Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1973

Seria: Budownictwo z. 34 Nr kol. 367

Zenon Cerowski[x)]

PRĘDKOŚCI ROZCHODZENIA SIĘ I WSPÓŁCZYNNIKI POCHŁANIANIA FAL SPRĘŻYSTYCH A WŁAŚCIWOŚCI GRUNTU

Streszczenie: W artykule podano uwagi, które należy uwzględnić przy wykorzystaniu pomiarów prędkości rozchodzenia się i współczynników pochłaniania fal sprężystych do określenia właściwości sprężystych gruntu.

W wielu gałęziach budownictwa istotną rolę odgrywa znajomość własności fizyko-mechanicznych gruntu. W związku z tym rozwinęło się wiele metod służących temu celowi. Szczególnie ważną rolę odgrywają metody nie niszczące struktury gruntu oraz nie wpływające na zmianę układu naturalnego. Jedną z takich metod jest obserwacja propagacji fal sprężystych w gruntach. W tym wypadku zagadnienie polega na pomiarze prędkości rozchodzenia się oraz współczynnika pochłaniania fal sprężystych. Prędkości rozchodzenia się i współczynniki pochłaniania fal dla danego ośrodka zależą od właściwości sprężystych i składu mineralogicznego tego ośrodka, a więc znajomość propagacji fal prowadzi do znajomości cech fizyko-mechanicznych gruntu.

Traktując grunt jako ciało złożone, składające się z ciała stałego (szkielet) oraz porów wypełnionych cieczą lub gazem, można ze względu na sposób rozchodzenia się w nim fal uważać jako:

a) ciało zupełnie połączone,

b) ciało zupełnie niepołączone,

c) ciało niezupełnie połączone.

---

x) Zenon Cerowski jest pracownikiem Instytutu Fizyki.

Ciała wchodzące w skład pierwszej grupy charakteryzują się tym, że przy działaniu nań ciśnień naprężenia powstające będą takie jak w ciele jednorodnym, tzn. nie będzie różnic w rozkładzie naprężeń w składnikach.

Do drugiej grupy ciał należą takie ośrodki, których ciała składowe będą pod wpływem działania ciśnienia zachowywać się tak jakby tworzyły dwa ośrodki, tzn. nie ma w ogóle oddziaływania między składnikami. Rozkład naprężeń w obu składnikach będzie inny.

Najbardziej istotną grupę ciał złożonych stanowią ośrodki niezupełnie połączone. Trudność stanowią różne możliwości oddziaływania składników. Podstawowymi czynnikami wiążącymi fazy ciała złożonego są:

a) wypadkowa bezwładność,

b) wypadkowa sprężystość,

c) tarcie między składnikami.

Przyjęto, że ciało stałe jest nieidealnie sprężyste, ciecz porowypełniająca idealnie sprężysta oraz, że ciecz może swobodnie wpływać lub wypływać z rozpatrywanej przestrzeni. W równaniach ruchu ośrodka w związku z tym trzeba uwzględnić: dodatkowe ciśnienie działające na szkielet wynikające z hydrostatycznego ciśnienia cieczy, wzrost bezwładności szkieletu spowodowany zawieszeniem cieczy na szkielecie i bezwładności cieczy oraz siły tarcia powstające wskutek ruchu filtracyjnego. Wobec tego otrzymano następujące równania ruchu [1]:

$$d_1 \frac{\partial^2 \vec{u}_1}{\partial t^2} + (1-n)\nabla p = (1-n)\left\{\left[\lambda+\mu - i(\lambda'+\mu')\right]\nabla\theta + \frac{\lambda+\frac{2}{3}\mu - i(\lambda'+\frac{2}{3}\mu')}{k_1}\nabla p + (\mu - i\mu')\nabla\vec{u}_1\right\} + K\frac{\partial}{\partial t}(\vec{u}_1-\vec{u}_2) \tag{1}$$

$$d_2 \frac{\partial^2 \vec{u}_2}{\partial t^2} + n\nabla p = K\frac{\partial}{\partial t}(\vec{u}_2 - \vec{u}_1).$$

Uzupełniając te równania równaniem ciągłości cieczy

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \operatorname{div}\rho_2 \frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} = 0, \tag{2}$$

dostaje się zupełny układ równań w którym:

$$d_1 = \rho_1(1-n), \quad d_2 = n\rho_2,$$

ρ_1, ρ_2 - odpowiednio gęstość ciała stałego i cieczy,

n - porowatość,

p - ciśnienie hydrostatyczne cieczy,

$\lambda, \mu, \lambda', \mu'$ - stałe Lamego,

θ - względna zmiana objętości,

k_1 - moduł sprężystości objętościowej ciała stałego,

$K = \dfrac{n^2 \rho_2 g}{k_\phi}$,

g - przyspieszenie ziemskie,

k_ϕ - współczynnik filtracji,

$\vec{u}_1, \vec{u}_2$ - wektory przesunięcia w ciele stałym i cieczy.

