

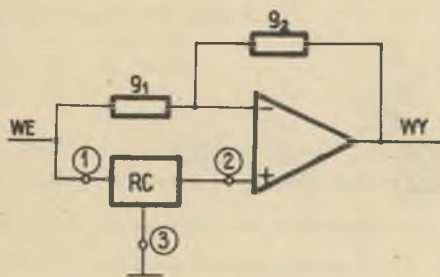
Anna LASICZ

Instytut Podstawowych Problemów Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki Śląskiej

UWAGI O MOŻLIWOŚCI ZMNIEJSZENIA WRAŻLIWOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCIOWEJ  
FUNKCJI PRZENOSZENIA KOREKTORÓW FAZY

**Streszczenie.** W artykule wskazano na możliwości zmniejszenia wrażliwości transmitancji korektorów fazy różnych rzędów stosowanych w układzie szerokopasmowego przesuwnika fazy  $\frac{1}{2}$ , zbudowanych na bazie określonej grupy korektorów fazy drugiego rzędu.

#### 1. OKREŚLENIE GRUPY KOREKTORÓW FAZY DRUGIEGO RZĘDU



Rys. 1

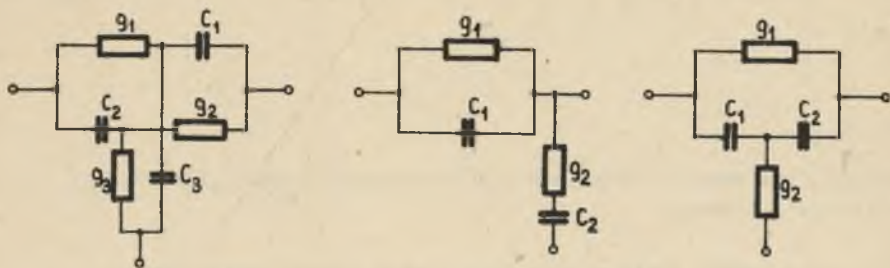
Wśród licznej grupy korektorów fazy drugiego rzędu można wyróżnić układy o ogólnej strukturze pokazanej na rys. 1 [2] ... [13]. Transmitancja napięciowo-napięciowa takich układów może być zapisana w postaci ogólnej

$$K(s) = \frac{U_{wy}(s)}{U_{we}(s)} = (-) \frac{g_1 Y_{22} + Y_{21} (g_1 + g_2)}{g_2 Y_{22}} \quad (1)$$

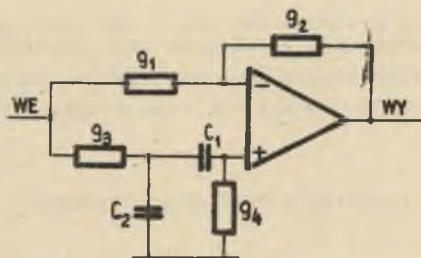
Założono wzmacniacz operacyjny idealny.

$Y_{22} = Y_{22}(s)$ ;  $Y_{21} = Y_{22}(s)$  - są to elementy macierzy admitancyjnej czwórnik pasywnego oznaczonego na rys. 1 jako RC. Czwórnikiem tym są zwykle takie układy, jak: czwórnik 2T (rys. 2a), mostek Wiena (rys. 2b), czwórnik T - zmostkowany (rys. 2c). Każdy z tych układów może być różnie włączony między zaciski ①; ②; ③ układu podanego na rys. 1.

Zastępując czwórnik RC konkretnym, transmitancja z postaci (1) przekształca się do szczegółowej właściwej wybranemu układowi. Założmy, że przyjęto jako czwórnik RC układ T - zmostkowany, wówczas struktura korektora fazy 1 odpowiadająca jej transmitancja są następujące:



Rys. 2a, b, c



Rys. 3

$$K(s) = -\frac{g_1}{g_2} \cdot \frac{s^2 + s\left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2} - \frac{g_2}{g_1} \frac{g_3}{C_2}\right) + \frac{g_3 g_4}{C_1 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2} + \frac{g_3}{C_2}\right) + \frac{g_3 g_4}{C_1 C_2}} = -\frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{L(s)}{H(s)} \quad (2)$$

## 2. WRAŻLIWOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCIOWEJ FUNKCJI PRZENOSZENIA OMAWIANEJ GRUPY KOREKTORÓW FAZY DRUGIEGO RZĘDU

W celu rozważenia wrażliwości wspomnianej grupy korektorów fazy drugiego rzędu przyjmijmy jako ich reprezentanta strukturę pokazaną na rys.

