ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria ELEKTRYKA z. 68 Nr kol. 643

Tadeusz GLINKA

Zakład Maszyn Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

CHARAKTERYSTYKI CZĘSTOTLIWOŚCI I ICH FORMY CZASOWE PERMEANCJI OBWODU MAGNETYCZNEGO MASZYN ELEKTRYCZNYCH, A W SZCZEGÓLNOŚCI MASZYN PRĄDU STAŁEGO

Streszczenie. Permeancja obwodu magnetycznego maszyn elektrycznych silnie zależy od prądów wirowych indukowanych w elementach litych. W klasycznej teorii maszyn elektrycznych zależność tę uwzględnia się przedstawiając permeancję obwodu równaniem uproszczonym (5) Elektromagnetyczne przebiegi nieustalone obliczone przy założeniu takiej postaci równania permeancji tylko w przybliżeniu odpowiadają przebiegom rzeczywistym. Dlatego we współczesnych pracach poświęconych maszynom prądu stałego i maszynom synchronicznym permeancję obwodu magnetycznego wyraża się równaniem przybliżonym (10).Jednak założenia, przy których obowiązuje równanie (10), nie zawsze są spełnione. Stąd posługiwanie się aproksymacją, np. przy analizie stanów nieustalonych w maszynach indukcyjnych z litym wirnikiem, bądź też przy analizie obwodu magnetycznego wzbudzenia w maszynach prądu stałego, wydaje się niezbyt uzasadnione.

W artykule zaproponowano wyrażenie permeancji obwodu magnetycznego za pomocą równań (10) i (12). Posługiwanie się równaniem (10) jest dopuszczalne przy analizie obwodów magnetycznych z długimi szczelinami, np. obwód poprzeczny w maszynach prądu stałego, a równaniem (12) - przy analizie obwodów magnetycznych o bardzo małych szczelinach, np. silnik indukcyjny z litym wirnikiem.

1. Wstęp

Permeancja obwodu magnetycznego decyduje o właściwościach maszyn elektrycznych tak w stanach ustalonych, jak i nieustalonych. Opis właściwości maszyn i ich charakterystyk statycznych oraz permeancji obwodu magnetycznego dla stanu ustalonego nie stwarza żadnych trudności w teorii maszyn elektrycznych. Natomiast analiza matematyczna stanów nieustalonych w maszynach elektrycznych bazuje zawsze na założeniach upraszczających. Założenia te prawie wyłącznie dotyczą obwodu magnetycznego. Można zatem powiedzieć, że opis matematyczny parametrów elektromechanicznych maszyny w stanie nieustalonym odwzorowuje z taką dokładnością przebiegi rzeczywiste, z jaką dokładnością przyjęte do analizy równanie permeancji odwzorowuje permeancję rzeczywistą jej obwodu magnetycznego.

W maszynach elektrycznych spotykamy obwody magnetyczne szeregowe zawierające następujące elementy:

- element ferromagnetyczny lity $\mu_r > 1$; $\gamma > 0$,
- szczelinę powietrzną $\mu_r = 1$; $\gamma = 0$,
- element ferromagnetyczny pakietowany $\mu_r > 1$ $\gamma = 0$.

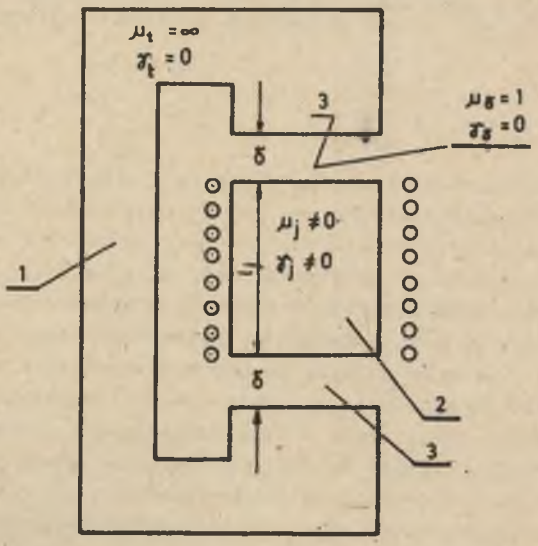
Prądy wirowe wzbudzane w elementach litych wpływają na permeancję obwodu magnetycznego $\Lambda(p)$ zdefiniowaną jako stosunek strumienia magnetycznego użytecznego $\Phi(p)$ do przepływu wzbudzenia $\Theta(p)$

$$\Lambda(p) \stackrel{df}{=} \frac{\Phi(p)}{\Theta(p)} \tag{1}$$

Uzwojenie wytwarzające przepływ $\Theta(p)$ może być rozmieszczone przy elemencie litym pakietowanym, bądź też przy jednym i drugim równocześnie. Strumień $\Phi(p)$ jest to strumień, który uczestniczy w przemianie energii elektrycznej w mechaniczną lub odwrotnie, jest to więc strumień w szczelinie powietrznej, a ściślej, np. w maszynie prądu stałego, jest to strumień na granicy szczelina powietrzna - pakietowane jarzmo twornika, a np. w maszynie indukcyjnej z litym wirnikiem jest to strumień na granicy szczelina powietrzna - lity blok wirnika. Obliczając zatem strumień $\Phi(p)$ należy posłużyć się odpowiednim schematem obwodu magnetycznego.

