ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: BUDOWNICTWO z. 31 Nr kol. 348

Stanisław Chmielniak

PŁYTA DENNA FUNDAMENTU SKRZYNIOWEGO NA SPRĘŻYSTYM PODŁOŻU

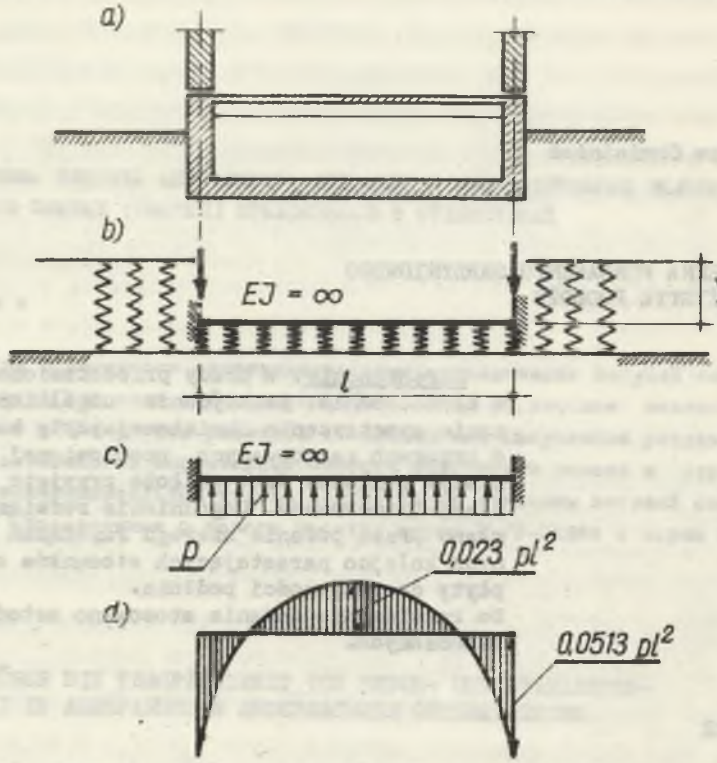
Streszczenie: W pracy przedstawiono wygodne w zastosowaniu, praktycznie uogólnione rozwiązanie symetrycznie obciążonej płyty kwadratowej o brzegach zamocowanych, posadowionej na sprężystym podłożu. Jako podłoże przyjęto model Winklera-Zimmermanna. Uogólnienie rozwiązania uzyskano przez podanie szeregu rozwiązań dla różnych kolejno narastających stosunków sztywności płyty do sztywności podłoża.
Do rozwiązania zadania stosowano metodę różnic skończonych.

1. Wstęp

W praktyce projektowej przy obliczaniu płyt dennych fundamentów skrzyniowych na sprężystym podłożu przyjmuje się zwykle następujące założenia:

1. Płyta jest nieodkształcalna
2. Podłoże gruntowe może być traktowane jako podłoże typu Winklera-Zimmermanna.

Na podstawie wymienionych założeń przyjmuje się równomierny rozkład oddziaływań pomiędzy płytą a podłożem (rys. 1).
Do obliczenia wykorzystuje się znane, przybliżone rozwiązania takiej płyty. Najczęściej przyjmuje się tu schemat obliczeniowy w postaci płyty utwierdzonej na obwodzie. Schemat taki, chociaż nieścisły, jest dla płyt dennych, monolitycznie połączonych z grubymi i niskimi ścianami, zwieńczonymi stropem nad piwnicami, dostatecznie wierny i uzasadniony.



Rys.1. a - Przekrój fundamentu skrzyniowego, b - model konstrukcji i podłoża, c - schemat obliczeniowy, d - wykres momentów w środkowym przekroju płyty

Pomijanie w obliczeniu rzeczywistej odkształcalności płyty i związanego z nią nierównomiernego rozkładu oddziaływań pomiędzy płytą a podłożem prowadzi do nieoszczędnego projektowania jej konstrukcji. Przy rozpiętościach 6 ÷ 10 m przyjmuje się zwykle grubość płyty dennej 40 ÷ 80 cm co nie zapewnia nieodkształcalności płyty.