3. Wrażliwości jednoparametrowe  $S_x^k$  transmitancji  $K(s)$  na zmiany parametrów  $x$ , gdzie  $x = g_1, g_2, g_3, g_4, C_1, C_2$  wyznaczone z jej definicji

$$S_x^k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \ln K}{\partial \ln x} = \frac{\partial K}{\partial x} \cdot \frac{x}{K} \quad \text{określone są wzorami}$$

$$S_{g_1}^k = \frac{s^2 + s\left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2}\right) + \frac{g_3 g_4}{C_1 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2} - \frac{g_2}{g_1} \frac{g_3}{C_2}\right) + \frac{g_3 g_4}{C_1 C_2}}$$

$$\left. \begin{aligned}
 s_{g_1}^k &= -s_{g_2}^k \\
 s_{g_3}^k &= -\frac{g_3}{C_2} \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) \frac{s^2 + s \left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2}\right)}{M(s) L(s)} \\
 s_{g_4}^k &= s \frac{g_3}{C_2} \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) \frac{s \left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2}\right) + \frac{g_3 g_4}{C_1 C_2}}{M(s) L(s)} \\
 s_{C_1}^k &= s \frac{g_3}{C_2} \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) \frac{s \frac{g_4}{C_1} + \frac{g_3 g_4}{C_1 C_2}}{M(s) L(s)} \\
 s_{C_2}^k &= -s \frac{g_3}{C_2} \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) \frac{s^2 + s \frac{g_4}{C_1}}{M(s) L(s)}
 \end{aligned} \right\} (3)$$

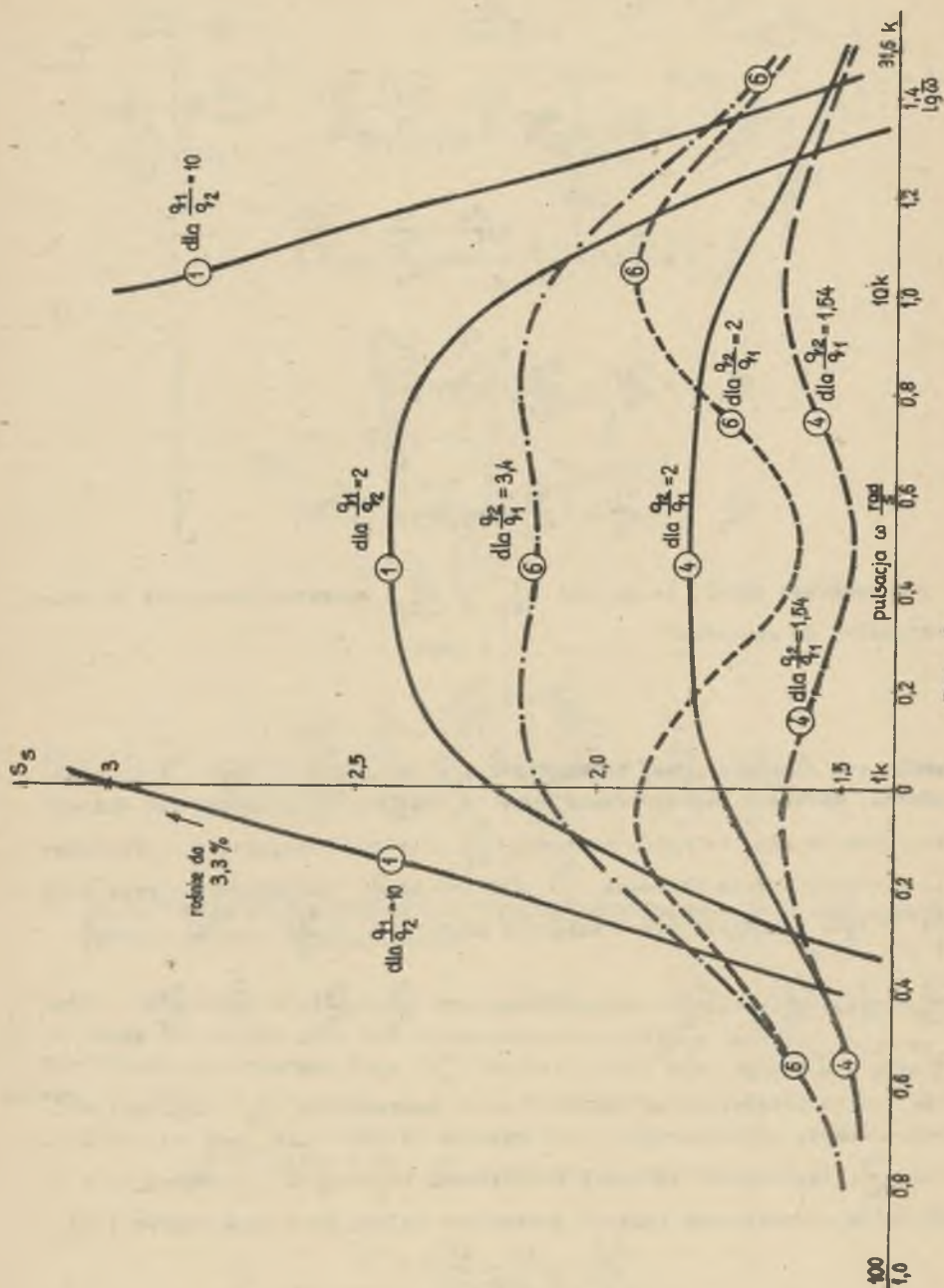
Z powyższego widać, że oprócz  $s_{g_1}^k$  i  $s_{g_2}^k$  pozostałe wyrażenia są proporcjonalne do czynnika

