

Maria BOJARSKA-KOWALIK

DOBÓR WARTOŚCI PODSTAWOWYCH PARAMETRÓW PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH
PRZY PRZENOSZENIU SYGNAŁÓW STOCHASTYCZNYCH

Streszczenie. W artykule przeprowadzono dobór wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych tak, aby zapewniły one najlepsze przenoszenie sygnałów stochastycznych w sensie następujących wskaźników jakości: błędu średniego kwadratowego, błędu przetwarzania wariancji i korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów.

Jednym z podstawowych problemów miernictwa dynamicznego jest optymalizacja parametrów przetworników pomiarowych ze względu na rodzaj przenoszonego sygnału. Celem tej optymalizacji jest taki dobór parametrów przetwornika, aby powstające podczas przenoszenia sygnału błędy dynamiczne można było uważać za pomijalnie małe. Mówi się wtedy, że przetwornik pomiarowy nie zniekształca sygnału wejściowego.

W wielu przypadkach sygnałami wejściowymi przetworników pomiarowych są sygnały stochastyczne. Do oceny przenoszenia tych sygnałów przez przetwornik można stosować następujące wskaźniki jakości [1, 6, 7, 8]:
- normowany błąd średni kwadratowy opisany równaniem

$$\overline{\epsilon^2(t)}_n = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [y(t) - x(t)]^2 dt}{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1)$$

przy czym:

$y(t)$ - sygnał wyjściowy przetwornika pomiarowego,

$x(t)$ - sygnał wejściowy przetwornika.

Sygnały $x(t)$ i $y(t)$ występujące we wzorze (1) muszą być odpowiednio u-normowane, tak aby w przypadku przenoszenia niezniekształcającego zachodziła równość $x(t) = y(t)$. Pozwala to na wykluczenie wpływu współczynnika wzmocnienia statycznego przetwornika na wartości błędu średniego kwadratowego,

- błąd przetworzenia wariancji wyrażony zależnością

$$\Delta_D = 1 - \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} \quad (2)$$

Podobnie, jak w przypadku błędu średniego kwadratowego sygnały $x(t)$ i $y(t)$ występujące we wzorze (2) muszą być unormowane,

- korelacyjną dobrotę przenoszenia sygnałów zdefiniowaną równaniem

$$\rho_{xy}(0) = \frac{\left| \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t) dt \right|}{\sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt}} \quad (3)$$

W celu uproszczenia rozważań przyjęte zostały następujące założenia:

- przedmiotem analizy są liniowe przetworniki pomiarowe o parametrach skupionych,
- rozpatrywane sygnały stochastyczne są stacjonarne w szerokim sensie i ergodyczne względem funkcji statystycznych stosowanych do ich opisu,
- wartości średnie tych sygnałów są równe zero.

Wartości wskaźników jakości przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe zależą od wartości podstawowych parametrów tych przetworników i od parametru charakterystycznego przenoszonego sygnału stochastycznego. W publikacji [2] podano zależności opisujące wskaźniki jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego i sygnału szumu białego o ograniczonym pasmie częstotliwości przez przetworniki inercyjne I rzędu, a w artykule [3] przedstawiono te związki dla przetworników oscylacyjnych i inercyjnych II rzędu. Także w przypadku przetworników III rzędu rozpatrywane wskaźniki jakości są funkcją parametrów przetwornika i sygnału stochastycznego.

Przykładowo: przy przenoszeniu losowego, asynchronicznego sygnału binarnego o funkcji autokorelacji zgodnej z równaniem

$$R_x(\tau) = D_0 e^{-a|\tau|} \quad (4)$$

przez przetworniki III rzędu klasy 0, 1A i 1B wskaźniki jakości przyjmują postać [4]:

$$\Delta_D = 1 - \frac{\left(\frac{a}{\omega_0} \omega_0 T + 1\right) \left(\frac{a}{\omega_0} + 2\xi\right) (1 + 2\xi \omega_0 T) + 2\xi^2 \omega_0^2 T^2}{2\xi^2 \left(\frac{a}{\omega_0} \omega_0 T + 1\right) (\omega_0^2 T^2 + 2\xi \omega_0 T + 1) \left(\frac{a^2}{\omega_0^2} + 2 \frac{a}{\omega_0} + 1\right)} \quad (5)$$

