

Tadeusz GLINKA

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych  
Politechniki Śląskiej

INERCJA OBWODU MAGNETYCZNEGO ZAWIERAJĄCEGO ELEMENT LITY  
I SZCZELINĘ POWIETRZNĄ

Streszczenie. Permeancja obwodu magnetycznego maszyn elektrycznych może być w przybliżeniu opisana równaniem zawierającym parametry o stałych rozłożonych. Parametry te charakteryzują inercję obwodu magnetycznego, która zależy od stopnia nasycenia elementu litygo. Wraz z nasyceniem inercja wzrasta. Zależność taką potwierdzają badania eksperymentalne prowadzone na maszynach prądu stałego.

1. RÓWNANIE PERMEANCJI SZEREGOWEGO OBWODU MAGNETYCZNEGO Z BLOKIEM LITYM

W czasie badań stanów dynamicznych maszyn prądu stałego zauważono zjawisko wzrostu intensywności działania prądów wirowych wzbudzanych w litych elementach obwodu magnetycznego wraz ze wzrostem nasycenia. Oznacza to, że zmiany strumienia magnetycznego wymuszone zmianami przepływu w obwodzie magnetycznym zawierającym blok lity zachodzą z większą inercją w obwodzie nasyconym niż nienasyconym.

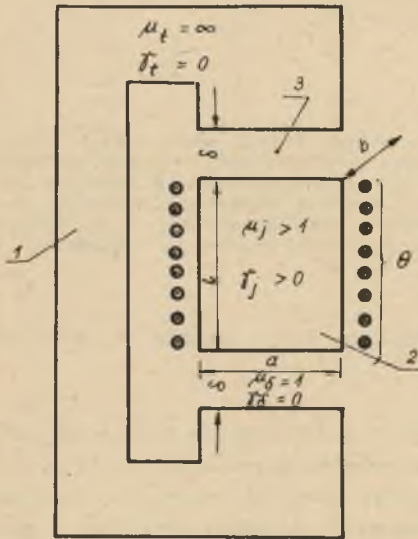
W artykule tym podjęto próbę wyjaśnienia tego zjawiska w oparciu o równanie permeancji szeregowego obwodu magnetycznego zawierającego ferromagnetyczny rdzeń lity przedstawiony na rys. 1. W elektromagnetycznych stanach nieustalonych prądy wirowe wzbudzone w elementach litych wpływają na permeancję obwodu magnetycznego  $\Lambda(p)$ , zdefiniowaną jako stosunek strumienia magnetycznego użytecznego  $\Phi(p)$  do przepływu wzbudzenia  $\Theta(p)$

$$\Lambda(p) = \frac{\Phi(p)}{\Theta(p)}$$

Uzwojenie wytwarzające przepływ  $\Theta(p)$  może być rozmieszczone przy elemencie litym, pakietowanym, bądź przy jednym i drugim równocześnie. Strumień  $\Phi(p)$  jest to strumień, który uczestniczy w przemianie energii mechanicznej w elektryczną lub odwrotnie, jest to zatem składowa promienio-  
wa strumienia w szczelinie powietrznej.

Permeancja  $\Lambda(p)$  szeregowego obwodu magnetycznego (rys. 1), zdefiniowana równaniem (1), może być w przybliżeniu określana przy pomocy permeancji poszczególnych fragmentów tego obwodu

$$\Lambda(p) = \frac{1}{\frac{1}{\Lambda_\delta(p)} + \frac{1}{\Lambda_t(p)} + \frac{1}{\Lambda_j(p)}} \quad (2)$$



Rys. 1. Szeregowy obwód magnetyczny zawierający rdzeń pakietowany 1 rdzeń lity 2 i szczelinę powietrzną 3

gdzie:

$\Lambda_\delta(p)$  - permeancja operatorowa szczeliny powietrznej,

$\Lambda_t(p)$  - permeancja operatorowa pakietowego elementu,

$\Lambda_j(p)$  - permeancja elementu litego.

