

Jerzy Sękowski

MODEL PODŁOŻA WG L. BARDENA  
W ZASTOSOWANIU DO UKŁADU WARSTW POZIOMYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki analizy adekwatności modelu podłoża wg Laing Bardena jako schematu podłoża uwarstwionego z wykorzystaniem półprzestrzeni sprężystej J. Boussinesqu'a i metody elementów skończonych.

Przeprowadzona analiza wykazała nieadekwatność przyjmowanego modelu w niektórych przypadkach i doprowadziła do interesującej propozycji określania przemieszczeń w<sub>o</sub> powierzchni równomiernie obciążonej w obszarze prostokątnym.

Wstęp

Analizę stanu naprężenia i odkształcenia ośrodka gruntowego poziomo uwarstwionego można uzyskać m.in. przy pomocy szeregu trygonometrycznych oraz teorii podłoża uwarstwionego metodą elementów skończonych [4]. L. Barden [1], [2] wykorzystując analogię, iż zarówno uwarstwienie jak i anizotropia deformują rozkład naprężeń w obciążonym ośrodku gruntowym, zaproponował wykorzystanie wprowadzonego przez siebie modelu anizotropowej półprzestrzeni sprężystej w analizie obciążonego, poziomo uwarstwionego podłoża gruntowego.

Zakresem swoim artykuł niniejszy obejmuje analizę adekwatności ww. modelu jako schematu podłoża dwuwarstwowego poziomo uwarstwionego.

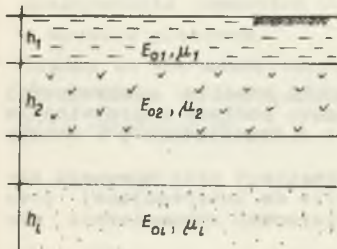
Traktować go zatem należy jako przyczynek do szerszej analizy podłoża dowolnie obciążonego i uwarstwionego, z pełniejszym wykorzystaniem ETO, a zmierzającej do bardziej dokładnego i poprawnego ujęcia stanu naprężenia i odkształcenia w ośrodku gruntowym. Do analizy tej wykorzystano rozwiązanie wg półprzestrzeni sprężystej oraz teorii podłoża uwarstwionego metodą elementów skończonych.

Obliczenia wykonano w ZETO Politechniki Śląskiej.

1. Wyznaczanie stałych materiałowych

W przypadku korzystania z modelu L. Bardena zagadnieniem pierwszoplanowym jest określenie stałych materiałowych, charakteryzujących ośrodek gruntowy [1],[2].

Dla podłoża niejednorodnego skokowo, poziomo uwarstwionego z  $k$  warstw o odpowiednich stałych sprężystych  $E_{oi}, \mu_i$  i miąższościach  $h_i$  (rys. 1) L. Barden [2] proponuje następujący sposób wyznaczania zastępczych uogólnionych modułów ścisłości.



$$\frac{1}{E_{ovz}} = \frac{1}{\sum_i h_i} \sum_i \frac{h_i}{E_{oi}} \quad (1)$$

$$E_{ohz} = \frac{\sum_i E_{oi} \cdot h_i}{\sum_i h_i}$$

a tym samym

$$n = \frac{E_{ohz}}{E_{ovz}} \quad (2)$$

Rys. 1. Schemat podłoża gruntowego poziomo uwarstwionego

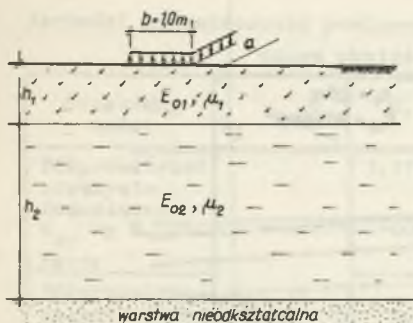
Przyjmując za R. Tokarzem [3], bardziej interesujący wydaje się pomysł określania zastępczych modułów ścisłości jak niżej,

$$E_{ovT} = \frac{\sum_{i=1}^k \tilde{\sigma}_{sr} \cdot \eta_i^z \cdot h_i}{\sum_{i=1}^k \left[ \frac{\tilde{\sigma}_{sr} - \sigma_{z=0}}{E_{oi}} + \frac{\sigma_{z=0}}{E''_{oi}} \right] \cdot \eta_i^z \cdot h_i} \quad (3)$$

$$E_{ohT} = \frac{\sum_{i=1}^k \tilde{\sigma}_{sr} \cdot \eta_i^x \cdot h_i}{\sum_{i=1}^k \left[ \frac{\tilde{\sigma}_{sr} - \sigma_{z=0}}{E_{oi}} + \frac{\sigma_{z=0}}{E''_{oi}} \right] \cdot \eta_i^x \cdot h_i}$$