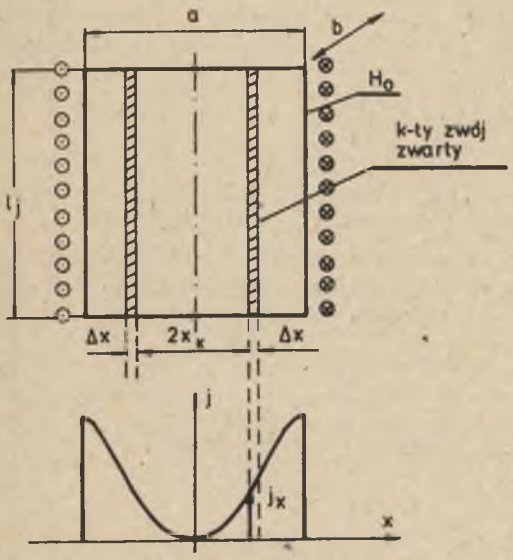
2. Opis permeancji obwodu magnetycznego za pomocą stałych skupionych

Szeregowy obwód magnetyczny zawierający szczelinę powietrzną i element lity, w którym indukują się prądy wirowe, można przedstawić za pomocą mo-



Rys. 1. Obwód elektromagnetyczny z szeregowo połączonymi elementami 1 - pakietowanym, 2 - litym, 3 - szczeliną powietrzną

delu podanego na rys. 1. Przy skokowo załączonym stałym napięciu wzbudzenia inercyjne oddziaływanie prądów wirowych wzbudzanych w rdzeniu litym można zastąpić ciągiem k zwojów zwartych (rys. 2).



Rys. 2. Przykładowy rozkład gęstości prądu w przekroju rdzenia litego w chwili t_1

Każdy zwój zwarty obejmuje przekrój rdzenia S_k; np. dla rdzenia o przekroju kołowym $S_k = \pi x_k^2$, dla rdzenia o przekroju kwadratowym $S_k = 4x_k^2$, a sumaryczny prąd płynący w zwoju k-tym:

$$i_k = l_j \int_{x_k}^{x_{k+1}} j_x \, d\,x \qquad (2)$$

Jeśli:

$$\left[X_{(k+1)} - X_k\right] = \Delta X \longrightarrow 0$$

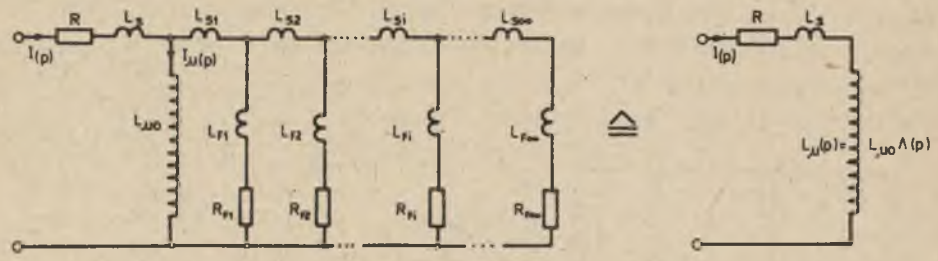
to w rezultacie otrzymuje się nieskończenie dużą liczbę zwojów zwartych sprzężonych z uzwojeniem podstawowym. Prowadzi to w konsekwencji do schematu zastępczego, w którym indukcyjność główna L_μ jest bocznikowana przez nieskończenie dużą liczbę gałęzi L_{Fk} R_{Fk} (rys. 3). Jeśli analizę ograniczyć do uwzględnienia w schemacie zastępczym tylko jednej gałęzi reprezentującej działanie bloku litego ($\Delta x = \frac{1}{2}a$), to permeancja obwodu magnetycznego z blokiem litym

$$\Lambda(p) = \frac{\Phi(p)}{\Theta(p)} = \Lambda_0 \frac{I_\mu(p)}{I(p)} = \Lambda_0 \frac{1+pT_s}{1+pT} \qquad (3)$$

$$T = \frac{L_{\mu_0} + L_{F1} + L_{s1}}{R_{F1}}; \quad T_s = \frac{L_{F1} + L_{s1}}{R_{F1}}$$

Stała czasowa T_s zależy od reaktancji rozproszenia zwoju reprezentującego prądy wirowe. W przypadku, gdy $T_s \ll T$, można założyć $T_s = 0$. Tak więc postać równania permeancji z jedną gałęzią reprezentującą prądy wirowe można uprościć

$$\Lambda(p) = \frac{\Lambda_0}{1 + pT} \qquad (4)$$



Rys. 3. Elektryczny schemat zastępczy obwodu elektromagnetycznego z uwzględnieniem prądów wirowych wzbudzonych w elemencie litym