$$\frac{g_3}{C_2} \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)$$

Czynnik ten dla określonej transmitancji korektora fazy jest stały równy 2-krotnej wartości współczynnika przy  $s$  wielomianu licznika lub mianownika. Okazuje się, że wybór wartości  $\frac{g_2}{g_1}$  nie jest obojętny dla wrażliwości. Przyjmijmy dwie wartości  $\frac{g_2}{g_1}$  dla tej samej transmitancji, przy czym  $\left(\frac{g_2}{g_1}\right)_1 > \left(\frac{g_2}{g_1}\right)_2$ , wówczas wobec stałości czynników  $\left[\frac{g_3}{C_2} \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)\right]_1$  i  $\left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2}\right)_1 > \left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2}\right)_2$ ,  $\left(\frac{g_3}{C_2}\right)_1 < \left(\frac{g_3}{C_2}\right)_2$ , co powoduje, że  $\left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2}\right)_1 > \left(\frac{g_4}{C_1} + \frac{g_4}{C_2}\right)_2$  a zatem  $(s_x^k)_1 > (s_x^k)_2$ .

Na rys. 4 przedstawiono wartości miary wrażliwości  $S_S$  częstotliwościowej funkcji przenoszenia trzech różnych układów dla dwu różnych wartości  $\frac{g_2}{g_1}$ . Zastosowano tu miarę wrażliwości najbardziej prawdopodobną ze względu na statystyczny rozrzut parametrów układu określoną wzorem [4]

$$S_S = \sqrt{[S_x^k][S_x^k]^t} \quad (4)$$



Rys. 4

gdzie:

$S_x^k$  - wektor wrażliwości wieloparametrowej.

$$S_x^k = \left[ S_{g_1}^k \dots S_{g_n}^k ; S_{C_1}^k \dots S_{C_m}^k \right] \quad (5)$$

$$x = \left[ g_1, g_2 \dots g_n ; C_1, C_2 \dots C_m \right]$$

$g_1$  - 1-ta konduktancja,

$C_k$  - k-ta pojemność,

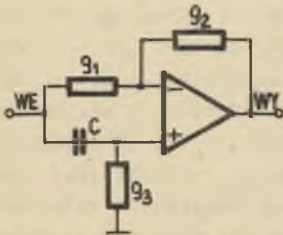
$S_x^{k*}$  - wektor sprzężony z  $S_x^k$ ,

$t$  - transpozycja.

Na rys. 4 cyfrą ⑥ oznaczono wrażliwość układu pokazanego na rys. 3, cyfrą ④ - korektor, w którym zastosowano czwórnik 2T, cyfrą ① korektor fazy z układem T - zmostkowanym, lecz inaczej włączonym do układu niż w układzie ⑥.

Przedstawione na rys. 4 wykresy opracowano w oparciu o przeprowadzoną analizę numeryczną wrażliwości [1]. Uzyskane wyniki wskazują na wyraźną możliwość zmniejszenia miary wrażliwości transmitancji korektorów fazy drugiego rzędu.

