

Seria: BUDOWNICTWO z. 31

Nr kol. 348

Wilhelm Król
Edward Małek

O WPLYWIE NAKLEJANIA TRZECH TENSOMETRÓW ELEKTROOPOROWYCH
W JEDNYM PUNKCIE POMIAROWYM NA WYNIKI POMIARÓW
ODKSZTAŁCEŃ PŁYT W BADANIACH MODELI GIPSOWYCH

Streszczenie: W artykule przedstawiono tok i zanalizowano wyniki badań, przeprowadzonych na gipsowym modelu zginanej płyty kołowej o grubości 10 mm, obciążonej biegunowo symetrycznie. Wykazano, że wpływ naklejenia na siebie trzech tensometrów elektrooporowych w jednym punkcie pomiarowym-- mieści się w granicach średniego błędu pomiarów w danych badaniach modelowych.

1. Wstęp

W badaniach modelowych na tworzywie gipsowym często zachodzi potrzeba wyznaczenia płaskiego stanu odkształceń konstrukcji w poszczególnych punktach modelu i w związku z tym konieczność naklejenia w każdym z tych punktów bezpośrednio na siebie trzech tensometrów, zorientowanych wzdłuż trzech charakterystycznych kierunków odkształceń.

Przedstawione niżej badania miały na celu wykazanie, że błąd wynikający z takiego naklejenia tensometrów i nieuwzględniania przy analizie uzyskanych wyników, zróżnicowanych odległości poszczególnych tensometrów od środkowej płaszczyzny zginanej płyty, mieści się w granicach wartości średniego błędu pomiarów.

2. Opis badań

Badania przeprowadzono w pomieszczeniu laboratoryjnym, przy stałych warunkach wilgotnościowo-termicznych (wilgotność $70 \pm 3\%$, temperatura

$22 \pm 2^{\circ}\text{C}$) na płycie kołowej o średnicy 1000 mm, wykonanej z gipsu dentystycznego modelowego, posiadającego cechy wytrzymałościowe omówione w [1], [2] i [6].

Płytę - odlew gipsowy o grubości ok. 14 mm - zeszlifowano obustronnie, mniej więcej symetrycznie, do grubości 10 mm z dokładnością $\pm 0,1$ mm.