Równanie permeancji znacznie komplikuje się, jeśli uwzględnić w schemacie zastępczym dwie gałęzie reprezentujące działanie prądów wirowych. W tym przypadku

$$\Lambda(p) = \frac{\Phi(p)}{\Theta(p)} = \Lambda_o \frac{I_\mu(p)}{I(p)} = \frac{1 + pT_s + p^2T_{1s}^2}{1 + pT + p^2T_1^2} \tag{5}$$

gdzie:

$$T = \frac{L_{\mu o} + L_{F1} + L_{S1}}{R_{F1}} + \frac{L_{\mu o} + L_{s1} + L_{s2} + L_{F2}}{R_{F2}}$$

$$T_1^2 = \frac{(L_{\mu o} + L_{s1} + L_{F1})(L_{F2} + L_{s2})}{R_{F1}R_{F2}} + \frac{(L_{\mu o} + L_{s1})L_{F1}}{R_{F1}R_{F2}}$$

$$T_s = \frac{L_{F1} + L_{s1}}{R_{F1}} + \frac{L_{F2} + L_{s1} + L_{s2}}{R_{F2}}$$

$$T_{1s} = \frac{L_{s1}L_{s1}}{R_{F1}R_{F2}} + \frac{(L_{s1} + L_{F1})(L_{F2} + L_{s2})}{R_{F1}R_{F2}}$$

Przy k-gałęziach reprezentujących obwody prądów wirowych

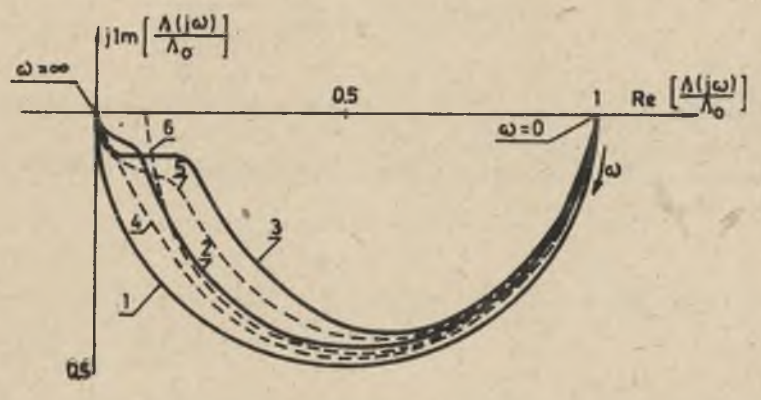
$$\Lambda(p) = \frac{\Phi(p)}{\Theta(p)} = \Lambda_o \frac{I_\mu(p)}{I(p)} = \Lambda_o \frac{1 + pT_s + p^2T_{1s}^2 + \ldots + p^kT_{(k-1)s}^k}{1 + pT + p^2T_1^2 + \ldots + p^kT_{(k-1)}^k} \tag{6}$$

permeancja operatorowa jest wyrażona ilorazem wielomianów k-tego stopnia. Im liczba gałęzi równoległych k jest większa, tym równanie (6) wierniej

odwzorowuje rzeczywistą zmienność permeancji, lecz staje się bardziej złożone i parametry jego w praktyce przestają być wyznaczalne. Stąd też w analizie obwodów elektromagnetycznych maszyn elektrycznych działanie prądów wirowych zwykle uwzględnia się za pomocą jednego (k=1),rzadziej dwóch (k=2) zwojów zwartych. Takie uproszczenie jest związane z realną możliwością wyznaczenia parametrów funkcji opisującej permeancję obwodu. Graficzną ilustrację równania permeancji (5), dla k=2, są charakterystyki częstotliwości

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_o} = \frac{1 + j\omega T_s + (j\omega T_{1s})}{1 + j\omega T + (j\omega T_1)^2} \qquad (5a)$$

przedstawione na płaszczyźnie Gaussa (rys. 4). Charakterystyki te w zależności od wartości parametrów $\frac{T_1}{T}$; $\frac{T_s}{T}$; $\frac{T_{1s}}{T}$ i pulsacji ω oddalają się od przebiegu kołowego. Charakterystyczne jest to, że dla $\omega = 0$ wszystkie charakterystyki są styczne i przecinają oś rzeczywistą pod kątem prostym. Można udowodnić również, że charakterystyka częstotliwości permeancji opisanej równaniem (6) przecina oś rzeczywistą w punkcie $[1; 0]$ pod kątem prostym.