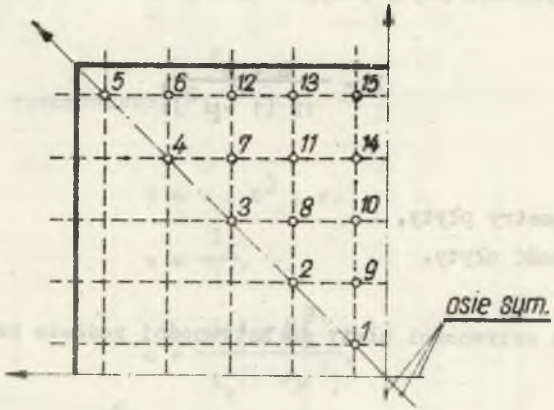
Obliczenia ściślejsze wymagają jednak każdorazowego, bardzo żmudnego rozwiązywania płyty na sprężystym podłożu.

W pracy niniejszej przedstawiono inną, wygodniejszą formę praktycznie uogólnionego rozwiązania symetrycznie obciążonej płyty kwadratowej o brzegach zamocowanych, posadowionej na sprężystym podłożu. Rozwiązanie

to pozwala na szybkie wykonywanie wyżej wymienionych obliczeń bez konieczności każdorazowego rozwiązywania płyty.

2. Praktycznie uogólnione rozwiązanie symetrycznie obciążonej płyty kwadratowej o brzegach zamocowanych, posadowionej na podłużu Winklera[1)]

Przedstawione poniżej uogólnione rozwiązanie przybliżone uzyskano metodą różnic skończonych przy siatce obliczeniowej 10 x 10 wg rys. 2.



Rys. 2. Ćwiartka siatki obliczeniowej

Uogólnienie rozwiązania uzyskano przez podanie wielu kolejnych rozwiązań tej samej płyty dla różnych praktycznie możliwych stosunków sztywności płyty do sztywności podłoża. Podane rozwiązania mogą być wykorzystywane przy różnych kombinacjach geometrycznych i mechanicznych cech płyty i podłoża. Wykorzystanie rozwiązania polega na interpolacji wyników dla rzeczywistego konkretnego stosunku sztywności.

1) W niniejszej pracy przedstawiono zastosowanie i fragment rozwiązania. Pełne opracowanie rozwiązania zostanie umieszczone w przygotowywanej pracy doktorskiej autora.

Jako miarę sztywności podłoża przyjęto średnie znamię sprężystości $C_{śr}$ wg zależności podanej przez F. Schleichera [1]

$$C_{śr} = \frac{1,1}{\sqrt{F}} \frac{E_o}{(1-\mu_o^2)}, \tag{1}$$

gdzie:

E_o, μ_o - parametry podłoża,

F - pole powierzchni płyty.

Jako miarę sztywności płyty przyjęto jej sztywność:

$$B = \frac{E \cdot h^3}{12\,(1-\mu^2)}, \tag{2}$$

gdzie:

E, μ - parametry płyty,

h - grubość płyty.

Miarę stosunku sztywności płyty do sztywności podłoża przyjęto w postaci:

$$K = 1,32 \cdot S^3 \frac{E_o(1-\mu^2)}{E(1-\mu_o^2)}, \tag{3}$$

gdzie:

$S = 0,1 \cdot \lambda$,

$\lambda = \frac{l}{h}$,

l i h - rozpiętość i grubość płyty.

Wielkość oddziaływań x podano dla stałego obciążenia jednostkowego p wynoszącego 1 kG/cm^2.

Oddziaływania x, ugięcia płyty v, całkowite osiadanie jej brzegu Y oraz wielkości momentów zginających M dla konkretnych mechanicznych i geometrycznych cech zadania należy obliczać na podstawie wartości u-

zyskanych z interpolacji wielkości uogólnionych wg następujących zależności:

$$x_k = x \cdot p, \tag{4}$$

$$v_k = v \cdot W \cdot p, \tag{5}$$

$$Y_k = Y \cdot W \cdot p, \tag{6}$$

$$M_k = M \cdot a^2 \cdot p, \tag{6}$$

gdzie:

p - obciążenie rzeczywiste,

$$W = a \cdot b^3 \cdot e,$$

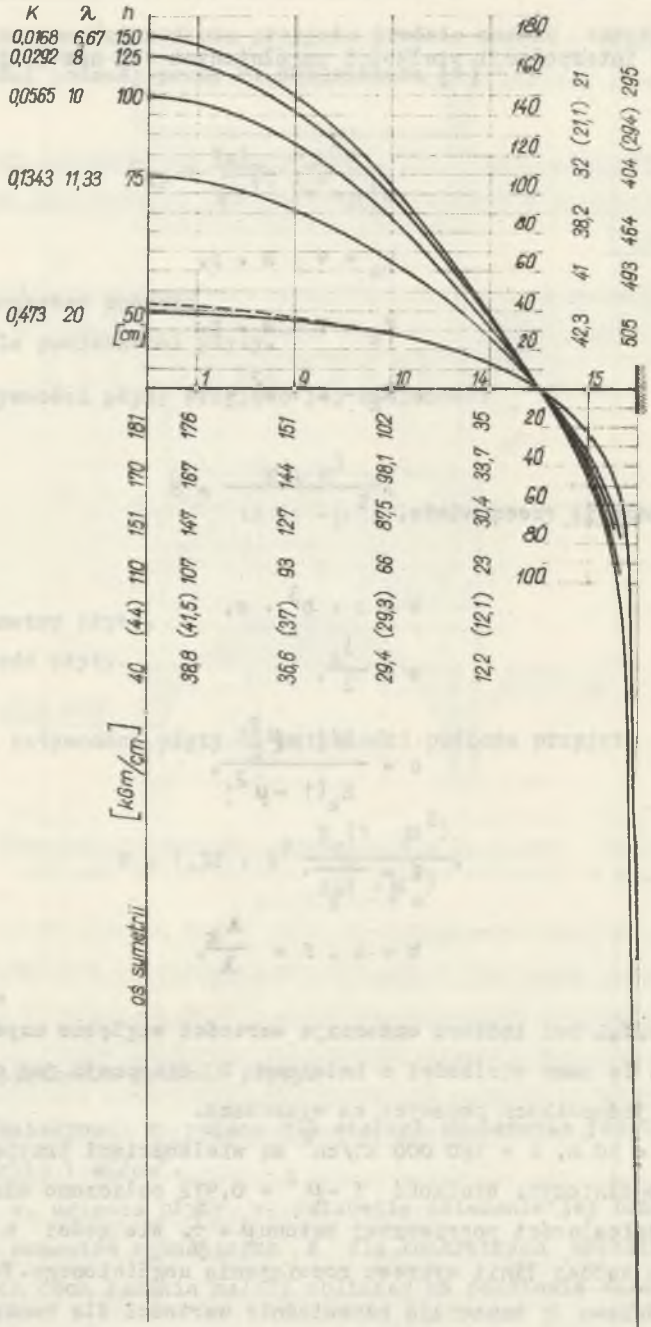
$$a = \frac{l_k}{l},$$

$$e = \frac{E(1-\mu_k^2)}{E_k(1-\mu^2)},$$

$$f = \frac{h}{h_k},$$

$$b = a \cdot f = \frac{\lambda_k}{\lambda}.$$

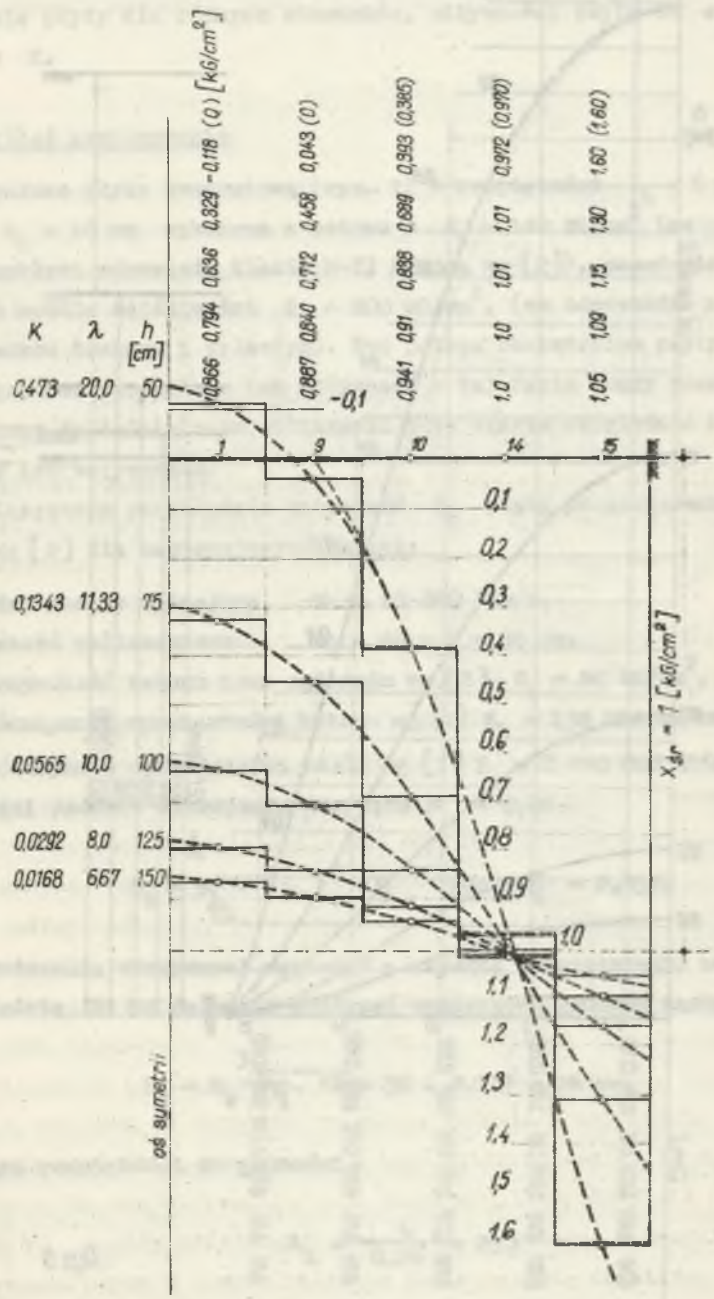
Wielkości v,Y,M bez indeksu oznaczają wartości względne uzyskane z interpolacji. Te same wielkości z indeksem k oznaczają już odpowiednie wartości w jednostkach podanych na wykresach.
Wartości l = 10 m, E = 180 000 kG/cm^2 są wielkościami przyjętymi w rozwiązaniu uogólnionym. Wielkość $1-\mu^2 = 0{,}972$ obliczono dla współczynnika odkształcalności poprzecznej betonu $\mu = \frac{1}{6}$. Wielkości h oraz $\lambda = \frac{l}{h}$ podano przy każdej linii wykresu rozwiązania uogólnionego. Te same wielkości z indeksem k oznaczają odpowiednie wartości dla konkretnego zadania. Rysunki 3,4 i 5 przedstawiają odpowiednio, wykresy momentów zgi-