Przyjmując, że w ośrodku rozchodzą się fale podłużne i poprzeczne, płaskie, tłumione otrzymano następujące równania charakterystyczne:

$$n(1-n)\left[\lambda + 2\mu - i(\lambda' + 2\mu')\right] s^4 - \Big\{\Big[d_1 k_2 n + (1-n)\Big\{\lambda + 2\mu - i(\lambda' - 2\mu')\Big\} d_2\Big]\omega^2 + i\omega K\left[(1-n)\Big\{\lambda + 2\mu - i(\lambda' + 2\mu')\Big\} + nk_2\right]\Big\} s^2 + \tag{3}$$

$$+ i\omega^3 K (d_1 + d_2) + d_1 d_2 \omega^4 = 0$$

dla fali podłużnej oraz

$$(1-n)(\mu - i\mu')(d_2\omega + iK) s^2 - iK\omega^2 (d_1 + d_2) - d_1 d_2 \omega^3 = 0$$

dla fali poprzecznej,

gdzie:

k_2 - moduł sprężystości objętościowej porowypełniacza,

ω - częstotliwość,

c - prędkość rozchodzenia się fali,

q - współczynnik pochłaniania,

$s = \frac{\omega}{c} + iq$ - zespolona liczba falowa.

Rozwiązania powyższych równań dają dwa rodzaje fal podłużnych [2] i poprzeczną [3]. Dla wszystkich tych fal są inne wartości prędkości rozchodzenia się i współczynników pochłaniania dla częstotliwości niskich i wysokich.

Dla pierwszego rodzaju fal podłużnych w zakresie częstotliwości niskich $(K>\omega)$:

$$c_1 = \sqrt{\frac{(1-n)(\lambda+2\mu) + k_2 n}{(1-n)\varrho_1 \quad n\varrho_2}} \tag{4}$$

$$q_1 = \frac{1}{2c_1}\left\{\frac{(1-n)(\lambda+2\mu)}{(1-n)(\lambda+2\mu) + n\,k_2}\,\omega + \frac{(1-n)n\left[(1-n)\varrho_1^2 k_2 + n(\lambda+2\mu)^2\right]}{\left[(1-n)(\lambda+2\mu)+n\,k_2\right]\left[(1-n)\varrho_1+n\varrho_2\right]}\frac{\omega^2}{K}\right\}$$

i w zakresie częstotliwości wysokich $(K<\omega)$:

$$c_2 = \sqrt{\frac{k_2}{\varrho_2} + \frac{\lambda+2\mu}{\varrho_1}}$$

$$q_2 = \frac{1}{2c_2}\left\{\frac{(\lambda+2\mu)\varrho_2}{\varrho_1 k_2 + (\lambda+2\mu)\varrho_2} + K\,\frac{(1-n)\varrho_1^2 k_2 + n\varrho_2^2(\lambda+2\mu)}{(1-n)n\varrho_1\varrho_2\left[k_2\varrho_1 + (\lambda+2\mu)\varrho_2\right]}\right\}. \tag{5}$$

Dla drugiego rodzaju fal podłużnych w zakresie częstotliwości niskich $(K>\omega)$:

$$c_3 = \sqrt{2\,\frac{\omega}{K}\,\frac{n(1-n)k_2(\lambda+2\mu)}{(1-n)(\lambda+2\mu)\quad nk_2}} \tag{6}$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{\omega K}{2}\,\frac{(1-n)(\lambda+2\mu)+nk_2}{n(1-n)(\lambda+2\mu)k_2}}$$

i w zakresie częstotliwości wysokich ($K<\omega$):

$$c_4 = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varrho_1}{\lambda+2\mu} + \frac{\varrho_2}{k_2}}}$$

$$q_4 = \frac{1}{2c_4}\left\{\left[\frac{\lambda'+2\mu'}{\lambda+2\mu} - \frac{(\lambda'+2\mu')\varrho_2}{(\lambda+2\mu)\varrho_2+k_2\varrho_1}\right]\omega + \frac{K}{n(n-1)}\,\frac{(1-n)(\lambda+2\mu)+nk_2}{(\lambda+2\mu)\varrho_2+k_2\varrho_1}\right\}. \tag{7}$$

Dla fal poprzecznych w zakresie częstotliwości niskich ($K>\omega$):

$$c_1 = \sqrt{\frac{(1-n)\mu}{(1-n)\varrho_1 + n\varrho_2}}$$

$$q_1 = \frac{1}{2c_1}\left[\frac{\mu'}{\mu}\omega + \frac{n^2\varrho_2^2}{(1-n)\varrho_1+n\varrho_2}\,\frac{\omega^2}{K}\right] \tag{8}$$

i wysokich ($K<\omega$):

