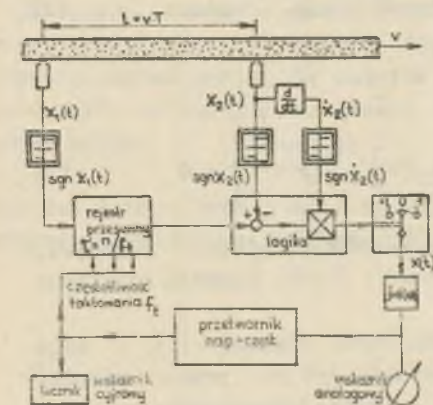


Józef SZUTA

## AUTOMATYCZNY POMIAR PRĘDKOŚCI PRZEPIŹYU METODĄ KORELACYJNĄ

**Streszczenie.** Artykuł zawiera analizę stochastycznych sygnałów generowanych przez czujniki przy pomiarach prędkości przetaczania i przepływu fazy stałej w cieczy metodą korelacyjną.

Pomiar prędkości przetaczania prętów, względnie taśm metodą korelacyjną jest zagadnieniem znacznie prostszym od pomiaru prędkości przepływu fazy stałej np. pyłu lub granulatu w pneumatycznych transporterach [1], [2], [3]. Idea pomiaru polega na wyznaczeniu funkcji korelacji sygnałów  $X_1(t)$  i  $X_2(t)$ , generowanych przez 2 czujniki usytuowane na rurociągu w odległości  $L$  w kierunku przepływu (rys. 1). W przypadku pomiaru prędkości przetaczania wyznacza się funkcję autokorelacji, bo oba sygnały są w zasadzie identyczne, a tylko przesunięte w czasie. W przypadku drugim wyznacza się funkcję korelacji wzajemnej, bo sygnały są różne.



Rys. 1. Schemat układu śledzącego korelatora znakowego

skane sygnały elektryczne są realizacjami procesu stochastycznego dwuwymiarowego, którego argumentami są odległość i czas. Funkcja korelacji wzajemnej  $R_{X_1X_2}(\tau)$  dwu sygnałów  $X_1(t)$  i  $X_2(t)$  przy pomiarze przepływu ma swo-

je maksimum dla czasu  $\tau = T$ , gdzie  $T$  jest czasem przesunięcia transportowego.

Do pomiaru funkcji korelacji wzajemnej przy pomiarze przepływu stosuje się uproszczone układy korelatorów, pozwalające na samoczynne wyznaczanie i rejestrowanie czasu  $T$ , w którym funkcja  $R_{X_1 X_2}(\tau)$  posiada maksimum.

Automatyczny korelator umożliwia ciągły pomiar prędkości średniej przepływu fazy stałej bez zaburzenia prędkości przepływu wzdłuż przekroju w miejscu pomiaru.

Urządzenie automatycznego pomiaru czasu przesunięcia transportowego  $T$  (rys. 1) jest opisane poniżej.

Wartość funkcji korelacji wzajemnej będzie maksymalna, gdy sygnały  $X_1(t)$  i  $X_2(t)$  będą maksymalnie do siebie podobne. Podobieństwo sygnału można wyrazić matematycznie w postaci warunku, że wartość średniokwadratowa różnicy sygnału musi być minimalna:

$$E \left\{ \left[ X_1(t - \tau) - X_2(t) \right]^2 \right\} = \delta_{\min} \quad (1)$$

gdzie  $E$  jest operatorem uśredniania.

Warunek (1) może być spełniony ze względu na czas przesunięcia  $\tau$ , gdy

$$\frac{dE \left\{ \left[ X_1(t - \tau) - X_2(t) \right]^2 \right\}}{d\tau} = 0. \quad (2)$$

Po rozwiązaniu równania (2) uzyskuje się:

$$- 2 E \left\{ \left[ X_1(t - \tau) - X_2(t) \right] \frac{dX_1(t - \tau)}{d\tau} \right\} = 0 \quad (3)$$

czyli, że warunek uzyskania największego podobieństwa sygnału zachodzi, gdy wyrażenie (3) osiągnie zero. A więc dla czasu  $\tau = T$ , funkcja korelacji wzajemnej ma wartość maksymalną.

