wlijanija parametrov kontaktnoj podvieski na kaczestwo tokosjoma pri vysokich skorostjach dviženija. Moskwa 1971
- [5] Fidrych Z.: Model matematyczny dynamicznego oddziaływania odbieraka prądu na sieć trakcyjną. Referat na Seminarium Robocze PAN "Podstawy teorii transportu" - Jabłonna, czerwiec 1978.
- [6] Własow I.: Mechaniczeskije razszoty wiertikalnych cepnych podviesok - Trudy WNIIZST, wyp. 138, 1957.

Przyjęto do druku w sierpniu 1979 r.

АДАПТАЦИЯ АНАЛИТИКО-ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ТОЧКИ КОНТАКТА ТОКОПРИЕМНИКА С КОНТАКТНОЙ СЕТЬЮ К ВИДУ РАЗРЕШИМОМУ ПРИ ПОМОЩИ ЭВМ

#### Резюме

В статье представлен способ адаптации аналитико-графического метода для выполнения требований электронных вычислительных машин. Исключение трудоемких графических элементов повышает расчетную производительность представленного метода, превращающегося в практическое орудие проектировщиков контактной сети.

THE ADAPTATION OF ANALYTIC GRAPHICAL METHOD FOR ASSIGNING  
OF TRAJACTORY OF CONTACT POINT OF CURRENT COLLECTOR WITH THE  
OVERHEAD CONTACT SYSTEM TO THE FORM DISSOLUBLE BY COMPUTERS

S u m m a r y

The article presents the way of adaptation of analytic-graphical method for computer requirements. The elimination of work-consuming graphical elements increases the analytical capacity of the discussed method, which becomes a practical tool for overhead contact system designers.