Przybliżenie równania (2) jest ważne przy pominięciu strumieni rozproszenia, strumieni, które nie występują w szczelinie powietrznej, a mogą wystąpić w pozostałych elementach obwodu magnetycznego. Uwzględnienie strumieni rozproszenia w równaniu (2) jest możliwe lecz tylko dla ściśle określonych kształtów obwodu magnetycznego o znanych wymiarach i znanych rozkładach przepływu. Sprośczenie równania (2) do postaci analitycznej o znanych współczynnikach w formie ogólnej jest praktycznie niemożliwe. Dla pewnych skrajnych

przypadków rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej istnieje stosunkowo prosta forma końcowa równania opisującego permeancję  $\Lambda(p)$ . Na przykład, gdy blok lity graniczy z dużą szczeliną powietrzną, co daje praktycznie jednorodny rozkład pola magnetycznego w szczelinie powietrznej i niezależny od rozkładu pola magnetycznego w bloku litym, otrzymuje się [1]

$$\Lambda(p) = \frac{\Lambda_0}{1 + \sqrt{pT}} \quad (3)$$

gdzie:

$\Lambda_0$  - określa permeancję dla warunków statycznie ustalonych ( $\theta(t) = \text{const}$ ),

$T$  - elektromagnetyczna stała czasowa obwodu prądów wirowych indukowanych w bloku litym.

Stałą czasową  $T$  można wyrazić za pomocą wymiarów i parametrów obwodu magnetycznego [2]:

$$\sqrt{\rho T} = \frac{\Lambda \delta(\rho)}{\Lambda_j(\rho)} = \frac{ab\delta}{2\delta(a+b)} \sqrt{\frac{\mu_j \mu_0}{\mu_j}} \rho \quad (4)$$

gdzie:

$a, b, l, \delta$  - wymiary liniowe obwodu magnetycznego (rys. 1),

$\mu_j, \mu_j$  - konduktywność i przenikalność magnetyczna względna bloku litego,

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m.}$$

Dla drugiego skrajnego przypadku, gdy blok lity graniczy z mełą szczeliną, tzn. gdy rozkład pola magnetycznego w szczelinie powietrznej jest praktycznie identyczny jak rozkład pola magnetycznego w bloku litym, permeancję  $\Lambda(\rho)$  można wyrazić równaniem [1]

$$\Lambda(\rho) = \frac{\Lambda_0}{\sqrt{1 + \rho T}} \quad (5)$$

Przy czym w tym przypadku, np. dla rdzenia kwadratowego ( $a = b$ ), elektromagnetyczna stała czasowa obwodu prądów wirowych

$$\sqrt{T} = a \sqrt{\frac{\mu_j \mu_{j0}^2 \mu_0}{\mu_j}} \quad (6)$$

gdzie:

$\mu_{j0}$  - zastępcza przenikalność względna bloku litego i szczeliny powietrznej w stanie statycznym ( $\Theta(t) = \text{const}$ ).

Równania (3) i (5) w sposób dostateczny weryfikują się w praktyce, natomiast stałe czasowe obwodów prądów wirowych obliczone wg równań (4) i (6) zawierają błąd 100 i więcej procent. A zatem posługując się równaniami (3) i (5) poleca się stałą czasową  $T$  wyznaczać na drodze pomiarowej. Mimo że weryfikacja równań (4) i (6) jest bardzo przybliżona, to wydaje się jednak, że równania te od strony jakościowej w sposób właściwy wskazują na zależność stałej czasowej  $T$  od nasycenia obwodu. Należy pamiętać, że równania (3), (4), (5) zostały wyprowadzone przy założeniu stałej wartości przenikalności magnetycznej w całej objętości bloku litego [2, 3]. Aby zatem równania te nie straciły sensu przy analizie wpływu nasycenia na stałą czasową  $T$ , zakładamy, że zarówno przepływ wzbudzenia, jak i strumień w bloku litym zawiera składową stałą i składową zmienną. O wartości  $\mu_{j0}$  decyduje przede wszystkim przepływ i strumień składowej stałej. Jeżeli przedział zmian składowych zmiennych jest niewielki, to można



