

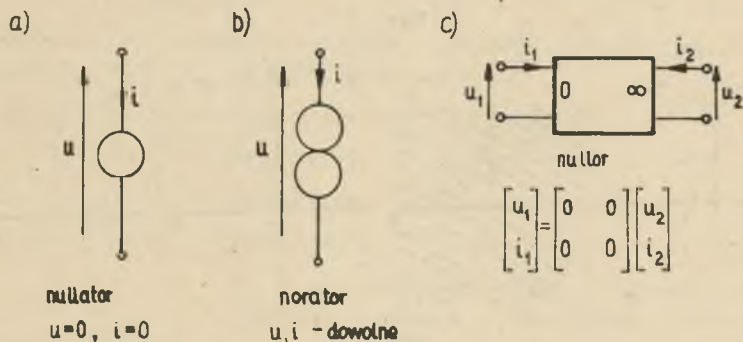
Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

Instytut Podstawowych Problemów Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki ŚląskiejELEMENTY OSOBLIWE I ROZSZERZENIE POJĘCIA KOMUTATORA  
W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH

**Streszczenie.** Pokazano zastosowanie algebry Boole'a do opisu układów złożonych z elementów osobliwych oraz sposób szukania dla nich sieci równoważnych. Zdefiniowano komutator elektryczny jako parametryczny dwójnik osobliwy oraz podano jego modele teoretyczne z zastosowaniem źródeł sterowanych o zmiennym współczynniku wzmocnienia.

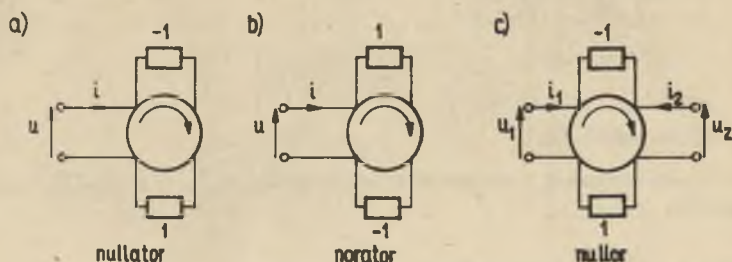
## 1. WSTĘP

W roku 1961 Carlin i Youls [1] wprowadzili pojęcie elementów osobliwych nullatora, noratora oraz nullora, zwanych także patologicznymi lub zdegenerowanymi, w których wartości napięć i prądów określa się tylko jako zerowe lub dowolne (rys. 1).



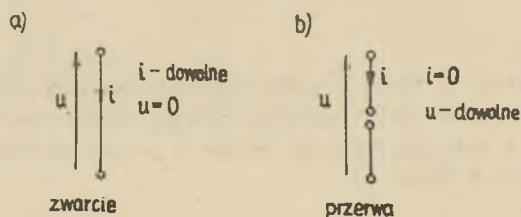
Rys. 1

Teoretycznie mogą one być zamodelowane za pomocą źryratora lub cyrkulatora w układach podanych na rys. 2. Są one jednak nierealizowalne fizycznie, gdyż posiadają nieskończenie dużą czułość na zmiany elementów układu.

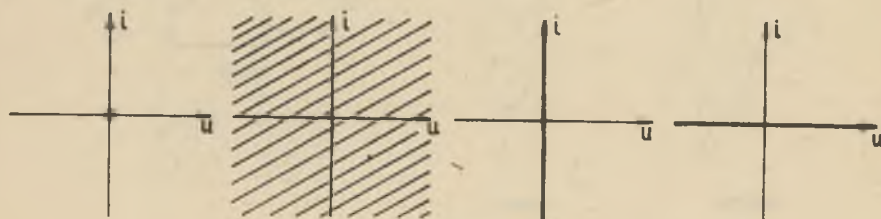


Rys. 2

Elementy te posłużyły następnie do modelowania układów aktywnych, takich jak: invertory [2], zyratory [3], źródła sterowane [4], invertory dodatkowo impedancyjne [6] oraz uogólnione konwertory impedancyjne [7], zawierające tranzystory lub wzmacniacze operacyjne. Do dwójników osobliwych zostały także zaliczone idealne zwarcie oraz przerwa w układzie elektrycznym [5] (rys. 3).