## 2. Analiza koncepcji L. Bardena

Jako podstawa analizy służyło podłożę dwuwarstwowe poziomo uwarstwione. W prowadzonych rozważaniach traktowano przyjęty schemat jako posiadający każdorazowo ten sam układ warstw, lecz zmienne ich miąższości w ramach rozważanej głębokości  $6b$  oraz zmienny stosunek modułów ścisłości tychże warstw (rys. 2).



Rys. 2. Schemat podłoża gruntowego uwarstwionego poziomo przyjęty do analizy

Dla schematu przyjęto:

$$\begin{aligned}
 a &= 10 \text{ b} \\
 b &= 1.0 \text{ m} \\
 h_1 &= 0.5 \text{ b}; \text{ b}; 2 \text{ b}; 4 \text{ b}; \\
 h_1 + h_2 &= 6 \text{ b} \\
 q &= 1.0 \text{ kG/cm}^2 \\
 \mu_1 &= 0.25 \\
 \mu_2 &= 0.35 \\
 E_{O2} &= 80 \text{ kG/cm}^2 \\
 \beta &= E_{O1} : E_{O2} = 0.5 \div 20
 \end{aligned}$$

Ponadto przyjęto założenie:

$$\mu_{i1} = \mu_{i2} = \mu_{i3} = \mu_i$$

oraz

$$\mu_{sr} = \frac{\sum h_i \cdot \mu_i}{\sum h_i}$$

Przyjęcie takich parametrów obciążenia podyktowane zostało chęcią porównania otrzymanych wyników z rozwiązaniami uzyskanymi metodą elementów skończonych [4].

W prowadzonej analizie określono wielkości przemieszczeń powierzchni obciążonej  $w_0$  oraz rozkład naprężeń  $\sigma_z$  w osi pod środkiem geometrycznym obciążenia.

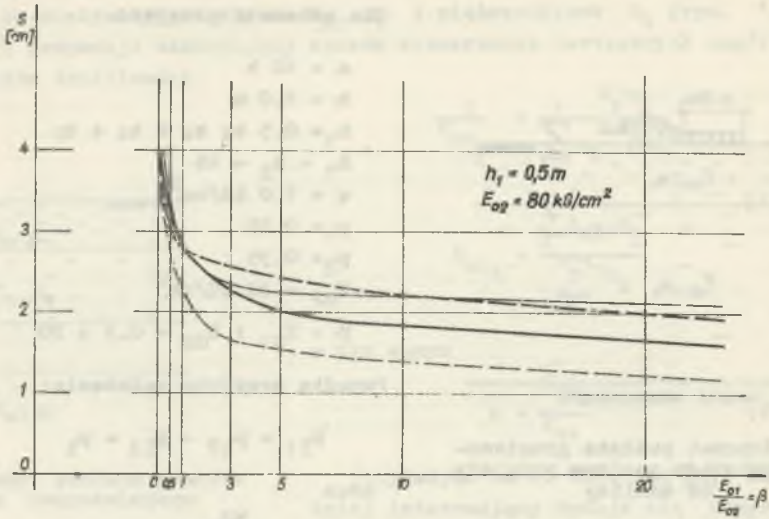
Obliczenia wykonano na EMC ODRA 1204 wg programu SGB-73U [5] oraz PLAIN-FINEL [4].

Przyjętymi w rozwiązaniach modelami były:

- półprzestrzeń sprężysta izotropowa,
- półprzestrzeń sprężysta anizotropowa wg L. Bardena,
- podłożo uwarstwione (metodą elementów skończonych).

