

Dr hab. inż. Leszek S. CZARNECKI

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki

WKŁAD PROF. DR INŻ. STANISŁAWA FRYZEGO W BADANIA  
NAD TEORIĄ MOCY OBWODÓW O PRZEBIEGACH ODKSZTAŁCONYCH

Geneza powstania artykułu wymaga wyjaśnienia. W związku ze zbliżającą się 100 rocznicą urodzin prof. Fryzego, jak również moją wieloletnią pracą naukową dotyczącą teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych zaproponowano mi napisanie artykułu na temat wkładu prof. Fryzego w badania nad sformułowaniem teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych.

Propozycji tej nie mogłem przyjąć bez obawy, że nie znając atmosfery i realiów elektrotechniki lat trzydziestych, lat w których prof. St. Fryze tworzył swoją wizję teorii mocy, nie będę umiał przedstawić Jego wyników w proporcjach właściwych elektrotechnice tamtych lat. Dlatego artykuł ten będzie tylko zbiorem subiektywnych refleksji nad meandrami rozwoju teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych i piętnem wyciśniętym na nim myślami prof. Fryzego.

Jedną z cech odróżniających elektrotechnikę przemysłową lat dwudziestych i trzydziestych od jej obecnego stanu był niewątpliwie sinusoidalny charakter przebiegów prądu i napięcia. Nie było bowiem innych, przemysłowych źródeł zniekształceń, poza zniekształceniami pasożytniczymi, towarzyszącymi generacji i transformacji energii elektrycznej, jak tylko łuk/elektryczny, czy to w lampach łukowych, czy też w prostownikach rtęciowych. Dlatego też wydaje się, że podjęcie przez szereg czołowych elektryków, a wśród nich i przez prof. Fryzego, problemu opisu właściwości energetycznych obwodu wtedy, gdy przebiegi w nim nie mogą być uznane za sinusoidalne, wynikało raczej z własnych potrzeb samej nauki niż z potrzeb praktycznych. Rok 1927 zamyka wczesny okres tych prób obszerną pracą prof. C. I. Budeanu [1]. Właściwości energetyczne obwodów z przebiegami sinusoidalnymi były już wtedy dobrze rozpoznane. Wiedzano od dawna, że fizyczne wymiary generatorów, transformatorów i urządzeń rozdzielczych o napięciu i prądzie

$$u \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{2} U \cos(\omega t + \alpha) , \quad i \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{2} I \cos(\omega t + \alpha - \varphi) \quad (1)$$

nie mogą być odnoszone do wytwarzanej czy przenoszonej mocy czynnej

$$P \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T u i \, dt = UI \cos \varphi, \quad (2)$$

lecz są związane z wartością skuteczną prądu i napięcia,  $I$ ,  $U$  oraz przyjęto, że ich wielkość wyrażać się będzie poprzez iloczyn

$$U I \triangleq S,$$

nazwany mocą pozorną i który jest zwykle większy od mocy czynnej, lecz nigdy nie mniejszy od niej.

Wszystkie ekonomicznie niepożądane skutki nierówności  $P < S$ , takie jak nadmierne koszty inwestycyjne, nadmierne prądy, zwiększające spadki napięć i straty energii, a także moc urządzeń redukujących moc pozorną źródeł do poziomu ich mocy czynnej można było w obwodach z przebiegami sinusoidalnymi wyrażać za pomocą dodatkowej wielkości fizycznej

$$Q \triangleq U I \sin \varphi \quad (3)$$

nazwanej mocą bierną i spełniającej relację

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (4)$$

Prof. C. I. Budeanu oparł swoją koncepcję teorii mocy obwodów z przebiegami odkształconymi na częstotliwościowej reprezentacji przebiegów okresowych, dla której pierwszą przesłanką była okoliczność, że wtedy, gdy napięcie i prąd źródła mogą być wyrażone jako szeregi Fouriera

$$u \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}; \quad i \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{I}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (5)$$

to moc czynna źródła

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \cos \varphi_n = \sum_{n=1}^{\infty} P_n; \quad \varphi_n \triangleq \operatorname{Arg} \underline{U}_n - \operatorname{Arg} \underline{I}_n \quad (6)$$

jest równa sumie mocy czynnych  $P_n$  wszystkich harmonicznych.

Podstawą koncepcji prof. Budeanu było przyjęcie, że również moc bierna  $Q_B$  źródła jest równa sumie mocy biernych  $Q_n$  wszystkich harmonicznych, tj.