Rys. 3



Rys. 4

Dwójnikom osobliwym odpowiadają pewne zbiory punktów na płaszczyźnie  $i$ - $u$  przedstawione na rys. 4. Są to dla nullatora punkt  $(0,0)$ , dla noratora cała płaszczyzna, dla zwarcie oś  $i$ , dla przerwy oś  $u$ .

Jak wynika z dotychczasowych zastosowań, dwójniki osobliwe umożliwiają modelowanie idealnych układów przenoszących sygnał prądu lub napięcia przy

zerowej mocy (np. idealne źródła sterowane), występując w nich jako elementarne części składowe obwodu.

2. ZASTOSOWANIE ALGEBRY BOOLE'A DO OPISU ELEMENTÓW OSOBLIWYCH

Wprowadźmy odwzorowanie zbioru liczb rzeczywistych  $R$  w zbiór dwielementowy  $\{0,1\}$  w następujący sposób:

- jeżeli  $x \in R$  i może przyjmować wartość dowolną, to odpowiada jej element "1" ze zbioru  $\{0,1\}$
  - jeżeli  $x \in R$  i jest równa tylko zero, to odpowiada jej element "0" ze zbioru  $\{0,1\}$
- (1)

Zakłada się, że elementy zbioru  $\{0,1\}$  spełniają działania algebry Boole'a (negacja, alternatywa, koniunkcja, równoważność).

Korzystając z powyższego odwzorowania, napięcia i prądy dwójników osobliwych można także określić jako elementy ze zbioru  $\{0,1\}$ . Zatem każdy taki dwójnik można opisać formułą boolowską o następującej postaci:

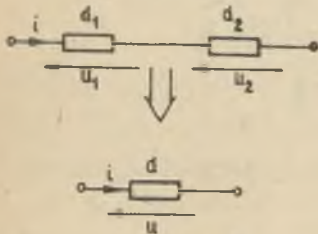
$$A_i + B_u = 0, \tag{2}$$

gdzie:

- $A, B$  - operatory logiczne mogące przyjmować wartości ze zbioru  $\{0,1\}$
- $i, u$  - prąd i napięcie
- " $\cdot$ ", "+", "=" - odpowiednio działania logicznego mnożenia, dodawania i równoważności.

Zatem własności tak opisanego dwójnika osobliwego określa jednoznacznie para operatorów  $\{A, B\}$ . Można więc napisać:

- $1i + 1u = 0 \rightarrow \{1,1\}$  - dla nullatora,
- $1i + 0u = 0 \rightarrow \{1,0\}$  - dla przerwy,
- $0i + 1u = 0 \rightarrow \{0,1\}$  - dla zwarcia,
- $0i + 0u = 0 \rightarrow \{0,0\}$  - dla noratora.



Rys. 5

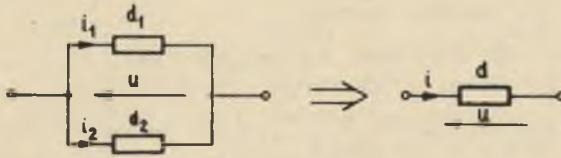
Poszukiwanie dwójników osobliwych równoważnych do danych i połączonych w pewną sieć sprowadza się do wykonania odpowiednich działań logicznych na opisujących je operatorach. Połączenie szeregowe dwójników osobliwych  $d_1, d_2$  (rys. 5), opisanych formułami (3) i (4), jest równoważne dwójnikowi  $d$  opisanemu relacją (5).

$$d_1 : A_1 i + B_1 u_1 = 0 \tag{3}$$

$$d_2 : A_2 i_1 + B_2 u_2 = 0 \quad (4)$$

$$d : (A_1 + A_2) i_1 + (B_1 + B_2) u = 0 \quad (5)$$

Połączenie równoległe dwójników osobliwych  $d_1, d_2$  (rys. 6), opisanych formułami (6), (7), jest równoważne dwójnikowi  $d$  opisanemu relacją (8).

