ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: ELEKTRYKA z. 76 Nr kol. 689

Gerard BARTODZIEJ,
Wiktor KIŚ

Instytut Elektroenergetyki
i Sterowania Układów
Politechniki Śląskiej

ZASTOSOWANIE TEORII LINII ELEKTRYCZNEJ JEDNORODNEJ DO OKREŚLANIA TEMPERATUR W TORACH PRĄDOWYCH SKOKOWO NIEJEDNORODNYCH

Streszczenie. Zaproponowano przybliżoną metodę analogową wyznaczania rozkładu temperatury w torach prądowych o skokowej niejednorodności parametrów. Przedstawiono przykłady zastosowania metody.

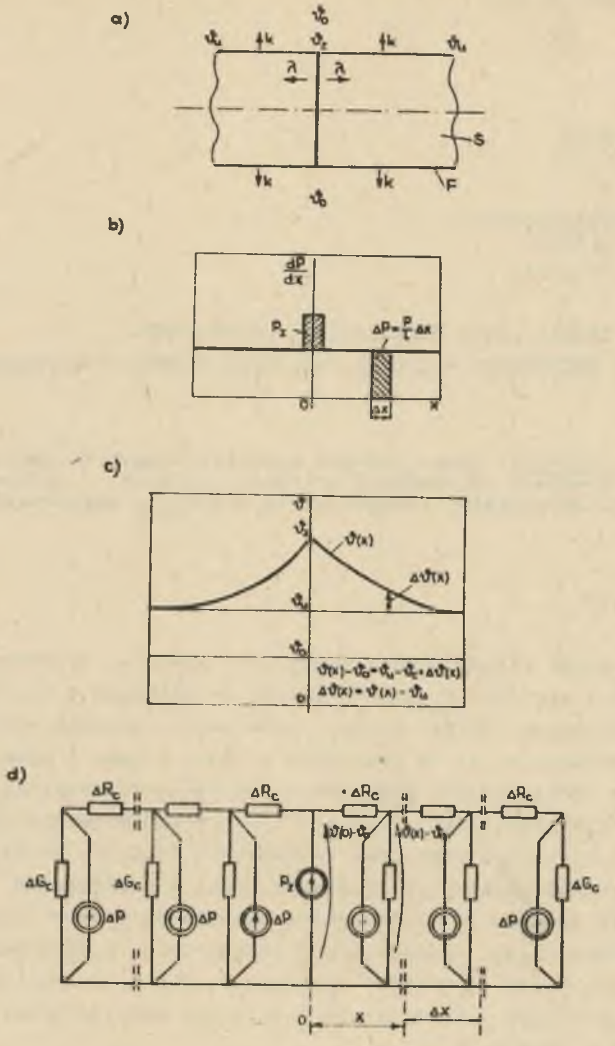
1. WPROWADZENIE

Analiza wymiany ciepła między elementami obwodów prądowych urządzeń elektrycznych i otoczeniem jest zagadnieniem złożonym i trudnym do analitycznego rozwiązania. Ścisłe ujęcie problemu, w postaci równań propagacji ciepła, otrzymuje się na podstawie bilansu ciepła i prawa zachowania energii, przy uwzględnieniu prawa Fouriera (przewodnictwo cieplne), Stefana Boltzmana (promieniowanie cieplne) oraz równań przewodnictwa cieplnego, ruchu płynu i ciągłości przepływu (konwekcja) [1,2,3]. Rozwiązania analityczne tych równań możliwe do uzyskania tylko w nielicznych przypadkach, przy przyjęciu szeregu założeń upraszczających są często nieefektywne dla praktyki inżynierskiej, zwłaszcza gdy chodzi tylko o obliczenia szacunkowe. Stosuje się wtedy zależności uproszczone, wprowadzając tzw. współczynniki oddawania ciepła o wartościach ustalonych doświadczalnie dla określonych temperatur [4,5,6,7].