Rys. 4. Charakterystyki częstotliwości permeancji $\Lambda(j\omega)$ wyrażonej równaniem (5), przy czym krzywa:
1 - dotyczy parametrów $\frac{T_1}{T} = 0$; $\frac{T_s}{T} = 0$; $\frac{T_{1s}}{T} = 0$, 2 - dotyczy parametrów $\frac{T_1}{T} = 0{,}1$; $\frac{T_s}{T} = 0{,}1$; $\frac{T_{1s}}{T} = 0$, 3 - dotyczy parametrów $\frac{T_1}{T} = 0{,}1$; $\frac{T_s}{T} = 0{,}2$; $\frac{T_{1s}}{T} = 0$, 4 - dotyczy parametrów $\frac{T_1}{T} = 0{,}2$; $\frac{T_s}{T} = 0{,}1$; $\frac{T_{1s}}{T} = 0$, 5 - dotyczy parametrów $\frac{T_1}{T} = 0{,}2$; $\frac{T_s}{T} = 0{,}2$; $\frac{T_{1s}}{T}$ 0, 6 - dotyczy parametrów $\frac{T_1}{T} = 0$; $\frac{T_s}{T} = 0{,}1$; $\frac{T_{1s}}{T} = 0$

3. Permeancja obwodu magnetycznego z blokiem litym i szczeliną powietrzną wyrażona funkcją o parametrach rozłożonych

Równanie permeancji obwodu magnetycznego w formie (4) jest bardzo przybliżone, natomiast w formie (6) jest złożone i parametry jego stają się w praktyce niewyznaczalne. Skłania to do poszukiwań innego typu funkcji opisującej permeancję obwodu magnetycznego. Każdy obwód elektromagnetyczny, w którym prądy wirowe w istotny sposób wpływają na przebiegi stanów nieustalonych, składa się z trzech elementów szeregowo połączonych:

- elementu pakietowanego,
- elementu litowego,
- szczeliny powietrznej.

Przykładem tutaj może być zarówno maszyna synchroniczna, jak i maszyny prądu stałego. Permeancja elementów pakietowanych Λ_t jest znacznie większa od permeancji szczeliny powietrznej $\Lambda\delta$ i permeancji elementów litych Λ_j. Również prądy wirowe wzbudzane w pakietowanych elementach obwodu magnetycznego są pomijalnie małe w stosunku do prądów wirowych wzbudzanych w elementach litych. Tak więc o całkowitej permeancji szeregowego obwodu magnetycznego

$$\Lambda(p) = \frac{1}{\frac{1}{\Lambda_t} + \frac{1}{\Lambda_\delta(p)} + \frac{1}{\Lambda_j(p)}} \tag{7}$$

decyduje permeancja szczeliny $\Lambda_\delta(p)$ i permeancja elementów litych $\Lambda_j(p)$. Można więc założyć, że $\Lambda_t = \infty$ [Wb/A].

Równania permeancji $\Lambda_j(p)$ zostało wyprowadzone w pracy [3] - równanie (4.25) - i ma ono postać:

$$\Lambda_j(p) = \frac{\Phi(p)}{\Theta(p)} = \frac{\Phi(p)}{l_j H_o(p)} \frac{a,b\ 16}{l_j \pi^2} \sum_{k=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\frac{b}{a}\sqrt{\left(\frac{k\pi}{\mu_j \mu_o}\right)^2 + \frac{a^2 \gamma_1}{\mu_j \mu_o} p}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\frac{a}{b}\sqrt{\left(\frac{k\pi}{\mu_j \mu_o}\right)^2 + \frac{b^2 \gamma_1}{\mu_j \mu_o} p}} \right] \tag{8}$$

gdzie:

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{T\ m}{A}\right]$

$\mu_j, \gamma_j, a, b, l_j$ - parametry i wymiary rdzenia takie jak na rys. 1 i rys. 2,

$H_o(p)$ - natężenie pola magnetycznego na powierzchni rdzenia (rys. 2).

Problemem niezwykle trudnym jest znalezienie równania permeancji szczeliny $\Lambda_\delta(p)$, gdyż rozkład pola magnetycznego w szczelinie zależy nie tylko od czasu, ale również od stosunków długości szczeliny do boków przekroju poprzecznego rdzenia $(\frac{\delta}{a})$ i $(\frac{\delta}{b})$. Permeancję $\Lambda_\delta(p)$ można określić dla dwóch skrajnych przypadków

a) gdy blok lity graniczy z dużą szczeliną, tzn.: $(\frac{\delta}{a})$ lub $(\frac{\delta}{b})$ jest równe wartości dużej (w praktyce większe od 1),
b) gdy blok lity graniczy z małą szczeliną, tzn.: $(\frac{\delta}{a})$ i $(\frac{\delta}{b})$ jest wartością małą (bliską zero).

Przy dużej szczelinie można założyć, że rozkład pola magnetycznego w szczelinie jest jednorodny i nie zależy od rozkładu pola w rdzeniu litym. Przy tym założeniu permeancja szczeliny ma wartość stałą (Λ_δ = const). A permeancja bloki litego przy dodatkowym założeniu [4], że $\mu_j \to \infty$, lecz $\frac{\mu_j \mu_o}{\delta_j}$ = const.

$$\Lambda_j(p) = \Lambda_{jo} \frac{1}{\sqrt{pT}} \tag{9}$$

Permeancja całego obwodu magnetycznego obliczona na podstawie równania (7)

$$\Lambda(p) = \Lambda_o \frac{1}{1 + \sqrt{pT}} \tag{10}$$

Dla przypadku b) rozkład pola magnetycznego w szczelinie odpowiada rozkładowi pola magnetycznego w bloku litym, a zatem całą reluktancję szczeliny można skupić w rdzeniu litym o zastępczej przenikalności względnej μ_{jz}.