Rys. 3

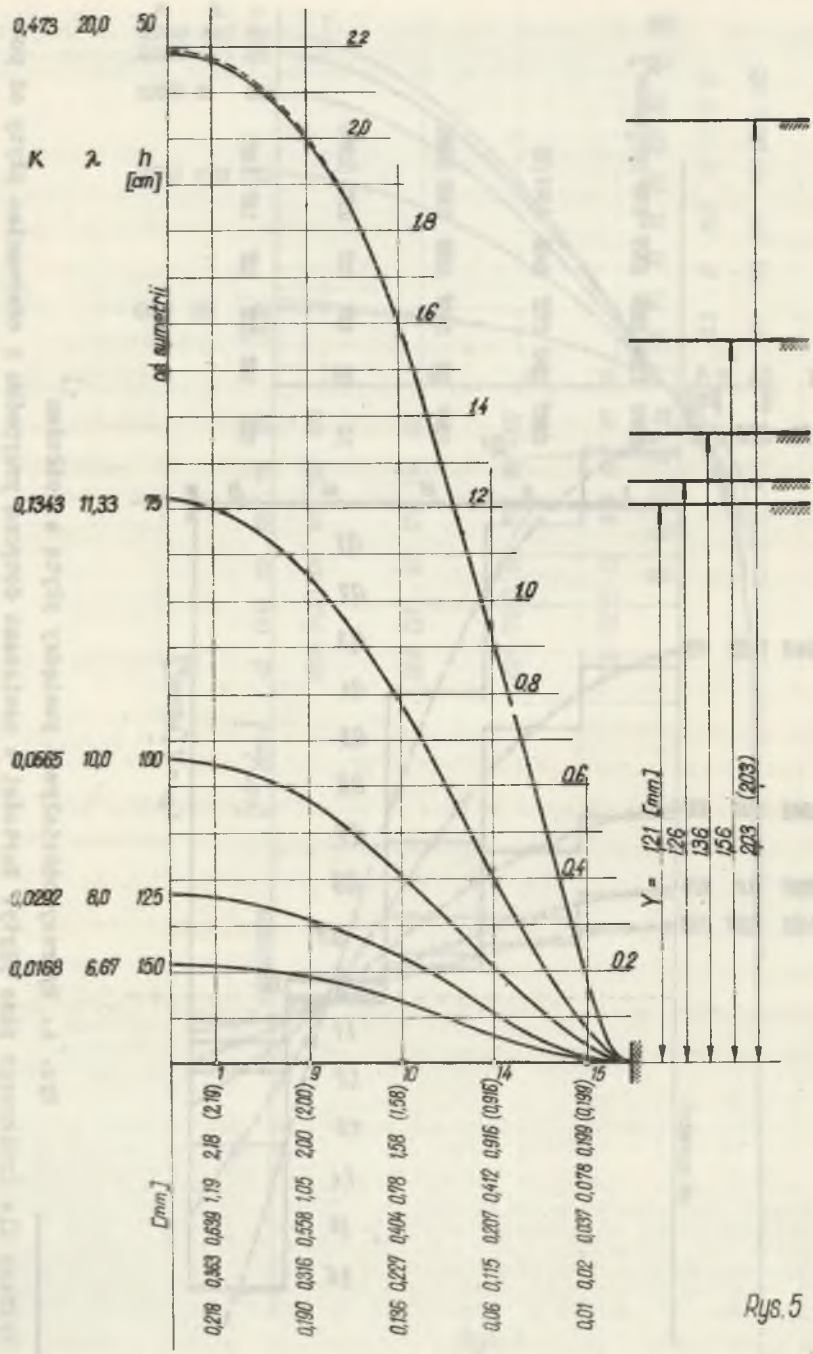
Rys. 3. Wykresy momentów w płycie[1)]

1) Wykresy dla środkowego pasa płyty. Wartości w nawiasach dotyczą przypadku z oderwaniem płyty od podłoża



Rys. 4. Wykresy oddziaływań pomiędzy płytą a podłożem[1]

[1] Wykresy dla środkowego pasa płyty. Wartości w nawiasach dotyczą przypadku z oderwaniem płyty od podłoża



Rys. 5. Wykresy ugięć płyty[1)]

[1)] Wykresy dla środkowego pasa płyty. Wartości w nawiasach dotyczą przypadku z oderwaniem płyty od podłoża.

nających M, wykresy oddziaływań x oraz wykresy ugięć v w środkowym pasie płyty dla różnych stosunków, sztywności płyty do sztywności podłoża K.

3. Przykład zastosowania

Rozważono płytę kwadratową (rys. 1) o rozpiętości l_k = 6 m i grubości h_k = 40 cm wykonaną z betonu o R_w = 140 kG/cm^2 (co w warunkach zwykłych odpowiada klasie B-II betonu wg [2]), posadowioną na podłożu o module ściśliwości E_o = 800 kG/cm^2, (co odpowiada zagęszczonym piaskom drobnym i pylastym). Pod pełnym obciążeniem płyty żelbetowe ulegają zarysowaniu a ich sztywność w tej fazie pracy poważnie maleje, przy dokładniejszym obliczaniu płyt trzeba uwzględnić zmniejszenie się ich sztywności.

