

Stanisław SZPILKA

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

IMPULSOWE METODY POMIARU ASYMETRII
3-FAZOWYCH SYGNAŁÓW SINUSOIDALNYCH

Streszczenie. W artykule omówiono metody pomiaru modułu współczynnika symetrii (3,4) sygnałów sinusoidalnych (1) spełniających warunek (2).

Wprowadzono pojęcie uchybu kąтового układu niesymetrycznego (9) i wykazano, że suma uchybów jednego znaku jest równa kątowi widzenia trójkąta równobocznego (rys. 3). Podano koncepcję przetwornika pomiarowego (rys. 1), w którym sygnał wyjściowy jest równy sumie uchybów jednego znaku. W celu uściślenia pomiaru rozszerzono koncepcję przetwornika przez dodanie członu przekształcenia liniowego (rys. 6). Wykazano, że w tym układzie można otrzymać sygnał wyjściowy, którego wartość odpowiada kątowi widzenia N-boku. Zależność sygnału wyjściowego od α zmniejsza się przy dużym N, co daje uściślenie pomiaru. Na rys. 9 podano charakterystyki względnych błędów pomiaru dla $N = 3,5,6,7,12$.

Przedmiotem badania są układy sygnałów sinusoidalnych:

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

w których zachodzi relacja:

$$\sum_{1}^3 W_i = 0 \quad (2)$$

Sygnał typu (1) można scharakteryzować za pomocą składowych symetrycznych. Wobec (2) składowa symetryczna kolejności zerowej jest równa zero, a układ (1) charakteryzuje się współczynnikiem asymetrii:

$$\epsilon = \frac{A_2}{A_1} \quad (3)$$

gdzie:

- A_1 - składowa symetryczna kolejności zgodnej,
- A_2 - składowa symetryczna kolejności przeciwnej.

Współczynnik asymetrii ϵ jest liczbą zespoloną:

$$\epsilon = |\epsilon| e^{j\alpha} \quad (4)$$

Celem pomiaru jest wyznaczenie modułu współczynnika asymetrii. Kąt α nie jest wyznaczany pomiarem. Może on przyjmować dowolne wartości. Składowe W_k można przedstawić na płaszczyźnie liczb zespolonych w postaci trójkąta. Współczynnik ϵ zależy od kształtu trójkąta, tzn. wszystkie trójkąty podobne charakteryzują się jednakowym współczynnikiem ϵ . W można więc pomnożyć przez dowolną liczbę nie zmieniając ϵ . W dalszej analizie rozpatrywane będą wielkości stosunkowe:

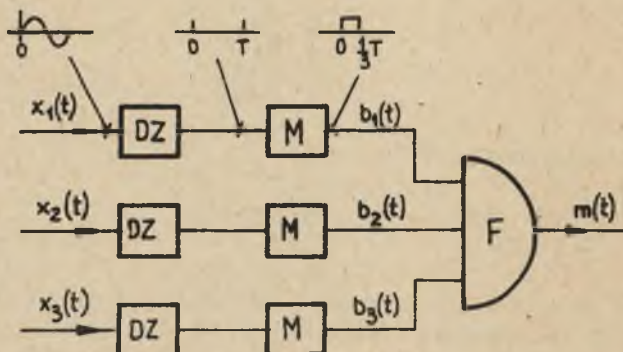
$$X_k = \frac{W_k}{A_1}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (5)$$

Wzór (5) wyraża moduł sygnału W_k w jednostkach względnych, przy jednostce odniesienia $|A_1|$ oraz sprowadza fazę składowej symetrycznej zgodnej układu (X_k) do zera. Stąd zachodzi związek:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ h^2 \\ h \end{bmatrix} + \epsilon \begin{bmatrix} 1 \\ h \\ h^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie

$$h = e^{j120^\circ}.$$



Rys. 1. Koncepcja układu pomiarowego asymetrii

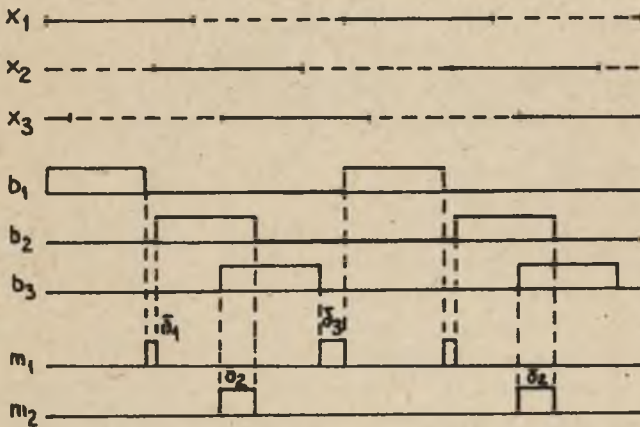
Koncepcję pomiaru przedstawiono na rys. 1. Przetwornik pomiarowy posiada 3 wejścia sygnałów sinusoidalnych $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ oraz wyjście $m(t)$ sygnału impulsowego. Sygnały $x_k(t)$ przetwarzane są na impulsy prostokątne za pomocą członów DZ i M. Człon DZ - dyskryminator zera - wytwa-

rza impulsy wyzwalające przy dodatnim przejściu przez zero sinusoidy sygnału wejściowego, które wyzwalają przerzutnik monostabilny M generujący impulsy b_k o czasie trwania $1/3 T$, gdzie T jest okresem sinusoidy. Impulsy poszczególnych sygnałów doprowadzone są do członu logicznego F, który wykonuje jedną z poniższych operacji logicznych:

$$m_1 = F_1(b_1, b_2, b_3) = \bar{b}_1 \wedge \bar{b}_2 \wedge \bar{b}_3 \quad (7)$$

$$m_2 = F_2(b_1, b_2, b_3) = b_1 b_2 \vee b_2 b_3 \vee b_3 b_1 \quad (8)$$

Jako wartość sygnału wyjściowego przyjmuje się sumaryczny czas trwania impulsów w ciągu okresu.

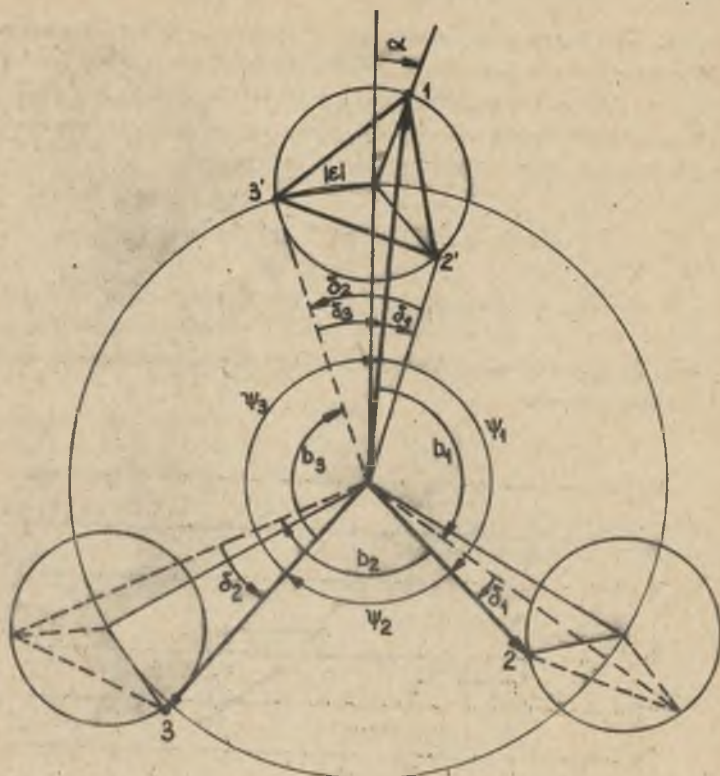


Rys. 2. Przetwarzanie sygnału pomiarowego

Na rys. 2 przedstawiono proces przetwarzania sygnałów. Sygnały $x_k(t)$ przedstawiono w uproszczeniu, zaznaczając linią ciągłą dodatnie połówki sinusoidy, a przerywaną - ujemne. Sygnał $m_1(t)$ powstaje, gdy w chwili t nie pojawia się żaden impuls, a $m_2(t)$ w chwilach, gdy występuje koincydencja impulsów b_k dwóch kolejnych faz. W warunkach symetrii impuls b_k kończy się w chwili, gdy zaczyna się impuls b_{k+1} , tak że: $m_1 = 0$ i $m_2 = 0$.

