Seria: AUTOMATYKA z. 83

Nr kol. 888

Edward PRZENIOSŁO

DYNAMIKA INWERTOROW WIELOFAZOWYCH I WIELOOB#ODO#YCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono model matematyczny inwertorów tyrystorowych wielofazowych i wieloobwodowych dla stanow przejsciowych. W wyniku otrzymano operatorowe transmitancje pozwalające wyznaczyć przebiegi przejsciowe zażączania inwertora.

#### 1. Wstep

Celem artykułu jest opracowanie modelu matematycznego inwertora tyrystorowego wieloobwodowego i wielofazowego dla stanów przejsciowych. Na podstawie przeprowadzonej analizy będzie można dobrać elementy układu (rezystancja, indukcyjność, pojemność, ala uzyskania najkorzystniejszych parametrów przebiegu przejsciowego. Do analizy układu zastosowano metodę analityczną widmowo-operatorową dla wartosci srednich. Metoda daje dostateczną i praktyczną informację o procesach i znacznie upraszcza analizę. Metoda ta wykorzystuje zapis sredniej wartości przebiegu za okres i w ten sposób zaciera się informacja o przebiegu w czasie okresu. Wobec tego metoda ta jest tym dokładniejsza, im większa będzie częstotliwość pracy inwertora. W artykule uwzględniono:

- komutację tyrystorów,
- nieskończoną ilosć harmonicznych przy obliczaniu przebiegu przejściowego.

W dalszej częsci zostanie przeprowadzona analiza układów inwertorów wielofazowych i wieloobwodowych [3] [7] składających cię z jednofazowych inwertorów odpowiednio połączonych. Inwertory wielofazowe współpracują z obciążeniem wielofazowym, natomiast inwertory wieloobwodowe składają się z inwertorów jednofazowych współpracujących z jednym wspólnym obciążeniem. Ich ważną zaletą jest kilkakrotne zwiększenie częstotliwosci bez zmiany parametrów dynamicznych (czas wyłączania) tyrystorów.

Odmianą inwertorów wieloobwodowych są inwertory zwane powielaczami częstotliwosci.

### 2. Model matematyczny

Na rys. 1 przedstawiono układ zastępczy m-fazowego inwertora tyrystorowego przyjmując oznaczenia:

Z<sub>r</sub>(p) - impedancja filtru wejściowego,

Z<sub>m</sub>(p) - impedancja obwodów komutacyjnych m-tej fazy,

Z<sub>o</sub>(p) - impedancja obciążenia,

 $\rho_{\rm m}(t)$  - funkcja przełączeń przetwornicy opisująca zależność między napięciami i prądami na wejściu i wyjściu przetwornicy.

Dla schematu zastępczego inwertora tyrystorowego przedstawionego na rys. 1 można napisać następujący układ równań macierzowych opera i wwoczasowych:

$$\begin{bmatrix} U_{01}(p) \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Z_{1}(p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{0}(p) \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I_{01}(p) \end{bmatrix}$$

$$E(p) = I_{w}(p)Z_{f}(p) + U_{w}(p)$$

$$\begin{bmatrix} i_{01}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1}(t) \end{bmatrix} i_{w}(t)$$

$$u_{w}(t) = \begin{bmatrix} u_{01}(t) \end{bmatrix}^{T} [P_{1}(t)]$$
(1)



Rys. 1. Uklad zastępczy m-fazowego inwertora tyrystorowego Fig. 1. The equivalent circuit of the m-phase SCR inverter Rozwiązanie układu równań (1) polega na powiązaniu równań czasowych i operatorowych [2] [6], a następnie przeprowadzeniu operacji uśredniania. W przypadku ogólnym okresowa funkcja przełączeń dla g-tej fazy (1  $\leq$  g  $\leq$  m) może być rozwinięta w szereg trygonometryczny:

$$\mathcal{G}_{g}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{gn} \sin n(\omega t - \alpha_{g}) + \sum_{k=1}^{\infty} B_{gk} \cos k(\omega t - \beta_{fg})$$

Po przekształceniach [4] zależność między prądem i napięciem na wejściu inwertora będzie mieła postać `(zastępoza transmitancja operatorowa):

$$Z_{w}(p) = \frac{U_{w \pm r}(p)}{I_{w \pm r}(p)} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{g=1}^{m} \sum_{n=1}^{\infty} (A_{gn}^{2} + B_{gn}^{2}) \operatorname{Re} Z_{g}(p + jn\omega) + \sum_{k=1}^{\infty} (A_{k}^{2} + B_{k}^{2}) \operatorname{Re} Z_{o}(p + jn\omega) \right], \qquad (2)$$

a dla układu symetrycznego, tzn. takiego, dla którego zachodzą zależności:

$$Z_1(p) = Z_2(p) = \cdots = Z_m(p)$$
,

jest:

$$Z_{w}(p) = \frac{1}{2} \left[ m \sum_{n=1}^{\infty} (A_{mn}^{2} + B_{mn}^{2}) \operatorname{Re} Z_{m}(p + jn\omega) + \sum_{k=1}^{\infty} (A_{k}^{2} + B_{k}^{2}) \operatorname{Re} Z_{o}(p + jk\omega) \right]$$
(3)

