

Marian PASKO

Institut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki Śląskiej

REALIZACJA AKTYWNEGO KOREKTORA FAZY DRUGIEGO RZĘDU  
ZE STRATNĄ INDUKCYJNOŚCIĄ

**Streszczenie.** Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie sposobu realizacji korektora fazy drugiego rzędu z wykorzystaniem wzmacniacza operacyjnego i symulowanej stratnej indukcyjności.

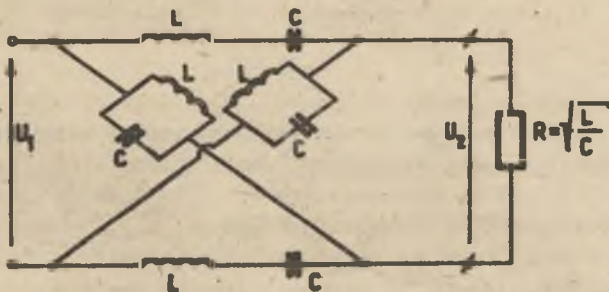
W artykule omówiono również wrażliwość przedstawionego korektora i porównano z wrażliwością korektora RLC.

Wprowadzenie

Karakterem fazowym nazywany czwórnik o transmitancji operatorowej mającej postać

$$K(s) = \pm \frac{P(-s)}{P(s)}, \quad (1)$$

tj. funkcji o stałym module na osi urojonej i zmiennym argumentem. W wyrażeniu (1)  $P(s)$  jest wielomianem Hurwitza. Transmitancja takiego czwornika charakteryzuje się kwadrasturą symetrią zer i biegunów. Funkcja taka może być realizowana w zbiorze elementów RLC, ale wyłącznie o strukturze mostkowej. Na rys. 1 przedstawiono przykład takiej realizacji dla korektora fazy drugiego rzędu.



Rys. 1

Przejście do stosowanej najczęściej struktury trójkątowej wymaga wzbogacenia klasy elementów RLC o transformatory idealne, w efekcie czego synteza korektorów staje się technologicznie kłopotliwa, szczególnie dla małych częstotliwości, ze względu na obecność indukcyjności. Z tych też względów eliminacja indukcyjności z obwodów elektronicznych stała się obecnie powszechna. Wprowadzono szereg elementów aktywnych, które pozwoliły na eliminację lub symulację indukcyjności w układach [1], [5].

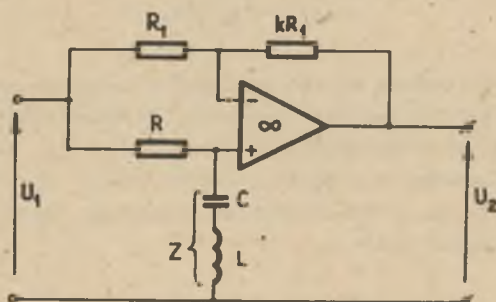
### Aktywna realizacja korektora

Układem aktywnym, który jest równoważny układowi z rys. 1 jest układ podany na rys. 2, o transmitancji mającej postać

$$K_u(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Z - kR}{Z + R} = \frac{s^2 LC - ksCR + 1}{s^2 LC + sCR + 1} = \frac{P(-s)}{P(s)}. \quad (2)$$

Z relacji (2) wynika, że poprzez zmianę  $k$  możemy wpływać niezależnie na położenie zer transmitancji, przy niezmiennym położeniu biegunów.

Dla zapewnienia kwadrantowej symetrii zer i biegunów transmitancji (2) należy w tym przypadku przyjąć  $k = 1$ . Szereg rozwiązań korektorów fazowych bazuje na strukturze z rys. 2, przede wszystkim ze względu na łatwą regulację położenia zer oraz dobre własności wrażliwościowe, porównywalne z obwodami pasywnymi RLC.

