ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

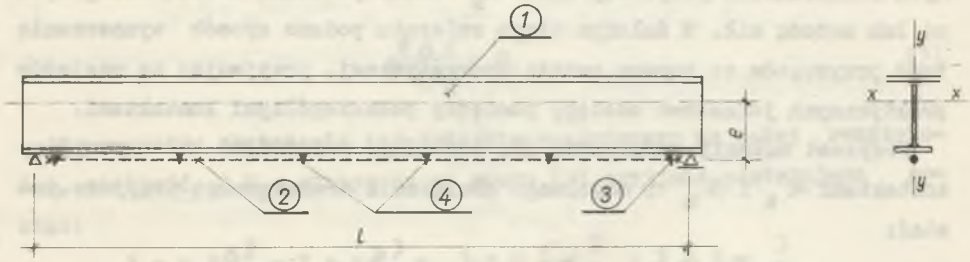
Seria: BUDOWNICTWO z. 31 Nr kol.348

Stanisław Zawada

SPRĘŻONA BELKA STALOWA Z CIĘGNEM ZAMOCOWANYM W POŚREDNICH KONTAKTACH

Streszczenie: W referacie przedstawiono zmodyfikowany sposób wstępnie sprężonej belki stalowej z cięgnem zaciśniętym w pośrednich kontaktach. Korzystając z metody energetycznej podano praktyczny sposób obliczenia przyrostów siły sprężającej w cięgnie. Wykazano również, że naprężenia normalne w belce z cięgnem zaciśniętym w pośrednich kontaktach są mniejsze do 11% w porównaniu z odpowiednimi naprężeniami w belce z cięgnem niezaciśniętym. Ponadto belka taka posiada większą sztywność względną.

W artykule przedstawiono metodę obliczania zmodyfikowanego sposobu wstępnego sprężenia belki stalowej. Schemat tego sposobu pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Schemat belki sprężonej

1 - blachownica, 2 - cięgno sprężające, 3 - zakotwienie, 4 - kontakty

W czasie sprężania cięgno połączone jest z belką za pomocą dyskretnych punktowych kontaktów. Zabezpieczają one belkę przed przesunięciami bocznymi, pozwalając jednocześnie cięgnu na swobodne przemieszczenia podłużne. Sprężenie spowoduje ugięcie belki ku górze o kierunku od wrotnym w stosunku do ugięcia, pochodzącego z obciążenia stałego i użytkowego.

Maksymalną siłę sprężającą obliczyć można z zależności (1) wyprowadzonej z wzoru służącego do określenia naprężeń przy jednoczesnym ściskaniu i zginaniu.

$$S_{max} = \frac{1{,}05\ k \cdot A_r \cdot \beta \cdot W_d}{W_d + e\ A_r \cdot \beta}, \tag{1}$$

gdzie:

A_r - pole przekroju poprzecznego belki,

W_d - wskaźnik wytrzymałości belki obliczony dla pasa dolnego,

k - naprężenie dopuszczalne dla stali belki sprężanej,

β - współczynnik wyboczeniowy pasa ściskanego z płaszczyzny belki,

e - odległość osi obojętnej do osi cięgna.

Ze względu na straty spowodowane relaksacją i podatnością zakotwień, obliczoną w ten sposób siłę sprężającą należy odpowiednio zwiększyć.

Po wykonaniu sprężenia cięgno zostaje zaciśnięte w kontaktach i w ten sposób belka przygotowana jest do przejęcia obciążenia eksploatacyjnego. Powstaje w ten sposób przedstawiony na rys. 2 ustrój n-krotnie statycznie wewnętrznie niewyznaczalny, a poszukiwane w poszczególnych przedziałach przyrosty sił ΔS_k obliczyć można metodą energetyczną lub metodą sił. W dalszym ciągu referatu podano sposób wyznaczenia tych przyrostów za pomocą metodą energetycznej, przyjmując ze względów praktycznych jednakowe odstępy pomiędzy poszczególnymi kontaktami.