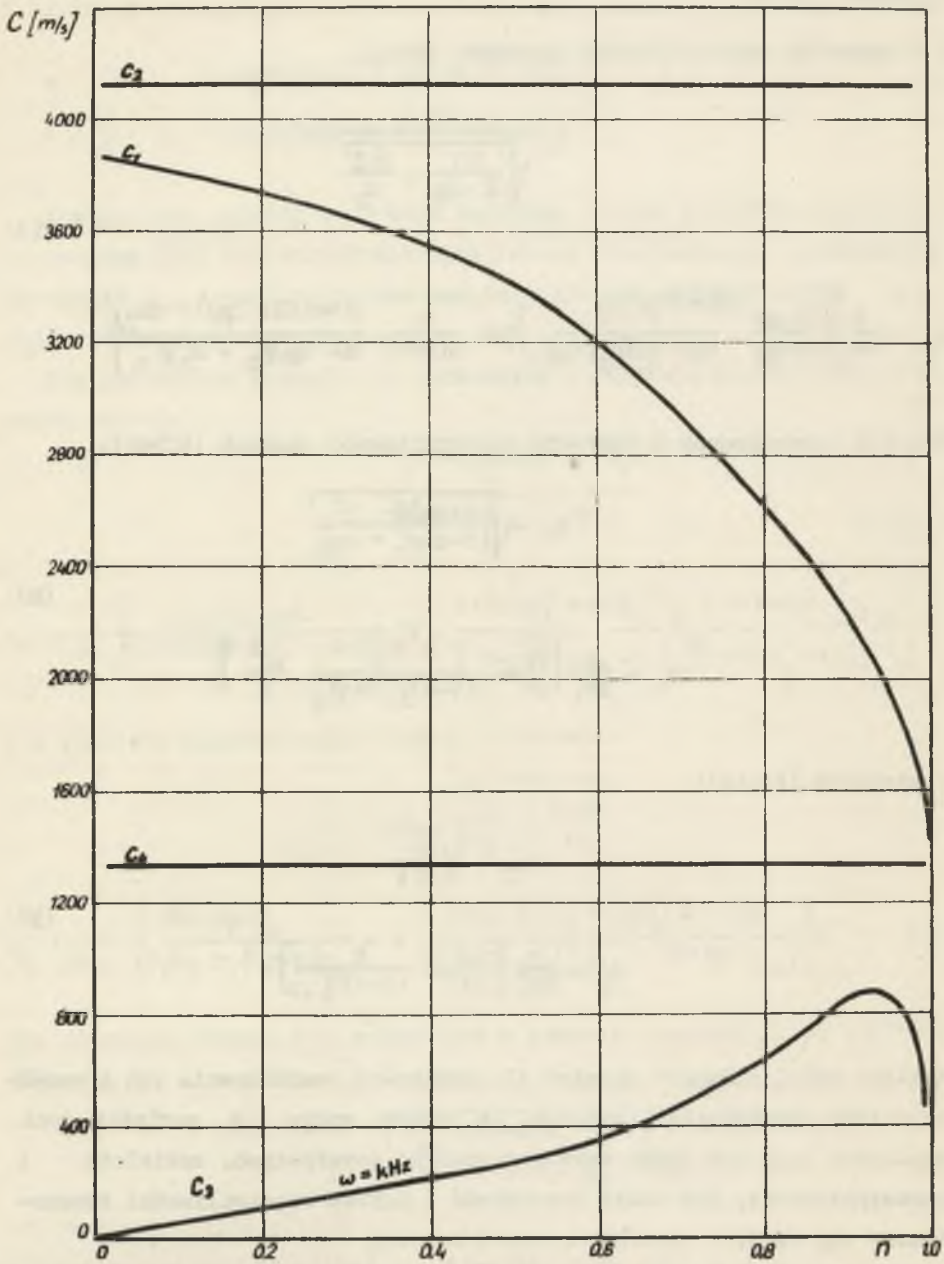
$$c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\varrho_1}}$$

$$q_2 = \frac{1}{2c_2}\left[\frac{\mu'}{\mu}\omega + \frac{K}{(1-n)\varrho_1}\right]. \tag{9}$$

Analiza wyżej podanych wyrażeń dla prędkości rozchodzenia się i współczynników pochłaniania pokazuje, że istotny wpływ na wartości tych wielkości mają nie tylko wartości stałych sprężystych, szkieletu i porowypełniacza, ale także porowatość i zakres częstotliwości rozchodzącej się fali.

Rozpatrując bardziej szczegółowo przedstawione rozwiązania należy stwierdzić, że

a) Pierwszy rodzaj fal podłużnych (indeksy 1 i 2), to fale powstające wskutek deformacji ciała stałego oraz cieczy porowypełniającej.



Rys. 1. Zależność prędkości rozchodzenia się od porowatości dla piasku, dla fal pierwszego rodzaju zakres częstotliwości niskich (c_1), wysokich (c_2) oraz fal drugiego rodzaju zakres częstotliwości niskich (c_3), wysokich (c_4).

Prędkość tych fal dla częstotliwości niskich waha się wraz ze zmianą porowatości od prędkości rozchodzenia się w cieczy do prędkości rozchodzenia się w cząsteczkach ciała stałego (rys. 1, c_1). Współczynnik pochłaniania składa się z dwu składników, z których jeden jest funkcją liniową, a drugi funkcją kwadratową częstotliwości (rys. 2 i 3).

