

Jan Mikulec

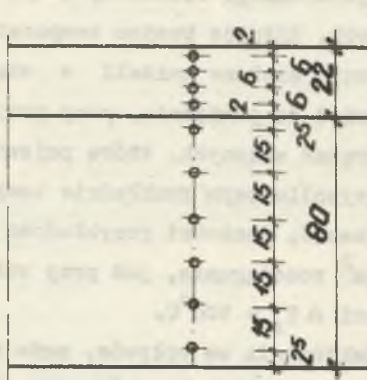
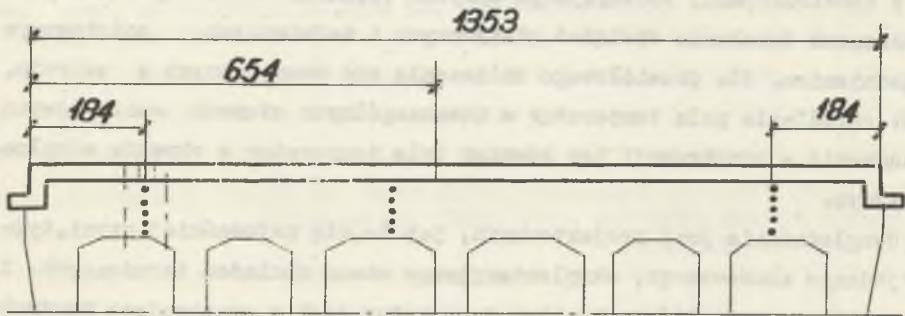
POLE TEMPERATUR W ŻELBETOWYCH PŁYTACH JEDNOSTRONNIE NAGRZANYCH

W konstrukcjach, podlegającym wpływom obciążeń termicznych lub jednoczesnemu działaniu obciążeń statycznych i termicznych, podstawowym zagadnieniem, dla prawidłowego obliczenia sił wewnętrznych w ustroju, jest określenie pola temperatur w poszczególnych stanach rozruchowych urządzenia - konstrukcji jak również pola temperatur w okresie eksploatacyjnym.