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n \quad (7)$$

Jeśli jednak moc pozorną źródła zdefiniowana jest tak jak poprzednio, tzn. jako iloczyn wartości skutecznych prądu i napięcia

$$\|u\| \triangleq \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2}, \quad \|i\| \triangleq \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2}, \quad (8)$$

$$S \triangleq \|u\| \|i\|, \quad (9)$$

to dla tak zdefiniowanej mocy biernej nie jest spełnione równanie (4),  
gdyż

$$P^2 + Q_B^2 \ll S, \quad (10)$$

co zmusiło prof. C.I. Budeanu do wprowadzenia do swej teorii dodatkowej wielkości

$$T_B \triangleq \sqrt{S^2 - (P^2 + Q_B^2)} \quad (11)$$

nazwanej mocą deformacji.

Prof. St. Fryze przedstawia wyniki swoich badań trzy lata później (19 listopada 1930 r.) na odczycie dla członków Towarzystwa Politechnicznego i Lwowskiego Koła Elektryków publikując je następnie w Przeglądzie Elektrotechnicznym [2] oraz w Elektrotechnische Zeitschrift [3].

Myślą przewodnią Jego koncepcji jest dążenie do takiego uogólnienia opisu właściwości energetycznych obwodu z przebiegami sinusoidalnymi na obwody z przebiegami odkształconymi, aby zachować funkcjonalność tego opisu. Jedną z tych zasadniczych właściwości jest możliwość rozkładu prądu sinusoidalnego na składową czynną  $i_a$  oraz na ortogonalną do niej składową bierną  $i_b$ , tj.

$$i = i_a + i_b, \quad (12)$$

pozwalające wyrazić moc czynną i moc bierną źródła bezpośrednio poprzez ich wartości skuteczne,  $I_a$ ,  $I_b$ . Mianowicie

$$P = U I_a; \quad Q = \pm U I_b, \quad (13)$$

przy czym sposób wyboru znaku mocy biernej jest ustalony konwencją Międzynarodowej Komisji Elektrotechnicznej (IEC).

Prof. Fryze dowodzi, że rozkład o takich właściwościach jest możliwy także dla prądów odkształconych; co więcej, nie wymaga on użycia szeregów Fouriera. Mianowicie, jeśli zdefiniuje się składową czynną prądu jako

$$i_a \triangleq \frac{P}{\|u\|^2} u, \quad (14)$$

to reszta

$$i_b \triangleq i - i_a \quad (15)$$

jest ortogonalna do składowej czynnej, tj. ich iloczyn skalarny

$$(i_a, i_b) \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T i_a i_b dt = 0, \quad (16)$$

a więc ich wartości skuteczne  $\|i_a\|$ ,  $\|i_b\|$  spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_b\|^2. \quad (17)$$

Knożąc zatem ostatecznie równanie przez kwadrat wartości skutecznej napięcia  $\|u\|$ , otrzymuje się równanie mocy

$$S^2 = P^2 + Q_B^2, \quad (18)$$

gdzie

$$P = \|u\| \|i_a\|, \quad Q_B = \|u\| \|i_b\| \quad (19)$$

Większa funkcjonalność idei Fryzego w porównaniu z Budeanu tkwi w tym, że wyodrębnia ona składową użyteczną i bezużyteczną ze znacznie bardziej pierwotnej wielkości obwodu, jaką jest prąd źródła, niż jak w przypadku teorii Budeanu z jego mocy pozornej, która jest tylko pewną umowną cechą źródła. W sytuacji gdy wartości skuteczne napięć źródeł i innych urządzeń energetycznych są podyktowane określonymi względami technicznymi i w zasadzie stałe, wszystkie zagadnienia odnoszące się do mocy biernej wynikają w istocie z istnienia bezużytecznej składowej prądu i mogą być analizowane czy rozwiązywane z korzyścią dla przejrzystości już na "poziomie" prądów. Teoria prof. Fryzego wyraża w bardzo matematycznie jasny sposób jakościową ideę istnienia w prądzie składowej użytecznej i bezużytecznej oraz czyni to w sposób elegancki w tym sensie, że nie wymaga użycia dodatkowego aparatu matematycznego, jakim są szeregi Fouriera.

Na tle koncepcji Fryzego logiczna konstrukcja teorii prof. Budeanu nie jest już tak elegancka, gdyż wprowadza moc bierną  $Q_B$  w sposób arbitralny tak, aby wyrażała się wzorem podobnym do wzoru określającego moc czynną, zaś moc deformacji  $T_B$  jest jedynie czymś, co wypełnia powstałą w ten sposób lukę między kwadratem mocy pozornej a sumą kwadratów mocy czynnej i biernej  $Q_B$ .