uważać, że  $\mu_{j0} = \text{const}$  jest zachowany. Wartość parametru  $\mu_j$  zależy od punktu pracy na charakterystyce magnesowania. Ogólnie biorąc, wzrostowi strumienia składowej stałej towarzyszy spadek wartości  $\mu_j$  (przy  $\mu_{j0} \approx \text{const}$ ). Zmniejszenie się przenikalności magnetycznej względnej  $\mu_j$  powoduje wzrost elektromagnetycznej stałej czasowej obwodu prądów wirowych  $T$ . Tak więc inercyjne oddziaływanie prądów wirowych na strumień w obwodzie magnetycznym maszyny będzie większe niż w obwodzie nienasyconym.

## 2. BADANIE INERCJI OBWODU MAGNETYCZNEGO BIEGUNÓW POMOCNICZYCH W MASZYNACH PRĄDU STAŁEGO

W badaniach eksperymentalnych inercji obwodu magnetycznego zawierającego elementy lite można posłużyć się różną metodyką. W tym przypadku posłużono się badaniami strumienia magnetycznego wytworzonego tylko przez przepływ prądów wirowych [3]. Metodyka ta bazuje na założeniu, że przepływ zewnętrzny  $\Theta(t)$  wytwarza składowe pole magnetyczne  $\Phi_1(t)$ , którego rozkład w przekroju poprzecznym rdzenia litego jest równomierny. Na pole to nakłada się drugie składowe pole magnetyczne pochodzące od prądów wirowych  $\Delta\Phi(t)$ , które determinuje ostateczny rozkład pola magnetycznego w bloku litym i szczelinie powietrznej. Można zatem zapisać

$$\Phi(t) = \Phi_1(t) - \Delta\Phi(t) \quad (7)$$

W jednostkach względnych  $\Phi_1(t) = \Theta(t) = i(t)$ , stąd

$$\Delta\Phi(t) = i(t) - \Phi(t) \quad (8)$$

Przy liniowo zmieniającym się prądzie  $\frac{di(t)}{dt} = s = \text{const}$  składowy strumień  $\Delta\Phi(t)$  wzbudzany przez prądy wirowe dla nieskończenie długich czasów ustala się

$$\Delta\Phi(t \rightarrow \infty) = \Delta\Phi_U = \text{const} \quad (9)$$

Można wykazać [3], że wartość ustalona strumienia od prądów wirowych  $\Delta\Phi_U$  jest liniową funkcją stromości narastania prądu  $s$  i elektromagnetycznej stałej czasowej  $T$

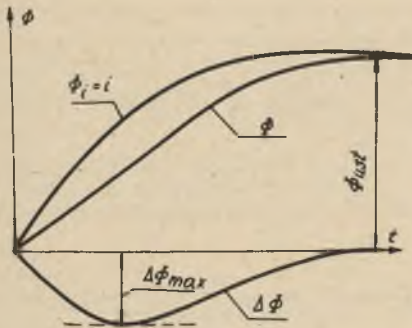
$$\Delta\Phi_U = kTs \quad (10)$$

gdzie:

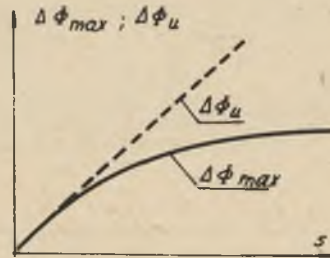
$k$  - współczynnik proporcjonalności.