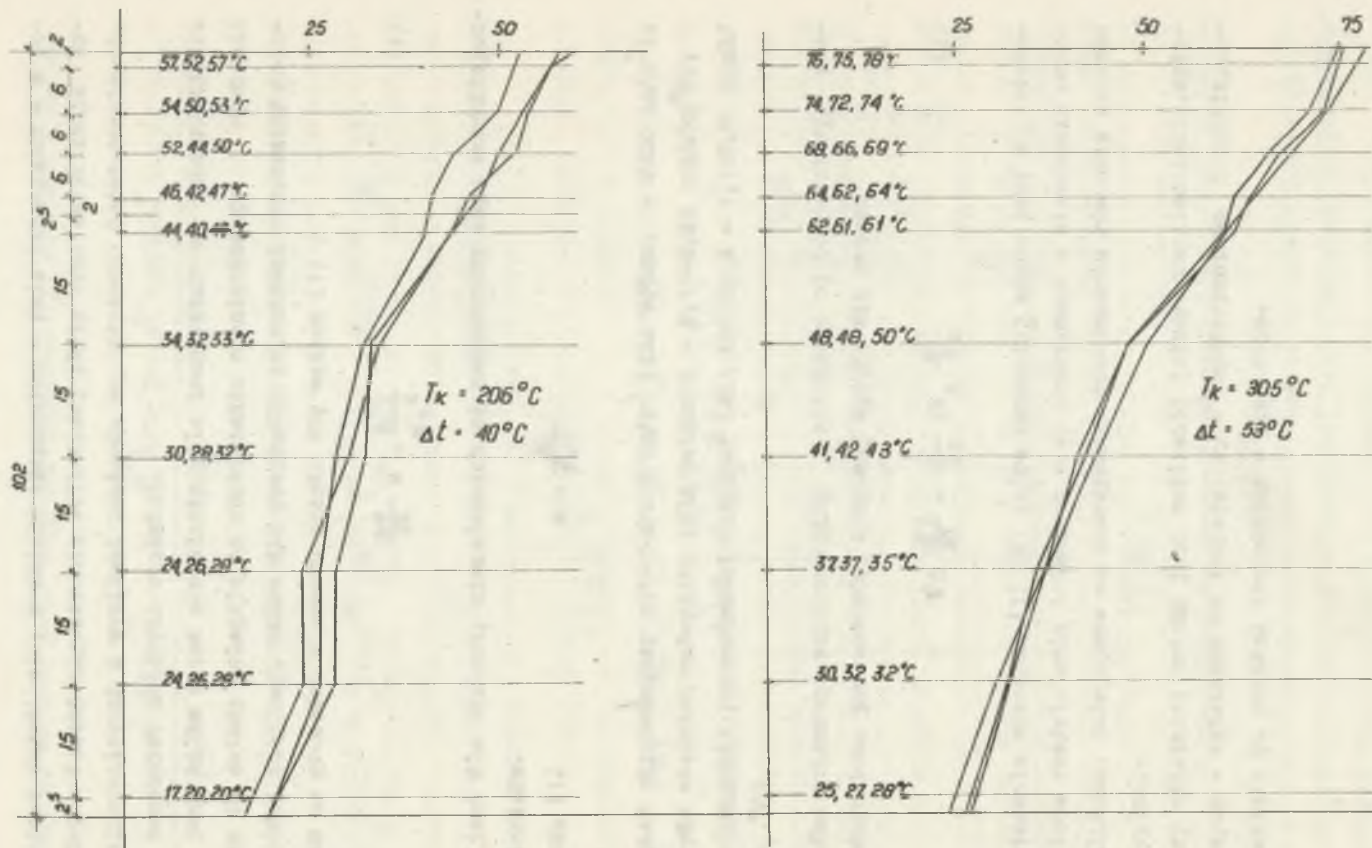
Uwzględnianie przy projektowaniu, jak to się najczęściej czyni, tylko jednego zsumowanego, eksploatacyjnego stanu obciążeń termicznych i statycznych, przy którym rozkład temperatur jest w przekrojach konstrukcji ustabilizowany prostoliniowo, nie jest słuszne. Prowadzi to do przyprowadzenia zaniżonych, wartości różnic temperatur ΔT , nagrzania dolnej i górnej powierzchni projektowanego elementu, a tym samym do zaniżania wartości sił wewnętrznych. Różnice bowiem temperatur ΔT_r w stanie rozruchowym mogą być znacznie większe aniżeli w stanie eksploatacyjnym ΔT_e . Prowadzi to również do pomijania, przy projektowaniu przekrojów wpływu termicznych naprężeń własnych, które pojawiają się w nich przy nieustabilizowanym, krzywoliniowym rozkładzie temperatur a których wielkość, jak można wykazać, dochodzi przykładowo w płytach żelbetowych do ok. 20-30 kg/cm² rozciągania, już przy różnicy nagrzania dolnej i górnej powierzchni $\Delta T_r = 100^{\circ}\text{C}$.

Pomijanie przy projektowaniu ww wpływów, może stanowić jedną z przyczyn, obserwowanych powszechnie zarysowań konstrukcji żelbetowych, pracujących w stanie nagrzania do wysokich temperatur. Dla poparcia faktu krzywoliniowego rozkładu temperatur w przekrojach konstrukcji w okre-

sie jej rozruchu, przytacza się częściowe wyniki pomiarów temperatur w płycie i belkach stropu dyszowego jednej z baterii koksowniczych, w początkowym okresie jej rozgrzewania, przy średniej temperaturze w kanałach grzewczych 206° i 305°C . Pomiary te zostały wykonane przez Instytut Chemicznej Przeróbki Węgla w Zabrzu z inicjatywy i pod kierunkiem autora. Na przedstawionych wykresach rys. 2 widoczny jest wybitnie krzywoliniowy rozkład temperatur w przekrojach.



Rys. 1. Rozmieszczenie punktów pomiarowych w belkach i płycie stropu dyszowego baterii koksowniczej



Rys. 2. Wyniki pomiarów temperatur w stropie dyszowym w początkowym okresie rozgrzewania baterii

Obliczeniowe określenie, rozkładu temperatur - pola temperatur - w poszczególnych fazach nagrzewania żelbetowej płyty oraz weryfikacja wyników obliczeniowych z wynikami pomiarów na płytach doświadczalnych, stanowi przedmiot dalszych rozważań.

Znanych jest kilka metod określania pola temperatur w konstrukcjach. Wszystkie te metody polegają na rozwiązaniu różniczkowego równania przewodności cieplnej, które dla przypadku zmienności temperatur w czasie tylko na grubości elementu wyraża się wzorem (1)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

i ważne jest dla stałych, niezależnych od temperatury cech termofizycznych materiału.

