ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 68 Nr kol. 643

Maciej SIWCZYŃSKI
Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

PARAMETRYCZNY ELEKTRONICZNY UKŁAD DO WYTWARZANIA PODHARMONICZNEJ RZĘDU 1/2

Streszczenie. Opisano układ rzędu drugiego złożony z elementu FDNR i konduktancji parametrycznej, w którym powstają drgania sinusoidalne o częstotliwości ω, przy czym częstotliwość pobudzania konduktancji wynosi 2ω. Określono warunki wzbudzenia i charakterystykę częstotliwościową układu oraz wyniki badania układu rzeczywistego zbudowanego na bazie wzmacniaczy operacyjnych i tranzystora polowego.

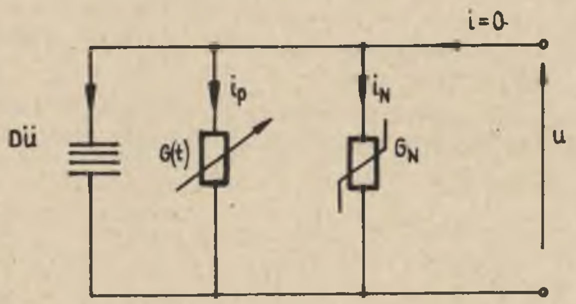
1. Analiza częstotliwościowa układu

Na rys. 1 przedstawiono model rozważanego układu rzędu drugiego złożonego z elementu FDNR realizującego operację $D\ddot{u}$, parametrycznej konduktancji:

$$G(t) = G_o - G_m \cos 2\omega t \tag{1}$$

oraz elementu nieliniowego o równaniu:

$$i_N = \delta u^3 \tag{2}$$



Rys. 1

Równanie różniczkowe podanego obwodu ma postać

$$D\frac{d^2u}{dt^2} + (G_o - G_m\cos 2\omega t)u + \delta u^3 = 0 \tag{3}$$

prowadzając nowe oznaczenia:

$$\omega t = \tau, \quad a = \frac{D}{G_o}\omega^2, \quad m = \frac{G_m}{G_o}, \quad \gamma = \frac{\delta}{G_oU_o^2} \tag{4}$$

równanie (3) przyjmuje postac:

$$\frac{d^2\vartheta}{d\tau^2} + (a^{-1} - ma^{-1}\cos 2\tau)\vartheta + \gamma a^{-1}\vartheta^3 = 0 \tag{5}$$

przy czym $\vartheta = \frac{u}{U_o}$, U_o jest pewnym napięciem odniesienia.

Rozwiązanie równania (5) przewiduje się w postaci drgań sinusoidalnych o wolno zmiennej obwiedni:

$$\vartheta(t) = x(\tau)e^{j\tau} + x^*(\tau)e^{-j\tau} \tag{6}$$

przy czym:

$$x = x_1(\tau) + jx_2(\tau). \tag{7}$$

Podstawiając wyrażenia (6) i (7) do równania (5) i pomijając składniki zawierające $\ddot{x}j$ po przyrównaniu do zera wspólnego czynnika przy $e^{j\tau}$ otrzyma się przybliżone równanie różniczkowe obwodu:

$$(2j\frac{d}{d\tau} - 1)x + a^{-1}x - \frac{1}{2}ma^{-1}x^* 3\gamma a^{-1}x^2x^* = 0 \tag{8}$$

Równanie (8) pozwala na określenie warunków wzbudzenia oraz charakterystyki częstotliwościowej układu. Warunek wzbudzenia oznacza niestabilność punktu osobliwego $x = 0$ równania (8). Przez charakterystykę częstotliwościową rozumie się zależność amplitudy drgań od wielkości a proporcjonalnej do ω^2.

W małym otoczeniu punktu osobliwego $x = 0$ pomijany jest składnik nieliniowy w równaniu (8), wówczas dynamikę obwiedni zespolonej opisuje następujący układ liniowy:

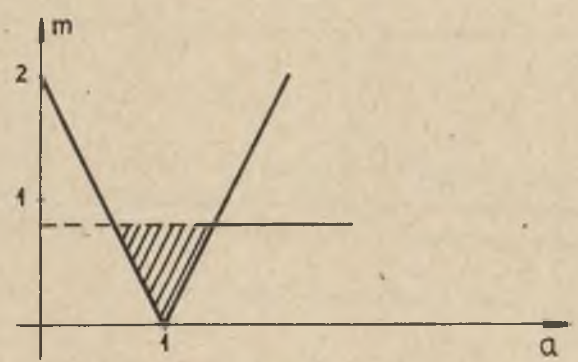
$$\frac{d}{d\frac{\tau}{2}}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{m}{2a} + (1 - \frac{1}{a}) \\ -\frac{m}{2a} - (1 - \frac{1}{a}) & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mathbb{A}\cdot\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Punkt osobliwy równania (9) jest niestabilny, gdy równanie charakterystyczne:

$$\left| \mathbb{A} - \lambda \mathbb{J} \right| = \lambda^2 - \left[\frac{m^2}{4a^2} - \left(1 - \frac{1}{a}\right)^2 \right] = 0 \tag{10}$$

posiada pierwiastki rzeczywiste, a więc gdy:

$$|m| > 2|a - 1| \tag{11}$$



Rys. 2

Zgodnie z nierównością (11) na rys. 2 przedstawiono w formie zakreskowanej realny obszar wzbudzenia (dla $m < 1$). Obliczenie amplitudy drgań sprowadza się do poszukiwania niezerowych punktów osobliwych równania (8) Punkty te spełniają następujące równanie:

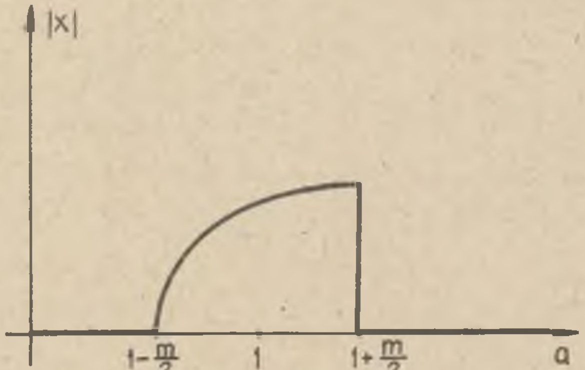
$$(1 - a)x - \frac{1}{2} m x^* + 3\gamma x^2 x^* = 0 \tag{12}$$

Stąd wyznacza się kwadrat amplitudy:

$$|x|^2 = \frac{a - 1 + \frac{1}{2} m \frac{x^*}{x}}{3\gamma} \tag{13}$$

Równość (13) spełniona jest tylko dla x rzeczywistych, czyli amplitudę drgań określa wyrażenie:

$$|x| = \sqrt{\frac{1}{3\gamma}\left[a - \left(1 - \frac{m}{2}\right)\right]} \tag{14}$$



Rys. 3

Równość (14) łącznie z warunkiem (11) pozwala wykreślić teoretyczną charakterystykę częstotliwościową układu (rys. 3). Można wykazać, że w układzie quasi-liniowym nie wystąpią drgania podharmoniczne rzędu wyższego niż 1/2.

W tym celu można rozpatrzyć równanie:

$$\frac{d^2\vartheta}{d\tau^2} + (a^{-1} - ma^{-1}\cos n\tau)\vartheta = 0 \tag{15}$$

którego rozwiązanie przewiduje się w postaci:

$$\vartheta(\tau) = x(\tau)\,e^{jk} + x^*(\tau)e^{-jk\tau} \tag{16}$$

W równaniu (15) można wyróżnić część stacjonarną, w której nie zachodzi mieszanie częstotliwości i część niestacjonarną, w której pojawiają się częstotliwości rzędu $n + k$ i $n - k$. Aby równanie (15) mogło posiadać niestabilny zerowy punkt osobliwy, muszą być spełnione warunki częstotliwościowe:

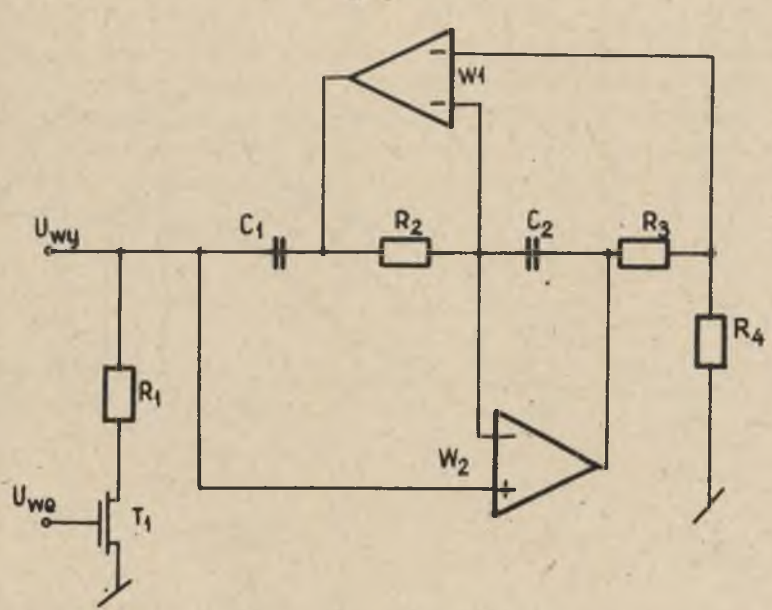
$$n + k = k \quad \text{lub} \quad n - k = k$$

stąd wynika, że $n = 2k$.