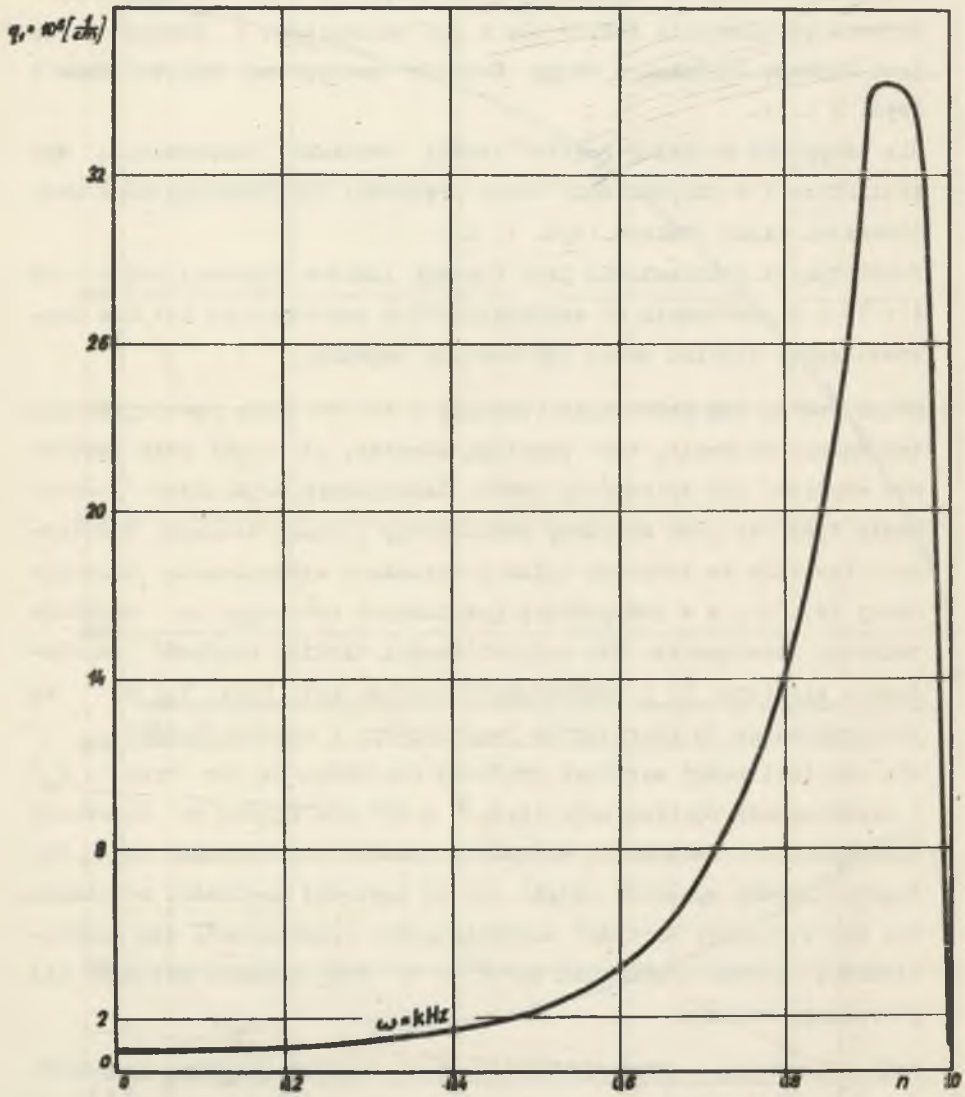
Dla przypadku wysokich częstotliwości prędkość rozchodzenia się jest stała i w przybliżeniu równa prędkości rozchodzenia się w cząsteczkach ciała stałego (rys. 1, c_2).

Współczynnik pochłaniania jest funkcją liniową częstotliwości (rys. 4 i 5) i w porównaniu ze współczynnikiem pochłaniania fal dla częstotliwości niskich około 100-krotnie większy.

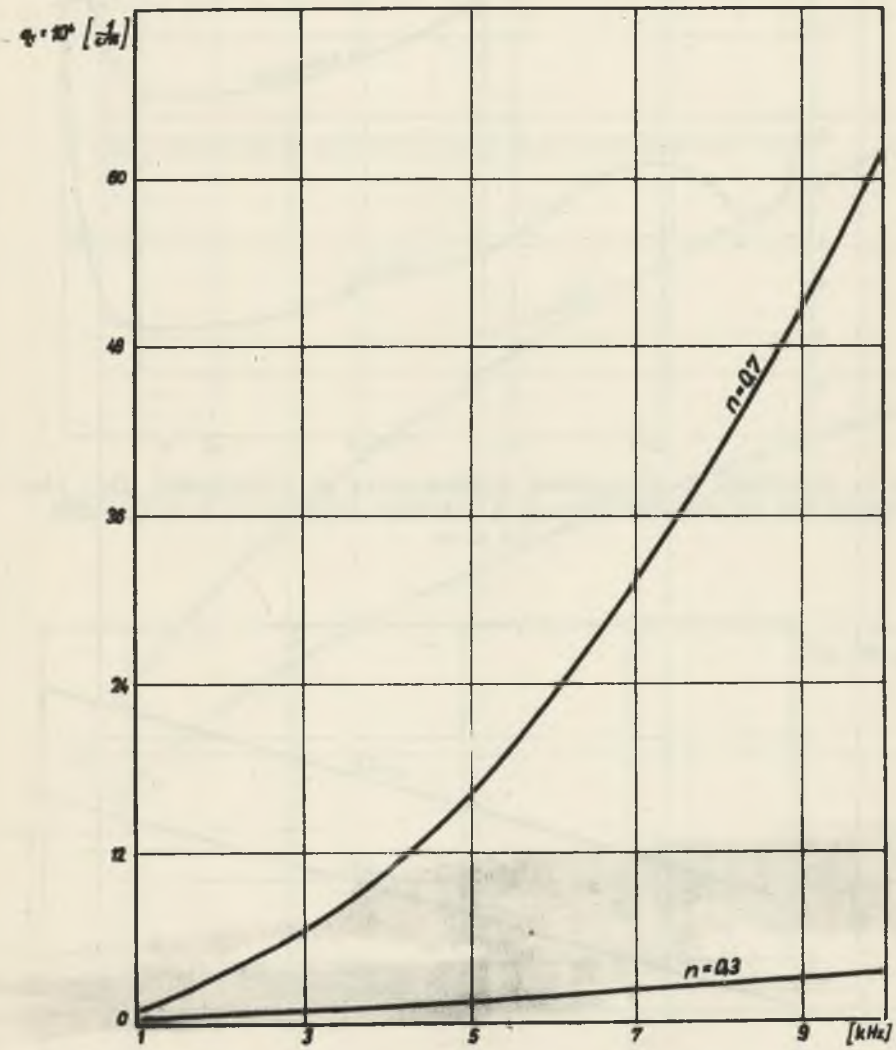
b) Drugi rodzaj fal podłużnych (indeksy 3 i4) to fale powstające wskutek zmiany ułożenia, tzn. powstają wówczas, gdy ciecz może swobodnie wypływać lub wpływać do porów. Zasadniczym czynnikiem powstawania tych fal jest wzajemny ruch cieczy i ciała stałego. W związku z tym fale te istnieją tylko w warunkach występowania przynajmniej dwu faz, a w przypadkach granicznych zanikają, co wyraźnie pokazują rozwiązania. Dla częstotliwości niskich prędkość rozchodzenia się (rys. 6) i współczynnik pochłaniania (rys. 7 i 8) są proporcjonalne do pierwiastka kwadratowego z częstotliwości.