W tym przypadku permeancja obwodu magnetycznego odpowiada permeancji bloku litego

$$\Lambda(p) = \frac{\Lambda_o}{\sqrt{pT}} \tag{11}$$

Równanie permeancji (11) jest mało ścisłe dla przebiegów wolnozmiennych ($p \to 0$, gdyż wówczas $\frac{\Lambda(p \to 0)}{\Lambda_o} \to \infty$, co jest w praktyce niesłuszne. Ta nieścisłość równania (11) leży w założeniu $\mu_j = \infty$ i w konsekwencji przyjęcia w równaniu (8) $(\frac{k\pi}{\mu_j \mu_o})^2 = 0$. Jeśli założyć $\frac{k\pi}{\mu_j \mu_o} \neq 0$, a dla uproszczenia równania (8) założyć przekrój kwadratowy $a = b$ oraz uwzględnić tylko pierwszy człon sumy (k=1), to postać permeancji bloku litego, a zarazem całego obwodu magnetycznego przyjmie postać

$$\Lambda(p) = \frac{\Lambda_o}{\sqrt{1 + pT}} \tag{12}$$

Jakkolwiek równanie (12) dotyczy rdzenia o przekroju kwadratowym, to może być stosowane również dla rdzeni o dowolnym kształcie. Z badań doświadczalnych wiadomo, że kształt przekroju rdzenia w zasadniczy sposób nie wpływa na postać równania permeancji. Wniosek ten potwierdza również publikacja [5]. Z przedstawionych wywodów widać, że permeancha szeregowego obwodu magnetycznego z blokiem litym i szczeliną powietrzną może być wyrażona różnymi formami równań przybliżonych (4), (10), (11) i (12). Parametry wszystkich tych funkcji są w praktyce wyznaczalne. Którą z tych postaci należy się posługiwać w analizie stanów nieustalonych w maszynach elektrycznych?

4. Charakterystyki częstotliwości permeancji $\Lambda(p)$

Porównanie równań permeancji (4), (10), (11) i (12) najbardziej przejrzyście można zaobserwować w sposób graficzny za pomocą charakterystyk częstotliwości naniesionych na płaszczyznę Gaussa. Charakterystyki częstotliwości odpowiadające tym transmitancjom mają postać:

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_o} = \frac{1}{1 + j\omega T} \tag{4a}$$

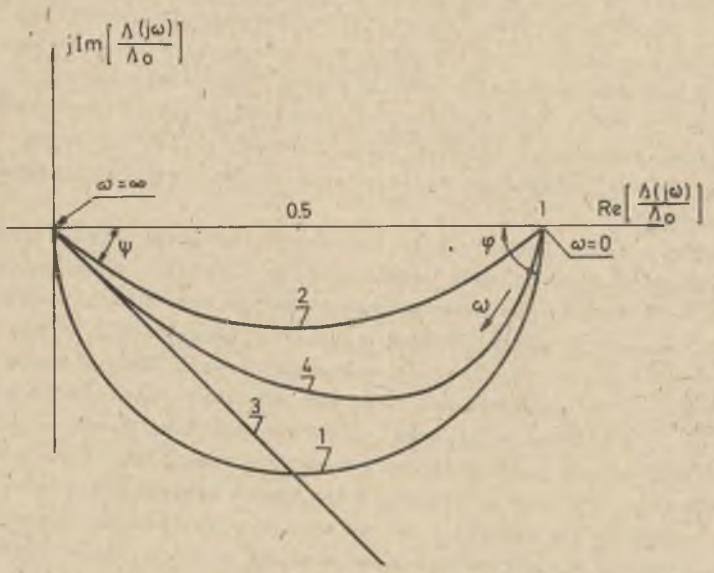
$$\frac{\Lambda_1(j\omega)}{\Lambda_o} = \frac{1}{1 + \sqrt{j\omega T}} \tag{10a}$$

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_o} = \frac{1}{\sqrt{j\omega T}} \tag{11a}$$

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_o} = \frac{1}{\sqrt{1 + j\omega T}} \tag{12a}$$