Związki geometryczne między sygnałami przedstawiono na rys. 3. Czasy trwania impulsów odpowiadają określonym kątom i mogą być wyrażone w stopniach kątowych. Z rys. 3 wynika:

$$\delta_k = \psi_k - 120^\circ, \quad k = 1, 2, 3 \quad (9)$$



Rys. 3. Zależności geometryczne między sygnałami dla $N = 3$

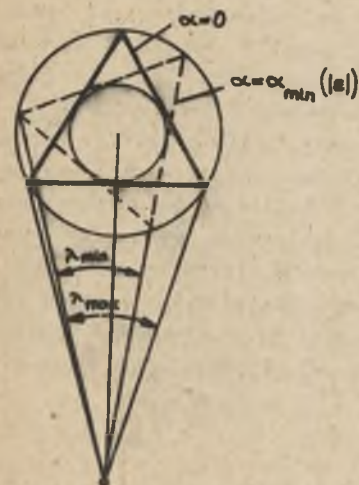
Przyjmując układ symetryczny ($\delta_k = 0$) jako układ odniesienia, można kąty δ_k interpretować jako uchyby katowe układu 3-fazowego. Impulsy pojawiające się w sygnale m_1 odpowiadają uchybom dodatnim, a w sygnale m_2 - ujemnym. Wartości sygnałów m_1 i m_2 odpowiadają więc sumie uchybów jednego znaku. Są one równe, gdyż zachodzi związek:

$$\sum_{k=1}^3 \delta_k = 0 \quad (10)$$

Uchyby δ_k wyrażają w interpretacji geometrycznej kąty widzenia cięciw okręgu o promieniu $|E|$ i kącie środkowym 120° (rys. 3). Wartość sygnału wyjściowego wygodnie jest analizować po obróceniu wskaźnika X_2 o 120° i wskaźnika X_3 o 240° . Po obrocie wskaźniki składowej zgodnej pokrywają się, a cięciwy tworzą trójkąt równoboczny zbudowany na gwiazdzie (E, E^h, E^{h^2}) . Suma uchybów jednego znaku jest równa kątowi widzenia trójkąta równobocznego.

Zagadnienie analizy wartości sygnału wyjściowego sprowadzono w ten sposób do zagadnienia geometrycznego polegającego na wyznaczeniu kąta widze-

nia trójkąta równobocznego i to niezależnie od tego, czy wyprowadza się sygnał m_1 czy m_2 . Przedstawienie wartości sygnału wyjściowego jako kąta widzenia trójkąta ułatwia analizę i pozwala zorientować się o wpływie kąta α na wartość sygnału wyjściowego.



Rys. 4. Położenie trójkąta dla maksymalnego i minimalnego kąta widzenia

Wpływ kąta α na wartość sygnału wyjściowego przedstawiono na rys. 4. Zmienność sygnału wyjściowego w zależności od α najlepiej zauważyć obserwując kąt widzenia dla różnych położenia trójkąta. Istnieją dwa szczególne położenia trójkąta odpowiadające maksymalnej i minimalnej wartości sygnału, które pokazano na rys. 4. Wartość maksymalna dla wszystkich wartości $|E|$ występuje dla $\alpha = 0^\circ$, wartość minimalna występuje dla kąta zależnego od $|E|$ i odpowiada położeniu, przy którym bok trójkąta pokrywa się z promieniem widzenia.

Korzystając z zależności przedstawionych na rys. 4 można obliczyć charakterystyki:

$$\lambda = f(|E|, \alpha) \quad (11)$$

gdzie:

λ - wartość sygnału wyjściowego wyrażona w stopniach kątowych, a α jest parametrem, który może przyjmować dowolne wartości. Kąt α powoduje rozrzut

charakterystyk. Wszystkie możliwe wartości λ dla danego $|E|$ będą znajdować się między charakterystykami:

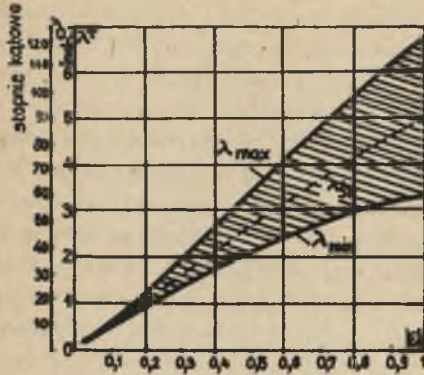
$$\lambda_{\max} = f(|E|, 0) \quad (12)$$

$$\lambda_{\min} = f(|E|, \alpha_{\min}(|E|)) \quad (13)$$

Charakterystyki te zostały obliczone w pracy [1], a wykres ich przedstawiono na rys. 5. Wynika z nich, że przedstawiony przetwornik pomiarowy mógłby spełniać swe zadanie tylko w specjalnych przypadkach, nie wymagających dużej dokładności i przy ograniczonym zakresie pomiarowym. Np. w połączeniu z elementem progowym mógłby być wykorzystany do sygnalizacji przekroczenia wartości (np. $|E| > 0,25$). W zastosowaniu takim występuje ograniczenie zakresu pomiarowego i zwykle nie jest wymagana duża dokładność.