$$\overline{\xi^2(t)}_n = 1 + \frac{(1 + 2\xi \omega_0 T) \left[\frac{a}{\omega_0} - \left(\frac{a}{\omega_0} \omega_0 T + 1 \right) + 2\xi \left(\frac{a}{\omega_0} \omega_0 T - 1 \right) \right] - 2\xi \omega_0^2 T^2}{2\xi \left(\frac{a}{\omega_0} \omega_0 T + 1 \right) (\omega_0^2 T^2 + 2\xi \omega_0 T + 1) \left(\frac{a}{\omega_0} + 2\xi \right)} \quad (6)$$

$$Q_{xy}(0) = \frac{\sqrt{2\xi(\omega_0^2 T^2 + 2\xi \omega_0 T + 1)}}{\sqrt{\left(\frac{a}{\omega_0} \omega_0 T + 1 \right) \left(\frac{a}{\omega_0} + 2\xi \right) \left[\left(\frac{a}{\omega_0} \omega_0 T + 1 \right) \left(\frac{a}{\omega_0} + 2\xi \right) \right]}} \cdot \frac{1}{(1 + 2\xi \omega_0 T) + 2\xi \omega_0^2 T^2} \quad (7)$$

przy czym:

- | | | |
|--|---|---|
| T - stała czasowa przetwornika,
ξ - tłumienie względne przetwornika,
ω_0 - pulsacja drgań swobodnych nie-
tłumionych przetwornika, | } | podstawowe parametry przetwornika III rzędu |
| a - podwojona średnia częstość zmian znaku sygnału wejściowego. | | |

Należy zaznaczyć, że klasy przetworników III rzędu zdefiniowane są następująco:

- klasa 0, jeśli $\xi \geq 1$,
- klasa 1A, jeśli $\xi < 1$ i $\xi < \frac{1}{\omega_0^2 T^2}$,
- klasa 1B, jeśli $\xi < 1$ i $\xi > \frac{1}{\omega_0^2 T^2}$.

Z równań (1), (2) i (3) definiujących wskaźniki jakości wynika, że zniekształcenia wejściowego sygnału stochastycznego spowodowane przez przetwornik pomiarowy są najmniejsze, jeśli $\overline{\xi^2(t)}_n$ i Δ_D przyjmują wartości minimalne, a $Q_{xy}(0)$ osiąga maksimum. Na podstawie praktyki pomiarowej przyjęto, że przetwornik pomiarowy przenosi sygnał stochastyczny z minimalnymi zniekształceniami, jeżeli zachodzi [4]

$$\Delta_D \leq 0,02; \quad \overline{\xi^2(t)}_n \leq 0,04; \quad Q_{xy}(0) \geq 0,98. \quad (8)$$

Przy spełnieniu przez wskaźniki jakości nierówności (8) charakterystyki statystyczne sygnału wejściowego i wyjściowego przetwornika w postaci funkcji autokorelacji i funkcji widmowej gęstości mocy nie różnią się zasadniczo między sobą.

Sposób wyznaczania wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych, dla których wskaźniki jakości przyjmują wartości określone nierównościami (8) zostanie przedstawiony dla przypadku przenoszenia przez przetworniki losowego, asynchronicznego sygnału binarnego.

a) Przetworniki pomiarowe I rzędu

Wskaźniki jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik pomiarowy I rzędu wyrażone są zależnościami [2,4]

$$\Delta_D = \overline{\xi^2(t)}_n = \frac{aT}{1 + aT} \quad (9a)$$

$$Q_{xy}(0) = \frac{1}{\sqrt{1 + aT}} \quad (9b)$$

przy czym:

T - stała czasowa przetwornika,

a - podwojona średnia częstość zmian znaku sygnału wejściowego.

Aby rozpatrywany sygnał stochastyczny był przenoszony z minimalnymi zniekształceniami przez przetwornik I rzędu stała czasowa przetwornika powinna spełniać nierówność

$$T \leq T_{dop} \approx \frac{0,02}{a} \quad (10)$$

b) Przetworniki pomiarowe II rzędu

Z zależności opisujących wskaźniki jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetworniki II rzędu [3], zakładając

$$\Delta_D = 0, \quad \xi^2(t)_n = \min, \quad Q_{xy}(0) = \max, \quad (11)$$

można wyznaczyć optymalne wartości tłumienia względnego przetwornika.