Przyrost energii sprężystej dla dowolnego przedziału k pomiędzy kontaktami α_k i β_k i dowolnego obciążenia zewnętrznego przyjmie postać:

$$\Delta V = \frac{1}{2\ E_r\ J_r} \int_{\alpha_k}^{\beta_k} (M_k - S_k\ e)^2\ dx + \frac{\Delta S_k^2\ l_k}{2\ E_c\ A_c} + \frac{\Delta S_k^2\ l_k}{2\ E_r\ A_r}, \tag{2}$$

gdzie:

M_k^P - moment zginający w przedziale k od obciążenia zewnętrznego,

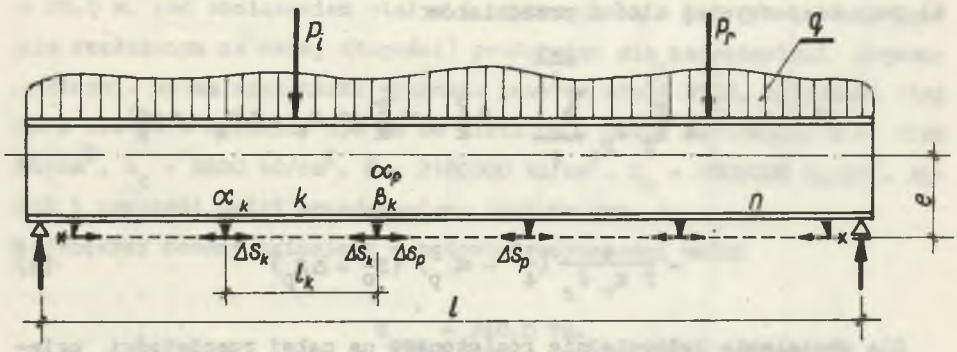
ΔS_k - przyrost siły w przedziale k,

E_r, E_c - współczynniki sprężystości belki i cięgna,

A_r, A_c - powierzchnie przekrojów belki i cięgna,

J_r - moment bezwładności belki.

Pozostałe symbole wyjaśnia rys. 2.



Rys. 2. Schemat statyczny belki sprężonej

Poszukiwane wielkości ΔS_k obliczyć można z równań typu:

$$\frac{\partial \Delta V}{\partial \Delta S_k} = 0, \tag{3}$$

W przypadku obciążenia jednostajnie rozłożonego na całej rozpiętości, wielkość ΔS_k otrzymana ze wzoru (3) przyjmie następującą postać:

$$\Delta S_k = \frac{3\,e\,q\,l\beta_k^2 - 2\,e\,q\beta_k^3 - 3\,e\,q\,l\alpha_k^2 + 2\,e\,q\alpha_k^3}{12\left(e^2\beta_k - e^2\alpha_k + \frac{E_r J_r l_k}{E_c A_c} + \frac{J_r l_k}{A_r}\right)}, \tag{4}$$

W celu wyprowadzenia wzorów na ugięcie belki poddanej działaniu sił S_o i ΔS_k skorzystano z metody momentów wtórnych. Ugięcie od obciążenia stałego i użytkowego wyznacza się znanymi wzorami z wytrzymałości materiałów. Łączne zaś ugięcie belki stanowi sumę ugięć belki niesprężonej pod działaniem obciążenia zewnętrznego oraz belki poddanej działaniu sił S_o i ΔS_k.

Dla dowolnego obciążenia zewnętrznego ugięcie w połowie rozpiętości belki wynosi:

a) przy parzystej ilości przedziałów

$$f = f_o - \frac{e}{4 E_r J_r} \sum_{1}^{n/2} (\beta_k^2 - \alpha_k^2)(2 S_o + \Delta S_k + \Delta S_k') \qquad (5)$$

b) przy nieparzystej ilości przedziałów

$$f = f_o - \frac{e}{4 E_r J_r} \sum_{1}^{\frac{n-1}{2}} (\beta_k^2 - \alpha_k^2)(2 S_o + \Delta S_k + \Delta S_k') -$$

$$- \frac{e}{2 E_r J_r} \left(\frac{l^2}{4} - \alpha_p^2\right)(S_o + \Delta S_p) \qquad (6)$$

Dla obciążenia jednostajnie rozłożonego na całej rozpiętości ugięcie w środku belki wynosi:

a) przy parzystej ilości przedziałów

$$f = f_o - \frac{e}{2 E_r J_r} \sum_{1}^{n/2} (\beta_k^2 - \alpha_k^2)(S_o + \Delta S_k) \qquad (7)$$

b) przy nieparzystej ilości przedziałów

$$f = f_o - \frac{e}{2 E_r J_r} \sum_{1}^{\frac{n-1}{2}} (\beta_k^2 - \alpha_k^2)(S_o + \Delta S_k) -$$

$$- \frac{e}{2 E_r J_r} \left(\frac{l^2}{4} - \alpha_p^2\right)(S_o + \Delta S_p) \qquad (8)$$

gdzie:

S_o - siła sprężająca

ΔS_k i $\Delta S'_k$ - przyrosty siły sprężającej w przedziałach symetrycznych względem środka belki,

ΔS_p - przyrost siły sprężającej w przedziale środkowym.

Pozostałe symbole wg rys. 2.