Chociaż za pomocą przedstawionej koncepcji nie można wyznaczyć dokładnie $|E|$, interpretacja wartości sygnału wyjściowego jako kąta widzenia

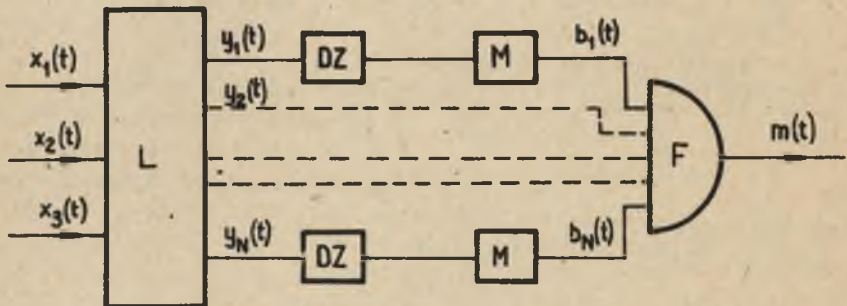
trójkąta wskazuje kierunek rozwinięcia koncepcji w celu uniezależnienia wyniku pomiaru od kąta α . Kierunkiem tym jest poszukiwanie układu, w którym wartość sygnału wyjściowego wyrazi się kątem widzenia wieloboku.



Rys. 5. Zależność wartości sygnału wyjściowego od $|\alpha|$, dla $N = 3$

W miarę zwiększania liczby boków charakterystyka (11) będzie zmierzała do charakterystyki jednoznacznej, gdyż w granicy wartość sygnału wyjściowego byłaby kątem widzenia okręgu o promieniu $|\epsilon|$.

Omówione zostaną układy, w których wartość sygnału wyjściowego wyrażać się będzie kątem widzenia wieloboku regularnego o N -bokach. Koncepcję układu przedstawiono na rys. 6. Człon L przekształca liniowo sygnały $x_k(t)$ na N sygnałów $y_k(t)$. Sygnały y_k przekształcane są po-



Rys. 6. Koncepcja układu pomiarowego dla $N > 3$.

dobnie, jak w koncepcji poprzedniej, z tym że dyskryminator zera DZ wytwarza impulsy wyzwalające przy każdym przejściu sinusoidy przez zero, a przerzutnik M generuje impulsy o czasie trwania $T/2N$.

Człon F wykonuje operację logiczną:

$$m_1 = F_1(b_1 \dots b_N) = b_1 \wedge b_2 \wedge b_3 \wedge \dots \wedge b_N \quad (14)$$

Jako sygnału wyjściowego nie stosuje się w tej koncepcji funkcji koincydencji (8). Wynika to stąd, że wartość sygnału wyjściowego winna być sumą czasów trwania koincydencji dwóch następujących po sobie impulsów b_k . Przy większej liczbie impulsów w ciągu okresu mogą wystąpić koincydencje 3 impulsów, a wtedy czas trwania impulsu wytworzonego nie odpowiada sumie

czasów trwania koincydencji poszczególnych par impulsów. Sygnał m_1 nie podlega tym ograniczeniom.

Warunkiem, jaki muszą spełniać sygnały y_k , jest ich przesunięcie fazowe, które przy symetrycznych sygnałach wejściowych wynosi:

$$\theta = \frac{360^\circ}{N} \quad (15)$$

Ze względu na to, że DZ wytwarza impulsy przy każdym przejściu sinusoidy przez zero, a więc dwa razy w ciągu okresu, układ nie rozróżnia sinusoid y_k przesuniętych o 180° . Można więc uważać, że w układzie występuje $2N$ sinusoid, gdyż każdy sygnał y_k wykorzystany jest dwukrotnie, jako y_k i $(-y_k)$. Tych $2N$ sinusoid będzie przesuniętych względem siebie o kąty $\theta/2$. Proces przetwarzania impulsów będzie powtarzał się co $1/2 T$.