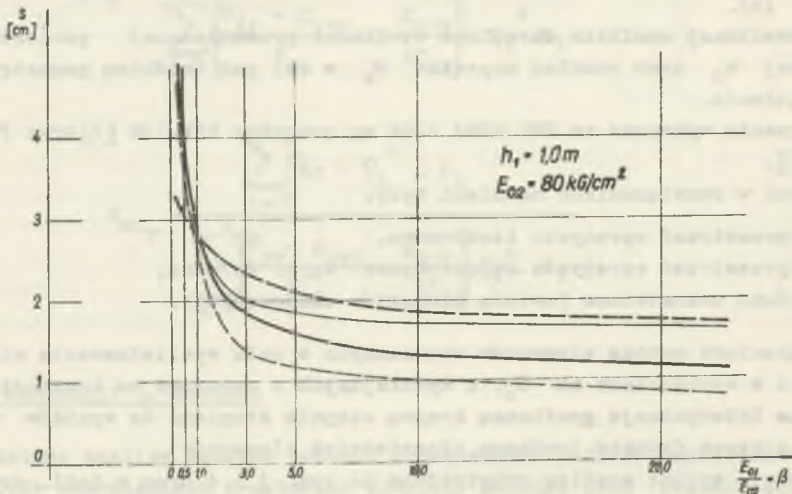
W rozwiązaniach metodą elementów skończonych w celu wyeliminowania niedokładności w wartościach na  $\sigma_z$ , a wynikających z zaburzeń na krawędziach, stosowano interpolację graficzną krzywą stopnia drugiego do wyników najbardziej dokładniejszych (punkty środkowe odpowiednich elementów).

Ciekawsze wyniki analizy przytoczono na rys. 3 i 4 oraz w tabl. nr 1.



Rys. 3. Wartości przemieszczeń powierzchni obciążonej  $w_0$  pod środkiem geometrycznym obciążenia dla różnych  $\beta$  w [cm]

- półprzestrzeń anizotropowa z proponowaną modyfikacją
- - - półprzestrzeń anizotropowa wg L. Bardena
- · - · - półprzestrzeń sprężysta wg Boussinesga
- · · · teoria podłoża uwarstwionego metodą elementów skończonych



Rys. 4. Wartości przemieszczeń powierzchni obciążonej  $w_0$  pod środkiem geometrycznym obciążenia dla różnych  $\beta$  w [cm]

- półprzestrzeń anizotropowa z proponowaną modyfikacją
- - - półprzestrzeń anizotropowa wg L. Bardena
- · - · - półprzestrzeń sprężysta wg Boussinesga
- · · · teoria podłoża uwarstwionego metodą elementów skończonych

Tablica 1

Wartości przemieszczeń powierzchni obciążonej  $w_0$  pod środkiem geometrycznym obciążenia dla różnych  $\beta$  i  $h_1$  [cm, %]

Stosowany model	$h_1 \backslash \beta$	0,5	3,0	5,0	10,0	20,0
Półprzestrzeń sprężysta Boussinesqa $E_{ov}$ wg R. Tokaria	0,5 m	3,47 cm	2,32 cm	2,23 cm	2,17 cm	2,13 cm
$E_{ov}$ wg R. Tokaria		100%	100%	100%	100%	100%
Półprzestrzeń anizotropowa $E_{ov}$ wg L. Bardena		86,7%	108%	107,8%	100,9%	91,6%
$E_{ov}$ wg R. Tokaria		99,1%	96,7%	91,8%	84,8%	75,9%
Podłoże uwarstwione. Metodą elementów skończonych		80,8%	70,0%	67,9%	63,3%	58,1%
Półprzestrzeń sprężysta Boussinesqa $E_{ov}$ wg R. Tokaria	1,0 m	3,98 cm	1,98 cm	1,83 cm	1,70 cm	1,64 cm
$E_{ov}$ wg R. Tokaria		100%	100%	100%	100%	100%
Półprzestrzeń anizotropowa $E_{ov}$ wg L. Bardena		76,0%	117,3%	116,8%	108%	103,0%
$E_{ov}$ wg R. Tokaria		98,1%	93,1%	89,6%	77,2%	71,5%
Podłoże uwarstwione. Metodą elementów skończonych		95%	67,7%	64,9%	59,0%	50,5%

### 3. Wnioski

W rozważonym zakresie przypadków:

1. Uzyskane wartości naprężeń  $\sigma_z$  dla półprzestrzeni anizotropowej przy  $0,1 < \beta < 10$  nieznacznie odbiegają od wartości uzyskanych dla klasycznej półprzestrzeni  $[\Delta\sigma_z \in (-2\% \div +2,0\%)]$ .