Błąd przetworzenia wariancji przyjmuje wartości zerowe dla tłumienia względnego przetwornika określonego związkami

$$\xi_{opt_1} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{4 + \frac{a^2}{\omega_0^2}} - \frac{a}{\omega_0} \right) \quad (12)$$

przy czym:

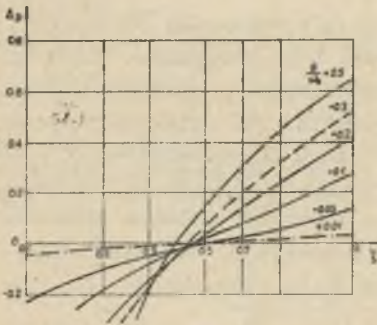
ω_0 - pulsacja drgań swobodnych, nietłumionych przetwornika.

Minimum błędu średniego kwadratowego występuje dla wartości tłumienia wyznaczonych z następującego wzoru

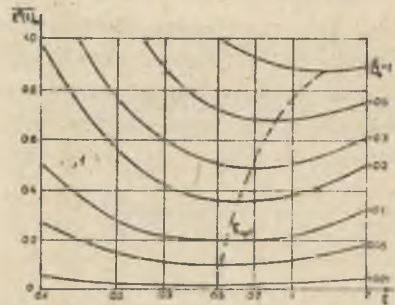
$$\xi_{opt_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2 \frac{a^2}{\omega_0^2} + 1} + \frac{a}{\omega_0} \right). \quad (13)$$

Zależność określająca tłumienie względne, dla którego korelacyjna dobroć przenoszenia sygnałów przyjmuje wartości maksymalne, ma postać

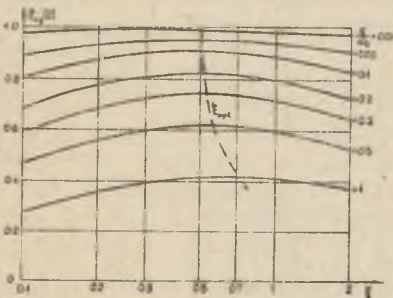
$$\xi_{opt_3} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{a^2}{\omega_0^2}} \quad (14)$$



Rys. 1. Przebieg błędu przetwarzania wariancji przetwornika II rzędu dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego



Rys. 2. Przebieg błędu średniego kwadratowego przetwornika II rzędu dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego



Rys. 3. Przebieg korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów przetwornika II rzędu dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

Na rys. 1-3 przedstawione są przebiegi wskaźników jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik II rzędu w funkcji tłumienia względnego tego przetwornika.

Spełnienie warunków (8) prowadzi do następującego ograniczenia odnośnie pulsacji drgań swobodnych nietłumionych przetwornika II rzędu

$$\frac{a}{\omega_0} \leq 0,02 \quad (15)$$

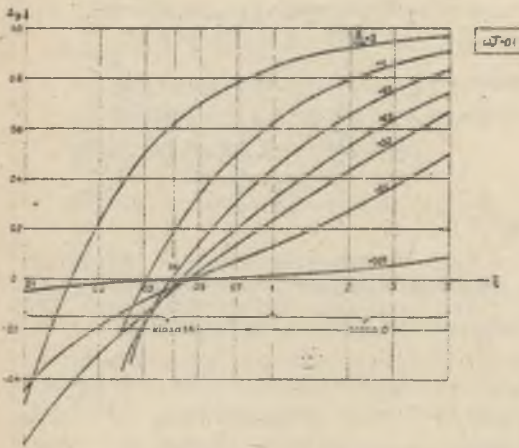
Dla wartości a/ω_0 określonych nierównością (15) optymalne tłumienie względne, obliczone z równań (12) - (14), dąży do tej samej wartości, która wynosi $\xi_{opt} = 0,5$. Jednak

krywe obrazujące zmianę Δ_D , $\overline{\varepsilon^2(t)}_n$ i $\rho_{xy}(0)$ w funkcji ξ dla tak małych wartości a/ω_0 mają płaski przebieg (rys. 1-3). W związku z tym w miejsce tłumienia optymalnego wyliczonego z równań (12) - (14) można przyjąć pewien przedział zmienności tego parametra, dla którego wartości wskaźników jakości spełniają warunki (8).