2. METODA WYZNACZANIA ROZKŁADU TEMPERATURY

Obliczenia cieplne - nawet przybliżone - komplikują się znacznie, jeśli w rozpatrywanym układzie występują niepomijalne niejednorodności w zakresie geometrii i materiału toru prądowego, warunków wymiany ciepła, zmienności funkcji wewnętrznego źródła ciepła wzdłuż toru. Zachodzi to np. w torach prądowych zawierających:

- zestyki czołowe,
- odcinki o zmniejszonym lub zwiększonym przekroju,



Rys. 1. Nagrzewanie toru prądowego jednorodnego z zestykiem czołowym

a – szkic poglądowy, b – ilustracja funkcji źródła ciepła, c – rozkład temperatury, d – schemat analogowy dla wyznaczenia rozkładu temperatury

k – współczynnik oddawania ciepła W/m^{2}K; λ – współczynnik cieplnej przewodności materiału W/mK; ϑ_z – temperatura zestyku K; ϑ_u – temperatura ustalona, w znacznej odległości od zestyku, K; ϑ_o – temperatura otoczenia, K; i – prad o wartości skutecznej I, A; S – powierzchnia przekroju poprzecznego m^2; A – obwód przekroju poprzecznego m; F – powierzchnia oddawania ciepła m^2; ΔP – moc Joule'a, wydzielona w odcinku Δx toru, W; P_z – moc wydzielona dodatkowo w zestyku, W; ΔR_c – opór cieplny podłużny odcinka Δl toru $\Delta R_c = \frac{\Delta l}{\lambda S}$; ΔG_c – konduktancja cieplna poprzeczna odcinka Δl toru $\Delta G_c = \frac{kF}{l}\Delta l = kA \Delta l$

- odcinki o odmiennych warunkach wymiany ciepła (izolatory przepustowe, przepusty).

Stosowana może być w takich przypadkach metoda analogowa sieci cieplnej, w której wielkości elektryczne odpowiadają wielkościom cieplnym:

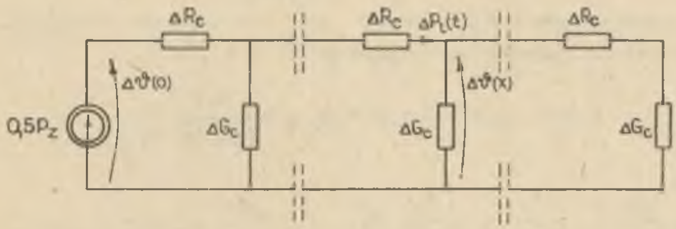
napięcie U; V – różnica temperatur $\Delta\vartheta$; K
prąd I; A – moc cieplna P; W
rezystancja R; Ω – opór cieplny R_c; W/K

Ilustruje ją w uproszczeniu, dla stanu cieplnie ustalonego w torze prądowym ze złączem czołowym, rys. 1 przy pominięciu zależności wymienionych wielkości od temperatury.

Rozkład przyrostów temperatury wzdłuż toru prądowego

$$\Delta\vartheta(x) = \vartheta(x) - (\vartheta_o + \Delta\vartheta_u) \tag{1}$$

spowodowanych działaniem dodatkowego źródła ciepła P_z w zestyku czołowym, można określić – zgodnie z zasadą superpozycji – przez wyznaczenie $\Delta\vartheta(x)$ (napięć) w punktach węzłowych układu z rys. 2.



Rys. 2. Schemat analogowy dla wyznaczania osiowego rozkładu przyrostu temperatury, wywołanego dodatkowym źródłem ciepła w zestyku (układ wg rys.1)

Schemat tego układu odpowiada linii elektrycznej łańcuchowej, a przy podziale rozpatrywanego toru na odcinki nieskończenie krótkie, staje się równoważny linii elektrycznej jednorodnej o parametrach równomiernie rozłożonych, opisanej równaniami:

$$\begin{bmatrix} U(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{ch}\gamma x, & -Z\mathrm{sh}\,\gamma x \\ -\frac{\mathrm{sh}\gamma x}{Z}, & \mathrm{ch}\,\gamma x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \tag{2}$$

Przy zastosowaniu oznaczeń z rys. 2, jest więc:

$$\begin{bmatrix} \Delta\vartheta(x) \\ \Delta P_1(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{ch}\,\gamma x, & -Z\,\mathrm{sh}\,\gamma x \\ -\frac{\mathrm{sh}\gamma x}{Z}, & \mathrm{ch}\,\gamma x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\vartheta(0) \\ 0{,}5\,P_z \end{bmatrix} \tag{3}$$

przy czym odpowiednio:

- rezystancja jednostkowa (opór cieplny jednostkowy) podłużna

$$R_o = \frac{1}{\lambda S} \tag{4}$$

- konduktancja jednostkowa (cieplna) poprzeczna

$$G_o = kA \tag{5}$$

- impedancja falowa

$$Z = \sqrt{\frac{R_o}{G_o}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda S k A}} \tag{6}$$