Dla częstotliwości wysokich prędkość rozchodzenia się (rys. 1, c_4) i współczynnik pochłaniania (rys. 9 i 10) nie zależą od częstości (praktycznie). Maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się dla częstotliwości wysokich zbliża się do wartości prędkości rozchodzenia się w cieczy. Wartości współczynników pochłaniania dla częstotliwości niskich i wysokich są 10^2 - 10^3 razy większe niż dla fal pierwszego rodzaju.

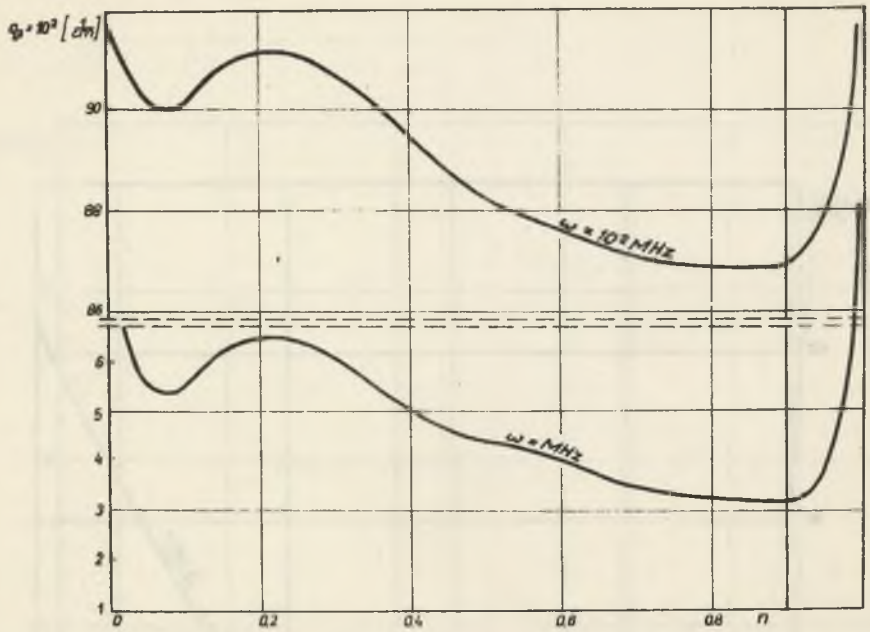
c) Fale pierwszego i drugiego rodzaju będą rozchodziły się równocześnie, a ponieważ fale drugiego rodzaju mają prędkości rozchodzenia się znacznie mniejsze od fal pierwszego rodzaju i współczynniki pochłaniania znacznie większe, dlatego fale drugiego rodzaju będą trudne do rejestracji.



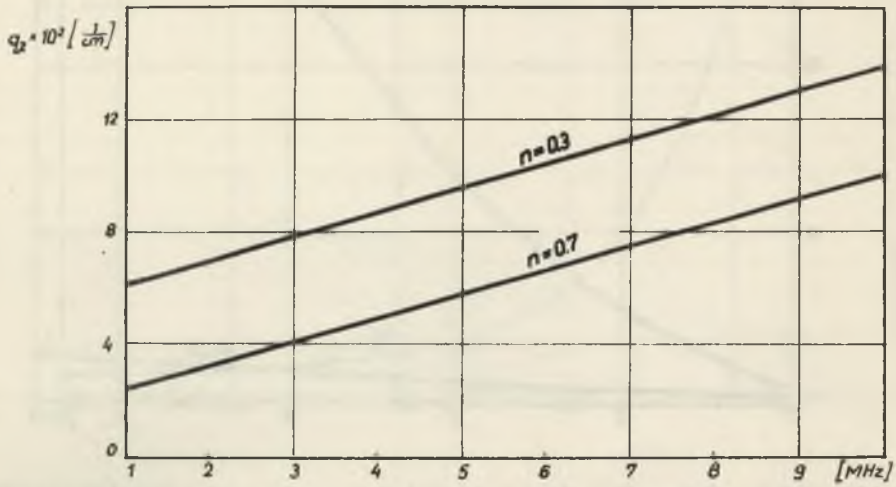
Rys. 2. Zależność współczynnika pochłaniania od porowartości dla piasku, dla fal pierwszego rodzaju w zakresie częstotliwości niskich ($K > \omega$)