Wobec tego wartość zastępozej impedancji obwodu będzie zależeć od rodzaju i przebiegu funkcji przełączeń inwertorów wielofazowych. Transmitancja operatorowa całego układu inwertora będzie

$$I_{w \pm r}(p) = \frac{E_{\pm r}(p)}{pLt + Z_w(p)}$$

Przedstawione zależności pozwalają znaleźć przebiegi czasowe układu przy różnych wymuszeniach.

# 3. Inwertor wielofazowy

Inwertor wielofazowy przedstawiony na rys. 2 współpracuje z wielofazowym obciążeniem i zawsze jeden z tyrystorów jest włączony przez dwa takty sterowania, a w tym samym okresie pracują dwa sąsiednie obwody fazowe.

Funkcję przełączeń g-tej fazy inwertora wielofazowego przedstawiono na rys. 2b, a rozkład jej na szereg Fouriera ma postać:

$$\rho_{g}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_{gn} \sin n(\omega t - \alpha_{g}) + B_{gn} \cos n(\omega t - \beta_{g}) \right] ,$$

gdzie:

$$A_{gn} = \frac{2}{\pi n} (1 + \frac{\sin n\omega t_w}{n\omega t_w}) \cos n \frac{\pi (m-2)}{2m}$$
$$B_{gn} = \frac{2}{\pi \omega t_w n^2} (\cos n\omega t_w - 1) \sin n \frac{\pi (m-2)}{2m}$$

n - liczba naturalna nieparzysta.



Rys. 2. Inwertor wielofazowy a) schemat układu; b) funkcja przełączeń g-tej fazy Fig. 2. The multi-phase inverter

a) the connection diagram; b) the commutation function of the g-th phase

Dla inwertora wielofazowego jest spełniony warunek:

$$\sum_{g=1}^{m} \rho_{g}(t) = 0,$$

czyli zastępcza impedancja obwodu przyjmuje postać:

$$Z_{w}(p) = (1 - \frac{3}{4} \frac{\omega t_{w}}{\pi}) \cdot \frac{2 \sum_{m=1}^{m} \operatorname{Re} Z_{g}(p+jn\omega)}{m}, \qquad (4)$$

gdzie

t<sub>w</sub> - czas wyłączania tyrystorów lub czas komutacji (zależy od typu inwertora: prądowy lub rezonansowy).

Z zależności (4) wynika, że układ wielofazowy można sprowadzić do schematu zastępczego dla układu jednofazowego z obciążeniem będącym podwójną wartością średniej arytmetycznej obciążeń fazowych. Dla najczęściej występującego przypadku symetrycznego obciążenia zachodzi:

$$Z_{w}(p) = (1 - \frac{3}{4} \frac{\omega t_{w}}{2})2 \text{ Re } Z(p + jn\omega)$$

co odpowiada układowi jednofazowemu z zastępczym obwodem składającym się z obwodów dwóch gałęzi.

W literaturze [6] zostało zastosowane uproszczenie polegające na uwzględnieniu tylko pierwszej harmonicznej rozkładu funkcji przełączeń. Założenie to w nieznacznym stopniu upraszcza analizę, ale jest popełniany znaczny błąd cbliczeń wynoszący dla  $\omega t_w = 0$ 

$$m(\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}A_{gn}^2-\frac{1}{2}A_{g1}^2)100\% \approx 18\%$$
.

Przedstawiona analiza oparta na pełnym opisie funkcji przełączeń (wszystkie składowe harmoniczne) nie jest obarczona przedstawionym błędem.

# 4. Inwertor wielcobwodowy

Inwertor wieloobwodowy (rys. 3) współpracuje z jednym obciążeniem i pozwala zwiększyć kilka razy częstotliwość pracy przy niezmienionych parametrach dynamicznych tyrystorów.