- stała propagacji

$$\gamma = \sqrt{R_o G_o} = \sqrt{\frac{kA}{\lambda S}} \tag{7}$$

- impedancja wejściowa (przy biegu jałowym)

$$Z_w = \frac{Z}{\mathrm{th}\,\gamma l} = \frac{1}{\sqrt{k \lambda SA}\ \mathrm{th}\,\gamma l} \tag{8}$$

Przyrost temperatury $\Delta\vartheta(0)$, czyli $\Delta\vartheta_z$ na zestyku czołowym, można wyznaczyć w oparciu o impedancję wejściową

$$\Delta\vartheta(0) = \Delta\vartheta_z = 0{,}5\ P_z Z_w = \frac{0{,}5\ P_z}{\sqrt{k \lambda SA}\ \mathrm{th}\,\gamma l} \tag{9}$$

Stąd rozkład

$$\Delta\vartheta(x) = \Delta\vartheta(0)\,\mathrm{ch}\,\gamma x - 0{,}5\ P_z z\ \mathrm{sh}\,\gamma x =$$

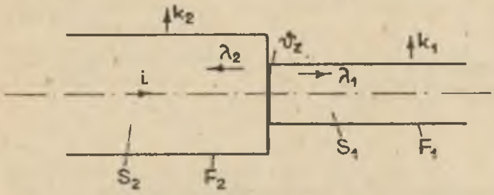
$$= \frac{0{,}5\ P_z}{\sqrt{k \lambda SA}}\left(\frac{\mathrm{ch}\,\gamma x}{\mathrm{th}\,\gamma l} - \mathrm{sh}\,\gamma x\right) = \Delta\vartheta_z(\mathrm{ch}\,\gamma x - \mathrm{sh}\,\gamma x\ \mathrm{th}\,\gamma l) = \frac{0{,}5\ P_z}{\sqrt{k \lambda SA}}\ \frac{\mathrm{ch}\left\{\gamma(l-x)\right\}}{\mathrm{sh}\,\gamma l} \tag{10}$$

oraz

$$\vartheta(x) = \vartheta_u + \Delta\vartheta(x) = \vartheta_u + \Delta\vartheta_z(\mathrm{ch}\,\gamma x - \mathrm{sh}\,\gamma x\,\mathrm{tgh}\,\gamma l) \tag{11}$$

W szczególnym przypadku, gdy długość l rozpatrywanego odcinka toru jest dostatecznie duża zależność (11) przyjmuje w granicy $\lim\limits_{l \to \infty} \vartheta(x)$ postać:

$$\vartheta(x) = \vartheta_u + \Delta\vartheta_z\, e^{-\gamma x} = \vartheta_u + \frac{P_z}{2\sqrt{k \lambda AS}}\, e^{-\sqrt{\frac{kA}{\lambda S}}\, x} \tag{12}$$



Rys. 3. Szkic toru prądowego ze skokową zmianą parametrów w miejscu zestyku czołowego

Jest ona identyczna z podawaną dla takiego układu np. w pracy [4], jeśli przyjmie się tam temperaturowy współczynnik rezystancji $\alpha_0 = 0$, tzn. przy pominięciu wpływu temperatury na moc wydzieloną w torze.

Postępując analogicznie jak w przedstawionym przykładzie, można wyznaczyć rozkłady temperatur również dla innych przypadków technicznych tego typu układów.

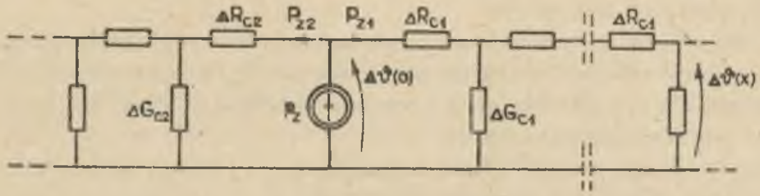
Przykładowo, dla toru prądowego z zestykiem czołowym o różnych parametrach toru po obu stronach zestyku (rys. 3) otrzymuje się schemat pokazany na rys. 4, oraz równania:

$$\Delta\vartheta(x)_1 = \Delta\vartheta(0)\operatorname{ch}\gamma_1 x - P_{z1}Z_1\operatorname{sh}\gamma_1 x \qquad (13)$$

$$\vartheta(x)_1 = \vartheta(x)_u + \Delta\vartheta(x)_1 \qquad (14)$$

$$\Delta\vartheta(x)_2 = \Delta\vartheta(0)\operatorname{ch}\gamma_2 x - P_{z2}Z_2\operatorname{sh}\gamma_2 x \qquad (15)$$