W równaniu (1)

$$a = \frac{\lambda}{\gamma \cdot c}$$

γ - ciężar objętościowy materiału w kg/m^3 (dla betonu = 2200 kg/m^3);
 c - ciepło właściwe materiału (dla betonu $C = 0,17-0,28 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$);
 λ - współczynnik przewodności cieplnej (dla betonu $\lambda = 1,1 \pm 2,0 \text{ kcal/m, h, }^\circ\text{C}$).

W przypadku zmiennego współczynnika, zależnego od temperatury, równanie różniczkowe przewodności cieplnej wyraża się wzorem

$$\gamma c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_t \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2)$$

Dla rozwiązania równania (1) (2) najpowszechniej znana jest w literaturze metoda rozdzielenia zmiennych oraz praktyczna w stosowaniu metoda przybliżona, polegająca na numerycznym rozwiązaniu równania przewodności cieplnej.

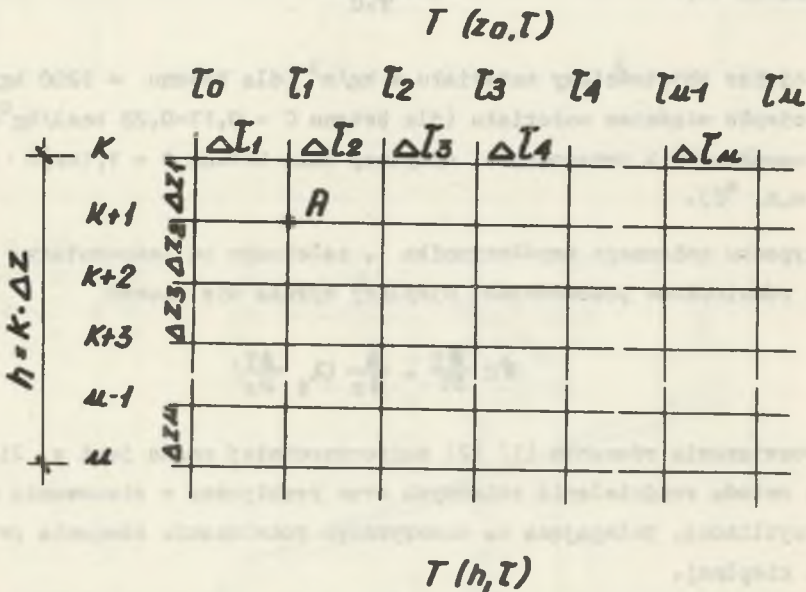
Zaletą tej ostatniej metody jest możliwość łatwego uwzględnienia, wpływu zmiennych - zależnych od temperatury - współczynników termofizycznych materiału na rozkład temperatur w przekroju.

Jeżeli w równaniu (1) zastąpimy pochodne przez różnice to otrzymamy

$$\frac{T_{k+1}(\tau_0) - T_{k+1}(\tau_1)}{\Delta \tau} = \frac{\partial^2 T_{k+1}(\tau_0)}{\partial z^2} = \frac{T_k(\tau_0) - 2T_{k+1}(\tau_0) + T_{k+2}(\tau_0)}{\Delta z^2}$$

i dalej po uporządkowaniu np. dla punktu A na rys. 3

$$T_{k+1}(\tau_1) = T_{k+1}(\tau_0) + \frac{\Delta \tau \lambda}{\rho \cdot c \cdot \Delta z^2} [T_k(\tau_0) - 2T_{k+1}(\tau_0) + T_{k+2}(\tau_0)] \quad (3)$$