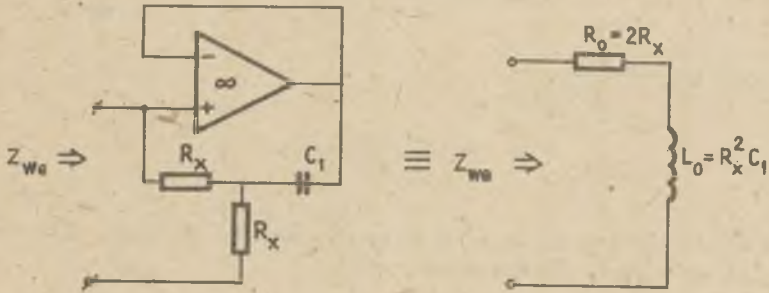


Rys. 2

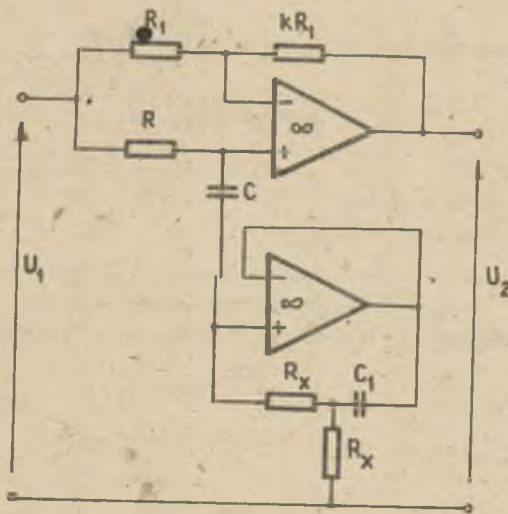
Używając do symulacji bezstratnej indukcyjności uogólnionych konwertyatorów impedancji (GIC) lub zyratorów o dużej dobroci [2], [3], [6], należy zaznaczyć, że za pomocą samego zyratora i elementów RC można zrealizować korektory fazy o dobrych własnościach [4].

W niniejszym artykule do realizacji użyto zamiast bezstratnej indukcyjności indukcyjność strata, zrealizowaną za pomocą tylko jednego wzmacniacza operacyjnego (np. [1] rys. 3). Takie podejście wydaje się być uży-

teczne, zwłaszcza jeżeli chodzi o realizację korektorów fazowych o małych dobrociach biegunów. Praktyczna realizacja korektora fazy drugiego rzędu przy użyciu stratnej indukcyjności przedstawiona jest na rys. 4.



Rys. 3



Rys. 4

Transmitancja napięciowa ma postać

$$K_U(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{s^2 L_o C + (R_o - kR)sC + 1}{s^2 L_o C + (R_o + R)sC + 1} = \frac{s^2 R_x^2 C_1 C - (2R_x + R)sC + 1}{s^2 R_x^2 C_1 C + (2R_x + R)sC + 1} \quad (3)$$

dla

$$k = \frac{2R_o}{R} + 1 = \frac{4R_x}{R} + 1. \quad (4)$$

Dobroć biegunna

$$Q = \frac{\omega_0}{2G} = \frac{R_x}{2R_x + R} \sqrt{\frac{C_1}{C}}. \quad (5)$$

Częstotliwość rezonansowa

$$\omega_0 = \frac{1}{R_x \sqrt{C_1 C}}. \quad (6)$$

Z relacji (5), (6) wynika, że można w prosty sposób zmieniać niezależnie  $Q$  i  $\omega_0$ , co ma duże znaczenie praktyczne.

### Wrażliwość

Korzystamy z następującej definicji wrażliwości

$$S_x^T = \frac{\partial(\ln T)}{\partial(\ln x)} = \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{x}{T}. \quad (7)$$

gdzie:

$T = T(x)$  - funkcja układowa,  
 $x \rightarrow$  wartość elementu układu.

