

Józef PARCZAŃSKI

DOKŁADNOŚĆ BADAŃ ZA POMOCĄ WZORCOWYCH IMPULSÓW SIŁY

Streszczenie. Przeanalizowano wpływ zjawiska falowego na dokładność pomiarów przy badaniu przetworników siły impulsami wzorcowymi.

1. Wprowadzenie

Potrzeba rejestracji przebiegów czasowych oraz pomiarów krótkotrwałych impulsów siły (ударów), wykonała się szczególnie w ostatnich kilkunastu latach, np. w samolotach, raketach, młotach pneumatycznych, walcarkach, kołach zębatych itp. Krótkotrwały impuls siły to impuls, którego czas trwania jest rzędu okresu drgań własnych elementu sprężystego na który działa.

Siła jest to wielkość fizyczna, którą mierzy się przez pomiar skutków jakie wywołuje, np. naprężenie mechaniczne, przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie. Pomiar siły przez pomiar naprężeń realizowany jest w przetwornikach tensometrycznych i magnetosprężystych, przez pomiar przemieszczenia w przetwornikach pojemnościowych i indukcyjnościowych, przez pomiar prędkości w przetwornikach indukcyjnych, a przez pomiar przyspieszenia w przetwornikach akcelerometrycznych.

W zależności od prędkości narastania naprężenia oraz od czasu trwania impulsu siły, do jej pomiarów należy stosować przetworniki o odpowiednich właściwościach dynamicznych. Wielkości charakteryzujące właściwości dynamiczne przetworników siły (np. pulsacja własna, tłumienie względne) są obliczane lub wyznaczane eksperymentalnie. Niejednorodność materiału, mikrozłazy, odkształcenia lokalne, właściwości sprężysto-plastyczne materiału itp. są powodem różnic między parametrami obliczonymi, a wartościami rzeczywistymi.

Badanie przetwornika siły w ujęciu czasowym, polega na rejestracji przebiegu nieustalonego na wyjściu przetwornika, pobudzonego na wejściu zdefiniowanym sygnałem wzorcowym siły o postaci skoku jednostkowego, impulsu jednostkowego lub skoku prędkości. W stanie ustalonym bada się przetwornik w ujęciu częstotliwościowym, zadając na wejściu siłę harmonijną o płynnie przestrajanej częstotliwości.

Okazuje się jednak, że parametry impulsu wzorcowego np. maksymalna wartość siły i czas trwania impulsu, obliczone w oparciu o teorię Hertza, są zgodne z wynikami pomiarów tylko w ograniczonym zakresie wartości wielkości mechanicznych. Np. przy zderzeniu kuli ze stali hartowanej z płytą ze stali konstrukcyjnej mękkiej, dobra zgodność jest dla ciśnienia powierzchniowego mniejszego niż 20 k Pa, względnej prędkości zderzenia mniejszej niż 1,2 m/s i przy bardzo grubej płycie [3]. Ograniczenie wartości ciśnienia powierzchniowego oraz prędkości zderzenia ciał tłumaczy się tym, że przy większych wartościach tych wielkości część energii kinetycznej zostaje zużyta nieodwracalnie na pracę odkształceń plastycznych i dlatego rzeczywista wartość siły maksymalnej jest mniejsza niż obliczona. Nie wyjaśniono jednak przyczyny podanych różnych wartości zmierzonych czasu trwania impulsu przy różnych grubościach płyt metalowych. Np. dla prędkości zderzenia $v = 1$ m/s, średnicy kuli stalowej $d = 50$ mm i grubości płyty stalowej $h = 1$ m, czas zderzenia obliczony τ_{obl} jest prawie równy zmierzonemu τ_{pom} i wynosi $\tau_{pom} \approx \tau_{obl} = 185 \mu s$. Natomiast dla grubości płyty $h = 0,2$ m, $\tau_{pom} \approx 0,8 \tau_{obl}$; a dla $h = 0,1$ m, $\tau_{pom} \approx 0,57 \tau_{obl}$.

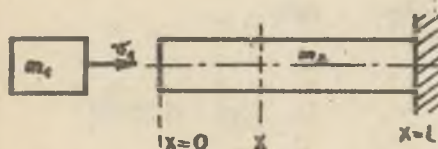
Z literatury [7] wynika, że niedokładność wyników pomiarów parametrów udarów wg jednych autorów nie przekracza (2...5)%, a wg innych wynosi nawet (25...40)%. Podane przykłady świadczą o tym, że parametry wygenerowanych wzorcowych impulsów siły, metody pomiarów oraz interpretacja wyników pomiarów, nie są jednoznaczne w zakresie wytwarzania i pomiarów krótkotrwałych impulsów siły.