Optymalny korelator śledzący powinien realizować równanie (3), a więc układ powinien różniczkować jeden z sygnałów i umożliwić go przez różnicę sygnałów  $X_1(t)$  i  $X_2(t)$ , a następnie wykonać operację uśredniania w zbiorze. Uśrednianie w zbiorze dla procesu stacjonarnego można zastąpić uśrednieniem w czasie, realizowanym przez integrator.

Aby uprościć urządzenie realizujące algorytm (3), zamiast analogowych sygnałów  $X_1(t)$  i  $X_2(t)$  stosuje się kwantowanie 1-bitowe (funkcja znaku  $\text{sgn } X$ ), a zmienne przesunięcie  $\tau$  można realizować za pomocą rejestru przesuwanego, którego częstotliwość taktowania jest sterowana za pomocą konwertera napięciowo-częstotliwościowego zasilanego napięciem z wyjścia integratora.

Dla procesów Gaussa zachodzi ścisły związek między funkcją korelacji sygnałów analogowych z korelacją sygnałów znakowych:

$$R_{\text{sgn}X_1, \text{sgn}X_2}(\tau) = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{R_{X_1, X_2}}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}} \quad (4)$$

Stosując więc sygnały znakowe uzyskuje się zniekształcenie funkcji korelacji (arcsin funkcji korelacji). Zniekształcona funkcja korelacji posiada jednak ekstrema i punkty zerowe w tych samych miejscach, co funkcja korelacji sygnałów analogowych.

W warunkach ustalonych przesunięcie między obu sygnałami wynosi

$$\tau = n \frac{1}{f_t} \quad (5)$$

gdzie:

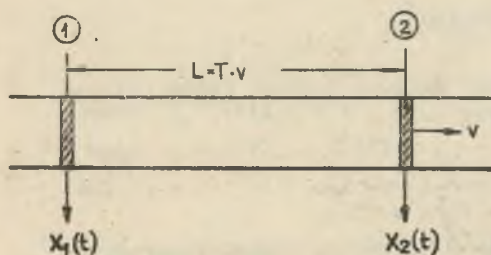
- $n$  - liczba stopni rejestru,
- $f_t$  - częstotliwość taktowania.

Automatyczne działanie korelatora polega na tym, że jeśli wartość przesunięcia  $\tau$  na rejestrze nie odpowiada czasowi przesunięcia transportowego  $T$  (prędkość przepływu  $v$  wzrosła) to warunek (3) nie będzie spełniony i na wejściu integratora pojawi się napięcie, wywołujące zmianę częstotliwości taktowania  $f_t$  aż do nowego zrównoważenia:  $\tau_1 = T_1$ .

Schemat układu śledzącego korelatora znakowego przedstawia rys. 1.

Przy projektowaniu układu pomiarowego prędkości przepływu, najważniejszym zagadnieniem jest analiza sygnału generowanego przez model stochastyczny poruszających się cząstek w czasie przepływu. Drugim zagadnieniem jest wybór optymalnej odległości  $L$  między czujnikiem ze względu na minimum błędów.

Analiza funkcji kowariancji sygnałów generowanych przy przepływie fazy stałej w transporterach (rys. 2)



Rys. 2. Usytuowanie czujników pomiarowych

Przestrzenne usytuowanie cząstek fazy stałej w miejscu ① (chwilowe natężenie światła) zostaje przetworzone w czujniku optycznym na sygnał  $x_1(t)$ , który jest realizacją procesu stochastycznego  $X_1(t)$ . Podobnie jest generowany sygnał  $x_2(t)$  w miejscu ②. Usytuowanie cząstek fazy stałej, wskutek ruchów błądzących po przejściu drogi  $L$  w czasie  $T$  z punktu ① do ② zmienia się tak, że sygnał  $x_2(t)$  w punkcie ② jest niepodobny do sygnału  $x_1(t-T)$ .

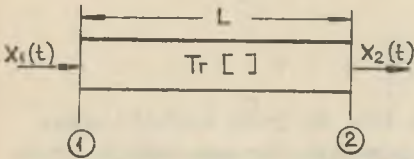
Dla uproszczenia można rozpatrywać scentrowane wartości sygnałów  $x_1(t)$  i  $x_2(t)$ .