Prof. Fryze oponował [4] przeciwko takiemu formułowaniu teorii mocy, w szczególności przeciwko opieraniu definicji mocy na szeregach Fouriera, wskazując między innymi na brak ich zbieżności do funkcji aproksymowanej w otoczeniu punktów nieciągłości, ujawniający się w efekcie Gibbssa.

O tym, która z tych koncepcji miała zdobyć prawo obywatelstwa w elektrotechnice, a która miała pójść w zapomnienie, zadecydowała, jak się wydaje, zasada bilansu energetycznego, spełniana jedynie przez moc bierną wg definicji Budeanu, w czym dopatrywano się potwierdzenia jakiejś "fizycznej realności" tej mocy. Spowodowało to, że pomimo wszystkich zalet koncepcji Fryzego bardziej rozprzestrzeniła się w elektrotechnice, także i w polskiej, teoria prof. Budeanu, stając się niemal klasyczną, podawaną w podręcznikach akademickich interpretacją zjawisk energetycznych w obwodach o przebiegach odkształconych. Do pełnego sukcesu idei Budeanu brakowało już tylko rozwiązania zagadnienia minimalizacji mocy pozornej oraz znalezienie metod pomiaru mocy biernej i mocy deformacji.

Usilne próby rozwiązania zagadnień pomiarowych prowadzone były przez szereg lat m.in. przez prof. S. I. Antoniu [5, 6], prof. H. Facka [7], prof. J. Sawickiego [8, 9] i autora [10-12], natomiast badania nad mini-

malizacją mocy pozornej w oparciu o aparat pojęciowy teorii Budeanu prowadzone były m. in. przez prof. Z. Nowomiejskiego [13 - 18] i prof. A. E. Emanuela [19, 20]. Idea prof. Fryzego żyła w tym czasie w pewnym stopniu tylko w próbach zdefiniowania wielkości występujących w teorii Budeanu bez użycia szeregów Fouriera, tj. w dziedzinie czasowej, prowadzonych przez Z. Nowomiejskiego [13-18] H. Facka [7] i H. D. Fischera [21]. Przyjęcie koncepcji Budeanu wystawiło jednak elektrotechnikę na ciężką próbę. Trzeba było niemal 50 lat, aby rozwiązać zagadnienia pomiarowe [22, 8-12, 23], zaś próby minimalizacji mocy pozornej w oparciu o tę teorię okazały się daremne i to w zupełnie nowej sytuacji, gdy wskutek wzrostu mocy pieców łukowych oraz pojawienia się i rozwoju urządzeń tyrystorowych zagadnienie poprawnego opisu i optymalizacji właściwości energetycznych obwodów z przebiegami odkształconymi przestało być zagadnieniem czysto teoretycznym, stając się konkretnym problemem technicznym.

Powód bezużyteczności koncepcji Budeanu dla minimalizacji mocy pozornej jest prosty, niestety, nie został on w porę dostrzeżony. Mianowicie, przy określonej wartości skutecznej napięcia urządzeń wymaga ona minimalizacji wartości skutecznej ich prądu równej

$$\| i \| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{P_n}{U_n} \right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{Q_n}{U_n} \right)^2} . \quad (20)$$

Lecz przy określonych mocach czynnych  $P_n$  harmonicznych, wartość ta jest minimalna wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego  $n \in \mathcal{N}$ ,  $Q_n = 0$ , nie zaś wtedy, gdy suma tych mocy, tj. moc bierna Budeanu jest równa zeru. Tak więc zerowa wartość mocy biernej Budeanu jest tylko warunkiem koniecznym, nie zaś wystarczającym do tego, aby wartość skuteczna prądu źródła, a więc jego moc pozorna miała minimalną wartość.

Nie ma także bezpośredniego związku między wartością skuteczną prądu źródła a mocą deformacji  $T_B$ . Może być ona wyrażona w postaci

$$T_B = \sqrt{\sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} A_{rs}} , \quad (21)$$

gdzie

$$A_{rs} = \frac{1}{2} (U_r I_s - U_s I_r)^2 + 2U_r U_s I_r I_s [1 - \cos(\varphi_r - \varphi_s)] \geq 0 . \quad (22)$$

Ponieważ wielkości  $A_{rs}$  nie są ujemne, moc deformacji może być równa zeru wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego  $r, s \in \mathcal{N}$ ,  $A_{rs} = 0$ .