Rys. 3. Inwertor wieloobwodowy Fig. 3. The multi-circuit inwerter



Rys. 4. Funkoja przełączeń inwertora wieloobwodowego
a) g-tego obwodu; b) suma funkcji przełączeń dla wszystkich obwodów;
Pig. 4. The commutation function of the multi-circuit inverter;
a) for the g-th circuit; b) the sum of the commutation functions of all circuits

Liczba obwodów - a ze względu na poprawne warunki pracy inwertora może przyjmować tylko wartości nieparzyste. Odpowiednie funkcje przełączeń przedstawiono na rys. 4, a ich rozkład na szereg trygonometryczny jest następujący:

$$\rho_{g}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_{gn} \sin n(\omega t - \alpha_{g}) + B_{gn} \cos n(\omega t - \beta_{g}) \right],$$

$$\sum_{g=1}^{m} \rho_{g}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{n} \sin n \omega t + B_{n} \cos n \omega t),$$

gdzie:

$$A_{gn} = \frac{2}{\pi n} (1 + \frac{\sin n\omega t_w}{n\omega t_w}) \cos n \frac{\pi (m-1)}{2m} ,$$

$$B_{gn} = \frac{2}{\pi \omega t_w n^2} (\cos n\omega t_w - 1) \sin n \frac{\pi (m-1)}{2m} ,$$

$$A_n = \frac{2}{\pi n} (1 + \frac{\sin n\omega t_w}{n\omega t_w}) ,$$

$$B_n = \frac{2}{\pi \omega t_w n^2} (\cos n\omega t_w - 1) ,$$

n - liczba naturalna nieparzysta,

czyli ostatecznie wyrażenie (3) na zastępczą impedancję obwodu przyjmuje postać:

$$Z_{w}(p) = (1 - \frac{3}{4} \frac{\omega t_{w}}{\pi}) \left[ \frac{\sum_{g=1}^{m} \operatorname{Re} Z_{g}(p+jn\omega)}{m} + \operatorname{Re} Z_{o}(p+jn\omega) \right].$$
(5)

Z zależności (5) wynika, że układ wieloobwodowy można sprowadzić do schematu zastępozego [5] dla układu jednofazowego z obciążeniem Z<sub>o</sub> oraz średnią arytmetyczną obciążeń fazowych. Dla najczęściej występującego przypadku symetrycznego obciążenia zachodzi:

$$Z_{w}(p) = (1 - \frac{3}{4} \frac{\omega^{t}_{w}}{\pi}) \left[ \text{Re } Z(p+jn\omega) + \text{Re } Z_{o}(p+jn\omega) \right].$$

# 5. Przypadki szczególnych rozwiązań iswertorów

Najczęściej stosowanym rozwiązaniem wielofazowego inwertora [3] [7] prądu jest układ z równoległymi kondensatorami komutacyjnymi (rys. 5a) i wielofazowym symetrycznym obciążeniem rezystancyjno-indukcyjnym przeważnie trójfazowym połączonym w gwiazdę.



Rys. 5. Równoległy inwertor trójfazowy a) schemat układu; b) schemat zastępczy obciążenia Fig. 5. The parallel three-phase inverter a) the connection diagram; b) the equivalent load circuit

Aby można było zastosować do tego przypadku wyniki analizy, należy przeliczyć obwód kondensatorów komutacyjnych połączonych w trójkąt na równoważny obwód wielofszowy połączony w gwiazdę i wtedy łączny obwód obciążenia i komutacji jednej fazy będzie obwodem (rys. 5b) szeregowo-równoległym. Dla takiego obwodu wielofszowego symetrycznego zależność (4) przyjmuje postać:

$$Z_{w}(p) = 2(1 - \frac{3}{4} \frac{\omega t_{w}}{\pi})$$
.

$$\cdot \frac{p(\omega^2 C L^2 + R^2 C + R)}{p^2 (2\omega^2 C^2 L^2 + R^2 C^2 + 2C L) + 2p R C (1 + \omega^2 C L) + (\omega^2 C L - 1)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \cdot (6)$$



Rys. 6. Obwód oboiążenia i komutacji inwertora wieloobwodowego

Fig. 6. The load and commutation circuit of the multi--circuit inverter.

$$Z_{0}(p) = pL + R,$$
$$Z_{m}(p) = \frac{1}{n!}$$

oraz

$$Z_{w}(p) = (1 - \frac{3}{4} \frac{\omega^{t}}{\pi})(pL + \frac{p^{2}R + p/C + \omega^{2}R}{p^{2} + \omega^{2}})$$
.

Przedstawione wartości zastępczej impedancji operatorowej (6) i (7) pozwalają znaleźć przebiegi czasowe prądów i napięć i wyznaczyć własności , dynamiczne [4] dla najczęściej spotykanych przypadków inwertorów wielofazowych i wieloobwodowych.

#### 6. Pedsumowanie

Przeprowadzona analiza wykazała, że można przeprowadzić jedną uogólnioną analizę dla układów wielofazowych i wieloobwodowych z asymetrią obciążenia przy uwzględnieniu:

- pracy inwertora przy wielkich częstotliwościach,
- komutacji tyrystorów,
- nieskończonych ilości harmonicznych rozkładu funkcji przełączeń.