Powstaje pytanie, czy kilkudziesięcioprocentowe różnice między obliczonymi a zmierzonymi parametrami wytworzonego impulsu siły są skutkiem niedokładności wzorów stosowanych do ich obliczenia, czy też są skutkiem błędów wyników pomiarów tych parametrów. Aby na to pytanie odpowiedzieć, należy kompleksowo przeanalizować zjawiska zachodzące w procesie pomiarów krótkotrwałych impulsów siły oraz przy generowaniu wzorcowych impulsów siły o ściśle określonych parametrach uwzględniając zjawisko falowe, odkształcenie lokalne, właściwości sprężysto-plastyczne materiału, tłumienie strukturalne, właściwości przetworników siły itp. Jest to zagadnienie złożone i trudne, ale z metrologicznego punktu widzenia bardzo potrzebne. Od dokładności wzorcowych sygnałów siły zależy dokładność pomiarów dynamicznych właściwości przetworników siły, a od nich zależy dokładność pomiarów krótkotrwałych impulsów siły.

2. Zjawisko falowe występujące przy zderzeniu ciał sprężystych

Przeanalizowano naprężenie $\sigma(x,t)$ w walcu wytworzone impulsem siły powstającej w wyniku uderzenia ciała o masie m_1 , poruszającego się z prędkością v_1 , w swobodny brzeg jednorodnego bezstratnego sprężystego walca o masie m_2 , gęstości ρ , module sprężystości podłużnej E , przekroju A i dłu-

gości 1 (rys. 1). Założono, że granica sprężystości nie została przekroczona, a ruch poszczególnych cząstek walca jest określony równaniem falowym [1, 2]



Rys. 1. Ciało o masie m_1 uderza w walec o masie m_2

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

gdzie:

$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - prędkość rozprzestrzeniania się fali naprężeniowej (dla stali ok. 5000 m/s),
 $w(x,t)$ - przemieszczenie cząstek walca; m .

Dla rozwiązania równania (1) posłużono się metodą d'Alemberta. Metoda ta pozwala prześledzić zjawiska ruchu w obszarach nieograniczonych. Wyniki tych rozwiązań można jednak zastosować do strun, prętów i walców ograniczonych [1]. Dla przypadku krótkotrwałych impulsów siły, metoda ta daje rozwiązanie w postaci względnie prostych wzorów, nadających się do praktycznych inżynierskich obliczeń.

Uwzględniając warunki początkowe [1]

$$w(x,0) = 0$$

$$\left. \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \begin{cases} 0 & \text{dla } x > 0 \\ v_1 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

i warunki brzegowe [1]

$$m_1 \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial t^2} = A \cdot E \left. \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0}$$

$$x(1,t) = 0,$$

i korzystając z prawa Hooke'a

$$\sigma(x,t) = E \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = E \cdot \varepsilon$$

gdzie ε - wydłużenie względne,

po rozwiązaniu równania (1) otrzymano dla poszczególnych przedziałów czasu

$$1) \quad t \leq \frac{x}{a}$$

$$w(x, t) = 0$$

$$G(x, t) = 0$$

$$2) \quad \frac{x}{a} \leq t \leq \frac{2l-x}{a}$$

$$w(x, t) = \frac{1}{n} \frac{v_1}{a} \left[1 - e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{x}{a} \right)} \right]$$

$$G(x, t) = -Qa \frac{v_1}{a} e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{x}{a} \right)}$$

$$3) \quad \frac{2l-x}{a} \leq t \leq \frac{2l+x}{a}$$

$$w(x, t) = \frac{1}{n} \frac{v_1}{a} \left[e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l-x}{a} \right)} - e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{x}{a} \right)} \right]$$

$$G(x, t) = -Qa \frac{v_1}{a} \left[e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l-x}{a} \right)} + e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{x}{a} \right)} \right]$$

$$4) \quad \frac{2l+x}{a} \leq t \leq \frac{4l-x}{a}$$

$$w(x, t) = \frac{1}{n} \frac{v_1}{a} \left\{ e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{x}{a} \right)} + \left[1 + 2n \frac{a \left(t - \frac{2l+x}{a} \right)}{l} \right] e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l+x}{a} \right)} - 1 + e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l-x}{a} \right)} \right\}$$

$$G(x, t) = -Qa \frac{v_1}{a} \left\{ e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{x}{a} \right)} + \left[1 - 2n \frac{a \left(t - \frac{2l+x}{a} \right)}{l} \right] e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l+x}{a} \right)} + e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l-x}{a} \right)} \right\}$$