Jeśli  $\mathcal{M}$  jest zbiorem numerów harmonicznych napięcia, zaś  $\underline{Y}_n$  oznacza admittancję odbiornika dla  $n$ -tej harmonicznej, to moc deformacji  $T_B = 0$  wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego  $r, s \in \mathcal{M}$

$$\underline{Y}_r = \underline{Y}_s . \quad (23)$$

Warunek (23) spełniają na przykład obciążniki rezystancyjne, dla których współczynnik mocy  $\lambda \triangleq P/S = 1$ , lecz także dwójniki ortonormalne [24], dla których  $\lambda = 0$ .

Oznacza to, że z wartości samej tylko mocy deformacji nie można wyciągać wniosków co do wartości współczynnika mocy.

Tak więc, kompensacja osobno mocy biernej  $Q_B$  lub mocy deformacji  $T_B$ , zaniedbująca pozostałą z nich, do poprawy współczynnika mocy ogólnie nie prowadzi. Niestety, sposób redukcji obu mocy, zapewniający minimalizację mocy pozornej źródła, nie został w oparciu o teorię Budeanu do chwili obecnej znaleziony.

Idea prof. Fryzego, jakkolwiek pozwala łatwo wyodrębnić zarówno analitycznie, jak i pomiarowo [25], bezużyteczną składową bierną prądu, nie ujawnia jednak zupełnie ani przyczyn jej istnienia, ani zależności jej wartości skutecznej od właściwości obwodu, a tym samym nie dostarcza żadnych informacji odnośnie do możliwości i sposobu jej redukcji. Być może, dałoby się tę składową zredukować prądem źródła sterowanego, wprowadzającego do obwodu ujemny prąd bierny,  $-i_b$ , nie troszcząc się o przyczyny istnienia w obwodzie tego prądu. Takie podejście jednak nie wydaje się racjonalne, gdyż pozostawia bez odpowiedzi ważne pytanie: czy nie można tej składowej kompensować prostszymi środkami, lecz przede wszystkim, dlaczego jest różna od zera.

Świadomość braku teorii wyjaśniającej właściwości energetyczne obwodów o przebiegach odkształconych oraz umożliwiającej poprawę tych właściwości zaczyna narastać w elektrotechnice z początkiem lat siedemdziesiątych, wraz z pojawieniem się i szybkim rozwojem urządzeń tyrystorowych. Ponieważ przebiegi w obwodach z takimi urządzeniami zbyt mocno odbiegają kształtem od przebiegów sinusoidalnych, aby można było jeszcze do ich opisu stosować teorię mocy obwodów z przebiegami sinusoidalnymi, poszukiwania za teorią mocy takich obwodów zaczęły być coraz bardziej gorączkowe.

W 1971 r. E. W. Kimbark [26] proponuje przyjąć moc bierną podstawowej harmonicznej

$$Q_{k1} \triangleq Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 \quad (24)$$

jako moc bierną źródła o napięciu odkształconym, zaś resztę

$$T_k = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_k^2} \quad (25)$$

uznać za moc deformacji. Lecz jest to oczywiście tylko umowa nie teoria mocy. W 1972 r. W. Shepherd i P. Zakikhani [27] proponują rozkład prądu odkształconego na składowe

$$i_R \triangleq \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos \varphi_n \cos (n\omega_1 t + \alpha_n), \quad (26)$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin \psi_n \sin(n \omega_1 t + \alpha_n). \quad (27)$$

( $c_n = \text{Arg}\{U_n\}$ ), wzajemnie ortogonalne, gdyż  $(i_R, i_r) = 0$ , a więc składowe, których wartości skuteczne spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_R\|^2 + \|i_r\|^2 \quad (28)$$

prowadzącą do równania mocy

$$S^2 = S_R^2 + Q_r^2, \quad (29)$$

gdzie  $S_R \triangleq \|u\| \|i_R\|$ ,  $Q_r = \|u\| \|i_r\|$ . (30)

Uważają oni, że wielkość  $Q_r$  powinna być uznana za moc bierną w obwodach o przebiegach odkształconych, jednak brak w równaniu mocy [29] mocy czynnej  $P$  pozbawiał tę koncepcję atrakcyjności.

Obserwuje się w tym okresie także powrót do pewnych elementów idei prof. Fryzego, przy czym jej ponowne odkrywanie odbywa się poprzez Niemcy, gdzie jest najbardziej znana dzięki oryginalnej publikacji w ETZ [3] oraz cytowaniu jego definicji w normie DIN 40110/Oct., 1975 pt. "Wechselstromgrößen".