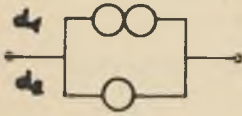


Rys. 6

$$d_1 : A_1 i_1 + B_1 u = 0 \quad (6)$$

$$d_2 : A_2 i_2 + B_2 u = 0 \quad (7)$$

$$d : (A_1 + A_2) i_1 + (B_1 + B_2) u = 0 \quad (8)$$

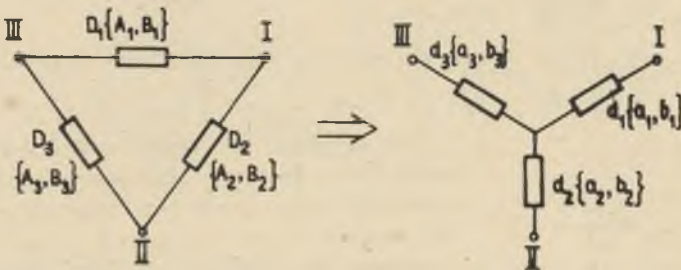


Rys. 7

Przykład 1: Znaleźć dwójnik osobliwy równoważny równoległemu połączeniu noratora i nullatora (rys. 7).

Na podstawie (8) otrzymuje się  $(0 + 1) i_1 + (1 + 0) u = 0$ , czyli  $0 i_1 + 1 u = 0$ .

Z relacji (2) wynika, że dwa dwójniki osobliwe  $d_1$  i  $d_2$  można uważać za równoważne, jeżeli opi-

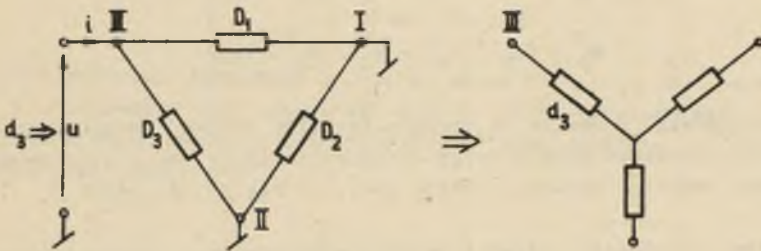


Rys. 8

sują je jednekowe pary operatorów  $A_1, B_1$  oraz  $A_2, B_2$ . Umożliwia to dokonywanie transfiguracji trójkątów osobliwych o strukturze trójkąta na strukturę gwiazdy (rys. 8).

Należy w tym celu określić formuły boolowskie wiążące operatory  $A_k, B_k$  opisujące dwójniki trójkąta z operatorami  $a_k, b_k$ , opisującymi dwójniki równoważnej gwiazdy. Dokonać tego można dwoma sposobami:

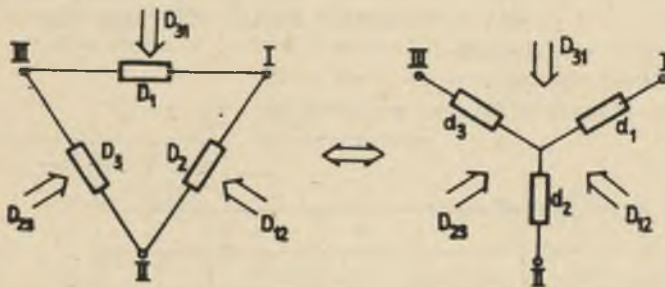
- a) Uziemiacz kolejno dwa wierzchołki trójkąta, a otrzymany w ten sposób dwójnik widziany między trzecim wierzchołkiem a ziemią będzie równoważny dwójnikowi w ramieniu gwiazdy wychodzącym z tego wierzchołka (rys. 9).



Rys. 9

Odpowiada on wtedy równoległemu połączeniu dwójników trójkąta stykających się z tym wierzchołkiem.

- b) Pozostawiając wierzchołki trójkąta nieobciążone, zakłada się równoważność odpowiednich dwójników  $D_{k1}$  widzianych między kolejnymi wierzchołkami w trójkącie i gwiazdzie i na podstawie opisujących je równań określa się zależności między operatorami opisującymi dwójniki składowe  $D_k$  i  $d_k$  (rys. 10).