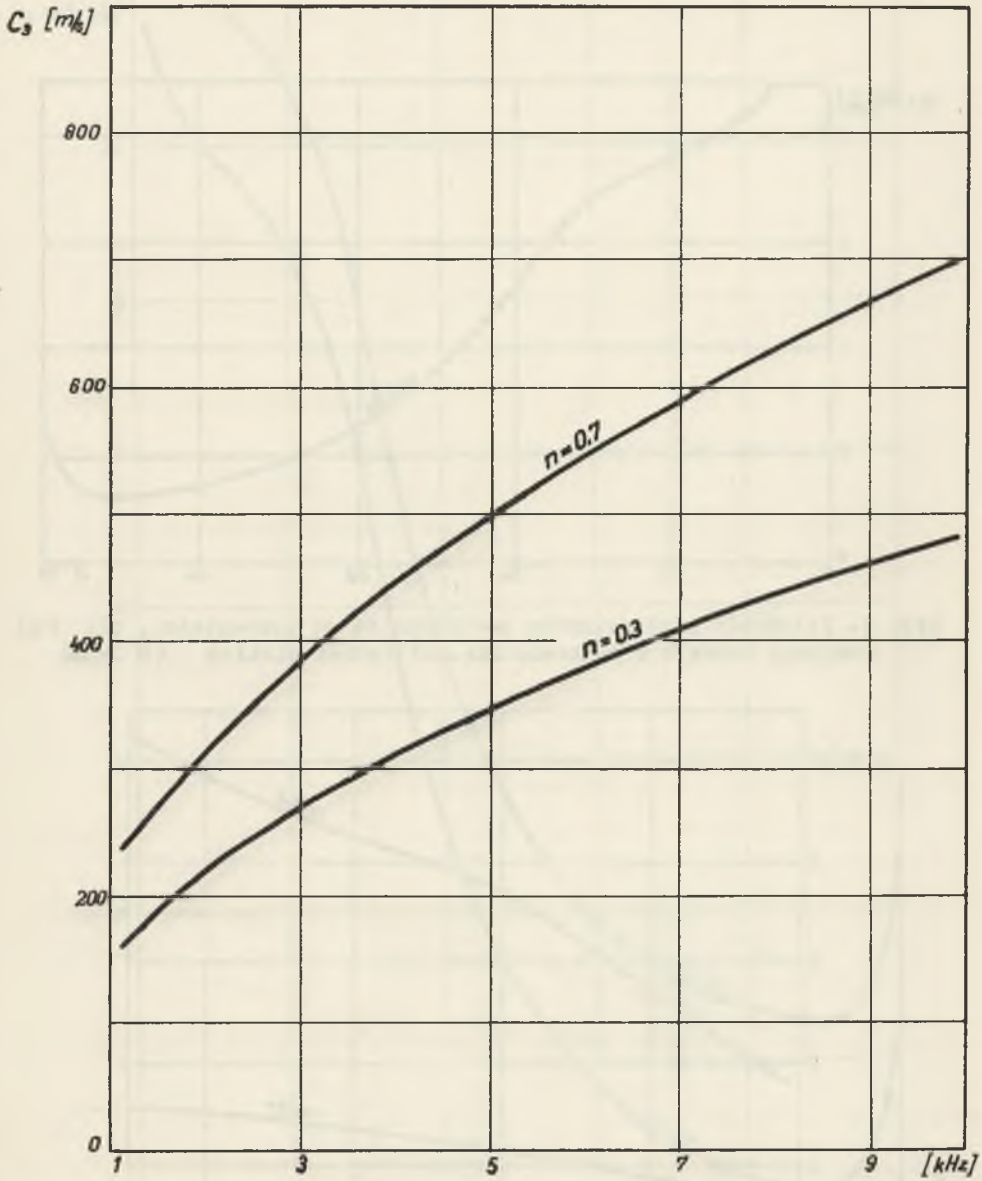
Rys. 3. Zależność współczynnika pochłaniania od częstotliwości dla piasku, dla fal pierwszego rodzaju w zakresie częstotliwości niskich ($K > \omega$)



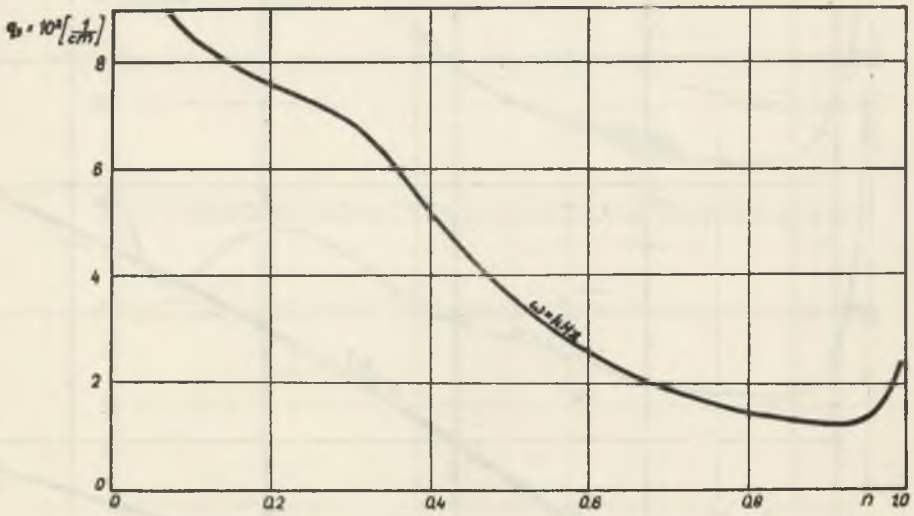
Rys. 4. Zależność współczynnika pochłaniania od porowatości dla piasku, dla fal pierwszego rodzaju w zakresie częstotliwości wysokich ($K < \omega$)