Tak więc strumień  $\Delta\Phi_U$  jak i stałą czasową  $T$  można uważać za miarę bezwładności magnetycznej obwodu magnetycznego, w którym występują prądy

wirowe. Jednak bezpośrednio pomiarowe wyznaczenie strumienia  $\Delta\Phi_U$  następuje z kłopotami z powodu trudności kształtowania prądu  $i(t)$  według funkcji liniowej w czasie ( $t \rightarrow \infty$ ). Strumień  $\Delta\Phi_U$  można jednak wyznaczyć drogą pośrednią, posługując się wykładniczymi przebiegami prądu. W przybliżeniu wykładniczy przebieg prądu otrzymuje się po skokowym załączeniu napięcia stałego na uzwojenie. Za pomocą rezystancji dodatkowej można wpływać na stałą czasową narastania prądu. Początkowy odcinek krzywej wykładniczej narasta liniowo o stromości początkowej  $s$ . Strumień od prądów wirowych  $\Delta\Phi(t)$  w tym przypadku wykazuje charakterystyczne ekstremum  $\Delta\Phi_{max}$  - rys. 2. Przy małej stromości początkowej prądu  $s$ ,  $\Delta\Phi_{max}$  jest zbliżone do odchyłki ustalonej  $\Delta\Phi_U$  przy prądzie liniowo narastającym. Im większa jest stromość początkowa  $s$ , tym bardziej wartość  $\Delta\Phi_{max}$  różni się od wartości  $\Delta\Phi_U$ . Ustaloną odchyłkę przy prądzie liniowo narastającym wyznacza styczna w punkcie  $[0; 0]$  do charakterystyki  $\Delta\Phi_{max} = f(s)$  (rys. 3). Pomiar strumienia wytworzonego przez prądy wirowe  $\Delta\Phi$  jest możliwy do wykonania za pomocą mostka pomiarowego zrealizowanego w oparciu o równanie (8).



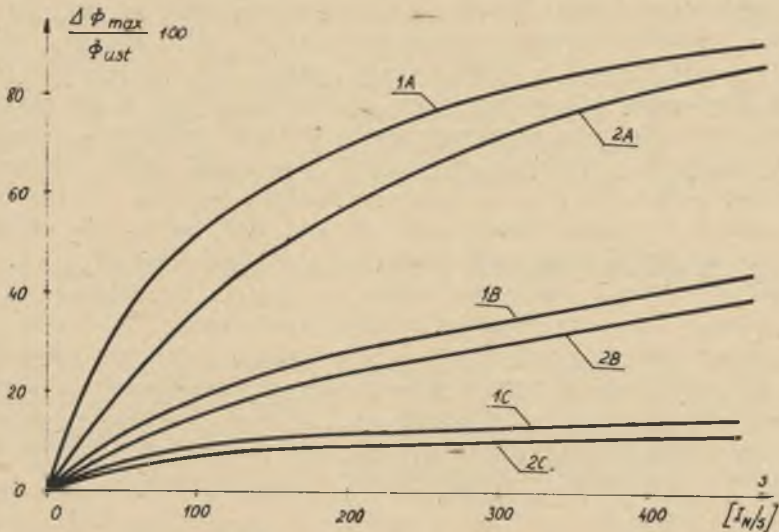
Rys. 2. Przebieg czasowy strumieni składowych  $\Phi_1$ ,  $\Delta\Phi$  oraz strumienia wypadkowego  $\Phi$ , przy skokowo załączonym napięciu stałym na uzwojenie



Rys. 3. Zależność strumienia  $\Delta\Phi_U$  i  $\Delta\Phi_{max}$  od szybkości zmian prądu w uzwojeniu  $s$

Na rys. 4 przedstawiono wyniki pomiarów  $\Delta\Phi_{max} = f(s)$  dla poprzecznego obwodu magnetycznego maszyny prądu stałego wielkości mechanicznej 5(7,5 kW; 220 V; 1450 obr/min) z litym i pakietowanym obwodem magnetycznym stojana. Pomiarzy zostały przeprowadzone przy nienasyconym obwodzie magnetycznym (prąd uzwojenia wzbudzenia biegunów głównych  $I_w = 0$ ) i przy nasyconym obwodzie magnetycznym ( $I_w = I_{wN}$ ). Na podstawie uzyskanych wyników obliczono stałą czasową  $T$ . Wartości liczbowe stałej czasowej  $T$  zestawiono w tabeli 1.