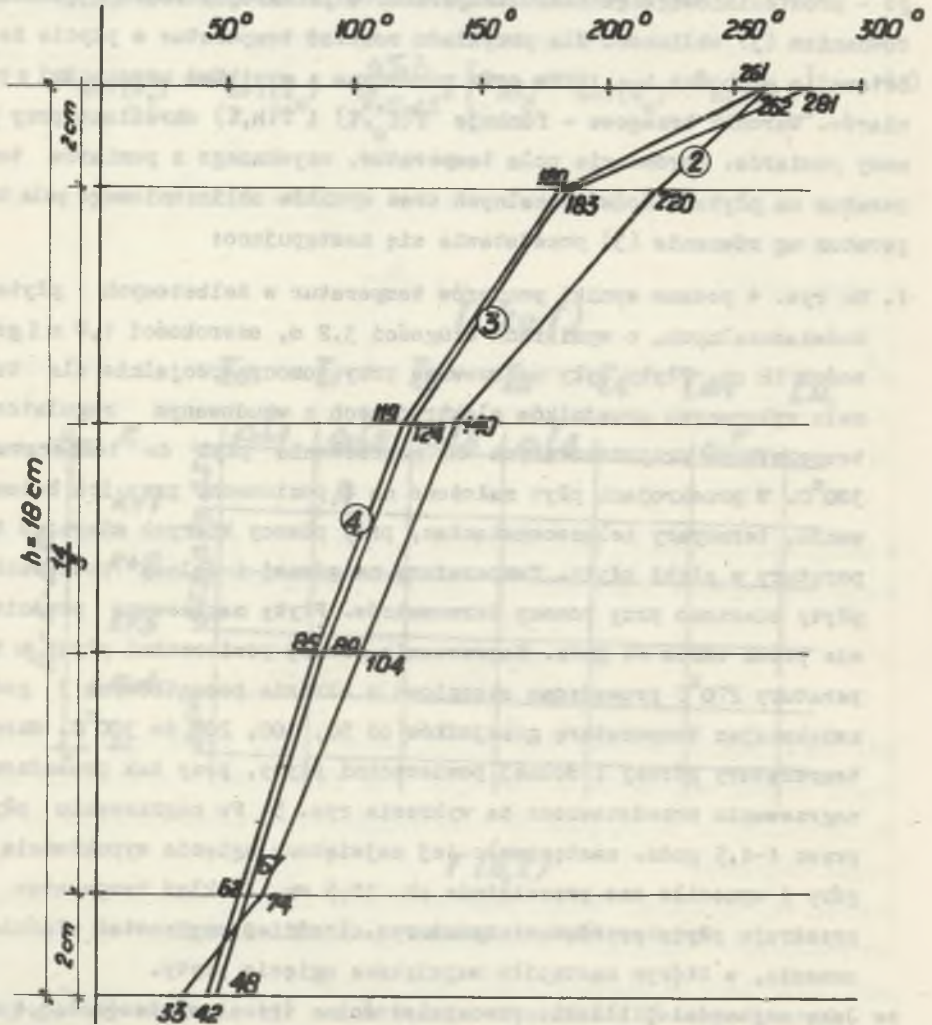


Rys. 3. Siatka prostokątna współrzędnych

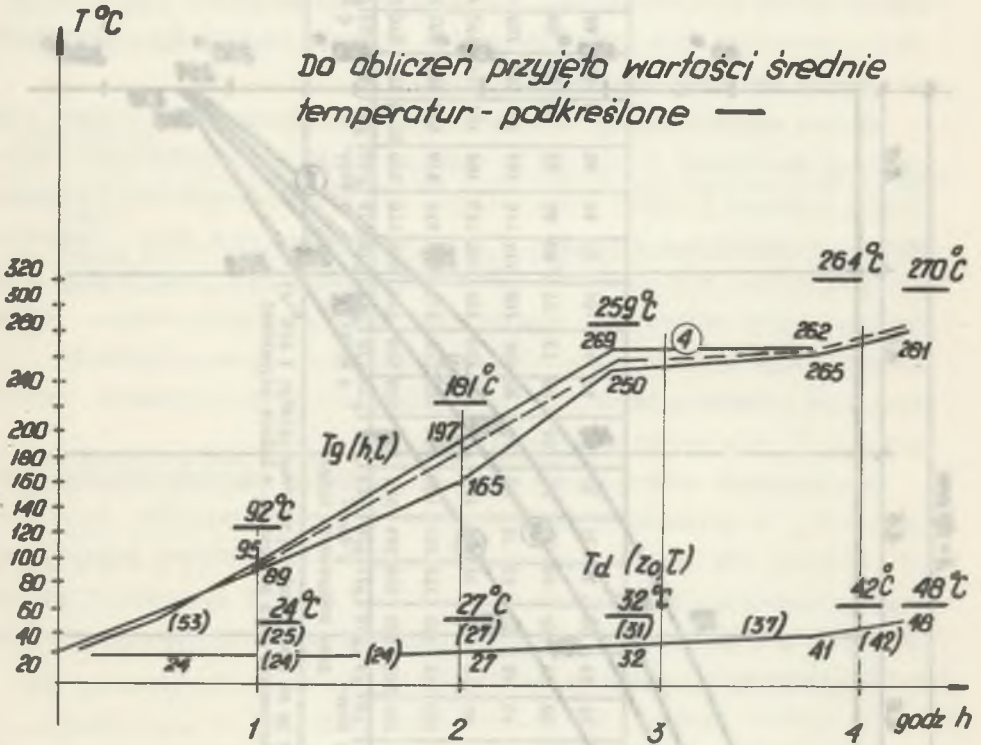
Przy pomocy równania (3) można będzie więc określić temperatury we wszystkich punktach płyty, jeżeli znane będą funkcje $T(z_0, \tau)$ i $T(h, \tau)$ tzn. funkcje zmienności temperatur na górnej i dolnej powierzchni płyty w okresie jej nagrzewania.