$$\vartheta(x)_2 = \vartheta(x)_u + \Delta\vartheta(x)_2 \qquad (16)$$



Rys. 4. Schemat analogowy dla wyznaczania osiowego rozkładu przyrostu temperatury, wywołanego dodatkowym źródłem ciepła w zestyku (układ wg rys.3)

przy czym:

$$P_{z1} = \frac{\Delta\vartheta(0)}{Z_{w1}} \qquad (17)$$

$$P_{z2} = \frac{\Delta\vartheta(0)}{Z_{w2}}$$

$$Z_{w1} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1 S_1 k_1 A_1}\ \mathrm{th}\ \gamma_1 l_1}$$

$$Z_{w2} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2 S_2 k_2 A_2}\ \mathrm{th}\ \gamma_2 l_2} \tag{18}$$

$$\Delta\vartheta(0) = \Delta\vartheta_z = P_z\ \frac{Z_{w1}Z_{w2}}{Z_{w1}+Z_{w2}} = \frac{P_z}{\sqrt{\lambda_1 k_1 S_1 A_1}\ \mathrm{th}\ \gamma_1 l_1 + \sqrt{\lambda_2 k_2 S_2 A_2}\ \mathrm{th}\gamma_2 l_2} \tag{19}$$

$\vartheta(x)_u$ – ustalony rozkład temperatury w układzie bez dodatkowego źródła ciepła P_z.

Stąd rozkład temperatury po prawej stronie zestyku wynosi:

$$\vartheta(x)_1 = \vartheta(x)_u + \Delta\vartheta_z(\mathrm{ch}\ \gamma_1\ x - \mathrm{th}\ \gamma_1 l_1 \mathrm{sh}\ \gamma_1 x), \tag{20}$$

natomiast po lewej stronie

$$\vartheta(x)_2 = \vartheta(x)_u + \Delta\vartheta_z(\mathrm{ch}\ \gamma_2\ x - \mathrm{th}\ \gamma_2 l_2 \mathrm{sh}\ \gamma_2 x) \tag{21}$$

3. WNIOSKI

1. Zaproponowana metoda analogowa pozwala na przybliżone wyznaczenie osiowego rozkładu przyrostów temperatury w torach prądowych o skokowej niejednorodności parametrów.
2. Zaletą metody jest możliwość wyznaczenia rozkładu temperatury bezpośrednio z równań linii elektrycznej jednorodnej o parametrach (R,G) równomiernie rozłożonych, po zastąpieniu wielkości elektrycznych odpowiednimi wielkościami cieplnymi.
3. Przewiduje się możliwość rozszerzenia i uściślenia metody przez wykorzystanie analogii względem linii łańcuchowej złożonej z czwórników aktywnych.

LITERATURA

[1] Tichonow A.N., Samarski A.A.: Równania fizyki matematycznej,PWN, Warszawa 1963.

[2] Wiśniewski S.: Wymiana ciepła. PWN, Warszawa 1979.

[3] Staniszewski B.: Wymiana ciepła, Podstawy teoretyczne. PWN, Warszawa 1979.

[4] Maksymiuk A.A., Pechenke Z.: Podstawy obliczeń aparatów elektroenergetycznych. WNT, Warszawa 1976.

[5] Markiewicz H., Wołkowiński K.: Urządzenia elektroenergetyczne. WNT, Warszawa 1980.

[6] Kurdziel R.: Działanie cieplne i dynamiczne prądów zwarciowych. PWT, Warszawa 1957.

[7] Praca zbiorowa: Poradnik inżyniera elektryka, tom. I. WNT, Warszawa 1974.

Wpłynęło do Redakcji 20.VI.1980 r.

Recenzent:
Prof. dr hab. inż. Jan Maksymiuk

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР В СКАЧКООБРАЗНО НЕОДНОРОДНЫХ ТОКОПРОВОДОВ

Р е з ю м е

В статье предлагается приближенный аналоговый метод определения осевого распределения температуры в токоведущих узлах со скачкообразной неоднородностью параметров. Приводятся примеры применения этого метода.

THE APPLICATION OF A HOMOGENEOUS ELECTRIC LINE THEORY TO THE DETERMINATION OF TEMPERATURES IN ELECTRIC LINES

S u m m a r y

The article suggests an approximate analog method of determining axis temperature distribution in electric lines with parameters of jumping heterogeneity. The examples of method application are presented.