W rezonansach określimy wrażliwość: dobroci  $Q$ , częstotliwości  $\omega_0$ , biegunna  $p = -G + j\omega_0$  oraz transmitancji na zmiany wartości elementów układu i porównamy z wrażliwością korektora z bezstratną indukcyjnością. Dla układu z rys. 4 mamy:

$$\left. \begin{aligned} S_C^Q &= -\frac{1}{2}; & S_C^{\omega_0} &= -\frac{1}{2}; & S_C^p &= \frac{1}{2}(-1 + j) \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \\ S_{C_1}^Q &= \frac{1}{2}; & S_{C_1}^{\omega_0} &= -\frac{1}{2}; & S_{C_1}^p &= \frac{1}{2}(1 + j) \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \\ S_{R_x}^Q &= \frac{R}{2R_x + R}; & S_{R_x}^{\omega_0} &= -1; & S_{R_x}^p &= -1 - j \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \cdot \frac{R}{2R_x + R} \\ S_R^Q &= -\frac{R}{2R_x + R}; & S_R^{\omega_0} &= 0; & S_R^p &= j \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \cdot \frac{R}{2R_x + R} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$



$$\sum_{x_1} |s_{x_1}^Q| = 1 + \frac{2R}{2R_x + R}; \quad \sum_{x_1} |s_{x_1}^{\omega_0}| = 2.$$

Natomiast dla układu z rys. 2

$$\left. \begin{aligned} s_C^Q &= -\frac{1}{2}; & s_C^{\omega_0} &= -\frac{1}{2}; & s_C^P &= \frac{1}{2}(-1 + j \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}}) \\ s_R^Q &= -1; & s_R^{\omega_0} &= 0; & s_R^P &= j \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \\ s_L^Q &= \frac{1}{2}; & s_L^{\omega_0} &= -\frac{1}{2}; & s_L^P &= \frac{1}{2}(1 + j \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}}) \\ \sum_{x_1} |s_{x_1}^Q| &= 2; & \sum_{x_1} |s_{x_1}| &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Wrażliwość funkcji przejścia dla  $s = j\omega$ :

a) układ z rys. 2

$$s_L^{K_u(j\omega)} = -j \frac{2\omega RC \omega^2 LC}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}, \quad (10)$$

$$s_L^{K_u(j\omega_0)} = -2jQ, \quad (11)$$

$$s_C^{K_u(j\omega)} = -j \frac{2\omega RC}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}, \quad (12)$$

$$s_C^{K_u(j\omega_0)} = -2jQ, \quad (13)$$

$$s_R^{K_u(j\omega)} = -j \frac{2RC(1 - \omega^2 LC)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}, \quad (14)$$

Funkcja ta przyjmuje wartości skrajne dla

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{2Q} (1 + \sqrt{1 + 4Q^2}); \quad \omega_2 = \frac{\omega_0}{2Q} (-1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$$

i wówczas

$$\frac{K_u(j\omega_{1,2})}{S_R} = \mp j1. \quad (15)$$

b) układ z rys. 4

$$\frac{K_u(j\omega)}{S_C} = -j \frac{2\omega Cq}{(1 - \omega^2 L_o C)^2 + (\omega Cq)^2}.$$

gdzie:

$$q = 2R_x + R; \quad L_o = R_x^2 C_1.$$

$$\frac{K_u(j\omega_o)}{S_C} = -j2Q, \quad (17)$$

$$\frac{K_u(j\omega)}{S_{C_1}} = \frac{K_u(j\omega)}{S_{L_o}} \frac{L_o}{S_{C_1}} = -j \frac{2\omega q C \omega^2 L_o C}{(1 - \omega^2 L_o C)^2 + (\omega q C)^2}, \quad (18)$$

$$\frac{K_u(j\omega_o)}{S_{C_1}} = -2jQ. \quad (19)$$

$$\frac{K_u(j\omega)}{S_R} = \frac{K_u(j\omega)}{S_q} \frac{S_q}{S_R} = -j \frac{2\omega Cq(1 - \omega^2 L_o C)}{(1 - \omega^2 L_o C)^2 + (\omega q C)^2} \quad (20)$$

dla pulsacji

$$\omega_1 = \frac{\omega_o}{2Q} (1 + \sqrt{1 + 4Q^2}); \quad \omega_2 = \frac{\omega_o}{2Q} - (1 + \sqrt{1 + 4Q^2}).$$