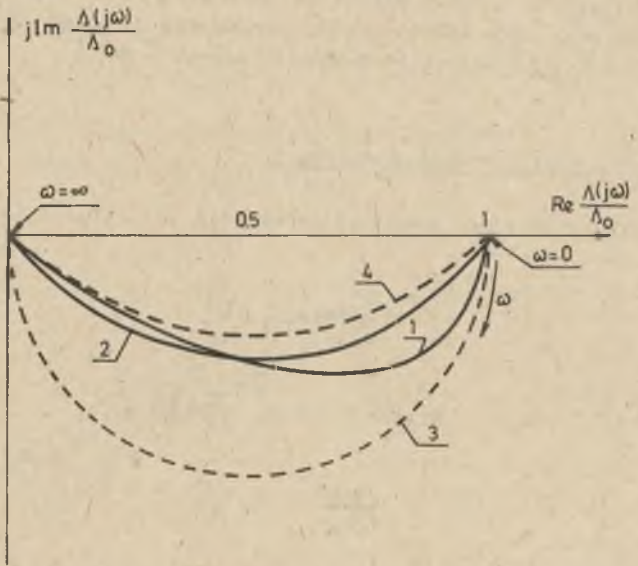
Przebieg tych charakterystych przy ω zmieniającym się od 0 do ∞ przedstawiono na rys. 5. Każda z charakterystyk dla $\omega = \infty$ przechodzi przez początek układu współrzędnych. Przy czym:

- charakterystyka $\frac{1}{1 + j\omega T}$ - jest półokręgiem o środku leżącym w punkcie $[0{,}5;\ 0]$, i promieniu równym 0,5,
- charakterystyka $\frac{1}{1 + \sqrt{j\omega T}}$ jest 1/4 łuku okręgu o środku leżącym w punkcie $[0{,}5;\ 0{,}5]$ i promieniu równym $\frac{\sqrt{2}}{2}$,
- charakterystyka $\frac{1}{\sqrt{j\omega T}}$ jest prostą nachyloną do dodatniej półosi rzędnych pod kątem $\psi = (\frac{\pi}{4})$,
- charakterystyka $\frac{1}{\sqrt{1 + j\omega T}}$ jest lemniskatą, która w punkcie $\omega = 0$ jest styczna do okręgu opisanego funkcją $\frac{1}{1 + (j\omega T)}$, a w punkcie $\omega = \infty$ jest styczna do okręgu opisanego funkcją $\frac{1}{1 + \sqrt{j\omega T}}$.



Rys. 5. Charakterystyki częstotliwości permeancji $\Lambda(j\omega)$ odpowiadające równaniom:

półokrąg 1 - równaniu (4a), łuk okręgu 2 - równaniu (10a), prosta 3 - równaniu (11a), lemniskata 4 - równaniu (12a)



Rys. 6. Charakterystyki częstotliwości maszyny prądu stałego 14 kW, 220 V 77 A, 1450 obr/min

krzywa 1 - dotyczy obwodu wzbudzenia, krzywa 2 - dotyczy obwodu biegunów pomocniczych, krzywa kreskowana 3 opisuje równanie (4a), a krzywa kreskowana 4 opisuje równanie (10a)

Lemniskata w punkcie $[1; 0]$, który odpowiada częstotliwości $\omega = 0$, jest styczna do charakterystyki częstotliwości permeancji wyrażonej równaniem (6a). Wydaje się więc, że dla przebiegów wolnozmiennych jest ona ściślejszym przybliżeniem permeancji obwodu magnetycznego niż okręgi opisane równaniami (4a) i (10a). Dla przebiegów szybkozmiennych $\omega = \infty$ charakterystyki opisane równaniami (10a) i (12a) pokrywają się, a więc jednakowo ściśle odwzorowują przebiegi rzeczywiste. Wniosek ten potwierdzają pomiary laboratoryjne.

Na rys. 6 przedstawiono zdjęte pomiarowo charakterystyki częstotliwości permeancji $\Lambda(j\omega)$ maszyny prądu stałego o danych znamionowych 14 kW; 220 V; 77 A; 1450 obr/min obwodu magnetycznego wzbudzenia (krzywa 1) oraz obwodu magnetycznego biegunów pomocniczych - (krzywa 2). Pomiar strumienia Φ realizowano poprzez pomiar napięcia rotacji indukowanego w uzwojeniu twornika, przy znamionowych obrotach wirnika. Dla porównania na wykresie (rys. 6) zaznaczono liniami przerywanymi łuki okręgów przedstawiające charakterystyki częstotliwości wyrażone równaniami (4a) i (10a).

Na podstawie powyższych wywodów oraz badań laboratoryjnych można stwierdzić, że równanie permeancji (10) opisuje w przybliżeniu permeancję poprzecznego obwodu magnetycznego maszyn prądu stałego. Poprzeczny obwód magnetyczny (obwód biegunów pomocniczych) spełnia w przybliżeniu, założenie przy którym obowiązuje równanie (10), tzn. że szczelina jest duża w porównaniu z szerokością b bieguna ($\frac{\delta}{b} = 0{,}5 - 1$). Natomiast dla głównego obwodu magnetycznego obwód wzbudzenia w maszynie prądu stałego oraz dla maszyn indukcyjnych z litym wirnikiem, a także wydaje się, że również dla maszyn synchronicznych można wyrazić permeancję w sposób bardziej ścisły równaniem (12), gdyż dla tych obwodów stosunek $\frac{\delta}{b} < 0{,}1$.