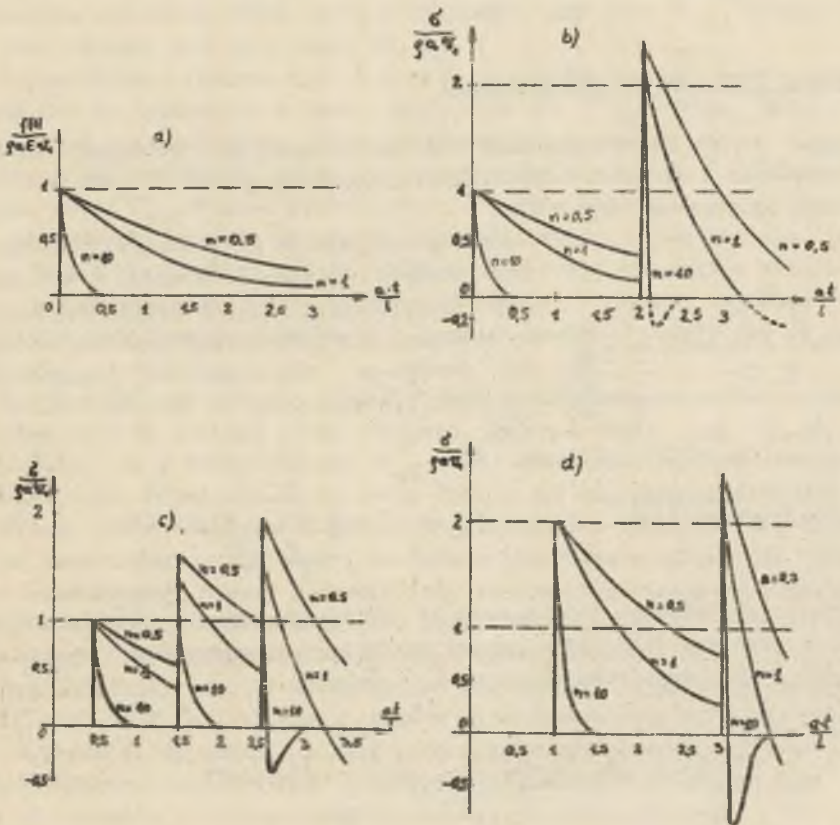
$$5) \quad \frac{4l-x}{a} \leq t \leq \frac{4l+x}{a}$$

$$w(x, t) = \frac{1}{n} \frac{v_1}{a} \left\{ - e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{x}{a} \right)} + \left[1 + 2n \frac{a \left(t - \frac{2l+x}{a} \right)}{l} \right] e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l+x}{a} \right)} + e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{2l-x}{a} \right)} - \left[1 + 2n \frac{a \left(t - \frac{4l-x}{a} \right)}{l} \right] e^{-\frac{na}{l} \left(t - \frac{4l-x}{a} \right)} \right\}$$

$$G(x,t) = -\varrho a v_1 \left\{ e^{-\frac{na}{l}(t - \frac{x}{a})} + \left[1 - 2n \frac{a(t - \frac{2l+x}{a})}{l} \right] e^{-\frac{na}{l}(t - \frac{2l+x}{a})} + e^{-\frac{na}{l}(t + \frac{2l-x}{a})} + \left[1 - 2n \frac{a(t - \frac{4l-x}{a})}{l} \right] e^{-\frac{na}{l}(t - \frac{4l-x}{a})} \right\}$$

gdzie $n = \frac{m_2}{m_1}$.

Przebiegi czasowe siły oraz naprężeń w przekrojach $x = 0; 0,5l$ i l , dla $n = 0,5; 1$ i 10 przedstawiono na rys. 2.