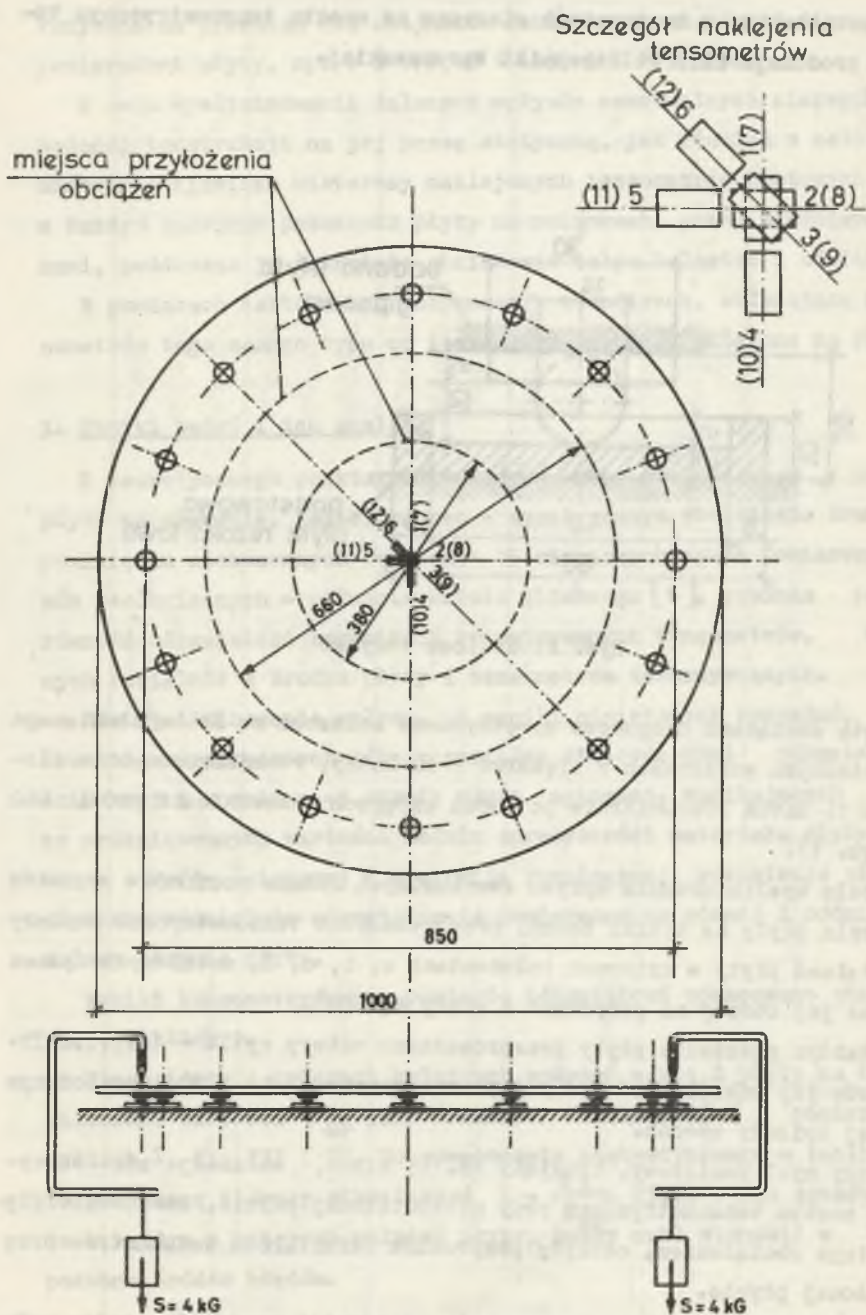
W środku geometrycznym poziomego rzutu płyty, na obu jej powierzchniach, jak w odbiciu zwierciadlanym, naklejono, zgodnie z zaleceniami podanymi w [3], klejem OB-300, po trzy tensometry elektrooporowe krato-we długości 10 mm, typu RL 10/120, produkcji Instytutu Techniki Budowlanej w Warszawie, posiadające stałą $K = 2,1$. Tensometry te naklejono jeden na drugim (rys. 1), przy czym pierwsze dwa z każdej trójki, oznaczone numerami 1 i (7) oraz 2 i (8), zorientowano względem siebie pod kątem prostym a trzeci, oznaczony numerem 3 względnie (9), pod kątem 45° do poprzednich.

W odstępnie 5 mm od każdego z wymienionych tensometrów, na tych samych promieniach płyty kołowej, naklejono identyczne tensometry towarzyszące, oznaczone kolejno numerami 4 i (10), 5 i (11) oraz 6 i (12). Numery podane w nawiasach dotyczą tensometrów naklejonych na dolnej powierzchni płyty, numery bez nawiasów - górnej.

Przy obwodzie płyty, w odległości 75 mm od jej obrzeża, naklejono od spodu 16 sztuk równomiernie rozmieszczonych elementów łożyskowych w postaci stalowych krążków o średnicy 30 mm, z zamocowanymi w nich trwale kulkami stalowymi o średnicy 14 mm (rys. 2).