Rys. 10

Zależności te na podstawie relacji (5) i (8) mają postać:

$$\left. \begin{aligned} A_1(A_2 + A_3) &= a_3 + a_1 = k_1 \\ A_2(A_3 + A_1) &= a_1 + a_2 = k_2 \\ A_3(A_1 + A_2) &= a_2 + a_3 = k_3 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 + (B_2 \cdot B_3) &= b_3 \cdot b_1 = l_1 \\ B_2 + (B_1 \cdot B_3) &= b_1 \cdot b_2 = l_2 \\ B_3 + (B_2 \cdot B_1) &= b_2 \cdot b_3 = l_3 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

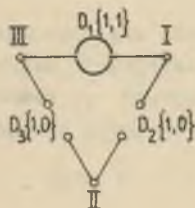
Sposób pierwszy prowadzi do określenia tylko jednego równoważnego układu gwiazdy, natomiast sposób drugi pozwala określić wszystkie równoważne do zadanego trójkąta gwiazdy, jeżeli jest ich więcej niż jedna.

Przykład 2: Określić trójniki gwiazdowe równoważne trójkątowi osobliwemu przedstawionemu na rys. 11, zawierającemu nullator oraz dwie przerwy.

W oparciu o relacje (9) i (10) otrzymuje się:

$$k_1 = k_2 = k_3 = 1 \quad (11)$$

$$l_1 = 1, \quad l_2 = l_3 = 0 \quad (12)$$



Rys. 11

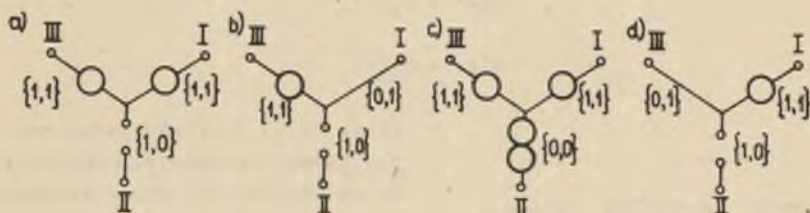
Wynik (11) równoważny jest czterem wariantom wartości operatorów  $a_1, a_2, a_3$  przedstawionym w tabeli I. Natomiast wyniki (12) dają wartości operatorów:

$$b_1 = b_3 = 1, \quad b_2 = 0$$

Tabela I

$a_1$	1	0	1	1
$a_2$	1	1	0	1
$a_3$	1	1	1	0

Zatem trójnik z rys. 11 posiada cztery równoważne układy gwiazdowe przedstawione na rys. 12.



Rys. 12

Sposobem pierwszym otrzymuje się tylko układ a) z rys. 12, natomiast układ c) równoważny jest pokazanemu w pracy [8]. Powyższą metodę określania układów osobliwych równoważnych można łatwo uogólnić na dowolne wielobiegunniki n-zaciskowe.

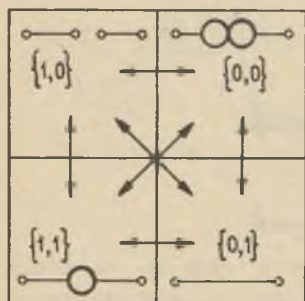
### 3. KOMUTATOR ELEKTRYCZNY JAKO PARAMETRYCZNY DWÓJNIK OSOBLIWY

Klasyczny idealny komutator elektryczny jest to osobliwy dwójnik parametryczny, który zmienia swój stan z przerwy na zwarcie lub odwrotnie. Oznacza to dla opisujących go operatorów logicznych zmianę ich obu wartości z 1 na 0 i odwrotnie.

$$\{1, 0\} \rightleftharpoons \{0, 1\} \tag{13}$$

Analogicznie można dokonywać zmiany wartości operatorów dla innych par dwójników osobliwych. Prowadzi to do otrzymania sześciu komutatorów, których przejścia przedstawione są strzałkami w tabeli II. Komutacji klasycznej przerwy-zwarcie oraz komutacji nullator-norator (oznaczonych strzałkami na przekątnych tabeli II) odpowiada logiczne działanie negacji obu opisujących je operatorów A, B.

Tabela II



$$\{A_2, B_2\} = \{\bar{A}_1, \bar{B}_1\} \tag{14}$$

Natomiast pozostałe cztery rodzaje komutacji otrzymuje się przez zanegowanie tylko jednego z operatorów opisujących.