Elementy koncepcji prof. Fryzego widoczne są wyraźnie w teorii M. Depenbrocka [28], opublikowanej w 1979 r w której wyodrębnia on z napięcia harmoniczną podstawową.

$$u_g \triangleq u_1 = U_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1) \quad (31)$$

i resztę

$$u_k \triangleq u - u_g, \quad (32)$$

a następnie rozkłada prąd źródła na sześć składowych, definiowanych względem napięć  $u_g$  i  $u_k$  w sposób podobny do definicji prof. Fryzego.

Mianowicie

$$i = i_{ga} + i_{ka} + i_Q + i_{gV} + i_{kV} + i_N, \quad (33)$$

gdzie

$$i_{ga} \triangleq \frac{(u, i)}{\|u\|^2} u_g, \quad i_{ka} \triangleq \frac{(u, i)}{\|u\|^2} u_k, \quad (34)$$

$$i_Q \triangleq \frac{(i, u_g(t - T/4))}{\|u_g\|^2} u_g(t - \frac{T}{4}), \quad (35)$$

$$i_{gV} \triangleq \Delta G_g u_g, \quad i_{kV} \triangleq \Delta G_k u_k, \quad (36)$$

przy czym

$$\Delta G_g \triangleq \frac{(u_g, i)}{\|u_g\|^2} - \frac{(u, i)}{\|u\|^2}; \quad \Delta G_k \triangleq \frac{(u_k, i)}{\|u_k\|^2} - \frac{(u, i)}{\|u\|^2} \quad (37)$$

oraz

$$i_N \triangleq i - (i_{ga} + i_{kp} + i_Q + i_{gV} + i_{kV}). \quad (38)$$

Rozkład powyższy prowadzi do równania mocy

$$S^2 = P^2 + Q_D^2 + V^2 + N^2, \quad (39)$$

gdzie

$$P \triangleq (u_g, i) + (u_k, i); \quad Q_D \triangleq \|u\| \|i_Q\|, \quad (40)$$

$$V \triangleq \|u\| \sqrt{\|i_{gV}\|^2 + \|i_{kV}\|^2}; \quad N \triangleq \|u\| \|i_N\|. \quad (41)$$

Niestety, wykorzystując pewne idee prof. Fryzego, Depenbrock nie sięgnął do być może najważniejszej z nich, mianowicie do uzasadnienia motywów konkretnego rozkładu. Obszerna praca Depenbrocka pokazuje jedynie, że można prąd źródła i jego moc pozorną w proponowany sposób rozłożyć, nie wyjaśnia natomiast dlaczego należy to czynić w ten właśnie sposób. Rozkład ten został tu zresztą przedstawiony w znacznie uproszczonej postaci. Analizując tę teorię trudno się oprzeć analogii z traktowaniem zabawek przez dzieci w pewnym wieku, gdy nie umiejąc jeszcze tworzyć, starają się rozłożyć je na możliwie dużą liczbę części, niekiedy połamać. Należy tylko liczyć na to, że w przypadku Depenbrocka mamy do czynienia z pierwszą, bardziej optymistyczną sytuacją. W jeszcze czystszej postaci odnajdujemy ideę prof. Fryzego w teorii mocy opracowanej w 1980 r. przez N. L. Kustersa i W. J. M. Moore'a [29]. Ma ona dwa warianty. W przypadku odbiorników rezystancyjno - indukcyjnych prąd źródła może być rozłożony na trzy składowe, mianowicie

$$i = i_a + i_{qC} + i_{qCr}, \quad (42)$$

przy czym składowa  $i_a$  jest składową czynną wg definicji prof. Fryzego, natomiast

$$i_{qC} \triangleq \frac{(\dot{u}, i)}{\|\dot{u}\|^2} \dot{u}, \quad (43)$$

gdzie  $\dot{u} \triangleq du/dt$ , zaś

$$i_{qCr} \triangleq i - (i_a + i_{qC}). \quad (44)$$

Składowe te są wzajemnie ortogonalne,



zatem

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_{qC}\|^2 + \|i_{qCr}\|^2 \quad (45)$$