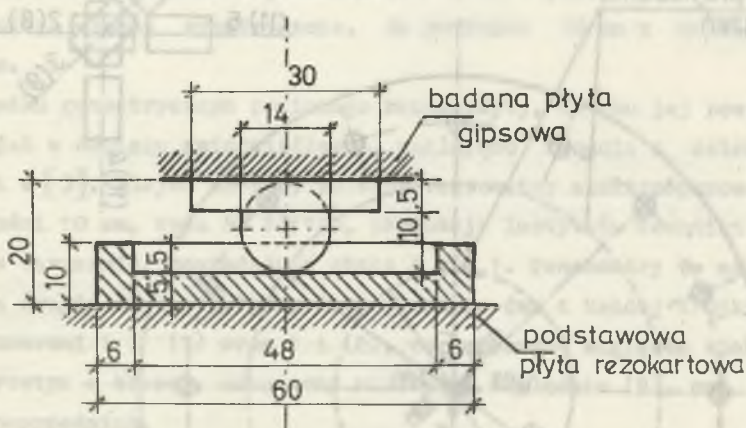
Badaną płytę gipsową ułożono poziomo na stalowych podstawkach łożyskowych (rys. 2), przyklejonych do twardej płyty rezokartowej grubości 16 mm, spoczywającej na układzie stalowych dźwigarów INP-200, założonych we wzajemnych odstępach 200 mm.

Dla zabezpieczenia płyty przed odstawaniami od łożysk, obciążano ją nad wszystkimi punktami podporowymi siłami skupionymi $S = 4$ kG, za pośrednictwem stalowych prętów wygiętych w kształcie litery C i krążków dociskowych o średnicy 12 mm (rys. 1).



Rys. 1. Sposób podparcia płyty oraz układ tensometrów naklejonych w jej części środkowej

Odształcenia w tensometrach mierzono na mostku tensometrycznym typu T-2 produkcji ZKTR Politechniki Warszawskiej.



Rys. 2. Stalowe łożysko

Płytę obciążano biegunowo symetrycznie balastem ze śrutu ołowianego w płóciennych woreczkach o ciężarze 2 kG każdy, rozmieszczonych w ilości po 16 sztuk równomiernie po dwóch okręgach o średnicach 380 i 660 mm (rys. 1).

W celu wyeliminowania wpływu ewentualnych różnic poziomów punktów podparcia płyty na wyniki badań, przeprowadzono tensometryczne pomiary odształceń płyty w czterech położeniach a, b, c, d, ustalonych przez kolejne jej obroty na podporach o stały kąt 90° .

W każdym położeniu płyty przeprowadzono cztery cykle - I, II, III, IV - pomiarów jej odształceń pod pełnym obciążeniem 2.16.2 kG, rozłożonym w wyżej opisany sposób.

Na każdy cykl pomiarowy, trwający ok. 15 minut, składały się: odczyty na mostku tensometrycznym przy nieobciążonej płycie, obciążenie płyty pełnym obciążeniem, odczyty przyrostów odształceń tensometrów przy obciążonej płycie.

Dla wyeliminowania wpływu nagrzewania sąsiednich czujników prądem podkładowym, przepływającym przez aktualnie czynny czujnik, odczytów do-

konywano na przemian dla czujników naklejonych na górnej i na dolnej powierzchni płyty, np. 1 i (7), 2 i (8), 3 i (9), itd.

W celu wyeliminowania dalszych wpływów ewentualnych nieregularności badanej konstrukcji na jej pracę statyczną, jak również w celu wyeliminowania zjawiska histerezy naklejonych tensometrów kratowych typu R1 w każdym kolejnym położeniu płyty na podporach, przed właściwymi pomiarami, poddawano ją 3 krotnie obciążeniu całym balastem i odciążeniu.

W pomiarach zastosowano kompensację zewnętrzną, składającą się z tensometrów tego samego typu co tensometry czynne, naklejone na płycie.

3. Wyniki badań i ich analiza

Z teoretycznego punktu widzenia [5], przy równomiernym podparciu płyty na obwodzie, jej biegunowo - symetrycznym obciążeniu oraz przy pominięciu nieznacznych (w czasie 15 minutowych cykli pomiarowych) wpływów reologicznych - pełzania modelu gipsowego [6], powinna zachodzić równość odkształceń wszystkich rozpatrywanych tensometrów, naklejonych radialnie w środku płyty i tensometrów towarzyszących.