Miarą podobieństwa obu sygnałów jest funkcja kowariancji wzajemnej:

$$\text{COV}_{X_1, X_2}(\tau) = E[\hat{x}_1(t) \hat{x}_2(t-\tau)] \approx \frac{1}{T} \int_0^T \hat{x}_1(t) \hat{x}_2(t-\tau) dt. \quad (6)$$

Ponieważ usytuowanie cząstek po przejściu drogi  $L$  ulega rozmyciu, przy dużej odległości  $L$  procesy  $X_1(t)$  i  $X_2(t)$  mogą być niezależne a wartość funkcji kowariancji wzajemnej jest wtedy równa zeru.

Model kanału formującego sygnały (rys. 3)



Rys. 3. Model kanału

Odcinek rurociągu między punktami zamocowania czujników można przedstawić jako kanał przetwarzający [4].

$X_1(t)$  - proces stochastyczny na wejściu kanału (wartość natężenia światła w punkcie ① odpowiadająca chwilowemu losowemu usytuowaniu cząstek w czasie przepływu),

$Z(t) = X(t + \tau)$   $X_2(t)$  - proces stochastyczny na wyjściu kanału,

$T_r$  - operator, opisujący działanie kanału,

$Z(t)$  - proces, jaki należałoby mieć w punkcie ②.

Celem uzyskania największej wartości funkcji kowariancji proces  $Z(t)$  powinien być maksymalnie podobny do  $X_1(t)$ , a więc

$$Z(t) = X_1(t + \tau), \quad (7)$$

Matematycznie zagadnienie można przedstawić następująco:

Działanie kanału można przedstawić matematycznie, jako działanie operatora  $T_r$  na funkcję  $X_1(t)$ , co w wyniku daje

$$X_2(t) = T_r [X_1(t)],$$

Jest pożądané, aby operator  $T_r$  dawał taką funkcję  $X_2(t)$ , która byłaby zbliżona do wymaganej  $Z_2 = X_1(t + \tau)$ , czyli

$$T_r [X_1(t)] = X_2(t) \approx X_1(t + \tau), \quad (7a)$$

Tak więc, operator  $T_r$  powinien spełnić zadość kryterium średniokwadratowemu tj. błąd

$$\varepsilon = E \left[ \left\{ X_2(t) - Z(t) \right\}^2 \right] = \varepsilon_{\min} \quad (8)$$

ma być minimalny.

Z powyższego widać, że zagadnienie sprowadza się do optymalnej aproksymacji sygnału  $X_2(t)$  do  $Z(t) = X_1(t+\tau)$  wg kryterium wartości średniokwadratowej.

Rozwiązanie zagadnienia będzie polegać na predykcji sygnału  $X_1(t)$  po czasie  $\tau$  tzn. sygnału  $X_1(t+\tau)$ , gdy jest znana wartość sygnału  $X(t)$  w czasie  $t$ . Należy więc przedstawić wartość przyszłą procesu  $X(t+\tau)$  przez  $X(t)$  i niezależny od  $X(t)$  stacjonarny proces  $U(t)$ , o wariancji  $E[U^2(t)] = \sigma_U^2$ .  
 $E[X^2(t)] = \sigma_X^2 = \sigma_U^2$  w postaci:

$$\hat{X}_1(t+\tau) = a(\tau) \hat{X}(t) + b(\tau) \hat{U}(t). \quad (9)$$

W równaniu (9) należy znaleźć współczynniki  $a(\tau)$  i  $b(\tau)$ :

I. Można rozpatrzeć podobieństwo sygnałów  $X(t) : X(t+\tau)$ , a więc równanie (9) należy pomnożyć  $X(t)$  oraz dokonać operacji  $E$ .