Równanie mocy wg Kustersa i Moore'a ma postać:

$$S^2 = P^2 + Q_C^2 + Q_{Cr}^2 \quad (46)$$

gdzie

$$Q_C \triangleq \|u\| \|i_{qC}\| \operatorname{sgn}\{(\dot{u}, i)\} \quad (47)$$

$$Q_{Cr} \triangleq \|u\| \|i_{qCr}\| \quad (48)$$

Jak widać, poszczególne wielkości zostały zdefiniowane w dziedzinie czasowej, a ponadto miała ona, wg autorów, rozwiązywać zagadnienie minimalizacji mocy pozornej źródła i być łatwa do instrumentalizacji. Można więc było sądzić, że ten już nieco wstydlivy problem elektrotechniki został wreszcie rozwiązany, w związku z czym IEC zaleciła [30] stosowanie teorii Kustersa i Moore'a, zaś prof. G. Podor i G. Tevan sformułowali ją [31] w nieco bardziej matematycznie eleganckiej postaci. Okazało się jednak niebawem [32], że wnioski wyciągnięte z tej teorii odnośnie do minimalizacji mocy pozornej źródła są poprawne tylko wtedy, gdy źródło jest idealne, ponadto [33] nawet w takim przypadku teoria ta pozwala rozwiązać problem jedynie pojemnościowej, niekiedy bardzo mało skutecznej minimalizacji mocy pozornej.

Autor niniejszego artykułu w swojej próbie opisu właściwości energetycznych obwodów o przebiegach odkształconych poszedł w przeciwnym kierunku w stosunku do tych jego poprzedników, którzy z koncepcji prof. Budeanu brali sposób definiowania mocy biernej, zaś z koncepcji prof. Fryzego ideę formułowania teorii mocy w dziedzinie czasowej.

Odrzucając obie te idee, autor przejął z koncepcji prof. Budeanu ideę podejścia częstotliwościowego, zaś z koncepcji prof. Fryzego ideę wyodrębnienia prądu czynnego, rozkład ortogonalny oraz nacisk na motywację określonego rozkładu i jego funkcjonalność.

Powodem rezygnacji z usiłowań formułowania teorii mocy w dziedzinie czasowej był pogląd autora, że właściwości energetyczne obwodu nie mogą być niezależne od jego właściwości częstotliwościowych, a więc widmo częstotliwościowe przebiegu jest dla opisu właściwości energetycznych nieodzowne. Ponadto, aby mógł być wykorzystany w celu modyfikacji tych właściwości znany obecnie aparat matematyczny syntezy obwodów, sformułowany niemal wyłącznie w dziedzinie częstotliwości, właściwości energetyczne obwodu muszą być wyrażone poprzez jego właściwości częstotliwościowe. Gdy prof. Fryze opracowywał swoją koncepcję teorii mocy, fakty te nie były jeszcze znane. Elektrotechnika była w zasadzie elektrotechniką obwodów o jednej, stałej częstotliwości; pojawiały się dopiero pierwsze twierdzenia dotyczące syntezy obwodów.

Nie można też nawet porównywać dostępności widm przebiegów. Szybkie przetworniki analogowo - cyfrowe współpracujące z systemem mikroprocesorowym realizującym algorytm FFT umożliwiającą wyznaczenie widma modułowego i fazowego z opóźnieniem rzędu jednego okresu zmienności przebiegu; w czasach prof. Fryzego były one praktycznie poza zasięgiem możliwości metrologicznych.

Trzecim źródłem do którego sięgnął autor była koncepcja Shepherd'a i Zakikhani'ego bardzo obca koncepcji Budeanu i Fryzego. W 1974 r. prof. Emanuel zauważył [34], że zdefiniowana przez nich moc bierna  $Q_T$  jest całkowicie kompensowalna dwójnikiem reaktacyjnym. Początkowo nie przywiązywano do tego większego znaczenia ze względu na dużą złożoność dwójnika kompensującego. Mianowicie, wtedy gdy napięcie źródła ma  $M$  harmonicznych, to dwójnik kompensujący moc bierną  $Q_T$  musi wg Emanuela mieć

$$N = M(2M-1) \quad (49)$$

elementów reaktacyjnych. W pracy [35] autor wykazał jednak, że złożoność ta jest istotnie mniejsza. Mianowicie [36], wymagana liczba elementów reaktacyjnych  $N$  ograniczona jest nierównością.

$$M \ll N \ll 2M-1 \quad (50)$$

i kompensacja taka może już być z technicznego punktu widzenia brana pod uwagę.