Jako wartość sygnału wyjściowego przyjmuje się sumaryczny czas trwania impulsów wyjściowych w ciągu połowy okresu.

Przekształcenie członu liniowego L można wyrazić wzorem:

$$Y = LX \quad (16)$$

lub po rozpisaniu macierzy wzorem:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_k \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ h^2 \\ h \end{bmatrix} + \epsilon \begin{bmatrix} 1 \\ h \\ h^2 \end{bmatrix} \right\} \quad (17)$$

W macierzy L zakłada się współczynniki rzeczywiste. Ze wzoru (17) wynika, że:

$$Y_k = (a_{k1} + a_{k2} h^2 + a_{k3} h) + \epsilon (a_{k1} + a_{k2} + a_{k3} h^2) \quad (18)$$

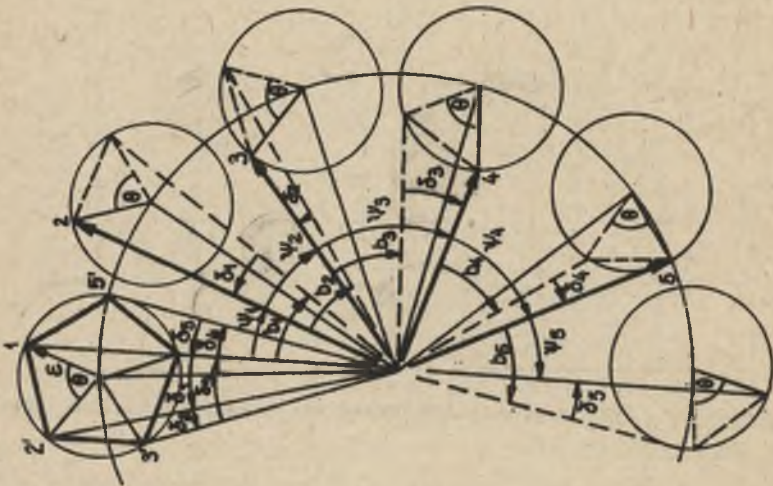
Wyrażenia w nawiasach we wzorze (18) są liczbami sprzężonymi, zatem Y_k można wyrazić:

$$Y_k = C_k + \epsilon \bar{C}_k \quad (19)$$

gdzie: C_k jest wynikiem przekształcenia składowej zgodnej.

Otrzymanie wektora Y_k o pożądanej fazie może być zrealizowane różnymi sposobami. Zwykle wystarczy wykorzystać dwa spośród sygnałów $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$. Moduł Y_k jest dla metody bez znaczenia. Określenie jego będzie podyktowane względami konstrukcyjnymi, które nie będą tu omawiane. Jedynym warunkiem nałożonym na przekształcenie L jest więc zgodnie z założeniem (15) zachowanie relacji:

$$\frac{C_k}{|C_k|} = e^{-j(k-1)\theta} \quad (20)$$



Rys. 7. Zależności geometryczne między sygnałami dla $N = 5$

Przy badaniu związków geometrycznych między sygnałami można brać sygnały y_k lub $-y_k$ o dowolnej amplitudzie. Do analizy przyjęto N sygnałów znormalizowanych (otrzymanych przez podzielenie zależności (19) przez $|C_k|$) przesuniętych w warunkach symetrii o kąt $\theta/2$. Zatem:

$$Y_k = e^{-j(k-1)\theta/2} + \epsilon e^{j(k-1)\theta/2} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

Zależności geometryczne przedstawiono, przykładowo dla $N = 5$, na rys. 7. Kąty δ_k mogą być interpretowane jako uchyby kątowe:

$$\delta_k = \psi_k - \frac{\Theta}{2} \quad (22)$$

układu przekształconego. Suma tych uchybów jest równa zero. Czasy trwania impulsów w sygnale m_1 odpowiadają uchybom dodatnim, zatem wartość sygnału wyjściowego jest sumą uchybów kątowych dodatnich. Uchybom kątowym δ_k można przyporządkować kąty widzenia cięciw okręgu o promieniu $|\epsilon|$ i kącie środkowym Θ . Są to więc boki N -boku. Obracając wskaźy γ_k o kąty $(k-1)\Theta/2$ otrzymuje się N -bok (pięciobok). Suma kątów δ_k jednego znaku jest równa kątowi widzenia pięcioboku (N -boku). Tym samym wartościom sygnału wyjściowego przyporządkowano kąt widzenia N -boku zbudowanego na symetrycznej N -ramiennej gwiazdzie, złożonej z ramion o długości $|\epsilon|$ w położeniu określonym kątem α .