Dla praktycznego wykonania zadania rozdzielamy płytę na grubości na szereg elementarnych pasków Δz , w przedziałach których można przyjąć ustalony stan temperatur. Ponieważ temperatura zależy od dwu zmiennych czasu τ i Z posługujemy się prostokątną siatką współrzędnych jak na rys. 3. Stosując wzór (3) można również obliczyć czas nagrzewania płyt potrzebny do uzyskania, przy danym reżimie nagrzewania, ustabilizowanego - prostoliniowego rozkładu temperatur w przekroju. Posługując się równaniem (3) obliczono dla przykładu rozkład temperatur w płycie żelbetowej o grubości $h = 18$ cm oraz porównano z wynikami uzyskanymi z pomiarów. Warunki brzegowe - funkcje $T(Z_0, \tau)$ i $T(h, \tau)$ określono przy pomocy pomiarów. Porównanie pola temperatur, uzyskanego z pomiarów temperatur na płytach doświadczalnych oraz wyników obliczeniowego pola temperatur wg równania (3) przedstawia się następująco:

1. Na rys. 4 podano wyniki pomiarów temperatur w żelbetowych płytach doświadczalnych, o wymiarach długości 3,2 m, szerokości 1,0 m i grubości 18 cm. Płyty były nagrzewane przy pomocy specjalnie dla tego celu wykonanych grzejników elektrycznych z wbudowanym regulatorem temperatury, przystosowanych do nagrzewania płyt do temperatury 300°C . W przekrojach płyt założono na 4 poziomach, przy ich betonowaniu, termopary żelazoconstantan, przy pomocy których mierzono temperatury w głębi płyty. Temperatury na górnej i dolnej powierzchni płyty mierzono przy pomocy termometrów. Płyty nagrzewano przeciętnie przez okres 24 godz. Nagrzewanie górnej powierzchni płyty do temperatury 270°C prowadzono stopniowo w okresie początkowych 3 godz. zwiększając temperaturę grzejników od 50, 100, 200 do 300°C . Wzrost temperatury górnej i dolnej powierzchni płyty, przy tak prowadzonym nagrzewaniu przedstawiono na wykresie rys. 5. Po nagrzewaniu płyty przez 4-4,5 godz. następowało jej największe ugięcie wypukłością do góry i wynosiło ono przeciętnie ok. 10,5 mm. Rozkład temperatur w przekroju płyty przedstawiony na rys. 4 odniesiony został właśnie do momentu, w którym nastąpiło największe ugięcie płyty. Jako najbardziej bliskie rzeczywistości z trzech wykresów 2, 3, 4 rozkładu temperatur na rys. 4 przyjąć można przebieg temperatur wg krzywych 3 i 4.