Inercja obwodu magnetycznego, w którym indukują się prądy wirowe, wykazuje tendencje wzrostu wraz z nasyceniem. Z przedstawionych na rys. 4 i



Rys. 4. Charakterystyki  $\Delta \phi_{max} = f(s)$  zdjęte na poprzecznym obwodzie magnetycznym maszyny prądu stałego wielkości mechanicznej "5" przy  $n = n_N = 1450$  obr/min i obwodzie nasyconym - krzywa 1 ( $I_w = I_{wN}$ ) i obwodzie nie-nasyconym - krzywa 2 ( $I_w = 0$ ) dla 3 różnych wariantów wykonania jarzma stojana

A - jarzmo i bieguny pomocnicze lite, B - jarzmo i bieguny pomocnicze pakietowane z blachy prądnicowej o grubości 0,5 mm, C - maszyna z pakietowanym i oddzielnym od obwodu głównego poprzecznym obwodem magnetycznym

Tabela 1

Rodzaj jarzma stojana	T [ms] przy	
	$I_w = 0$	$I_w = I_{wN}$
Lite (wariant A)	0,14	0,21
Pakietowane (wariant B)	0,05	0,07
Pakietowane (wariant C)	0,02	0,03

w tabeli 1 wyników badań laboratoryjnych wzrost ten można ocenić na około 30%. Zjawisko to jest odwrotne niż w obwodach typu RL, w których wzrost nasycenia powoduje zmniejszenie indukcyjności obwodu L, a co za tym idzie - i jego inercji. Wniosek ten potwierdzają także badania prowadzone w Laboratorium Maszyn i Urządzeń Elektrycznych Politechniki Śląskiej na innych typach maszyn prądu stałego.

## LITERATURA

- [1] Glinka T.: Charakterystyki częstotliwości i ich formy czasowe permeancji obwodu magnetycznego maszyn elektrycznych, a w szczególności maszyn prądu stałego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 68, 1980.
- [2] Paszek W., Glinka T.: Wyznaczenie dynamicznej strefy beziskrowej komutacji maszyn prądu stałego na podstawie charakterystyki częstotliwości. Archiwum Elektrotechniki nr 1/1970.
- [3] Paszek W., Glinka T.: Badanie wpływu konstrukcji poprzecznego obwodu magnetycznego na dynamiczne własności komutacyjne maszyn prądu stałego dużej mocy. Archiwum Elektrotechniki nr 3/1972.

Wpłynęło do redakcji 4 VI 1981 r.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Kazimierz Bisztyga

## ИНЕРЦИЯ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ С МАССИВНЫМ УЧАСТКОМ И ВОЗДУШНЫМ ЗАБОРОМ

## Р е з ю м е

Проводимость магнитной цепи электрических машин можно приблизительно описать уравнением, содержащим параметры с распределенными постоянными. Эти параметры характеризуют инерцию магнитной цепи, которая зависит от степени насыщенности массивного участка. Одновременно с насыщенностью возрастает инерция. Такую зависимость подтверждают экспериментальные исследования, проводимые на машинах постоянного тока.

THE INERTION OF THE MAGNETIC CIRCUIT CONTAINING  
A SOLID BLOCK AND AIR GAP

## S u m m a r y

The permeance of a magnetic circuit of electrical motors can be described approximately by an equation containing the parameters with distributed constants. These parameters characterize the inertion of a magnetic circuit which depends on a saturation of the solid element. The inertia increases with the rise in saturation. This type of dependance is confirmed by the experimental studies performed on d.c. motors.