Proponowany opis właściwości energetycznych jednofazowych obwodów liniowych ma następującą postać. Jeśli liniowy i stacjonarny odbiornik zasilany ze źródła przemiennego, okresowego napięcia  $u$  ma moc czynną  $P$  oraz admitancję dla częstotliwości harmonicznych

$$\underline{Y}_n \triangleq G_n + jB_n, \quad (51)$$

to jeśli zdefiniuje się konduktancję tego odbiornika jako

$$G_e \triangleq \frac{P}{\|u\|^2}, \quad (52)$$

wówczas prąd źródła można przedstawić jako sumę trzech składowych:

$$i = i_a + i_g + i_r, \quad (53)$$

przy czym składowa  $i_a$  jest składową czynną prądu wg definicji prof. Fryzego

$$i_a = G_e u, \quad (54)$$

natomiast

$$i_g \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (G_n - G_e) \underline{u}_n \exp \{jn\omega_1 t\} \right\} \quad (55)$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} j B_n U_n \exp \{jn\omega_1 t\}. \quad (56)$$

Tak zdefiniowane składowe prądu są wzajemnie ortogonalne, gdyż ich iloczyny skalarne

$$(i_a, i_s) \quad (i_s, i_r) \quad (i_r, i_a)$$

są równe zeru, a więc wartości skuteczne tych składowych spełniają równanie:

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2, \quad (57)$$

$$\text{gdzie} \quad \|i_a\| = G_e \|u\| \quad ; \quad \|i_s\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (G_n - G_e)^2 U_n^2} \quad ; \quad \|i_r\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} B_n^2 U_n^2} \quad (58)$$

prowadzące do równania mocy

$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q_r^2, \quad (59)$$

gdzie

$$D_s \triangleq \|u\| \|i_s\| \quad , \quad Q_r \triangleq \|u\| \|i_r\|. \quad (60)$$

Ponieważ przedmiotem niniejszego artykułu nie jest omówienie obecnego stanu teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych, lecz przedstawienie wkładu prof. Fryzego w jej rozwój, dlatego propozycja autora nie będzie tu dalej omawiana. Dalsze szczegóły dotyczące tej koncepcji oraz jej konsekwencje dla zagadnienia minimalizacji mocy pozornej źródeł może Czytelnik znaleźć w pracach [36] oraz [37], zaś jej uogólnienie na obwody nieliniowe w pracy [38].

Przedstawiony w niniejszym artykule zarys rozwoju teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych pokazuje jak bardzo kontrowersyjnemu zagadnieniu poświęcił prof. Fryze swoją uwagę, a mimo to, jak wiele z jego wniosków pozostało słusznymi do chwili obecnej. Budowa gmachu teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych daleka jest jeszcze od jej zakończenia, lecz o ile tylko znajomość tego co zostało już stworzone, pozwala autorowi pogląd taki wyrazić, nikt spośród tych, którzy brali w tym udział nie oddziaływał nań w sposób tak wyraźny jak prof. St. Fryze.

#### LITERATURA

- [1] C.I. Budeanu: Puissances reactives et fictives. Institut Romain de L'Energie, Bucarest 1927.
- [2] St. Fryze: Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny, nr 7, 8; 1931.