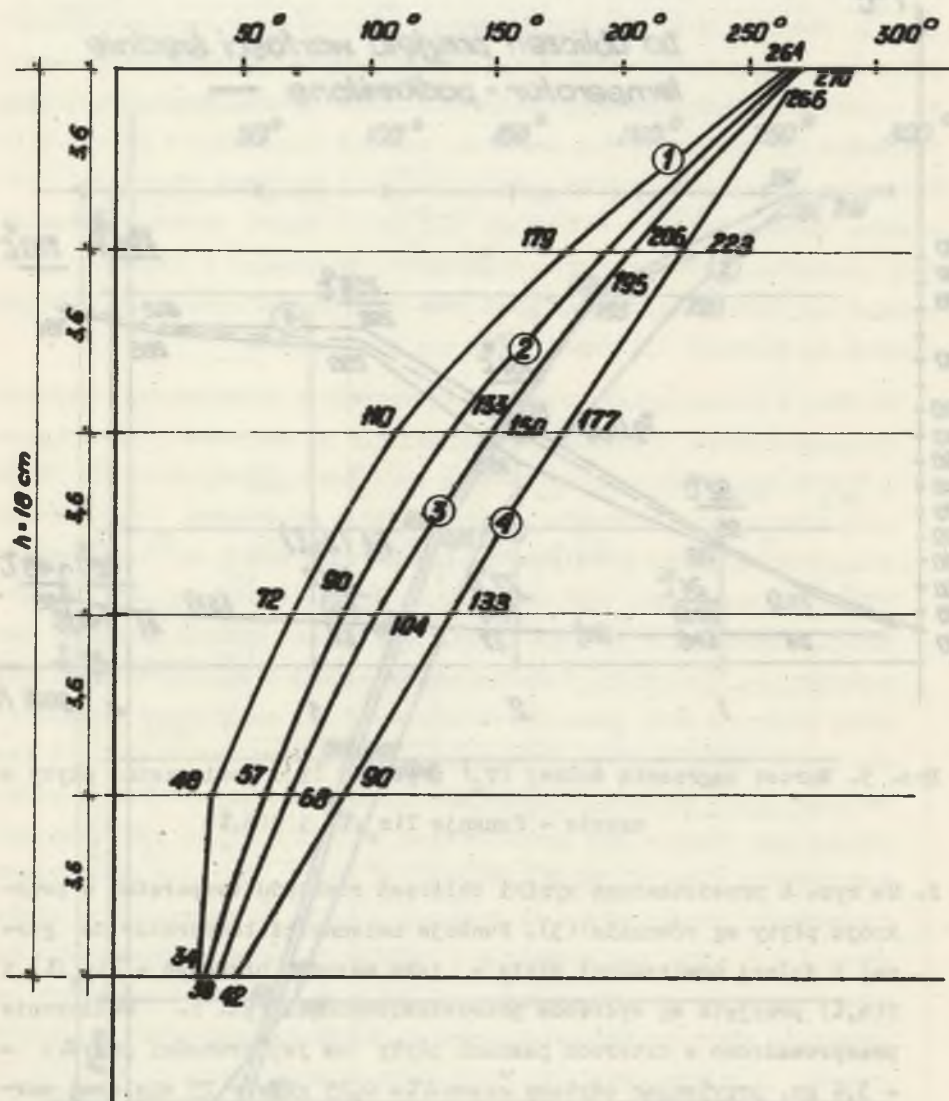
Rys. 4. Pomierzony rozkład temperatur w przekroju płyty po okresie 4±4,5 godz. nagrzania (przy Z_{\max})



Rys. 5. Wzrost nagrzania dolnej (T_d) i górnej (T_g) powierzchni płyty w czasie - funkcje $T(z_0, \tau)$ i $T(h, \tau)$

2. Na rys. 6 przedstawiono wyniki obliczeń rozkładu temperatur w przekroju płyty wg równania (3). Funkcje zmienności temperatur na górnej i dolnej powierzchni płyty - jako warunki brzegowe - $T(z_0, \tau)$ i $T(h, \tau)$ przyjęto wg wykresów przedstawionych na rys. 5. Obliczenie przeprowadzono w czterech pasmach płyty na jej grubości przy $\Delta z = 3,6$ cm, przyjmując odstępy czasu $\Delta \tau = 0,25$ godz = 15 min oraz wartości

$$\frac{\Delta \tau \cdot \lambda}{\eta \cdot c \cdot \Delta z^2} = \frac{0,25 \cdot 1,1}{2400 \cdot 0,17 \cdot 0,036^2} = 0,52 \quad (4)$$



Rys. 6. Obliczeniowe rozkłady temperatur w przekroju po 3,5+4+4,5+ 6,5 godz. nagrzania

Wyniki obliczeń zestawiono w tabelce 1 i na wykresie rys. 6. Istnieje zadawalająca zgodność między obliczeniowymi krzywymi 2 i 3 rozkładu temperatur w przekroju na rys. 6 a krzywymi 3,4 na rys. 4 przedstawiającymi wyniki pomiarów. Prostoliniowy rozkład temperatur - ustabilizowany w przekroju, jak widocznym jest z wykresów na rys. 6 - następuje po okresie 6÷7 godz. nagrzewania płyty.