Z zależności (4) i (5) wynika, że układy wielofazowe sprowadza się do sobematu zastępczego dla układu jednofazowego z obciążeniem będącym:

- podwójną wartością średniej arytmetycznej obciążeń fazowych dla inwertora wielofazowego z rys. 2,

Zależność (6) jest słuszna przy spełnieniu warunków RC«1 i L/R«1. Przyjęcie takiego założenia (spełnione dla praktycznych układów) pozwala ograniczyć stopień mianownika transmitancji wejściowej układu inwertora z filtrem wejściowym L<sub>f</sub> do stopnia trzeciego i uprościć analizę. W przypadku inwertora wieloobwodowego

symetrycznego najczęściej spotykanym rozwiązaniem [3] [7] jest włączenie (rys. 3) szeregowego obciążenia wspólnego w miejsce impedanoji Z<sub>o</sub>, a kondensatorów komutacyjnych w miejsce impedancji Z<sub>m</sub> (rys. 64). Obwód obciążenia i komutacji jest obwodem szeregowym i wtedy zachodzi: - sumą obciążenia wspólnego i średniej arytmetycznej obciążeń fazowych dla inwertora wieloobwodowego z rys. 3.

Należy zaznaczyć, że przedstawione wyniki odnoszą się także dla następujących modyfikacji rozpatrywanych układów:

- wielofazowy inwertor prądu z diodami odcinającymi,
- wielofazowy dwumostkowy inwertor prądu,
- wieloobwodowe inwertory rezonansowe itp.

W każdym przypadku należy przystosować wyrażenie uogólnione na funkcję przełączeń do specyfiki pracy obliczonego układu.

Dla najczęściej stosowanych rozwiązań inwertorów wielofazowych i wieloobwodowych przedstawione zostały wartości zastępczej impedancji operatorowej. Na podstawie przedstawionych zależności można otrzymać stosując obliczenia maszynowe przebiegi czasowe: startu, wyłączenia inwertora oraz zmien obciążenia.

#### LITERATURA

- Antonow B.M., Labuncow W.A., Słuczanko E.I.: Pribliżiennyj metod issliedowanija pieriechodnych prociessow w słożnych prieobrazowatielnych sistiemach. Elektricziestwo 7/1984.
- Kutkowieckij W.Ja.: Modielirowanije raboty triechfaznowo tiristornowo kommutatora s pomoszczju pieriekluczajuszczich funkcji. Elektricziestwo 4/1984.
- [3] Cziżienko I.M: Sprawocznik po prieobrazowatielnoj tiechnikie. Tiechnika. Kijew 1978.
- [4] Przeniosło E.: Dynamika inwertorów tyrystorowych wielkiej częstotliwości. Praca doktorska. Politechnika Śląska 1979.
- [5] Przeniosło E.: Schematy zastępcze inwertora tyrystorowego dla stanów przejściowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Automatyka z. 66.
- [6] Tółstow G.Ju., Merabiszwili P.F.: Issliedowanije ustanowiwszicheja i pieriechodnych prociessow w wientilnych prieobrazowatieliach (awtonownych inwiertorach) po usriedniennych wieliczinach. Elektricziestwo 7/1973.
- [7] Tunia H., Smirnow A., Nowak M., Barlik R.: Układy energoelektroniczne, obliczanie, modelowanie, projektowanie. WNT. Warszawa 1982.

Recenzent: Doc. dr inż. Jerzy LUCINSKI

Wpłynężo do Redakcji 16.05.85 r.

102

NCCRETOBAHNE THHAMNKN WHOLOGASHMX N MHOLOGASHX VEROBMX VEROBMAR ABTOHOWHMX NHBEDTODOB

#### Резюме

В статье представлена матиматическая модель тиристорных многофазных и многоячейковых инверторов для переходных процессов. В результате получены операторные трансформации, дающие возможность вычислять кривые переходных процессов при пуске инвертора.

# DYNAMIC PROPERTIES OF MULTI-PHASE AND MULTI-CIRCUIT INVERTERS

#### Summary

The mathematical model of the multi-phase and multi-oircuit SCR inverters describing their transient states is presented. The inverters are analyzed using the spectral-operator analysis method for the mean values. The equivalent circuit of a general SCR inverter is described by the set of matrix operator - and time-equations. This equation set solution is based on linking together of the operator and time equations then executing of an averaging procedure. As a result the operator transfer function of the inverter is obtained which helps to determine voltage and current waveforms for different inputs and loads. As follows from the calculations the multi-phase circuit can be substituted by the equivalent circuit of the single-phase inverter with the load equal to the doubled mean value of the individual phase loads. The multi-circuit inverter can be reduced to the single-phase equivalent circuit baving the common load connected in series with the mean value of the individual phase loads. For the most common inverter load (serial connection of the resistance and inductance character load and the commutation capacitor) the equivalent impedance values can be derived from the relations presented.