5. Czasowa postać równań permeancji

W dziedzinie czasowej równania permeancji (4), (10) i (13) mają postać:

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \tag{4b}$$

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} = 1 - e^{\frac{t}{T}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{t}{T}} \tag{10b}$$

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} = \operatorname{erf} \sqrt{\frac{t}{T}} \tag{12b}$$

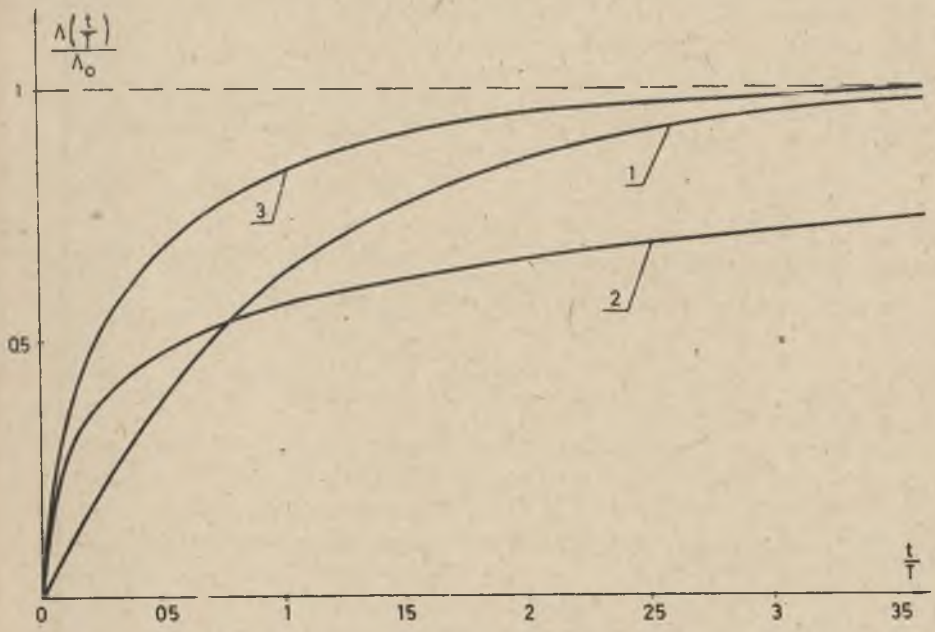
gdzie:

$$\operatorname{erf} \sqrt{\frac{t}{T}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{t}{T}} e^{-x^2}\, dx, \tag{13}$$

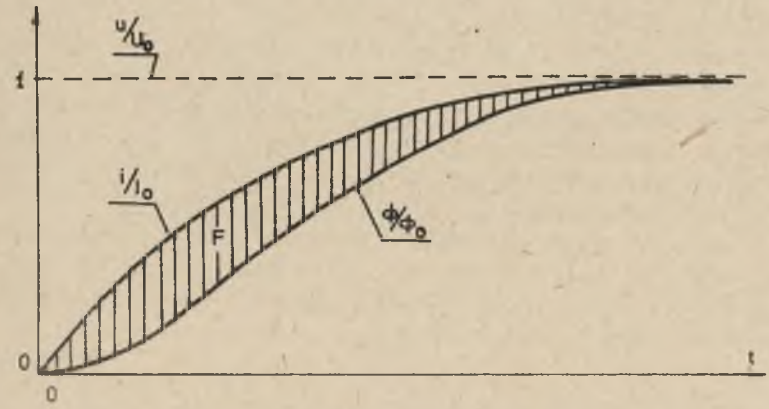
a funkcja erfc $\sqrt{\frac{t}{T}}$ jest dopełnieniem do jedności funkcji erf $\sqrt{\frac{t}{T}}$:

$$\operatorname{erfc}\sqrt{\frac{t}{T}} = 1 - \operatorname{erf}\sqrt{\frac{t}{T}} \tag{14}$$

Funkcja erfc oraz erf są funkcjami stabelaryzowanymi.



Rys. 7. Obraz graficzny równań permeancji: krzywa 1 dotyczy równania (4b), krzywa 2 - równania (10b), a krzywa 3 - równania (12b)



Rys. 8. Metodyka wyznaczania stałej czasowej T będącej parametrem w równaniach (4); (10) i (12)

Porównanie przebiegów czasowych funkcji $\Lambda(t)$ opisanych równaniami (4b) (10b) i (12b) przedstawiono na rys. 7. Stała czasowa T występująca w równaniach (4b), (10b), (12b) jako parametr może być wyznaczona z powierzchni F między krzywymi prądu i(t) i strumienia $\Phi(t)$ po skokowym załączeniu napięcia stałego (rys. 8):

- dla równania (4) stała czasowa T = F,
- dla równania (10b), jeśli posłużymy się czterowykładniczą aproksymacją [6]

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} \approx 1 - 0{,}32\, e^{-\frac{t}{0{,}05T}} - 0{,}4\, e^{-\frac{t}{1{,}25T}} - 0{,}2\, e^{-\frac{t}{17\,T}} = 0{,}08\, e^{-\frac{t}{300T}} \tag{11c}$$

to $T = \frac{F}{27{,}916}$,

- dla równania (13b) funkcję $\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0}$ można również aproksymować, wykorzystując metody grafo-analityczne, funkcją czterowykładniczą

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} = \operatorname{erf}\sqrt{\frac{t}{T}} \approx 1 - 0{,}18\, e^{-\frac{t}{0{,}095T}} - 0{,}18\, e^{-\frac{t}{0{,}11T}} - 0{,}29 e^{-\frac{t}{0{,}48T}} - 0{,}35\, e^{-\frac{t}{0{,}93T}}$$

wówczas $T = \frac{F}{0{,}5016}$.