2. Realizacja praktyczna układu

Na rys. 4 przedstawiono praktyczną realizację modelu układu z rys. 1. Element aktywny FDNR realizowany jest przy użyciu uogólnionego konwertora dodatnioimpedancyjnego złożonego ze wzmacniaczy W1 i W2 oraz elementów C_1, C_2, R_2, R_3 i R_4, przy czym parametr D określa wzór:

$$D = \frac{C_1 C_2 R_2 R_3}{R_4} \left[F^2 \Omega\right] \tag{17}$$



Rys. 4

Przewodność parametryczna symulowana jest przez opornik R_2 oraz tranzystor polowy T_1, sterowany napięciem wejściowym U_{we}, przy czym jeżeli:

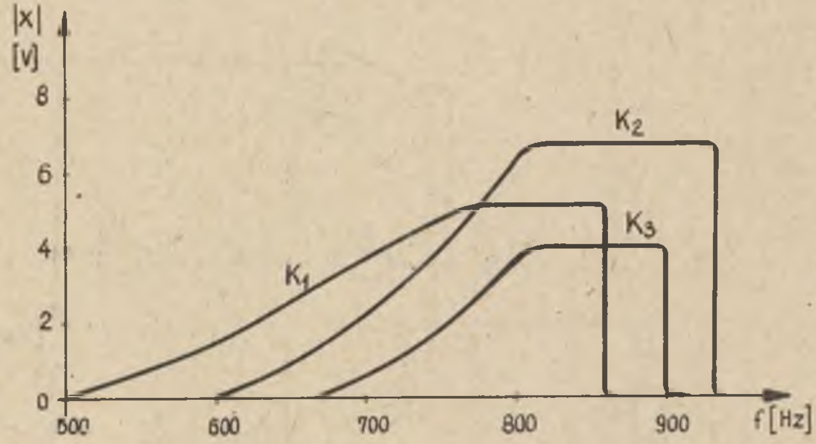
$$R(t) = R_1 + R_{t1} + R_{t2} \cos 2\omega t = R_o + R_{t2} \cos 2\omega t \tag{18}$$

to

$$G(t) \approx \frac{1}{R_o} - \frac{R_{t2}}{R_o^2} \cos 2\omega t = G_o - G_m \cos 2\omega t \tag{19}$$

a więc jest równa w przybliżeniu konduktancji opisanej wzorem (1).

Na rys. 5 pokazane są charakterystyki częstotliwościowe układu badanego z rys. 4, przy czym krzywe K_2 i K_3 zmierzono dla tej samej wartości G_o lecz różnych m, a krzywą K_1 dla zmienionej konduktacji G_o.



Rys. 5

LITERATURA

[1] Bogoliubow N.N., Mitropolskij J.A.: Asimptoticzeskije mietody w tieorii nieliniejnych kolebanij. Moskwa 1974.

[2] Bruton L.T.: Non-ideal performance of a class of two-amplifier positive impedance converters. IEEE Trans. Circuit Theory CT-16,Now.1969.

[3] Bruton L.T.: A Transistor Realization of the Generalized Impedance Converter; The Radio and Electronic Engineer, Vol. 42, No 3, March 1972.

[4] Hayashi Ch.: Drgania nieliniowe w układach fizycznych. WNT, Warszawa 1968.

[5] Siwczyński M., Sonelski W.: Drgania w parametronie z równoległymi strumieniami magnetycznymi. Arch. Elektr. (w druku).

Przyjęto do druku w maju 1979 r.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА, ГЕНЕРИРУЮЩАЯ СУБГАРМОНИКИ ПОРЯДКА 1/2

Р е з ю м е

В статье описана система второго порядка с элементом FDNR и параметрической кондуктивностью, в которой возникают субгармонические колебания порядка 1/2. Определены условия возбуждения и частотные характеристики системы. Представлены результаты экспериментальных испытаний системы осуществляемой с помощью операционных усилителей и полевого транзистора.

ELEKTRONIC TIME-VARYING NETWORK PRODUCING SUBHARMONIC OF THE ORDER 1/2

S u m m a r y

The second order network composed of FDNR element and time-varying conductance producing sinusoidal oscilations with the frequency ω was described. (The frequency of the excitation of time-varying conductance is 2ω) The conditions of unstability of the network, and frequency characteristic were given. The real network using operational amplifiers and field effect transistors was examined.