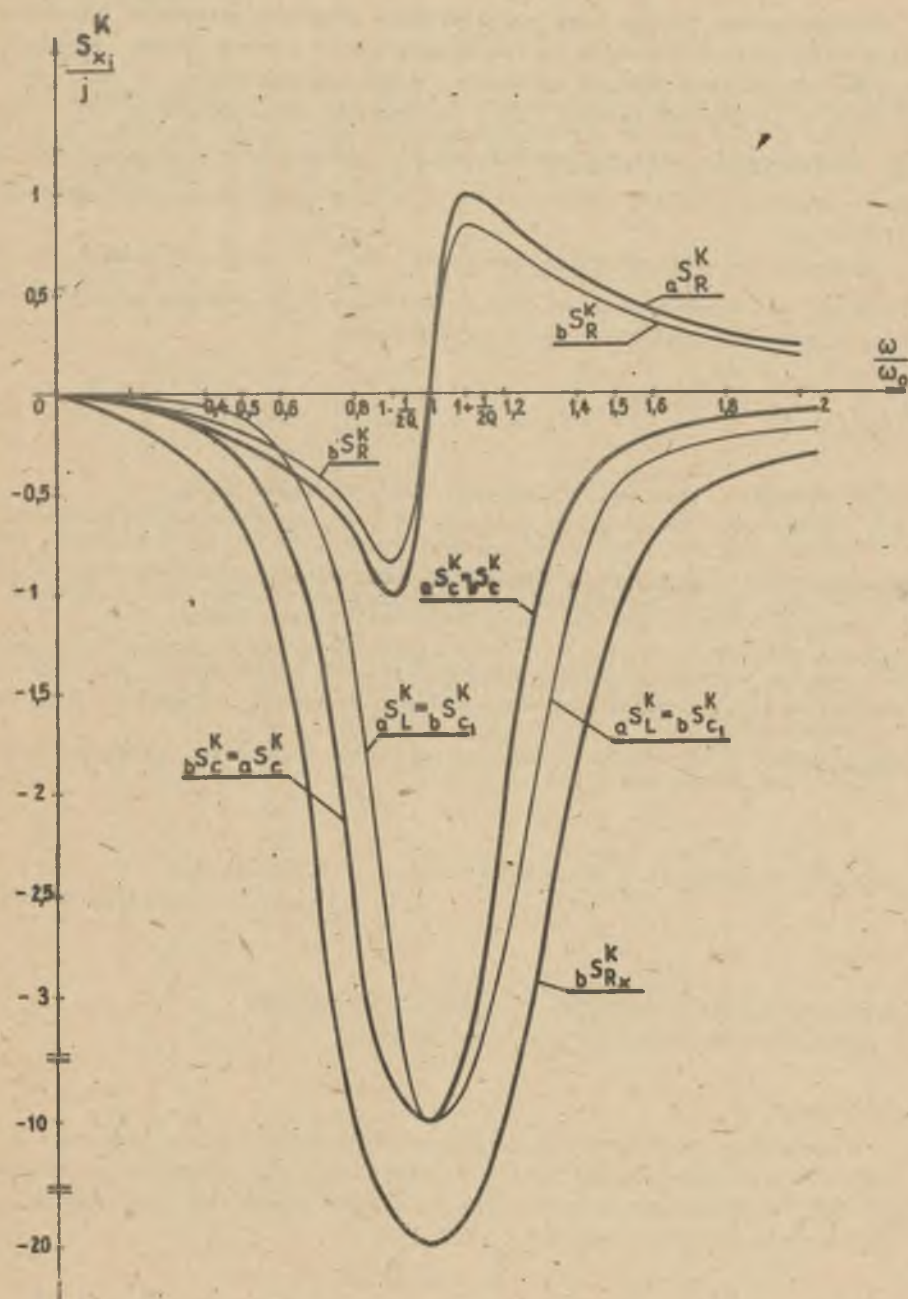
funkcja przyjmuje wartości ekstremalne

$$\frac{K_u(j\omega_{1,2})}{S_R} = \mp j \frac{R}{q} < \mp j1. \quad (21)$$

$$\frac{K_u(j\omega)}{S_{R_x}} = -j \frac{4\omega C R_x [1 + \omega^2 R_x C_1 C (R_x + R)]}{(1 - \omega^2 L_o C)^2 + (\omega Cq)^2}. \quad (22)$$

$$\frac{K_u(j\omega_o)}{S_{R_x}} = -j4Q. \quad (23)$$

Wykresy tych wrażliwości przedstawia rys. 5, w obydwu przypadkach dla  $Q=5$  wrażliwości układu z rys. 2 oznaczono symbolem  $S_{x_1}^K$ , a wrażliwości układu z rys. 4 oznaczono symbolem  $S_{x_1}^K$ .



Rys. 5

Zakończenie

Przedstawione wyniki mogą być użyteczne przy projektowaniu korektorów fazy bądź filtrów zerowych (środkowozaporowych), które można uzyskać w obydwu przypadkach poprzez odpowiedni dobór współczynnika  $k$  relacji ((2) i (3)). Z porównania relacji (8) i (9) wynika, że wrażliwości  $S_{x_1}^Q$ ,  $S_{x_1}^{\omega_0}$ ,  $S_{x_1}^P$  korektora ze stratą indukcyjnością niewiele różni się od wrażliwości  $S_{x_1}^P$  z użyciem idealnej indukcyjności a więc również od korektorów pasywnych RLC.

Z przebiegu wrażliwości transmitancji  $S_{x_1}^{K_u(j\omega)}$  (rys. 5) wynika, że najbardziej wrażliwym elementem jest rezystancja  $R_x$ , dlatego należy stawiać duże wymagania co do tolerancji tego elementu.

## LITERATURA

- [1] BIAŁKO M. i inni: Filtry aktywne. WNT, Warszawa 1979.