W rozwiązywanym przykładzie sztywność B_r płyty po zarysowaniu obliczono wg [2] dla następujących danych:

średni moment zginający M = 10 000 kGm/m,
wysokość obliczeniowa h_o = 40 - 4 = 36 cm,
wytrzymałość betonu przy zginaniu wg [2] R_n = 80 kG/cm^2,
współczynnik sprężystości betonu wg [2] E_b = 230 000 kG/cm^2,
współczynnik sprężystości stali wg [2] E_a = 2 100 000 kG/cm^2,
średni procent uzbrojenia przyjęto μ_a = 0,01.

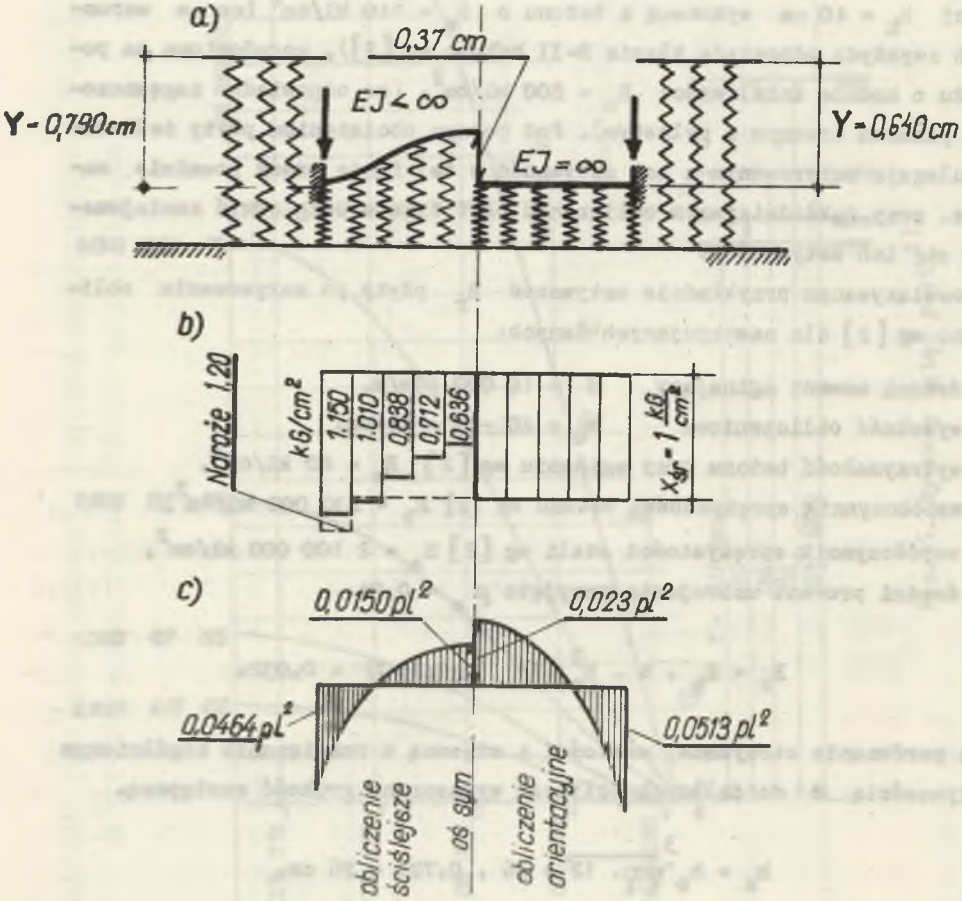
$$B_r = E_b \cdot b \cdot h_o^3 \cdot \eta \qquad \text{gdzie } \eta = 0{,}032.$$

Dla porównania otrzymanej wartości z używaną w rozwiązaniu uogólnionym sztywnością B do dalszych obliczeń wyznaczono grubość zastępczą.

$$h_z = h_o \sqrt[3]{\eta \cdot 12} = 36 \cdot 0{,}727 = 26 \text{ cm}.$$

Stosunek rozpiętości do grubości

$$\lambda_k = \frac{6}{0{,}26} = 23,$$



Rys. 6. Porównanie wielkości statycznych w rozważanym przykładzie przy ściślejszym i orientacyjnym sposobie obliczenia

a - modele obliczeniowe, b - rozkłady oddziaływań, c - wykresy momentów zginających

a stosunek sztywności płyty do sztywności podłoża wg (3)

$$K = 1,32 \cdot 12,2 \frac{800 \cdot 0,972}{230\ 000 \cdot 0,94} = 0,058.$$

Wykres momentów zginających oraz rozkład oddziaływań w środkowym pasie płyty dla wyznaczonego stosunku sztywności K przedstawiono na rys.6. W celu porównania, na tym samym rysunku, przedstawiono również odpowiednie wykresy uzyskane przy obliczaniu płyty bez uwzględnienia jej odkształcalności.