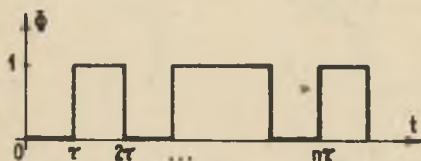
W ogólnym przypadku element komutujący można opisać relacje:

$$A(t)1 + B(t)u = 0, \quad (15)$$

w której  $A(t)$  oraz  $B(t)$  są operatorami niestacjonarnymi, czyli:

$$A(t) = \bar{\Phi}_A(t), \quad (16)$$

$$B(t) = \bar{\Phi}_B(t), \quad (17)$$



Rys. 13

gdzie  $\bar{\Phi}(t)$  jest zerojedyneką funkcją czasu. Zakładając kwantyzację czasu na odcinku  $\tau$ , można funkcję  $\bar{\Phi}(t)$  przedstawić jako ciąg odcinków zer i jedynek (rys. 13).

W relacji (15) między operatorami niestacjonarnymi mogą zachodzić następujące zależności:

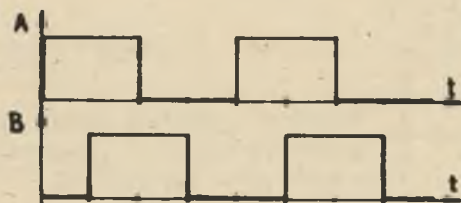
$$\bar{\Phi}_A = \bar{\bar{\Phi}}_B \quad (18)$$

dla każdego  $t$ , to wtedy dwójnik jest klasycznym elementem komutującym zwrocie-przerwa

$$\bar{\Phi}_A = \bar{\Phi}_B \quad (19)$$

dla każdego  $t$ , wtedy element jest komutatorem nullator-norator. W ogólności dobierając odpowiednio przebiegi czasowe funkcji  $\bar{\Phi}_A$  oraz  $\bar{\Phi}_B$ , można otrzymać dowolną kolejność zmian operatorów określających komutator wzdłuż strzałek opisujących je w tabeli II. Przykładem obiegu lewoskrętnego wzdłuż strzałek zewnętrznych będzie komutator określony operatorami opisanymi za pomocą ciągów czasowych (19a) (rys. 14).

$$\begin{aligned} A(t) &= \{1, 1, 0, 0 \dots\} \\ B(t) &= \{0, 1, 1, 0 \dots\} \end{aligned} \quad (19a)$$



Rys. 14



Szukając dwójników równoważnych dla sieci złożonej z elementów osobliwych i uogólnionych komutatorów opisanych operatorami logicznymi niestacjonarnymi  $\Phi(t)$  należy uwzględnić następujące reguły:

$$\Phi \cdot 1 = \Phi \tag{20}$$

$$\Phi \cdot 0 = 0 \tag{21}$$

$$\Phi + 1 = 1 \tag{22}$$

$$\Phi + 0 = \Phi \tag{23}$$

oraz dodatkowo:

$$\Phi + \bar{\Phi} = 1 \tag{24}$$

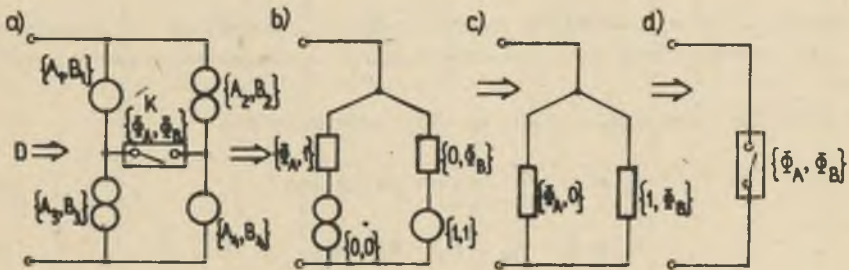
$$\Phi \cdot \bar{\Phi} = 0 \tag{25}$$

$$\Phi \cdot \Phi = \Phi \tag{26}$$

$$\Phi + \Phi = \Phi \tag{27}$$

Przykład 3: Należy określić dwójnik osobliwy D równoważny układowi podanemu na rys. 15, zawierającemu komutator K opisany logicznymi operatorami niestacjonarnymi  $\{\Phi_A, \Phi_B\}$ .