Uzyskuje się wtedy:

$$\text{COV}_X(\tau) = E[\hat{X}(t) \hat{X}(t+\tau)] = a(\tau) E[\hat{X}^2(t)] + b(\tau) E[\hat{X}(t) \hat{U}(t)] \quad (10)$$

Ponieważ  $\hat{X}(t)$  i  $\hat{U}(t)$  są niezależne, więc  $E[\hat{X}(t) \hat{U}(t)] = 0$ , a równanie (10) można przepisać:

$$\text{COV}_X(\tau) = \sigma_X^2 \varrho_X(\tau) = a(\tau) \sigma_X^2,$$

$$\text{a więc } a(\tau) = \varrho_X(\tau). \quad (11)$$

II. Podobnie można porównać wariancje sygnałów z równania (9)

$$E \left[ \left\{ \hat{X}(t+\tau) \right\}^2 \right] = E \left[ \left\{ a(\tau) \hat{X}(t) + b(\tau) \hat{U}(t) \right\}^2 \right]$$

Ponieważ wariancje sygnałów  $\hat{X}(t)$  i  $\hat{U}(t)$  są równe

$$\sigma_X^2 = \sigma_U^2,$$

$$\text{więc } E[\hat{X}^2(t)] = a^2(\tau) E[\hat{X}^2(t)] + b^2(\tau) E[\hat{U}^2(t)].$$

$$\text{Stąd } 1 - a^2(\tau) = b^2(\tau)$$

$$b(\tau) = \pm \sqrt{1 - a^2(\tau)} = \pm \sqrt{1 - \varrho_X^2(\tau)}. \quad (12)$$

Z powyższych rozważań wynika, że

$$\hat{X}(t+\tau) = Q_X(\tau) \hat{X}(t) \pm \sqrt{1 - Q_X^2(\tau)} \hat{U}(t). \quad (13)$$

Z równania (13) wynika, że proces  $\hat{X}(t)$  po czasie większym od maksymalnego przedziału korelacji  $\tau_{km}$

$$\tau > \tau_{km}$$

(gdy  $Q_X(\tau) \rightarrow 0$ ), przechodzi w proces  $\hat{U}(t)$ , który jest niezależny a więc i nieskorelowany.

Przy  $\tau \ll \tau_{km}$  ( $Q_X(\tau) \approx 1$ ) procesy  $\hat{X}(t)$  i  $\hat{X}(t+\tau)$  są silnie skorelowane.

Predykcja procesu  $\hat{X}(t+\tau)$  wymaga więc znajomości unormowanej funkcji autokorelacji  $Q_X(\tau)$  procesu. Znając  $Q_X(\tau)$  procesu  $X(t)$  towarzyszącego przepływowi, obliczenie odległości między czujnikami jest już proste: należy założyć, że wartość unormowanej kowariancji wzajemnej może wynosić np. połowę wartości autokowariancji.

$$Q_{X1-2}(\tau) = 0,5 Q_X(\tau),$$

a znając przybliżoną wartość prędkości przepływu  $v$ , można dobrać odległość  $L$  między czujnikami.

### Wnioski

Poprawny pomiar prędkości przepływu 2 fazowego wymaga znajomości funkcji autokowariancji unormowanej sygnału stochastycznego, generowanego przez przepływ. Na podstawie znajomości tej funkcji, w zależności od spodziewanych prędkości przepływu należy umieścić drugi (lub większą ilość) czujnik w odpowiednio dobranej odległości.

### LITERATURA

- [1] Mesch F., Kipphon H.: Solids flow measurement by correlation methods. Opto-electronics, nr 4, 1972.
- [2] Fritsche R., Mesch F.: Fehlereinflüsse bei berührungslosen Geschwindigkeitsmessung mit Korrelationsverfahren. nr 6. MSR 1972.
- [3] Zieliński J.: Korelacyjne metody pomiaru prędkości. PAK, nr 4, 122-123. 1979.
- [4] Swieszniak A.: Podstawowe metody funkcji losowych. PWN, Warszawa 1965.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ИЗМЕРЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ СКОРОСТИ РАСХОДА

Резюме

Статья содержит анализ стохастических сигналов, генерированных датчиками при измерениях корреляционным методом скорости проката и расхода постоянной фазы в жидкостях.

AUTOMATIC FLOW VELOCITY MEASUREMENT USING A CORRELATION METHOD

Summary

The paper contains an analysis of stochastic signals, generated by sensors during measurements of the rolling velocity and of the solid phase flow in a liquid using a correlation method.