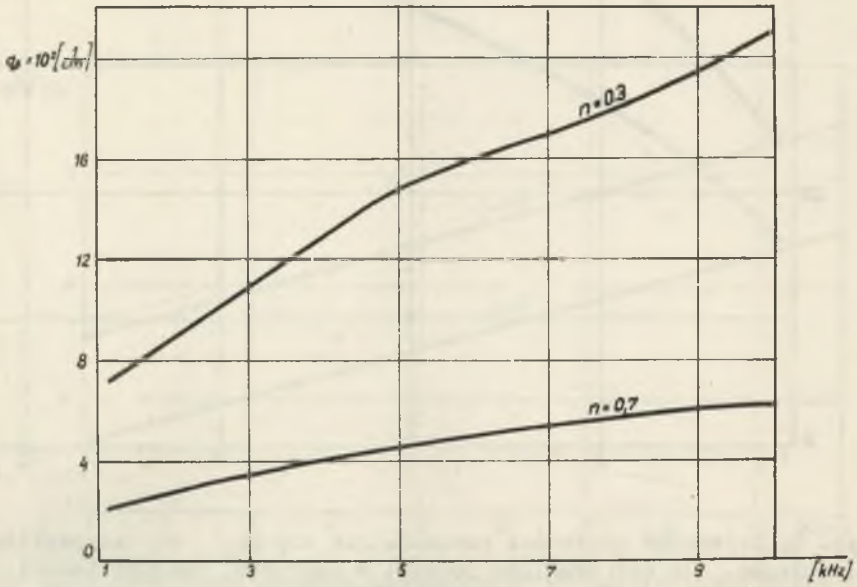
Rys. 5. Zależność współczynnika pochłaniania od częstotliwości dla piasku, dla fal pierwszego rodzaju w zakresie częstotliwości wysokich ($K < \omega$)



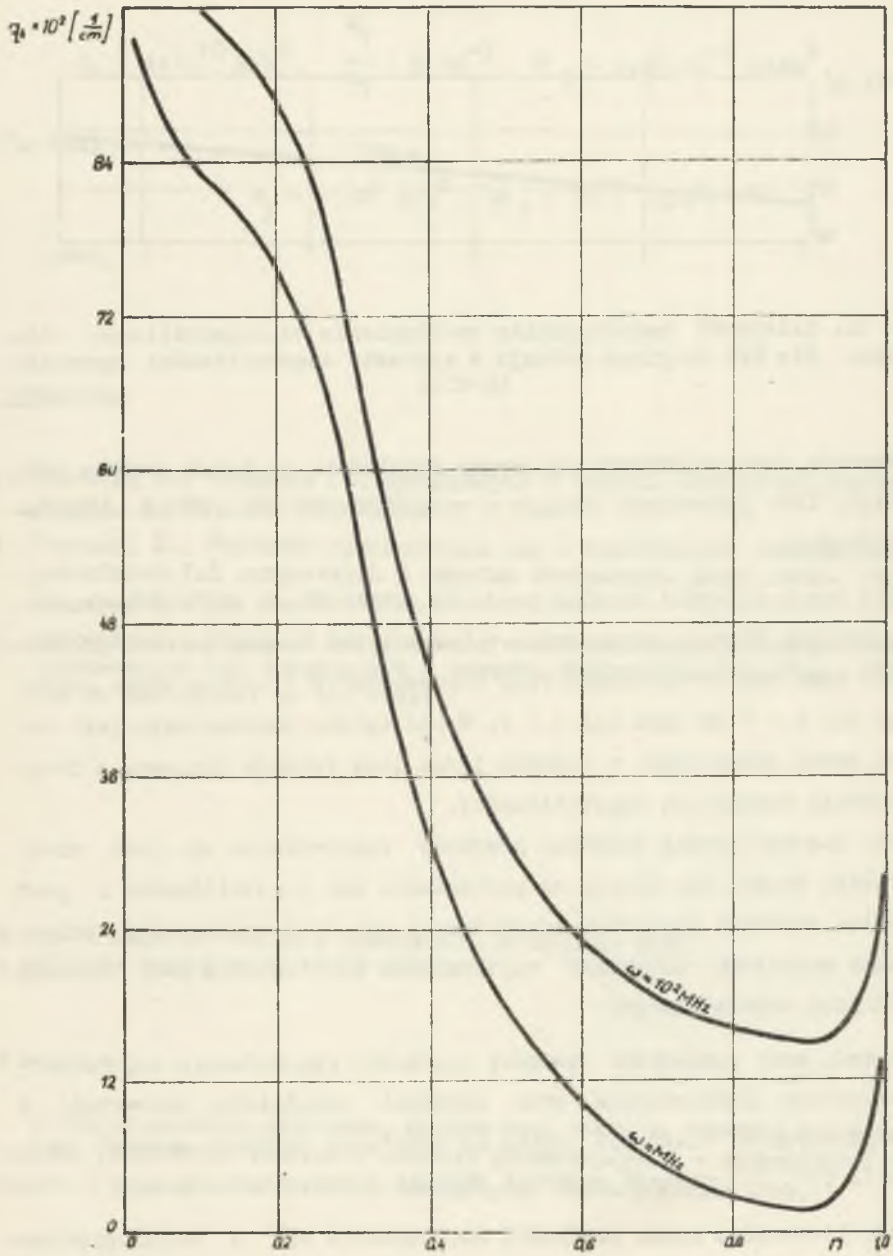
Rys. 6. Zależność prędkości rozchodzenia się (c_3) od częstotliwości dla piasku, dla fal drugiego rodzaju w zakresie częstotliwości niskich ($K > \omega$)