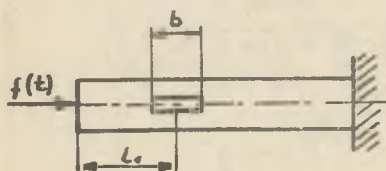
Rys. 2

a) przebieg impulsu siły, b, c, d) przebiegi naprężeń w przekrojach $x = 0$, c) $x=0,5l$, d) $x=l$ dla $n = 0,5; 1$ i 10

Na rys. 2a przedstawiono przebiegi czasowe siły powstałej w miejscu zderzenia ($x=0$) ciał sprężystych, bez uwzględnienia fal odbitych od brzegów walca (teoria Hertza nie uwzględnia zjawiska falowego). Na rys. 2b przedstawiono przebiegi czasowe naprężenia mechanicznego w przekroju $x=0$, z uwzględnieniem fal odbitych od brzegów walca. Z rys. 2b wynika, że rzeczywisty przebieg czasowy impulsu siły działającej w miejscu zderzenia ciał, będzie zgodny z przebiegiem obliczonym bez uwzględnienia zjawiska falowego tylko w czasie $t < 2l/a$. W czasie $t \geq 2l/a$ w wyniku nakładania się na falę pierwotną fal odbitych od brzegów walca, pierwotny przebieg naprężenia ulega zmianie. Maksymalna wartość naprężenia wypadkowego przekracza przeszło dwukrotnie amplitudę naprężenia fali pierwotnej. Inny przebieg ma naprężenie w przekroju $x = l/2$ (rys. 2c), a jeszcze inny w przekroju $x = l$ (rys. 2d).

3. Tensometr jako element uśredniający

Założono, że dla zmierzenia siły $f(t)$ działającej na początek ($x=0$) walca, tensometr o długości bazy b , naklejono w odległości l_1 od początku elementu sprężystego (rys. 3).



W dowolnej chwili t , w strefie tensometru istnieje naprężenie $\sigma(x,t)$, a tym samym odkształcenie $\varepsilon(x,t)$. Sygnał wyjściowy z tensometru jest wprost proporcjonalny do średniego odkształcenia względnego $\varepsilon_{sr}(x,t)$ występującego na długości tensometru

Rys. 3. Model tensometrycznego przetwornika siły

$$\varepsilon_{sr}(x,t) = \frac{1}{b} \int_{l_1 - \frac{b}{2}}^{l_1 + \frac{b}{2}} \varepsilon(x,t) dx \quad (3)$$

W pomiarowym przetworniku siły tensometr naklejony jest w środku długości elementu sprężystego [6]. Zatem sygnał napięciowy przetwornika zgodnie z wzorami (2) i (3) jest proporcjonalny do wartości

$$u(t) = c \varepsilon_{sr}(0,5l; t) = \frac{c}{2b} \int_{\frac{l-b}{2}}^{\frac{l+b}{2}} \sigma(x,t) dx, \quad (4)$$

gdzie c - współczynnik stały uwzględniający napięcie zasilania i konstrukcję przetwornika siły.

Z zależności (4) wynika, że przebieg napięcia wyjściowego przetwornika siły różni się tym bardziej od przebiegu naprężenia działającego w środku długości elementu sprężystego, im dłuższa jest baza tensometru oraz im większy gradient naprężenia istnieje na długości bazy w danej chwili t. Największe zmiany naprężenia występują na czole fali naprężeniowej, gdzie prędkość narastania naprężenia osiąga wartości ($10^3 \dots 10^6$) MPa/s przy obciążeniach szybkozmiennych, a nawet 10^9 MPa/s przy obciążeniach udarowych [4].

4. Wnioski

Skończona prędkość rozchodzenia się fal odkształceniowych w metalu oraz nakładanie się na pierwotną falę odkształceniową fal odbitych od brzegów walca, powodują zmianę przebiegu czasowego impulsu siły powstałej w miejscu zderzenia dwóch ciał, w przypadku, gdy czas τ_{obl} trwania impulsu jest dłuższy niż $2l/a$ (rys. 2a, b).

W przykładzie podanym w p. 1 czas $\tau_{obl} = 158 \mu s$, więc przy grubości płyty $h = 1m$, czas $2l/a = 2h/a = 400 \mu s$, czyli $\tau_{obl} < 2l/a$. Impuls siły nie został zniekształcony falami odbitymi, więc czas zmierzony τ_{pom} był zgodny z obliczonym ($\tau_{pom} \approx \tau_{obl}$). W przypadku $h = 0,2 m$, $2l/a = 2h/a = 80 \mu s$, czyli $\tau_{obl} > 2l/a$, więc jeszcze w czasie trwania impulsu fala odbita nałożyła się na falę pierwotną powodując zmianę czasu trwania impulsu ($\tau_{pom} \approx 0,8 \tau_{obl}$). Dla $h=0,1m$, $2l/a = 2h/a = 40 \mu s$, czyli w czasie trwania impulsu fala zdążyła kilka razy odbić się od brzegów walca, więc rzeczywisty czas trwania impulsu siły jeszcze bardziej różnił się od obliczonego ($\tau_{pom} \approx 0,57 \tau_{obl}$).