Powyżej udowodniono

jeżeli w układzie przedstawionym na rys. 6:

- człon przekształcenia liniowego L wytwarza na wyjściu N -sygnałów które przy symetrycznym wejściu są przesunięte w fazie względem siebie o kąt $\Theta = 360^\circ/N$,
- dyskryminator zera DZ wytwarza impulsy wyzwalające przy każdym przejściu sinusoidy przez zero, tzn. dwa razy w ciągu okresu,
- przerzutniki monostabilne M generują impulsy prostokątne o czasie trwania $T/2N$,
- człon F wykonuje operację logiczną określoną wzorem (14),

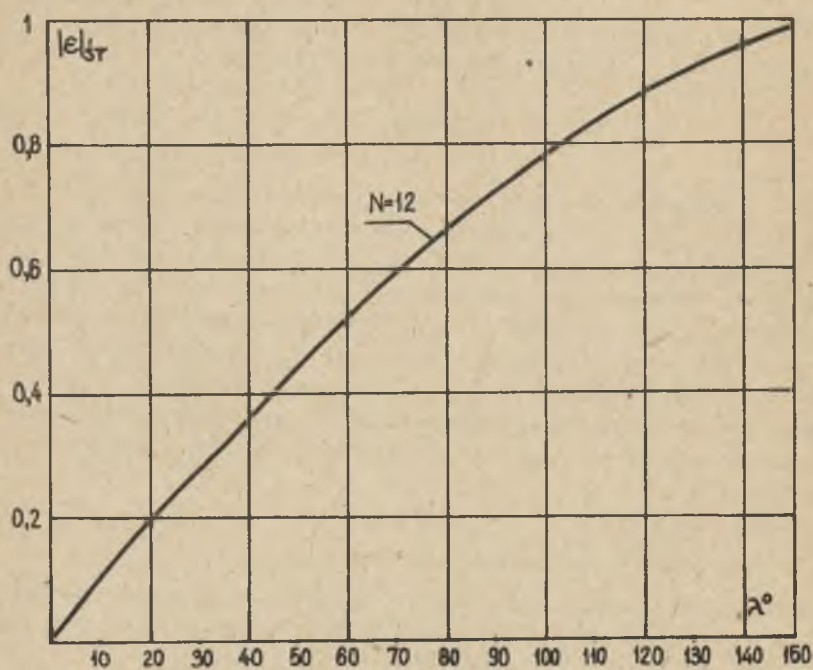
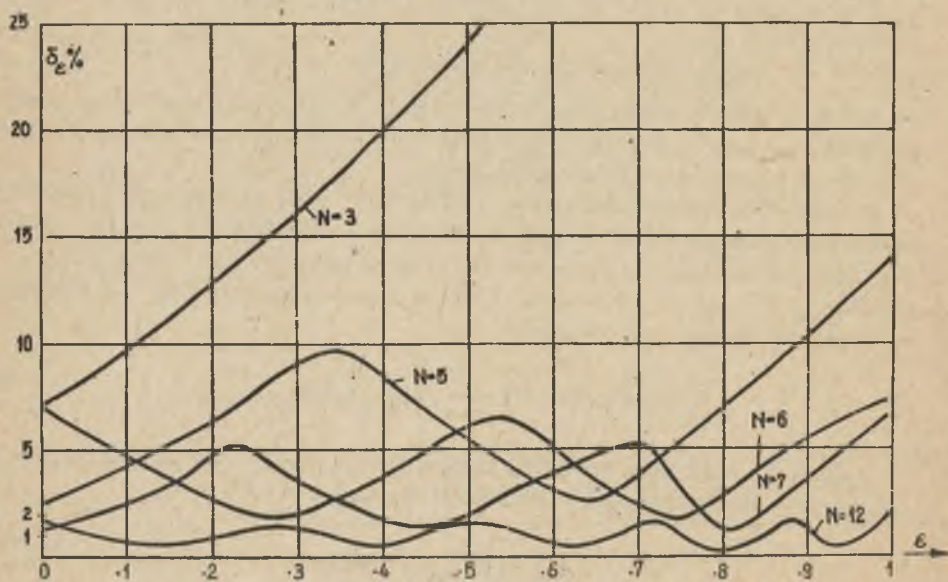
to wartość sygnału wyjściowego, rozumianego jako sumaryczny czas trwania impulsów w ciągu połowy okresu, można wyrazić za pomocą kąta widzenia N -boku w położeniu określonym kątem α .