- [3] St. Fryze: Wirk-, Blind-, und Scheinleistung in Elektrisch Stromkreisen mit nichtsinusförmigen Verlauf von Strom und Spannung. ETZ, Bd. 53, 1932.
- [4] St. Fryze: W sprawie określenia mocy w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny nr 22, 1932.
- [5] S.I. Antoniu, M. Leon: Linear electronic model for the determination of active and reactive powers in nonsinusoidal state, Acta IMEKO, Budapest 1967.
- [6] S.I. Antoniu, M. Leon, R. Tuduce: P, Q, D - metre apparait pour la mesure des puissances et energies actives, reactives et deformantes dans un energetique deformant. Congres MESUGORA, Paris 1973.
- [7] H. Fack: Grundblindleistung und Verzerrungsleistungs für stationären Verlauf von Spannung, PTB-E-1, Juni 1974.
- [8] J. Sawicki: Urządzenie do pomiaru mocy reaktywnej  $\sum U_k I_k \sin \varphi_k$  Patent PRL nr 111781, 1977.
- [9] J. Sawicki: The measurement of reactive power  $\sum UI \sin \varphi$ , Acta IMEKO, Budapest 1977.
- [10] L. S. Czarnecki: Miernik mocy biernej dla układów z przebiegami odkształconymi, Patent PRL 75834, 1972; Patent PRL 85524, 1974.
- [11] L.S. Czarnecki: Measurement principle of a reactive power meter for nonsinusoidal systems, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-30, No 30, 1981.
- [12] L.S. Czarnecki: Metoda pomiaru mocy biernej obwodów o przebiegach odkształconych wykorzystująca modulację jednowstęgową, Z.N. Pol. Śl. "ELEKTRYKA" z.88, Gliwice 1984.
- [13] Z. Nowomiejski: Filtry mocy, Zesz. Nauk. Pol. Śl. "ELEKTRYKA", z.18, Gliwice 1964.
- [14] Z. Nowomiejski: O pewnych zagadnieniach dotyczących mocy deformacji w układach o przebiegach odkształconych, Z.N. Pol. Śl. "ELEKTRYKA", z.22, Gliwice 1967.
- [15] Z. Nowomiejski: Teoria kompensacji mocy biernej. Z.N. Pol. Śl., "ELEKTRYKA", z.42, Gliwice 1973.
- [16] Z. Nowomiejski: Uogólniona teoria mocy, Z.N. Pol. Śl., "ELEKTRYKA", z.46, Gliwice 1974.
- [17] Z. Nowomiejski, F. Sowa: Teoria mocy układów elektrycznych, Z.N. Pol. Śl., "ELEKTRYKA", z.49, Gliwice 1977.
- [18] Z. Nowomiejski: Generalized theory of electric power, Archiv für Elektrotechnik, 63/1981.
- [19] M.S. Erlicki, A. Emanuel - Bigels: New aspects of power factor improvement. IEEE Trans. on Ind. and Gen Appl., Vol IGA-4, No 4 July/Aug. 1968.
- [20] A.E. Emanuel: Energetical factors in power systems with nonlinear loads, Archiv für Elektrotechnik, 59/1977.
- [21] H.D. Fischer: Bemerkungen zu Leistungsbegriffen bei Strömen und Spannungen mit Oberschwingungen, Archiv für Elektrotechnik, 64/1982.
- [22] R. A. Lopez, J.C.M. Asquerino, G. Rodrigex - Izquierde: Reactive power meter for nonsinusoidal systems, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-26, No 3, 1977.
- [23] P. Filipski: The measurement of distortion current and distortion power, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-33, No 1, 1984.
- [24] L.S. Czarnecki: 1-parts with orthonormal properties, Int. Journ. on Circuit Theory and Appl., Vol. 6, 1978.
- [25] P. Filipski: A new approach to reactive current and reactive power measurement in nonsinusoidal systems, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-29, No 4, Dec. 1980.

- [26] E. W. Kimbark: Direct current transmission, Vol. 1, Wiley - Interscience, 1971.
- [27] W. Shepherd, P. Zakikhani: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems, Proc IEE, Vol. 119, No 9, Sept. 1972.
- [28] M. Depenbrock: Wirk - und Blindleistung. ETG - Fachtagung "BLINDLEISTUNG", Aachen, October, 1979.
- [29] N. L. Kusters, W.J.M. Moore: On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions, IEEE Trans. Power Appl. Syst., Vol. PAS-99, Sept. 1980.
- [30] International Electrotechnical Commission (IEC), Technical Committee No 25, Working Group 7, Report: Reactive power and distortion power, document 25 (Secr.) 113, grudzień 1979.
- [31] G. Fodor, G. Tevan: Powers and compensation in networks in periodic state, Archiv für Elektrotechnik, (65), 1982.
- [32] L. S. Czarnecki: Additional discussion on "Reactive power under nonsinusoidal conditions", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No 4, April 1983.
- [33] L. S. Czarnecki: Some comments on capacitive and residual reactive powers in nonsinusoidal systems, Proc. of Int. Conf. on Harmonics in Power Systems, Worcester, USA, 1984.
- [34] A. E. Emanuel: Suggested definition of reactive power in nonsinusoidal systems, Proc. IEE, Vol. 121, No 7, July 1974.
- [35] L. S. Czarnecki: Minimisation of distortion power of nonsinusoidal systems, IEE Proc., Vol 128, Pt. C, No 4, 1981.
- [36] L. S. Czarnecki: Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi, Zesz. Nauk. Pol. Śl. "ELEKTRYKA", z. 91 1984.
- [37] L. S. Czarnecki: Consideration on the reactive power in nonsinusoidal situations, IEEE Trans. Instr. Meas., Nov. 1985.
- [38] L. S. Czarnecki: An orthogonal decompositions of the current of nonsinusoidal voltage source applied to nonlinear loads, Int. Journ. on Circuit Theory and Appl., Vol. 11, No 2, 1983.