W pracy [3] nie podano, jaki wpływ na rzeczywistą wartość maksymalną impulsu siły ma grubość płyty stalowej. Na podstawie rys. 2a, b można twierdzić, że w przypadku gdy $\tau_{obl} > \frac{2l}{a}$, maksymalna wartość rzeczywista impulsu siły, różni się od wartości obliczonej bez uwzględnienia zjawiska falowego. Zatem, dokładność liczalnych wzorcowych impulsów siły budzi poważne zastrzeżenia, ponieważ ilościowe uwzględnienie wpływu fal odbitych jest niedokładne. Z rys. 3 wynika też, że przebiegi czasowe naprężeń są różne w poszczególnych przekrojach poprzecznych walca i różnią się od przebiegu siły działającej na początek ($x=0$) walca.

Uwzględniając również uśredniające właściwości tensometrów (wzory (3) i (4)) oraz błędy amplitudowe i fazowe spowodowane warstwą kleju [5] można stwierdzić, że kształt przebiegu napięcia wyjściowego z tensometrycznego przetwornika siły, przy pomiarach krótkotrwałych impulsów siły, różni się od kształtu przebiegu siły mierzonej, a wyniki pomiarów parametrów krótkotrwałych impulsów siły obarczone są dużym błędem dynamicznym.

Rozważania przedstawione w artykule uproszczono do analizy rozchodzenia się tylko fali podłużnej w idealnym, bezstratnym walcu sprężystym. W

rzeczywistym elemencie sprężystym wystąpią dodatkowo zjawiska spowodowane [1, 3]: odkształceniem lokalnym w miejscu przyłożenia siły, falami poprzecznymi nakładającymi się na podłużne, właściwościami sprężysto-plastycznymi materiału, tłumieniem strukturalnym itp.

Przyjęte założenia upraszczające znacznie ułatwiły analizę zjawiska falowego, a niedokładność wynikająca z uproszczeń jest dopuszczalna z punktu widzenia celu artykułu, tzn. wykazania, że:

- 1) wartości rzeczywiste parametrów wzorcowego impulsu siły powstałej w miejscu zderzenia dwóch ciał, różnią się od wartości obliczonych bez uwzględnienia zjawiska falowego,
- 2) przebieg czasowy oraz parametry napięcia wyjściowego z tensometrów naklejanych na obwodzie walca sprężystego, różnią się od przebiegu czasowego oraz parametrów krótkotrwałego impulsu siły działającej na brzeg tego walca.

LITERATURA

- [1] Kaliski S.: Drgania i fale. PWN, Warszawa 1966.
- [2] Osiński Zb.: Teoria drgań. PWN, Warszawa 1978,
- [3] Gryboś R.: Teoria uderzenia w dyskretnych układach mechanicznych, PWN, Warszawa 1969.
- [4] Wałoszhenko Klimowickij J.J.: Dinamiczeskij priediel' tiekuczestii. Moskwa 1965.
- [5] Abramczuk G.A.: Wlijanie swjazujuuszczewo na pieredatocznuju i impulsnuju pieriehodnuju charakteristiki nakleiwajemych pożuprowodnikowych tenzorezistorów. Nr 10, NEFROLOGIJA 1979.
- [6] Kennzeichnende Eigenschaften von Kraftmesgeräten und elektromechanischen Wägeeinrichtungen. Nr 176, VDI Berichte 1972.
- [7] Sowremennaja apparatura dla izmierenija parametrow udara. Obzornaja informacija. Moskwa 1973. GKSSM, SSSR.

ТОЧНОСТЬ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВЫМИ ИМПУЛЬСАМИ СИЛЫ

Резюме

В статье рассматривается влияние волнового явления на точность измерения при испытании датчиков силы образцовыми импульсами.

THE PRECISION OF TESTING BY MEANS OF STANDARD FORCE IMPULSES

S u m m a r y

The influence of wave phenomenon on the measurements accuracy has been analysed while testing force transducers by means of standard impulses.