Stosując kolejno podane poprzednio metody znajdowania dwójników osobliwych równoważnych dla trójkąta, połączenia szeregowego i równoległego otrzymuje się układy z rys. 15 b) c) i d); z których wynika tożsamość dwójnika D z komutatorem K.



Rys. 15

Oznacza to, że układ z rys. 15a) nie zmienia operatorów logicznych dwójników osobliwych do niego przyłączonych. Ogólnie dwójnik D  $\{A, B\}$  (rys.

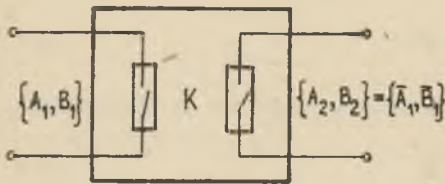
14) dla dowolnych elementów składowych opisany jest operatorami (28), (29), z których można natychmiast otrzymać wynik z rys. 15d).

$$A = A_1 A_2 + (A_1 \Phi_A + A_3)(A_2 \Phi_A + A_4) \quad (28)$$

$$B = (B_1 + B_2) [B_3(B_1 + \Phi_B + B_4(B_2 + \Phi_B))] \quad (29)$$

#### 4. TEORETYCZNE MODELE ELEMENTÓW OSOBLIWYCH NIESTACJONARNYCH

Klasyczny komutator elektryczny przerwa-zwarcie realizowany jest w oczywisty sposób przez układ mechaniczny lub przez bezstykowy przełącznik elektroniczny.



Rys. 16

Komutacje norator-nullator w sposób teoretyczny można zamodelować w układach przedstawionych na rys. 2 w dwojaki sposób - poprzez zmianę rotacji (zyracji) lub zmianę znaku rezystancji obciążających. Ze względu na fakt, że w modelach układów fizycznych nullator i norator występują zawsze parami (nullor), uogólniony komutator elektryczny można uzyskać za pomocą źródeł sterowanych o zmiennym współczynniku wzmocnienia  $k$ . W tabeli III przedstawione są cztery takie możliwości, przy czym współczynnik  $k$  powinien przyjmować wartości 0 lub  $\infty$ , co odpowiada funkcji  $\Phi$  o wartościach  $\{0, 1\}$ . W każdym przypadku otrzymuje się sprzężoną ( $A_2 = \bar{A}_1$ ,  $B_2 = \bar{B}_1$ ) parę komutatorów o jednym operatorze logicznym zależnym od czasu (rys. 16).

Przykład 4: Należy określić operatory opisujące dwójnik  $D_w$  w układzie (rys. 17), zawierającym dwie pary komutatorów sprzężonych typu 1 w tabeli III.

Korzystając z relacji od (20) do (29) otrzymuje się:

$$A_w = 1 \cdot 0 + (1A + 0)(0A + 1) \quad (30)$$

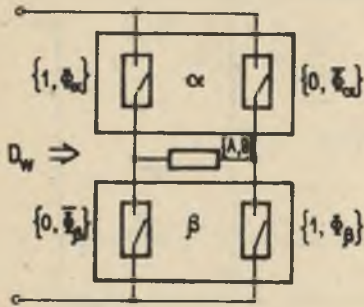
$$B_w = B + \Phi_{\alpha} \cdot \bar{\Phi}_{\beta} + \bar{\Phi}_{\alpha} \cdot \Phi_{\beta} \quad (31)$$

co ostatecznie daje wynik:

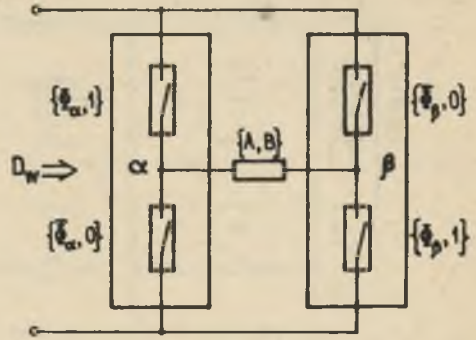
$$A_w = A \quad (32)$$

Tabela III

Lp.	Rodzaj źródła	$k \neq 0$	$k = 0$	$k = \infty$	Operatory logiczne opisujące komutator
1	napięciowe sterowane napięciem				$\{1, \bar{0}\} \cdot \{0, \bar{0}\}$
2	napięciowe sterowane prądem				$\{0, 1\} \cdot \{0, \bar{0}\}$
3	prądowe sterowane napięciem				$\{1, \bar{0}\} \cdot \{\bar{0}, 0\}$
4	prądowe sterowane prądem				$\{0, 1\} \cdot \{\bar{0}, 0\}$