Poniżej podano wyniki uzyskane z obliczeń statyczno-wytrzymałościowych belki wstępnie sprężonej z zaciśniętym cięgnem w pośrednich kontaktach oraz belki z cięgnem niezaciśniętym w kontaktach.

Przykład 1.

Obliczyć spawaną belkę sprężoną, jednoprzęsłową o rozpiętości $l = 20,0$ m, pod obciążeniem stałym i użytkowym $q = 4,8$ T/m (równomiernie rozłożonym na całej długości) posługując się naprężeniami dopuszczalnymi. Belka zasadnicza wykonana jest ze stali St3S, natomiast cięgno z drutów o średnicy 5,0 mm ze stali D90. Cechy materiału: $k = 1700$ kG/cm^2, $k_c = 8800$ kG/cm^2, $E = 2100000$ kG/cm^2, $E_c = 2000000$ kG/cm^2. Widok i przekrój belki przedstawiony jest na rys. 3.

Największy moment zginający w połowie rozpiętości belki

$$M_{max} = 240,0 \text{ Tm}.$$

Największa siła poprzeczna na podporze

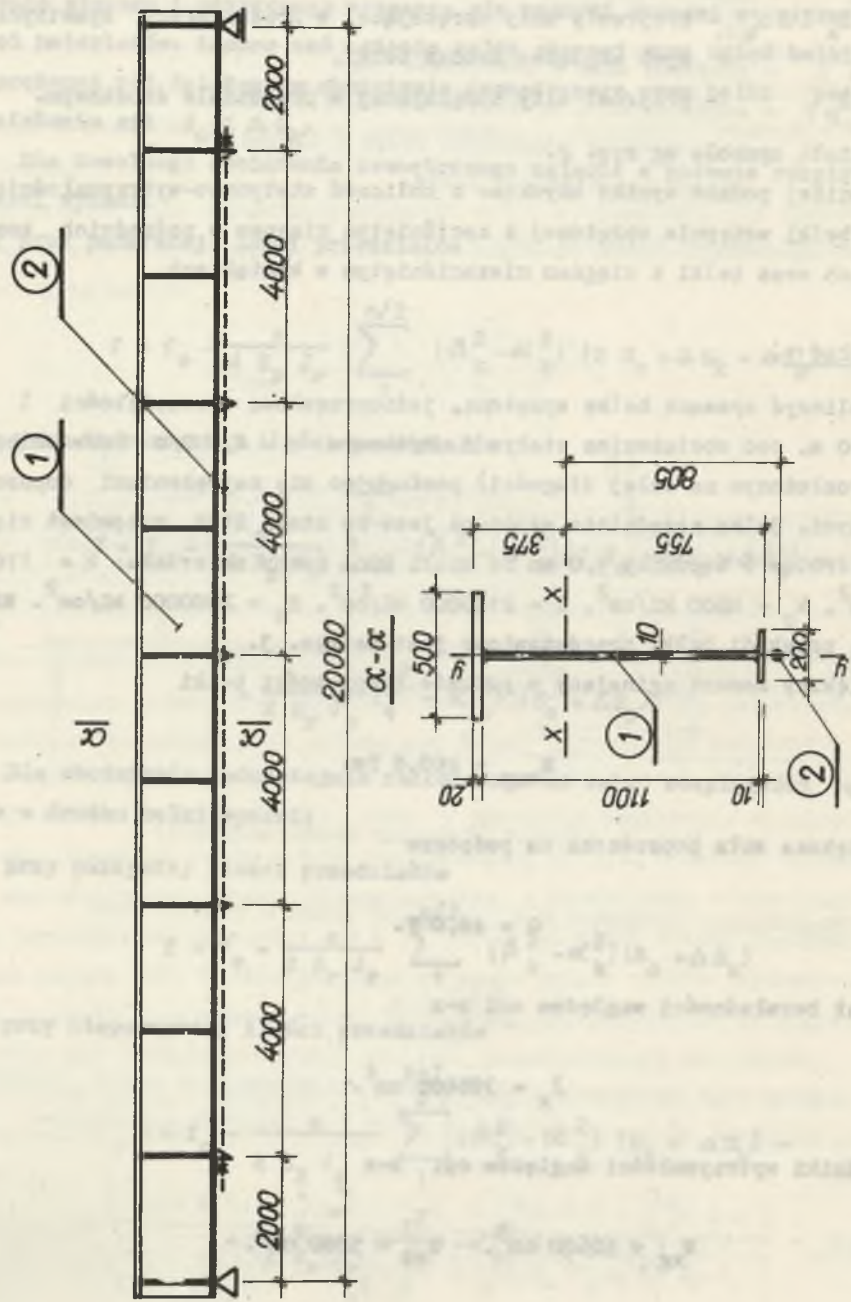
$$Q = 48,0 \text{ T}.$$

Moment bezwładności względem osi x-x

$$J_x = 398400 \text{ cm}^4.$$

Wskaźniki wytrzymałości względem osi x-x

$$W_{xg} = 10600 \text{ cm}^3, \quad W_{xd} = 5280 \text{ cm}^3.$$



Rys. 3. Belka sprężona

1 - blachownica, 2 - cięgno sprężające

Maksymalna obliczeniowa siła sprężająca wg wzoru (1)