W celu oszacowania przydatności omówionych metod pomiarowych przeprowadzono obliczenia błędów względnych pomiaru dla $N = 3, 5, 6, 7, 12$. Każdej wartości sygnału wyjściowego odpowiada przedział wartości $|\epsilon|_{\min} < |\epsilon| < |\epsilon|_{\max}$. Założono, że wskaźnik odczytu będzie wyskalowany w średniej wartości powyższego przedziału:

$$\epsilon_{\text{śr}}(\lambda) = 0,5 (|\epsilon|_{\min} + |\epsilon|_{\max}) \quad (23)$$

Zależność (23) jest charakterystyką skali. Dla $N = 12$ przedstawiono ją na rys. 8. Błąd bezwzględny określono wzorem:

$$\Delta_\epsilon = |\epsilon|_{\max} - |\epsilon|_{\text{śr}} \quad (24)$$

Rys. 8. Charakterystyka skali dla $N = 12$ Rys. 9. Błędy względne pomiaru dla $N = 3, 5, 6, 7, 12$

Błąd względny pomiaru określono:

$$\delta_{\varepsilon} \% = \frac{\Delta_{\varepsilon}}{|\varepsilon|_{sr}} \cdot 100 \quad (25)$$

Na rys. 9 podano wykresy błędów względnych w funkcji wyniku pomiaru.

Układ na rys. 6 podany został jedynie dla ilustracji idei pomiaru. Przetwarzanie sygnałów może być rozwiązane różnymi sposobami [2] pozwalającymi na zmniejszenie liczby elementów układu.

LITERATURA

- [1] Szpilka S.: Impulsowe filtry asymetrii układu trójfazowego. Prace Naukowe Energoelektryki Pol. Wrocławskiej, Zeszyt nr 10, Wrocław 1972.
- [2] Szpilka S.: Układy impulsowych filtrów asymetrii. Prace Naukowe Energoelektryki Pol. Wrocławskiej, Zeszyt nr 10, Wrocław 1972.

Przyjęto do druku w maju 1979 r.

ИМПУЛЬСНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ АСИММЕТРИИ ТРЕХФАЗНЫХ СИНУСОИДАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Р е з ю м е

В статье обсуждены методы измерения коэффициента асимметрии синусоидальных сигналов, выполняющих условие (2). Введено понятие угловой погрешности несимметричной системы (9) и доказано, что сумма погрешностей одного знака равна углу зрения равностороннего треугольника (рис. 3). Представлена концепция измерительного преобразования (рис. 1), в котором выходной сигнал равен сумме погрешностей одного знака. Для уточнения условий измерения к преобразователю прибавлен член линейной трансформации (рис. 6). Доказано, что в этой измерительной системе можно получить выходной сигнал, значение которого соответствует углу зрения N-многоугольника. Зависимость выходного сигнала от α уменьшается при большом N что улучшает точность измерения. На рис. 9 указаны характеристики относительных ошибок измерения для $N = 3, 4, 6, 7, 12$.

PULSE METHODS FOR MEASURING THE ASYMMETRY OF 3-PHASE SINUSOIDAL SIGNALS

S u m m a r y

The paper deals with the methods of measurement of the unbalance factor (3,4) of 3-phase sinusoidal signals which satisfy the condition (2).

Phase angle errors has been defined (9) and the correspondence between the sum of equisign phase angle errors and the view angle of equilateral triangle has been derived (Fig. 3). Basic circuit of transducer has been established (Fig. 1), the value of output signal being the sum of equisign phase angle errors. To improve the accuracy of measurement the basic circuit has been completed with a linear transforming unit (Fig. 6). It has been proved that with this transducer an output signal which corresponds to the view angle of equilateral N-sided polygon can be obtained. The variation of the output signal with the angle decreases as N becomes greater which results in increasing the accuracy of measurements. Characteristics of measurement errors for $N = 3, 5, 6, 7, 12$, are presented in Fig. 9.