### 3. WRAŻLIWOŚĆ TRANSMITANCJI KOREKTORÓW FAZY WYŻSZYCH RZĘDÓW



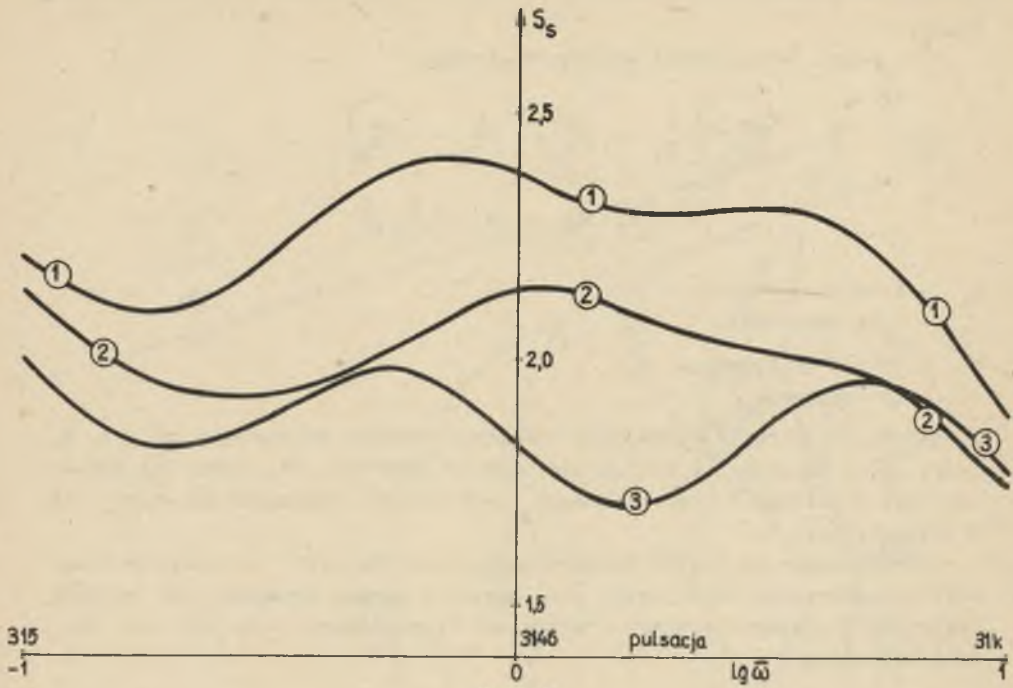
Rys. 5

Dla szerokopasmowych przesuwników rzędu szóstego wymagane są korektory rzędu trzeciego. Korektory te utworzono jako łańcuchowe połączenie korektorów pierwszego i drugiego rzędu i poddano analizie wrażliwości na maszynie cyfrowej. Korektor fazy pierwszego rzędu pokazany jest na rys. 5, natomiast korektorem drugiego rzędu jest układ z rys. 3.

$$K(s) = \frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{s - \frac{g_3}{c}}{s + \frac{g_3}{c}}$$

Omawiany korektor fazy realizuje transmitancję

$$K(s) = \frac{(s - 4,7068)(s - 0,6034)(s - 0,052)}{(s + 4,7068)(s - 0,6034)(s - 0,052)} \quad (6)$$



Rys. 6

Ocenę wrażliwości stanowiła jej miara  $S_s$  określona wzorem (4). Uzyskane wyniki wskazują na to, że dla wrażliwości nie jest obojętny rozdział zer (biegunów) do realizacji przez korektory pierwszego i drugiego rzędu. Widoczne jest to na rys. 6, gdzie cyfra ① oznacza, że zero  $\sigma_1 = 4,7068$  realizowane jest przez korektor pierwszego rzędu, pozostałe przez korektor drugiego rzędu; cyfra ② - zero (biegun)  $\sigma_2 = 0,6034$  realizowane jest w korektorze pierwszego rzędu; a wykres oznaczany cyfrą ③ przedstawia miarę wrażliwości w przypadku gdy zero (biegun)  $\sigma_3 = 0,052$  jest realizowane w korektorze pierwszego rzędu. Dla jasności omawianych zależności trzeba podać, że transmitancja określona relacją (6) wyznaczona została dla przesuwnika fazy, który z błędem  $\epsilon = 1,6^\circ$  realizuje przesunięcie fazowe  $\frac{\pi}{2}$  w zakresie od 50 do 5000 [Hz],  $f = 500$  [Hz], a zatem analizę częstotliwościową wrażliwości prowadzono w tym paśmie częstotliwości.