4. Wnioski

Wykresy przedstawione na rysunku 6 potwierdzają intuicyjne przekonanie, że przy dokładniejszym obliczaniu płyty może uzyskać istotne oszczędności w uzbrojeniu płyt dennych konstrukcji skrzyniowych, posadowionych na sprężystym podłożu.
W konkretnym rozpatrywanym przykładzie można zaoszczędzić; w przęśle ok. 35% i na podporze ok. 10% stali zbrojeniowej. Należy tu wspomnieć, że chociaż zjawiska reologiczne w gruncie mogą w pewnym stopniu zmniejszyć efekt nierównomiernego rozkładu oddziaływań, to wobec również nie uwzględnionych wyraźniejszych zjawisk reologicznych w betonie (pełzanie) powodujących pogłębienie się nierównomierności oddziaływań, wyżej wyznaczone oszczędności są w pełni uzasadnione i nie wyczerpują jeszcze całego nadmiaru, jaki można by wykazać po jeszcze dokładniejszym rozwiązaniu zadania.

W rozpatrywanym przykładzie, podobnie jak i w innych tego typu zadaniach, naprężenia w podłożu osiągają wartości kilkakrotnie mniejsze od wielkości granicznych, a nierównomierność rozkładu nie przekracza 30% w stosunku do wartości średniej. Natomiast naprężenia w betonie osiągają wartości porównywalne z jego wytrzymałością. W przeciętnych warunkach dla rozpatrywanego typu konstrukcji współczynnik pełzania betonu φ_p należy przyjmować równy 1,6, co oznacza w przybliżeniu, że sztywność płyty z powodu pełzania zmniejszy się dodatkowo o dalsze 60% w stosunku do sztywności przyjętej w obliczeniu. W podłożu gruntowym

natomiast, przy nieznacznych naprężeniach występujących na dużych powierzchniach, nie obserwuje się nigdy aż tak poważnych zmian jego sztywności ([3],[4]).

Dokładniejsze rozwiązanie zadania, traktujące podłoże jako półprzestrzeń sprężystą, uwzględniające również nierównomierny rozkład sztywności podłoża, w pełni potwierdzają powyższe wnioski. Rozwiązania takie będą przedmiotem odrębnej publikacji.

LITERATURA

1. Schleicher F.: Zur Theorie des Baugrundes. Bauingenieur,48/49,1926.
2. PN-B-03264 - projekt 1969 - Konstrukcje betonowe żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
3. Kisiel I.: Zarys reologii gruntów. Arkady. Warszawa 1966.
4. Król W.: Statyka fundamentów żelbetowych z uwzględnieniem sztywności nadbudowy. Arkady. Warszawa, 1964.

ОСНОВНАЯ ПЛИТА КОРОБЧАТОГО ФУНДАМЕНТА НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Р е з ю м е

В работе предлагается обобщенное решение квадратной плиты с жестко заделанными берегами, лежащей на упругом основании. Обобщение получено "используя" ряд последовательных решений для разных отношений жесткости плиты к жесткости основания. Задачу решено разностным методом используя гипотезу Винклера.

LE RADIER DE FONDATION EN FORME DE BOITE SUR UN SOL ELASTIQUE

R é s u m é

Le travail présente la solution généralisée d'un radier carré aux bords fixés, mis sur un sol élastique. Le généralisation a été obtienne par donner une série de solutions pour les différents rapports entre la rigidité d'un radier et celle d'un sol. Le sol a été présenté à l'aide du modèle de Winkler. En cherchant la solution on a appliqué la méthode de différences finies.