Dla wyeliminowania wpływu, na wyniki niniejszych rozważań, konsekwentnie występujących różnic pomiędzy stwierdzonymi odkształceniami ściskanej i rozciąganej strefy płyty zginanej, wynikających zapewne ze zróżnicowanych wartości modułu sprężystości materiału płyty gipsowej w strefie ściskanej i w strefie rozciąganej, rozpatruje się statystycznie oddzielnie odkształcenia pomierzone na górnej i oddzielnie na dolnej stronie płyty.

Wyniki tensometrycznych pomiarów odkształceń opracowano statystycznie w tablicy 1.

Dla każdego z czterech kolejnych położań a, b, c, d płyty na łożyskach obliczono wartości $\bar{\epsilon}_{sr}$ jako średnie z odkształceń ϵ_i pomierzonych w cyklach I, II, III i IV. Do opracowania statystycznego w tablicy 1 wzięto pod uwagę ilorazy odkształceń $L = \frac{\bar{\epsilon}_i}{\bar{\epsilon}_{sr}}$. Ujęto w ten sposób fakt, że w każdym z czterech położań płyty, każdy cykl stanowił w zasadzie podobne źródło błędów.

Tablica 1

Opracowanie statystyczne wartości $L_1 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_{SR}}$

Odształcenia tensometryczne		$\bar{L} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} L_1$	$s_L = \sqrt{\frac{1}{16-1} \sum_{i=1}^{16} (L_1 - \bar{L})^2}$	$\sqrt{L} = \frac{s_L}{L} \cdot 100 [\%]$
Strona ściskana	nr			
	ε ₁	1,002	0,02455	2,45
	ε ₂	1,001	0,01961	1,96
	ε ₃	0,999	0,01722	1,72
	ε ₄	1,001	0,02985	2,98
	ε ₅	1,004	0,01470	1,47
Strona rozciągana	ε ₆	1,001	0,01925	1,92
	ε ₇	1,001	0,02880	2,88
	ε ₈	1,000	0,01869	1,87
	ε ₉	1,001	0,01735	1,73
	ε ₁₀	1,001	0,01895	1,89
	ε ₁₁	1,000	0,01707	1,71
	ε ₁₂	1,001	0,02095	2,09

Obliczone wskaźniki zmienności v_I (tablica 1) świadczą o jednorodności pomiarów odkształceń na każdym tensometrze elektrooporowym.

Dla oceny wpływu domniemanych przyczyn na wynikające z pomiarów różnice odkształceń poszczególnych tensometrów, przeprowadzono w tablicach 2 i 3 statystyczne porównanie - w oparciu o test t (wg [7]) - systematycznie kojarzonych par grup odkształceń poszczególnych tensometrów.

Tablica 2

Statystyczne porównanie grup odkształceń tensometrów naklejonych na sobie w środku płyty

	Grupa odkształceń	$\bar{\epsilon}$	$\sum_1^{16} (\epsilon - \bar{\epsilon})^2$	$\bar{s}(\epsilon)$	t
Strona ścisłkana	ϵ_1	131,94	391,66	4,705	0,379
	ϵ_2	131,31	272,69		
	ϵ_1	131,94	391,66	4,117	2,706
	ϵ_3	135,88	116,88		
Strona rozciągana	ϵ_7	205,50	804,00	6,126	2,770
	ϵ_8	199,50	322,00		
	ϵ_7	205,50	804,00	5,855	1,782
	ϵ_9	201,81	224,51		

Każda grupa stanowi zbiór ϵ odkształceń pomierzonych jednym tensometrem łącznie we wszystkich czterech cyklach obciążeń i wszystkich czterech położeniach płyty. W związku z tym liczebność każdego zbioru wynosi $n = 4 \cdot 4 = 16$.