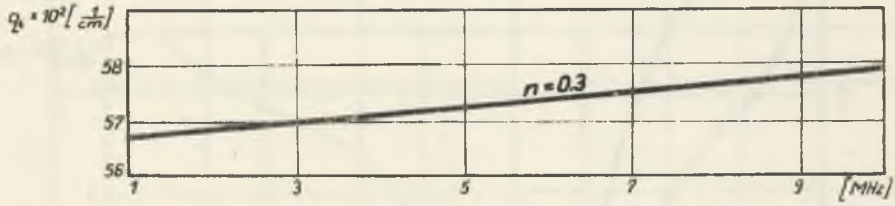
Rys. 7. Zależność współczynnika pochłaniania od porowatości, dla fal drugiego rodzaju w zakresie częstotliwości niskich ($K > \omega$)



Rys. 8. Zależność współczynnika pochłaniania od częstotliwości, dla fal drugiego rodzaju w zakresie częstotliwości niskich ($K > \omega$)



Rys. 9. Zależność współczynnika pochłaniania od porowatości dla piasku, dla fal drugiego rodzaju w zakresie częstotliwości wysokich ($K < \omega$)



Rys. 10. Zależność współczynnika pochłaniania od częstotliwości dla piasku, dla fal drugiego rodzaju w zakresie częstotliwości wysokich ($K < \omega$)

Wskutek tego największe znaczenie praktyczne do badań gruntów będą miały fale pierwszego rodzaju w szczególności dla niskich częstotliwości.

d) Dla częstotliwości niskich prędkość rozchodzenia się fal poprzecznych jest funkcją porowatości i wraz z jej zmianą wartość prędkości waha się od prędkości fali poprzecznej w ziarnach ciała stałego dla n = 0 do zera dla n = 1. Współczynnik pochłaniania jest sumą dwóch składników, z których jeden jest funkcją liniową, a drugi funkcją kwadratową częstotliwości.
Dla częstotliwości wysokich prędkość rozchodzenia się jest wielkością stałą, nie zależy od porowatości ani częstotliwości i jest równa wartości prędkości rozchodzenia się fali poprzecznej w ziarnach szkieletu, natomiast współczynnik pochłaniania jest funkcją liniową częstotliwości.

e) Jeżeli mamy pomierzone wartości prędkości rozchodzenia się i współczynników pochłaniania oraz gęstości składników, porowatość i współczynnik filtracji można na podstawie podanych wyrażeń (4), (5), (6), (7) znaleźć wartości stałych sprężystych gruntu.

Dla ilustracji zmian prędkości rozchodzenia się i współczynników pochłaniania dla fal podłużnych rozchodzących się w gruncie złożonym z piasku i porów wypełnionych wodą podano wykresy tych wielkości w funkcji porowatości i częstotliwości.

Przyjęto następujące dane: dla piasku

$$k_1 = 4\cdot 10^{10}\ N/m^2, \quad \frac{k_1'}{k_1} = 8\cdot 10^{-3}, \quad \varrho_1 = 2{,}65\cdot 10^{-3}\ kg/m^3$$

dla wody

$$k_2 = 2\cdot 10^{9}\ N/m^2, \quad \varrho_2 = 10^{-3}\ kg/m^3.$$

LITERATURA

1. Cerowski Z.: Równania fal sprężystych w ośrodku dwufazowym. Postępy Fizyki, t. XX z.2, 193, 1969.
2. Cerowski Z.: Prędkość rozchodzenia się i współczynnik pochłaniania podłużnych fal sprężystych w ośrodku dwufazowym. Zesz. Nauk. Pol. Śl. s. Mat.-Fiz. z. 17, 1972.
3. Cerowski Z.: Prędkość rozchodzenia się i współczynnik pochłaniania poprzecznych fal sprężystych w ośrodku dwufazowym. Zesz. Nauk. Pol. Śl. s. Mat.-Fiz., z. 17, 1972.

СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И КОЭФИЦИЕНТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ ВОЛН А СВОЙСТВА ЗЕМНОЙ ПОЧВЫ

Р е з ю м е

В статье изложено замечения, которые надо взять во минимание при использовании результатов измерении скорости распространения и коэфициентов поглощения упругих волн к определению упругих свойств земных почв.

VELOCITIES AND ABSORPTION COEFFICIENTS
OF THE ELASTIC WAVES AND PROPRIETIES OF THE GROUND

S u m m a r y

In this paper are publishing comments which ought to take into account to utilitation of the velocities and absorption coefficients elastic waves measurements to charakterize elasticity of the ground.