- [2] BRUTON L.T.: Nonideal performance of two-amplifier positive-impedance converters. IEEE Trans. on Circuit Theory, CT 17, No 4 November 1970.
- [3] CZARNECKI L., LASICZ A.: Wrażliwość aktywnych korektorów fazy II rzędu strukturalnie równoważnych pasywnemu korektorowi RLC. Materiały seminarium KEM - VSSE Pilzno, IPPEiE Pol. Śląska 1978.
- [4] GARCZARCYK Z., PASKO M.: Realizacja korektorów fazowych przy zastosowaniu żyratora. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka z. 46, 1975.
- [5] MITRA S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych liniowych. WNT, Warszawa 1974.
- [6] WILSON G.: RC active variable-group-delay equaliser. Electronics Lett vol. 13, No 14, July 1977.

Wpłynęło do Redakcji w kwietniu 1980 r.

Recenzent:

Doc. dr Stanisław Bołkowski

РЕАЛИЗАЦИЯ АКТИВНОГО КОРРЕКТОРА ФАЗЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНДУКТИВНОСТИ С ПОТЕРЯМИ

## Р е з ю м е

В статье произведена реализация корректора фазы второго порядка с использованием операционного усилителя и активной индуктивности с потерями. Произведено сравнение чувствительности данного корректора с чувствительностью пассивного корректора RLC.



THE REALIZATION OF THE ACTIVE SECOND ORDER PHASE CORRECTOR  
WITH LOSSY INDUCTANCE

S u m m a r y

The active second order phase-corrector realization utilizing the operational amplifier and simulated lossy inductance is the aim of this paper. The sensitivity of the corrector was discussed and compared with the sensitivity of the RLC corrector.