Różnice wyników między obliczeniowymi a zmierzonymi rozkładami temperatur, dochodzące do ok. 10°C, mogą pochodzić z niedokładności osadzenia termopar w płycie (ewentualnych ich przemieszczeń przy betonowaniu), z odchyżeń w przyjęciu obliczeniowych wartości cech termofizycznych betonu w stosunku do wartości rzeczywistych, jak również z przyjęcia przy obliczeniu, stałych cech termofizycznych betonu. Wpływ na odchylenia wyników miała również niewątpliwie pewna wilgotność betonu płyt doświadczalnych podczas gdy przy obliczeniu założono wartości λ i C dla betonu suchego.

Uwzględnienie wpływu zmienności współczynnika przewodności cieplnej betonu λ_t w zależności od temperatury nie przedstawia dla rozwiązania równania (2) trudności, brak jednak jest, dla zwykłych betonów żwirowych, szerszych badań zależności wartości λ_t od temperatury nagrzania betonu. W jednej zaledwie z prac znanych autorowi [1] cytowany jest wzór empiryczny ujmujący tę zmienność

$$\lambda_t = \lambda + B(t - t_{\text{pocz}}) \quad (4)$$

zmienność

$$B = 0,00065 (1,75 t^{2,1}) \quad (5)$$

Przyjmując wartości współczynnika $\lambda = 1,1 \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{C}}$ przy temperaturze $t_{\text{pocz}} = 20^\circ\text{C}$, uzyskuje się wg wzoru (4) i (5) dla λ_t wartości 1,1÷1,27 w zakresie temperatur 20-260°C. Podkreślić jednak należy dużą niezgodność wyników obliczeniowych i uzyskanych z pomiarów dla ugięć płyt. Ugięcia płyt - ku górze - pomierzone $Z_{\text{max}} = 10,5$ mm są znacznie mniejsze od wartości ugięć obliczeniowych $Z_{\text{max}} = 16$ mm, przy danej różnicy temperatur nagrzania $\Delta T = 220^\circ\text{C}$ górnej i dolnej powierzchni płyty. Różnice

wynoszą tu ok. 35%. Na znacznie mniejsze wartości rzeczywistych ugięć płyt, w stosunku do wartości obliczeniowych, ma niewątpliwie duży wpływ znaczne obniżenie się wartości modułu sprężystości betonu oraz zwiększone pęcznienie nagrzanego betonu. Lecz zagadnienie to będzie przedmiotem oddzielnych rozważań.

LITERATURA

1. Kaufman B.N.: Теплопроводност строительных материалов. Gosstrojizdat 1955.
2. Panow D.I.: Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych. PWN Warszawa, 1955.

TEMPERATURE FIELD IN ONE - SIDEDLY HEATED REINFORCED CONCRETE PLATES

S u m m a r y

In statically loaded and simultaneously one-sidedly heated reinforced concrete structures it is necessary, at the initial phase of the exploitation, to take into consideration the internal thermic stresses which appear in the cross-section due to non-linear temperature distribution. On the basis of the numerical solution of the heat conductivity equation, diagrams of temperature distribution were presented for different heating phases. The results of calculations were compared with those obtained from temperature measurements on test plates. A satisfactory agreement has been achieved.

TEMPERATURFELD IN EINSEITIG ERWÄRMTEM STAHLBETONPLATEN

Zusammenfassung

In statisch belasteten und zugleich einseitig zu hohen Temperaturen erwärmten Stahlbetonkonstruktionen ergibt sich in der Phase der Inbetriebnahme der Konstruktion die Notwendigkeit, die bei krummliniger Temperaturverteilung im Querschnitt auftretenden thermischen Wigen-
spannungen in Betracht zu ziehen. In Anlehnung an die numerische Lösung der Wärmeleitfähigkeitsgleichung werden für die Stahlbetonplatte Diagramme der Temperaturverteilung in den einzelnen Erwärmungsphasen der Konstruktion dargestellt und die Berechnungsergebnisse mit den aus den Temperaturverteilungsmessungen auf Versuchsplatten erzielten Werten verglichen. Es wurde eine ausreichende Übereinstimmung der errechneten Werte mit den experimentell erzielten erreicht.