6. Wnioski

Permeancję obwodów magnetycznych maszyn elektrycznych z elementami litymi dla stanów nieustalonych można aproksymować równaniami (4), (5), (6), (10) lub (12). Formy (4) i (5) powszechnie stosowane w teorii maszyn elektrycznych są uproszczeniem równania (6). Równania (10) i (12) znacznie wierniej odwzorowują permeancję szeregowego obwodu magnetycznego z elementem litym. I tak, równanie (10) dobrze weryfikuje się w obwodach magnetycznych z dużą szczelinę powietrzną, np. obwód magnetyczny biegunów pomocniczych w maszynach prądu stałego, natomiast równanie (12) poleca się do obwodów magnetycznych o bardzo małej szczelinie powietrznej. Warunek ten spełniają: maszyna indukcyjna z ferromagnetycznym wirnikiem litym obwód wzbudzenia maszyny prądu stałego, a także w pewnym przybliżeniu obwód magnetyczny maszyny synchronicznej.

LITERATURA

[1] Paszek W.: Podstawowe parametry elektromagnetyczne maszyny synchronicznej i metody ich pomiaru. Archiwum Elektrotechniki 1962 r. z. 3.

[2] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Transmitancje i funkcje przejścia turbogeneratora z litym wirnikiem. Archiwum Elektrotechniki 1976 r. z. 4.

[3] Glinka T.: Analiza własności dynamicznych maszyn prądu stałego przy zmiennym obciążeniu. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1968 r.

[4] Bühler T.: Einführung in die Theorie geregelter Gleichstromantriebe. Birkhauser-Verlag. Basel und Stutgart 1962 r.

[5] Chura V.: Eddy current transients. Proc. IEEE 1976 r. nr 3.

[6] Paszek W., Glinka T.: Wyznaczenie dynamicznej strefy beziskrowej komutacji maszyn prądu stałego na podstawie charakterystyki częstotliwości. Archiwum Elektrotechniki r. 1970, z. 1.

Przyjęto do druku w maju 1979 r.

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ВРЕМЕННЫЕ ВИДЫ МАГНИТНОЙ ПРОВОДИМОСТИ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ, ОСОБЕННО В МАШИНАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Р е з ю м е

Передаточная функция магнитной цепи электрических машин в большей степени зависит от вихревых токов возбуждаемых в массивном участке этой цепи. В классической теории электрических машин эту зависимость учитывают, представляя передаточную функцию приблизительным уравнением (5). Электромагнитные переходные процессы, расчитанные с учетом такого вида уравнения магнитной проводимости только приблизительно соответствуют действительным. Поэтому в современных трудах, посвященных машинам постоянного тока и синхронным машинам проводимость магнитной цепи изображают приблизительным уравнением (10). Однако предпосылка, при которой действует это уравнение не всегда осуществлена. Поэтому пользоваться этим уравнением при расчете переходных процессов асинхронных двигателей с массивным ротором или при расчете магнитной цепи возбуждения машин постоянного тока кажется не полностью мотивированным В статье предложили вырачить магнитную проводимость уравнениями (10) и (12) Уравнением (10) можно пользоваться при расчете магнитных цепей с длинными воздушными зазорами, например, магнитная цепь добавочных полюсов в машинах постоянного тока, уравнением (12) при расчете магнитных цепей с малыми воздушными зазорами, иапример, в асинхронном двигателе с массивным ротором.

FREQUENCY CHARACTERISTICS AND THEIR TIME EQUIVALENTS
OF ELECTRIC MACHINES PERMEANCE, ESPECIALLY OF D.C. MACHINES

S u m m a r y

The permeance of a magnetic circuit in electric machines depends largely on eddy currents induced in solid elements. In the conventional theory of electric machines this dependence is represented by a simplified equation (5). The elektromagnetic parameters of electrical machines computed while having assumed such a simplified equation correspond to actual processes only approximately. Therefore, in contemporary papers on d-c and synchronous machines the permeance of a magnetic circuit is expressed by the approximate equation (10). However, The assumptions of equation (10) are not always satisfied, hence applying this approximation to e.g. the transient analysis in induction machines with a solid rotor to the magnetic circuit analysis of d-c machines excitation seems to be unjustified.

In the paper the permeance of the magnetic circuit is expressed by equations (10) and (12).

The use of equation (10) is possible in the long air gap magnetic circuit analysis. e.g. quadrature magnetic circuit in d-c machines and equation (12) in the small air gap magnetic circuit analysis e.g. solid rotor induction machines.