2. Przy znacznych wartościach  $\beta$  ( $0.1 > \beta > 10$ ) rozbieżności te dochodzić mogą do 6%.
3. W przypadku operowania modelem anizotropowej półprzestrzeni sprężystej, uzyskujemy polepszenie rozwiązań na  $w_0$  w stosunku do rozwiązań dla półprzestrzeni izotropowej charakteryzowanej modułem  $E_{ov}$  wg L. Bardena.
4. Należy jednakże stwierdzić, że model L. Bardena przy obliczaniu przemieszczeń  $w_0$  dla przypadku  $\beta > 1$  w stosunku do klasycznej półprzestrzeni jest nieadekwatny. Daje on wyniki wyższe niż półprzestrzeń Bousinesqa.
5. Dla przypadku  $\beta < 1$  uzyskane wyniki na przemieszczenie powierzchni obciążonej są znacznie mniejsze niż uzyskane dla półprzestrzeni sprężystej.
6. Interesującą, tak ze względu na efekty jak i prostotę obliczeń, wydaje się propozycja operowania przy wyznaczaniu wartości przemieszczeń powierzchni obciążonej modelem półprzestrzeni anizotropowej wg L. Bardena, z wykorzystaniem jednakże w wyrażeniu na  $w_0$  [2] modułu  $E_{ov}$  wyznaczonego według R. Tokaria (wzór 4). Propozycja ta dotyczy jedynie przypadku, gdy  $\beta > 1$ .

$$w_0 = \frac{2q \cdot I}{E_{ovT}} \left\{ \ln \left[ \frac{b}{c} + \sqrt{\left(\frac{b}{c}\right)^2 + 1} \right] + \ln \left[ \frac{c}{b} + \sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1} \right] - \ln \left[ \frac{a}{b} + \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1} \right] - \ln \left[ \frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1} \right] \right\} \quad (4)$$

#### LITERATURA

- [1] Barden L.: Stresses and displacements in a cross anisotropic soil. Geotechnique 13.2.1962.
- [2] Barden L.: Distribution of contact pressure under foundation. Geotechnique, 12.3.1962.
- [3] Gorbunow-Possidow M.J.: Obliczanie konstrukcji na podłożu sprężystym. Wyd. Bud. i Arch., 1956.
- [4] Gryczmański M.: Analiza statyczna dowolnie uwarstwionego podłoża budowlą metodą elementów skończonych. Rozprawa doktorska. Zeszyty Naukowe WSI Opole, 1976.
- [5] Sękowski J.: Naprężenia i przemieszczenia w anizotropowej półprzestrzeni pod obciążeniem pionowym równomiernie rozłożonym w obszarze prostokątnym. Archiwum Hydrotechniki, 3-4.1975.

МОДЕЛЬ ОСНОВЫ ПО ЛАИНГ БАРДЕНУ ПРИМЕНИТЕЛЬНО  
К СИСТЕМЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЛОЕВ

## Р е з ю м е

В работе представлены результаты анализа адекватности модели основы по Лаинг Бардену в качестве схемы слоистой основы с использованием упругого полупространства Бюссинеска и методы конечных элементов.

Проведенный анализ показал неадекватность применяемой модели в некоторых случаях и привёл к интересным выводам, указывающим на способы определения деформации в  $\sigma_0$  равномерно нагруженной поверхности на прямоугольной площади.

LAING BARDEN'S SUBSOIL MODEL APPLIED TO THE SYSTEM  
OF HORIZONTAL STRATA

## S u m m a r y

In the paper some results of the Laing Barden's subsoil model adequateness analysis, as a scheme of the stratified subsoil has been presented. At the same time the solutions were suggested applying Boussinesque's half-space and the finite elements method. The carried out analysis has proved inadequateness of the applied model in some cases and has led to the interesting suggestion of determining the alternately loaded area.