$$S_{max} = 91000 \text{ kG}$$

Do obliczeń przyjęto S = 90000 kG oraz cięgno z 91 ⌀ 5 o przekroju A_c = = 17,86 cm^2.

Przyrosty siły sprężającej w wyniku obciążenia eksploatacyjnego obliczono dla poszczególnych przedziałów wg wzoru (4)

$$S_1 = 38300 \text{ kG}, \qquad S_2 = 58200 \text{ kG}.$$

Naprężenia podczas sprężania:

- w pasie górnym

$$\sigma_g = 293 \text{ kG/cm}^2,$$

- w pasie dolnym

$$\sigma_d = -1768 \text{ kG/cm}^2 < 1{,}05 \cdot 1700 \text{ kG/cm}^2.$$

Naprężenia w czasie eksploatacji:

- w pasie górnym

$$\sigma_g = 1790 \text{ kG/cm}^2 \approx 1{,}05 \cdot 1700 \text{ kG/cm}^2,$$

- w pasie dolnym

$$\sigma_d = 1645 \text{ kG/cm}^2.$$

Ugięcie belki obliczono wg wzoru (7)

$$f = 5{,}42 \text{ cm}.$$

Przykład 2

Obliczyć spawaną belkę sprężoną przyjmując dane wg przykładu 1, ale bez zaciskania cięgna w pośrednich kontaktach.

Przyrost siły sprężającej pod działaniem obciążenia zewnętrznego obliczony wg wzoru (4)

$$S = 47600 \text{ kG}.$$

Naprężenia w czasie eksploatacji:

- w pasie górnym

$$\sigma_g = 1830 \text{ kG/cm}^2 > 1700 \text{ kG/cm}^2,$$

- w pasie dolnym

$$\sigma_d = 1850 \text{ kG/cm}^2 > 1700 \text{ kG/cm}^2.$$

Ugięcie belki obliczone wzorem (8)

$$f = 5{,}64 \text{ cm}.$$

W załączonych wynikach obliczeń statyczno-wytrzymałościowych zauważyć można, że w belce z cięgnem zaciśniętym w pośrednich kontaktach naprężenia normalne są mniejsze w porównaniu z odpowiednimi naprężeniami w belce z cięgnem niezaciśniętym. W pasie dolnym naprężenia te uległy zmniejszeniu o 11% i uzyskana tym sposobem oszczędność stali może wynieść od 5 - 10% w zależności od ilości pośrednich kontaktów. Przy zwiększonej ilości pośrednich kontaktów oszczędność stali wzrasta, ale równocześnie zwiększa się pracochłonność wykonywanej konstrukcji. Ponadto belka taka posiada większą sztywność względną, co wpływa korzystnie na zmniejszenie jej ugięcia.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННАЯ СТАЛЬНАЯ БАЛКА С ПРЯДЬЮ ЗАКРЕПЛЕННОЙ В ПРОМЕЖУТОЧНЫХ КОНТАКТАХ

Р е з ю м е

В статье представлено варянтный способ предварительно напряженной стальной балки спрядью закрепленной в промежуточных контактах. Пользуясь энергетическим методом представлено практический способ определения увеличения напрягющей силы в пряди от внешней нагрузки. Выявлено, что нормальные напряжения в балке с прядью закрепленной в промежуточных контактах меньше на 11% по сравнению с балкой с прядью незакрепленной в промежуточных контактах. Кроме того жесткость рассматриваемой балки больше.

A COMPRESSED STEEL BEAM WITH A TENSION MEMBER FIXED IN INTERMEDIATE CONTACTS

S u m m a r y

In the paper a modifeid way of an initially compressed steel beam with a pull rod attached to the intermediate contacts has been presented. With the use of an energetic method a practical way of computing the compressive force increment in a pull rod has been given. It has been pointed out too, that the normal stresses in a beam with a pull rod fixed in intermediate contacts are about 11% less compared with corresponding stresses in a beam with an unfixed pull rod. Such a beam has moreover a greater relative rigidity.