W tablicach 2 i 3 obliczono łączne - dla każdej pary - oszacowanie odchylenia standardowego \bar{s} oraz wartość t, przykładowo dla zbiorów ϵ_1 i ϵ_2 , wg wzorów (wg [7]) :

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_1^{16} (\epsilon_1 - \bar{\epsilon}_1)^2 + \sum_1^{16} (\epsilon_2 - \bar{\epsilon}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

oraz

$$t = \frac{|\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_2|}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

przy czym we wszystkich przypadkach $n_1 = n_2 = n = 16$.

Tablica 3

Statystyczne porównanie grup odkształceń tensometrów naklejonych w środku płyty i tensometrów towarzyszących

	Grupa odkształceń	$\bar{\epsilon}$	$\sum_1^{16} (\epsilon - \bar{\epsilon})^2$	$\bar{s}(\epsilon)$	t
Strona ściskana	ϵ_1	131,94	391,66	5,793	4,726
	ϵ_4	141,62	615,08		
	ϵ_2	131,31	272,69	4,320	2,540
	ϵ_5	135,19	287,03		
	ϵ_3	135,88	116,88	3,548	1,785
	ϵ_6	138,12	260,80		
Strona rozciągana	ϵ_7	205,50	804,00	7,722	3,366
	ϵ_{10}	214,69	984,85		
	ϵ_8	199,50	322,00	4,767	0,819
	ϵ_{11}	200,88	359,68		
	ϵ_9	201,81	224,51	4,261	3,571
	ϵ_{12}	207,19	320,15		

Ustalona na podstawie tablicy 6.1 w [7] na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,01$, przy ilości stopni swobody $n_1 + n_2 - 2 = 30$, wartość porównawcza $t_{0,01} = 2,750$ jest większa względnie prawie równa wartościom t , obliczonym w tablicach 2 i 3 dla grup odkształceń: ϵ_1 i ϵ_2 , ϵ_1 i ϵ_3 , ϵ_7 i ϵ_8 , ϵ_7 i ϵ_9 , ϵ_2 i ϵ_5 , ϵ_3 i ϵ_6 oraz ϵ_8 i ϵ_{11} , na podstawie czego można stwierdzić, że odkształcenia pomierzone na tych tensometrach, a w szczególności na tensometrach naklejonych na sobie, nie wykazują pomiędzy sobą istotnych różnic. Natomiast pomiędzy pozostałymi tensometrami stwierdza się większe różnice.

W tablicy 4 obliczono wartości błędów $\Delta \epsilon = \frac{t \cdot s(\bar{\epsilon})}{\bar{\epsilon}} \cdot 100[\%]$, przy przyjęciu poziomu istotności $\alpha = 0,01$ oraz przy $n-1 = 15$ stopniach swobody - $t_{0,01} = 2,947$. Wyrażenie $\Delta \epsilon$ można wg [7] uważać za ocenę dokładności pomiarów odkształceń ϵ .

Obliczone w analogiczny sposób jak w tablicy 4 wartości $\Delta \epsilon$, błędów pomiarów odkształceń dla każdego z zastosowanych tensometrów, przy założeniu poziomu istotności $\alpha = 0,05$ ($t_{0,05} = 2,131$), wynoszą odpowiednio: po stronie ściskanej ϵ_1 (2,06%), ϵ_2 (1,73%), ϵ_3 (1,09%), ϵ_4 (2,41%), ϵ_5 (1,73%), ϵ_6 (1,61%) oraz po stronie rozciąganej ϵ_7 (1,90%), ϵ_8 (1,24%), ϵ_9 (1,02%), ϵ_{10} (2,01%), ϵ_{11} (1,30%), ϵ_{12} (1,19%).