Dopuszczalny zakres zmian tłumienia względnego, przy założeniu spełnienia nierówności (15), jest szeroki i zawiera się w granicach $\xi_{opt} = 0,4-0,7$.

c) Przetworniki pomiarowe III rzędu

Z zależności (5)-(7), opisujących wskaźniki jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik III rzędu, przy założeniach (11), można wyznaczyć optymalne wartości tłumienia względnego tego przetwornika.



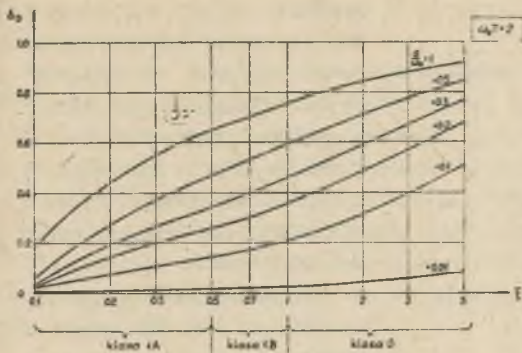
Rys. 4. Przebieg błędu przetworzenia wariancji przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 0,1$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

Błąd przetworzenia wariancji (rys. 4-5) przyjmuje wartości zerowe tylko w przypadku przetworników III rzędu należących do klasy 1A, jeżeli $\omega_0 T \ll 1$. Przyrównanie błędu przetworzenia wariancji do zera prowadzi do równania 3 stopnia względem ξ , a obliczenie pochod-

nych $\frac{d\delta^2(t)}{d\xi}$ oraz $\frac{d\delta^2(t)}{d\xi}$ i przyrównanie ich do zera - do równań 4 stopnia względem ξ . Przykładowe optymalne wartości tłumienia względnego otrzymane z rozwiązania tych równań zestawione są w tabeli 1.

Tabela 1

	ξ_{opt_1}	ξ_{opt_2}	ξ_{opt_3}
$\omega_0 T = 0,1$			
a/ω_0			
0,01	0,50	0,50	0,50
0,1	0,48	0,56	0,50
0,2	0,45	0,63	0,52



Rys. 5. Przebieg błędu przetworzenia wariancji przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 2$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

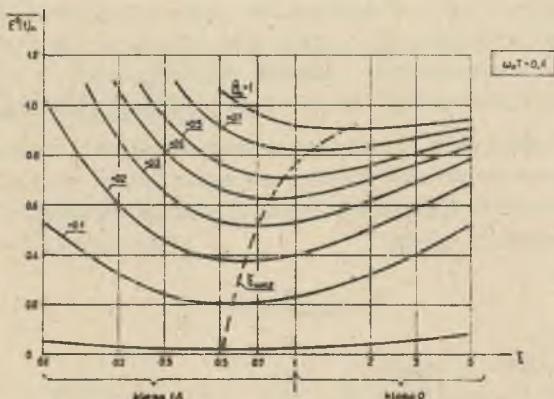
Na rys. 4-7 przedstawione są przebiegi wskaźników jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik III rzędu w funkcji tłumienia względnego tego przetwornika. Zapewnienie minimalnych zniekształceń przy przeliczeniu rozpatrywanego sygnału stochastycznego przez przetwornik pomiarowy III rzędu (spełnienie warunków (8)) prowadzi do następujących wymagań odnośnie podstawowych parametrów przetwornika.

$$\frac{\delta}{\omega_0} \leq 0,02 \quad (16a)$$

$$\omega_0 T \leq 0,1 \quad (16b)$$

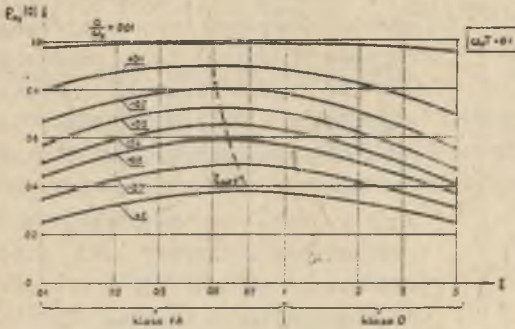
$$\xi = 0,4-0,7 \quad (16c)$$

Wymagania (16b) i (16c) spełniają przetworniki III rzędu należące do klasy 1A (rys. 4, 6, 7).