Rys. 17



Rys. 18

$$B_w = \begin{cases} B & \text{dla } \bar{\phi}_\alpha = \bar{\phi}_\beta \\ 1 & \text{dla } \bar{\phi}_\alpha = \phi_\beta \end{cases} \quad (33)$$

Przykład 5: Określić dwójnik  $D_w$  opisujący układ z rys. 18, zawierający dwie pary komutatorów sprzężonych typu 4 w tabeli III. Korzystając z relacji od (20) do (29) otrzymuje się:

$$A_w = \phi_\alpha \bar{\phi}_\beta + (\phi_\alpha A + \bar{\phi}_\alpha) (\bar{\phi}_\beta A + \phi_\beta) \quad (34)$$

$$B_w = (1 + 0) [0(1 + B) + 1(0 + B)], \quad (35)$$

co daje wynik:

$$A_w = \begin{cases} A & \text{dla } \bar{\phi}_\alpha = \phi_\beta \\ 1 & \text{dla } \bar{\phi}_\alpha = \bar{\phi}_\beta \end{cases} \quad (36)$$

$$B_w = B \quad (37)$$

W obu przedstawionych przykładach dla  $\bar{\phi}_\alpha = \phi_\beta = 1$  układy są nullatorowo-noratorowymi modelami konwertora ujemnoimpedancyjnego. Natomiast dla  $\bar{\phi}_\alpha = \phi_\beta = 0$  realizują bezpośrednie przyłączenie dwójnika  $\{A, B\}$  do zacisków wejściowych ( $D_w$ ).

## 5. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiona metoda opisu układów złożonych z elementów osobliwych pozwala w prosty sposób określać własności tych układów oraz poszukiwać sieci równoważnych, zawierających także uogólnione komutatory elektrycz-

ne. Wydaje się możliwe rozszerzenie podanej metody na układy zawierające inne dwójniki, takie jak idealne źródła autonosiczone, idealne elementy diodowe oraz komutatory sterowane prądem i napięciem.

## LITERATURA

- [1] Carlin H.J., Youle D.C.: Network synthesis with negative resistors. Proc. IRE 49 1961.
- [2] Braun J.: Equivalent NIC Networks with Nullators and Norators. IEEE Trans. on CT September 1965.
- [3] Bendik J.: Equivalent Gyration Networks with Nullators and Norators. IEEE Trans. on CT, March 1967.
- [4] Davies A.C.: Nullator - Norator Equivalent Networks for Controlled Sources. Proc. IEEE May 1967.
- [5] Davies A.C.: The Significance of Nullators, Norators and Nullors in Active - network Theory. The Radio and Electr. Engin November 1967.
- [6] Pauker V.M.: Equivalent Networks With Nullors for Positive Impedance Inverters. IEEE Trans. on CT November 1970.
- [7] Bruton L.T.: A Transistor Realization of the Generalized Impedance Converter. The Radio and Electr. Engin March 1972.
- [8] Myers B.R.: Nullor Model of Transistor Procc. IEEE July 1965.

Wpłynęło do redakcji 24 IV 1981 r.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk

АНОМАЛЬНЫЕ ЦЕПИ И РАСШИРЕНИЕ ПОНЯТИЯ КОММУТИРОВАНИЯ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

## Р е з ю м е

Представлены применение булевой алгебры к описанию аномальных цепей а также метод нахождения эквивалентных им электрических систем. Электрический коммутатор определяется как параметрическую аномальную цепь, а также приводятся его теоретические модели с применением управляемых источников с переменным коэффициентом усиления.

SINGULAR ELEMENTS AND THE ENHANCEMENT OF THE IDEA  
OF COMMUTATION IN ELECTRIC CIRCUITS

S u m m a r y

The application of Boolean algebra for the description of the networks made of singular elements and the method of finding their equivalent circuits were shown. Electric commutator was defined as a singular network. Its theoretical models with the use of controlled sources with variable amplification factor were given.