W celu praktycznej oceny ustalonych wyżej, metodami statystyki stosowanej, błędów pomiarów odkształceń, w dalszym ciągu przeprowadza się szacunkowe określenie średniego błędu pomiarów odkształceń, spowodowanego wszystkimi najbardziej prawdopodobnymi czynnikami. Do czynników tych zaliczyć można:

1. Wpływy niedokładności usytuowania osi tensometrów względem odnośnych południków, które szacunkowo mogą spowodować błąd w pomiarze odkształceń rzędu co najwyżej ok. $\pm 2\%$.
2. Wpływ nie uwzględniania różnych odstępów, od środkowej płaszczyzny płyty, trzech tensometrów naklejonych w jednym punkcie pomiarowym.

Teoretycznie w odniesieniu do tensometrów 2 i (8) można by się spodziewać przyrostu odkształceń ok. 2%, natomiast w odniesieniu do tensometrów 3 i (9) przyrost ten powinien wynosić ok. 4%.

Tablica 4

Ustalenie błędów pomiarów w poszczególnych grupach odkształceń, przy założonym $t_{0,01} = 2,947$

	Grupa odkształceń	$s^2(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^{16} (\xi - \bar{\xi})^2}{15}$	$s^2(\bar{\xi}) = \frac{s^2(\xi)}{16}$	$s(\bar{\xi})$	$\frac{\Delta}{\bar{\xi}} = \frac{t_{0,01} \cdot s(\bar{\xi})}{\bar{\xi}} \cdot 100\%$
Strona ściskana	ξ_1	26,11	1,63	1,277	2,85
	ξ_2	18,18	1,14	1,068	2,40
	ξ_3	7,79	0,487	0,698	1,51
	ξ_4	41,01	2,56	1,600	3,33
	ξ_5	19,13	1,20	1,096	2,39
	ξ_6	17,39	1,09	1,045	2,23
Strona rozciągana	ξ_7	53,60	3,35	1,831	2,63
	ξ_8	21,47	1,34	1,158	1,71
	ξ_9	14,97	0,936	0,967	1,41
	ξ_{10}	65,66	4,10	2,025	2,78
	ξ_{11}	23,98	1,50	1,225	1,80
	ξ_{12}	21,34	1,33	1,154	1,64

- Błędy zawierające się w granicach od $+1\%$ do $\pm 2\%$, którymi wg [3] obarczone są podawane przez producentów tensometrów nominalne wartości współczynnika K .
- Błędy obarczające dokładności odczytów na mostku tensometrycznym. Wg [4] najmniejsza wartość odczytu na skali mostka wynosi $\xi = 0,5 \cdot 10^{-5}$ co w odniesieniu do średniej wszystkich odczytów po stronie ściskanej $\bar{\xi} = 136 \cdot 10^{-6}$ stanowi 3,7% błędu, zaś w odniesieniu do średniej po stronie rozciąganej $\bar{\xi} = 205 \cdot 10^{-6}$ stanowi 2,4%.

Błąd średni obliczony na podstawie ww czynników wynosi: po stronie ściskanej $\Delta_{s1} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2 + 3,7^2} = 5,07\%$ względnie $\Delta_{s2} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2 + 3,7^2} = 6,14\%$ oraz po stronie rozciąganej analogicznie obliczone $\Delta_{r1} = 4,21\%$ względnie $\Delta_{r2} = 5,46\%$.

A zatem wykazane wyżej, metodami statystyki stosowanej błędy pomiarów odkształceń dla poszczególnych tensometrów przy poziomie istotności $\alpha = 0,01$ a także $\alpha = 0,05$, o wartościach od 1,02% do 3,33%, mieszczą się w granicach szacowanego błędu średniego 5,07% - po stronie ściskanej względnie 4,21% - po rozciąganej stronie płyty.

Z uwagi na ograniczone możliwości aparaturowe, w przedstawionej analizie pominięto szereg trudnych do ilościowego ujęcia wpływów, które w sposób przypadkowy mogą nakładać się na wyniki pomiarów. Wymienić tu można błędy pochodzące z miernika - mostka tensometrycznego, zróżnicowanych oporów styków przełącznika 24-punktowego, nieodpowiedniego atestowania tensometrów elektrooporowych, klejenia, warunków pomiaru, kompensacji itp.