Rys. 6. Przebieg błędu średniego kwadratowego przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 0,1$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

W podobny sposób przeprowadza się dobór podstawowych parametrów przetworników pomiarowych dla przenoszenia z minimalnymi zniekształceniami dowolnego sygnału stochastycznego. Postać warunków, które powinny być spełnione przez podstawowe parametry przetwornika, zależy od przenoszono



Rys. 7. Przebieg korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 0,1$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

sygnału stochastycznego. Aby otrzymane wyniki można było uogólnić konieczne jest ujednoczenie opisu sygnałów stochastycznych. Uzyskuje się to wprowadzając parametr zwany pulsacją graniczną sygnału stochastycznego.

Przyjęto, że pulsacja graniczna sygnału stochastycznego ω_{gs} jest to także pulsacja, dla której w przedziale $(0, \omega_{gs})$ zawarte jest 90% mocy sygnału [5]

$$\int_0^{\omega_{gs}} P_x(\omega) d\omega = 0,9 \int_0^{\infty} P_x(\omega) d\omega \quad (17)$$

przy czym:

$P_x(\omega)$ - funkcja widmowej gęstości mocy sygnału $x(t)$.

W pracy [4] dokonano analizy przenoszenia przez przetworniki pomiarowe następujących sygnałów stochastycznych:

- losowego, asynchronicznego sygnału binarnego,
- szumu białego o ograniczonym pasmie częstotliwości,
- binarnego sygnału pseudoprzypadkowego o maksymalnej długości.

Analiza ta prowadzi do sformułowania wymagań odnośnie doboru wartości podstawowych parametrów przetworników, zapewniających minimalne zniekształcenia przy przenoszeniu dowolnego sygnału stochastycznego w postaci:

- dla przetworników I rzędu

$$\omega_{gs} T \leq 0,1 \quad (18)$$

- dla przetworników II rzędu

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_0} \leq 0,1; \quad 0,4 \leq \xi \leq 0,7 \quad (19)$$

- dla przetworników III rzędu

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_0} \leq 0,1; \quad \omega_0 T \leq 0,1; \quad 0,4 \leq \xi \leq 0,7 \quad (20)$$

przy założeniu definicji pulsacji granicznej sygnału stochastycznego w postaci równania (17).

Podsumowując przeprowadzone rozważania można stwierdzić: nierówności (18)-(20) określają w jaki sposób należy dobierać wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych, jeżeli przetworniki te powinny przenosić wejściowy sygnał stochastyczny z minimalnymi zniekształceniami (spełnienie nierówności (8)). Wymagania (18)-(20) (przy czym przyjmuje się definicję pulsacji granicznej sygnału stochastycznego w postaci równania (17)) są słuszne przy założeniu, że oceny przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki dokonuje się za pomocą wskaźników jakości zdefiniowanych według równań (1)-(3).

LITERATURA

- [1] Azizow A.M., Gordow A.N.: Точност измерительных преобразователей, Leningrad 1975.
- [2] Bojarska M.: Ocena przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe, Materiały XII Narady Metrologów, Poznań 1977.
- [3] Bojarska M.: Parametry charakteryzujące przenoszenie sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z. 62, Gliwice 1979.
- [4] Bojarska M.: Ocena przenoszenia sygnałów stochastycznych przez liniowe przetworniki pomiarowe. Praca doktorska, Pol.Śl., Gliwice 1979.
- [5] Hagel R.: Określenie częstotliwości granicznej sygnałów, Materiały Sympozjum "Problemy miernictwa dynamicznego", Wisła 1974.
- [6] Lange F.H.: Korrelationselektronik, VEB Verlag Technik, Berlin 1962.
- [7] Neidhardt P.: Informationstheorie und automatische Informationsverarbeitung, VEB Verlag Technik, Berlin 1964.
- [8] Соколовников В.В.: Динамика статистична линиовых укладов стерования автоматичного. WNT, Warszawa 1964.

ВЫБОРКА ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Резюме

В статье обсуждается определение оптимальных значений параметров преобразователей. Эти значения параметров обеспечивают передачу стохастических сигналов без искажений.

CHOICE OF THE PARAMETERS VALUES OF MEASURING TRANSDUCKER
USED FOR THE TRANSFER OF STOCHASTIC SIGNALS

S u m m a r y

The paper presents optimization of the measuring transducers parameters. The transfer of stochastic signals by the transducer possessing the optimal parameters comes with no distortion of these signals.