Z przedstawionych wykresów wynika, że zero o najniższej wartości należy realizować w jednostopniowym korektorze fazy, gdyż uzyskuje się wtedy najniższe wartości wskaźników wrażliwości. To można uzasadnić tym, że jeżeli transmitancja korektora pierwszego rzędu ma postać:

$$K(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{j\omega - \sigma_1}{j\omega + \sigma_1} \quad (7)$$

to jej wrażliwość na zmianę położenia zera (bieguna) wynosi:

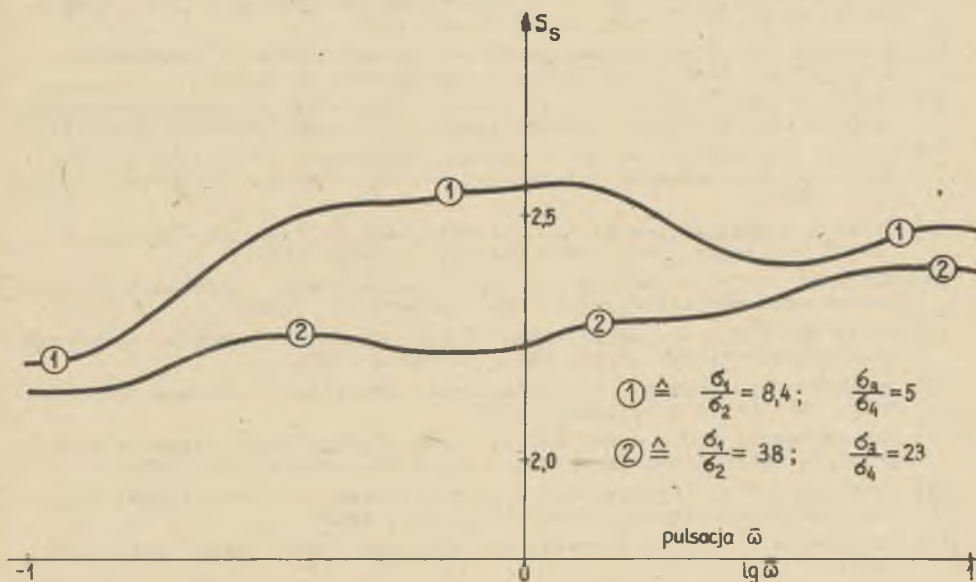
$$S_{\sigma_1}^k = 2j\omega \frac{\sigma_1}{\omega^2 + \sigma_1^2} \quad (8)$$

$$1 \ S_{\sigma_1 \max}^k = j \quad \text{dla} \quad |j\omega| = \omega = \sigma_1 \quad (9)$$

Jak wspomniano wyżej interesujący nas przedział pulsacji to (314 - 31400)  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$  lub dla pulsacji odniesionych do wartości  $\omega_0 = 3140 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$   $\bar{\omega} \in (0,1 - 10)$ , a zatem wybranie zera  $\sigma_1 = 0,052$  do realizacji przez korektor pierwszego rzędu powoduje to, że maksymalne wartości wrażliwości (9) wystąpi dla  $\omega = \sigma_1$ , a więc dla częstotliwości poniżej  $\bar{f}_d = 0,1$ . O wartościach wrażliwości badanej transmitancji w rozpatrywanym paśmie częstotliwości decydować będzie więc korektor drugiego rzędu.

W korektorach fazy rzędu czwartego utworzonych jako kaskada 2 korektorów drugiego rzędu można również oddziaływać na wrażliwość w sposób omawiany w punkcie 2, a także przez właściwy wybór par zer (biegunów) do realizacji przez korektory drugiego rzędu. Analizowano wrażliwość transmitancji (10), którą opisany był jeden tor przesuwnika fazy utrzymujący kąt  $\frac{\pi}{2}$  z błędem  $\xi = 0,3^\circ$  (0,0052 [rad]) w paśmie częstotliwości od 50 do 5000 Hz lub  $\bar{f} \in (0,1 \text{ do } 10)$

$$K(s) \Big|_{j\omega} = \frac{(1\omega - 7,2719)(1\omega - 1,4603)(1\omega - 0,322)(1\omega - 0,0383)}{(j\omega + 7,2719)(j\omega + 1,4603)(j\omega + 0,322)(j\omega + 0,0383)} \quad (10)$$



$$\begin{aligned} \textcircled{1} &\triangleq \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 8,4; & \frac{\sigma_3}{\sigma_4} &= 5 \\ \textcircled{2} &\triangleq \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 38; & \frac{\sigma_3}{\sigma_4} &= 23 \end{aligned}$$

Rys. 7

Okazuje się, że wybierając zera o dużym stosunku można zmniejszyć wrażliwość, a więc także jej miarę  $S_S$ . Wyjaśnić można to także analizując wrażliwość częstotliwościowej funkcji przenoszenia korektorów drugiego rzędu na zmianę położenia zer (biegunów).