Niemniej jednak uzyskane wyniki badań doświadczalnych upoważniają do sformułowania następujących wniosków.

4. Wnioski

W wyniku zrelacjonowanych pomiarów odkształceń gipsowego modelu kołowej płyty zginanej, obciążonej biegunowo - symetrycznie, przeprowadzonych za pomocą tensometrów elektrooporowych naklejonych na sobie w jednym punkcie pomiarowym w trzech charakterystycznych kierunkach i na podstawie dokonanej analizy statystycznej, można stwierdzić, co następuje:

- 4.1. Wykazane wartości błędów dokonanych pomiarów odkształceń mieszczą się w granicach szacowanego błędu średniego.
- 4.2. Nie uwzględnianie, przy analizie uzyskanych wyników, zróżnicowania odległości poszczególnych tensometrów od środkowej płaszczyzny zginanej płyty, uznać można w danych warunkach za dopuszczalne.

LITERATURA

1. Starosolski W., Ajdukiewicz A., Denkwicz J. - Współczynnik sprężystości i odkształcenia graniczne przy zginaniu w zależności od inhibitorów i od ilości wody zarobowej dla gipsu modelowego. Cement, wapno, gips Nr 6/1965.
2. Starosolski W., Ajdukiewicz A., Denkwicz J. - Badania własności gipsu jako materiału do modelowania. Archiwum Inżynierii Lądowej. T.XIII, z.1/1967.
3. Roliński Z. - Zarys elektrycznej tensometrii oporowej. Wyd. Nauk.-Techn., W-wa, 1966.
4. Opis techniczny mostka tensometrycznego typu T-2. Zakład Budowy Maszyn Matematycznych. Pol. Warszawska.
5. Wajnbierng D.W., Wajnbierng E.D. - Płastiny, diski, bałki - stienki. Goss. Izdat. Litieratury po Strcitielstwu i Arch. USSR, Kijew, 1959.
6. Denkwicz J. - Analiza cech fizycznych tworzywa gipsowego jako materiału modelu do badań konstrukcji z betonu! Rozprawa doktorska. Pol. Śl. Gliwice, 1970.
7. Volk W. - Statystyka stosowana dla inżynierów. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1965.

О ВЛИЯНИИ НАКЛЕИВАНИЯ ТРЕХ ТЕНЗОМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ
В ОДНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТОЧКЕ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ДЕФОРМАЦИИ ПЛАСТИН
В ИСПЫТАНИЯХ ГИПСОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Р е з ю м е

В статье представлено ход и проанализировано результаты испытаний, проведённых на гипсовой модели, изгибаемой круглой пластины толщиной в 10 мм нагруженной полюсносимметрически. Доказано, что влияние наклеивания друг на друга трёх тензосметров электрического сопротивления в одной измерительной точке, выстроенных вдоль трёх характеристических направлений деформаций и не принимаем во внимание в интерпретации отчётов на тензосметрическом мостике дифференциальных расстояний отдельных тензосметров от середины пластины, помещается в пределах средней погрешности измерения в настоящих модельных испытаниях.

ON THE INFLUENCE OF GLUING THREE ELECTRICAL STRAIN GAUGES
IN ONE TEST POINT UPON THE RESULTS OF STRAIN MEASUREMENTS
IN SLABS IN GYPSUM MODEL TESTING

S u m m a r y

In the paper a procedure has been presented and test results analyzed, carried out on a gypsum model of 10 mm thick bending circular slab with axially symmetrical loading. It has been shown that the influence of gluing in one test point three electrical strain gauges one upon another - oriented along the three directions of characteristic strains - and the negligence of the different distances of respective gauges from the middle surface of the slab when interpreting the readings of the electrical strain bridge, is contained in the limits of the mean-square error in model testing referred.