Ilustracją uzyskanych drogą numeryczną wyników częstotliwościowej analizy wrażliwości transmitancji korektorów fazy rzędu czwartego, zbudowanych na bazie korektora pokazanego na rys. 3, jest rys. 7. Cyfra ① na rys. 7 oznacza, że stosunek realizowanych zer (biegunów) odpowiednio przez korektory wynosi  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 8,4$  i  $\frac{\sigma_3}{\sigma_4} = 5$ , a cyfra ② opisuje wykres miary wrażliwości  $S_S$  dla  $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = 38$  i  $\frac{\sigma_2}{\sigma_4} = 23$ . Natomiast w obu przypadkach każdy z korektorów ma tę samą wartość  $\frac{g_2}{g_1} = 2$ .

Omówione w tym artykule sposoby obniżenia wrażliwości częstotliwościowej funkcji przenoszenia korektorów fazy, zastosowanych w układzie szerokopasmowych przesuwników fazy  $\frac{\pi}{2}$ , można stosować w układach stopni wyższych niż 8.

Zamieszczone wykresy na rys. 6 i 7 odnoszą się do jednego typu korektora fazy drugiego rzędu, ale analizę prowadzono także dla innych struktur i wnioski z niej są takie same jak podano wyżej.

#### LITERATURA

- [1] Director S.W., Rohrer R.A.: Automated Network Design - The Frequency Domain Case. IEEE Trans. on CT August 1969.
- [2] Wilson G.: An RC-active all-pass section with reduced magnitude response error. IEEE Trans Circuits and systems nr 2 1979.
- [3] Wilson G.: New complex - pole single - amplifier all-pass filter with reduced active element sensitivities. Electronics Letters. June 1976.
- [4] Wilson: The design and gain bandwidth dependence of a class of single amplifier second-order all-pass RC active networks. IEEE Trans. CAS, nr 8, 1977.
- [5] Genin R.: Realization of an all-pass transfer function using operational amplifier. Proc. IEEE Letters, october 1968.
- [6] Dutta Roy S.C.: RC active all-pass networks using differential input operational amplifier. Proc IEEE, Letters nov. 1969.
- [7] Dutta Roy S.C.: Active all-pass filter using differential input amplifier operational. Proc. IEEE. September 1969.
- [8] Aronhime P., Budak A.: An operational amplifier all-pass network. Proc. IEEE Letters September 1969.
- [9] Bhattacharyya B.B., Swamy M.N.S.: Active RC all-pass networks with a grounded operational amplifier Proc. IEEE Letters. June 1970.
- [10] Schoonaert D.H., Kretschmar J.: Realization of operational amplifier all-pass networks. Proc. IEEE. June 1970.
- [11] Deliyannis T.: RC active all-pass sections. Electronics Letters Feb. 1969.
- [12] Svieženy B.: Navrh prukov zapojenia jednej triedy fazovacich chankov grupeno řadu: Elektrotechn. Cas. 29. 1978 c. 9.



- [13] Czarnecki L.S., Lesicz A.: Wrażliwość aktywnych korektorów fazy drugiego rzędu strukturalnie równoważnych pasywnemu korektorowi RLC. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. "Elektryka" z. 64, Gliwice 1979.
- [14] Biażko M.: Filtry aktywne. WNT, Warszawa 1979.

Wpłynęło do redakcji 24 IV 1981 r.

Recenzent: doc. dr inż. Zdzisław Klonowicz

ВОЗМОЖНОСТЬ УМЕНЬШЕНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕДАТОЧНОЙ  
ФУНКЦИИ ФАЗОВЫХ ЗВЕНЬЕВ

Резюме

В статье представлена возможность уменьшения чувствительности передаточной функции фазовых звеньев разных ступеней, применяемых в системе широкополосного фазовращателя  $\Pi$ , которые построены на базе определенной группы фазовых звеньев второй ступени.

THE POSSIBILITY OF DECREASING OF THE VOLTAGE TRANSFER FUNCTION  
SENSITIVITY TO THE CERTAIN ALL-PASS NETWORKS

Summary

The possibility of decreasing of the voltage transfer function sensitivity to the certain all-pass networks (which are used in the wide-band  $90^\circ$  - degree phase-difference networks) is presented.