ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1986
Seria: AUTOMATYKA z. 84 Nr kol. 894

Czesław Smutnicki
Instytut Cybernetyki Technicznej
Politechniki Wrocławskiej

METODA BLOKOWA W ZAGADNIENIACH KOLEJNOŚCIOWYCH TAŚMOWYCH Z OGRANICZENIAMI SKŁADOWANIA*

Streszczenie. W pracy rozważane jest zagadnienie kolejnościowe taśmowe /flow-shop problem/ postaci $F||C_{max}$ z dodatkowym ograniczeniem wynikającym z występowania, między każdą parą sąsiednich maszyn, bufora pośredniczącego w przekazywaniu obrobionych detali pomiędzy maszynami.

1. Wstęp

Problemy kolejnościowe pojawiające się w praktycznych sytuacjach produkcyjnych wymagają zwykle uwzględnienia dodatkowych ograniczeń zasobowych i/lub czasowych. Jednym z tego typu ograniczeń są ograniczenia związane ze składowaniem zadań /elementów, podzespołów/ w przerwach pomiędzy wykonywaniem czynności obróbki na poszczególnych maszynach. Powyższe ograniczenia mogą być wyrażone w formie następujących warunków:

/i/ liczba miejsc składowania jest ograniczona lub zero,

/ii/ wielkość miejsc składowania jest ograniczona /lub zero/,

/iii/ czas trwania składowania jest ograniczony /od dołu i/lub od góry/ lub zerowy,

/iv/ termin wykonania /rozpoczęcia/ składowania jest ograniczony /od dołu i/lub od góry/.

Warunek /i/ przy założeniu zerowej liczby miejsc składowania wyrażany jest również w literaturze w formie ograniczenia "nie składować".

Warunek /iii/ przy wymaganiu zerowego czasu składowania wyrażany jest również w literaturze w formie ograniczenia "bez czekania" i reprezentuje wymaganie aby zadanie /detal/ po wykonaniu na pewnej maszynie zostało bezpośrednio /bez czekania/ przekazane na kolejną maszynę do realizacji.

W niniejszej pracy przedstawione zostały pewne własności zagadnień z ograniczeniami typu /i/. Własności te zostały szczegółowo omówione na przykładzie zagadnienia postaci $F||C_{max}$.

* praca była częściowo finansowana przez RP.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacja ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych"

2. Zagadnienie $P||C_{max}$ z ograniczeniami składowania

Zagadnienie kolejnościowe taśmowe z ograniczoną liczbą miejsc składowania międzyoperacyjnego można sformułować następująco:

dany jest zbiór zadań $J = \{J_1, J_2, \ldots, J_n\}$ przeznaczonych do wykonywania przy użyciu zbioru maszyn $M = \{M_1, M_2, \ldots, M_m\}$. Każde zadanie składa się z ciągu operacji $J_i = (O_{i1}, O_{i2}, \ldots, O_{im})$, $i = 1,2,\ldots,n$. Operacja O_{ik} odpowiada czynności realizowanej na maszynie M_k w czasie $p_{ik} \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,n$, $k = 1,2,\ldots,m$. Zadanie J_i po wykonaniu na maszynie M_k zostaje przekazane do bufora B_k /rys. 2.1/ o pojemności $b_k \geq 0$, gdzie oczekuje na dalszą realizację /na M_{k+1}/, $k = 1,2,\ldots,m-1$, $i = 1,2,\ldots$ $\ldots,n$. Pojemność bufora jest tu rozumiana jako maksymalna liczba zadań,

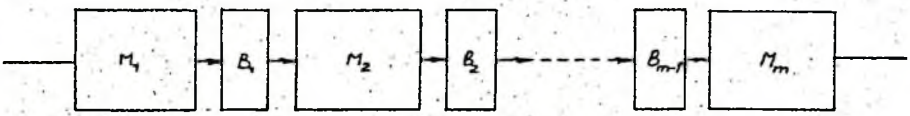

Fig. 2.1 System structure

Rys. 2.1. Struktura systemu

które mogą przebywać w buforze jednocześnie. W przypadku gdy w buforze B_k brak jest wolnego miejsca, to zadanie J_i pozostaje na maszynie M_k "zajmując ją" /blokując/ do czasu zwolnienia miejsca w buforze.

Należy wyznaczyć kolejność realizacji zadań na poszczególnych maszynach, która minimalizuje termin zakończenia wykonywania wszystkich zadań.

Zauważmy, że sposób obsługi bufora B_k /tzn. kolejność pobierania zadań/ jest kolejnością realizacji zadań na maszynie M_{k+1}, $k = 1,2,\ldots,m-1$. W przypadku gdy przyjmiemy założenie, że kolejność wykonywania zadań na wszystkich maszynach jest jednakowa, to każdy bufor jest obsługiwany wg reguły FIFO. /Prawdziwe jest również twierdzenie odwrotne/.

Sformułowane powyżej zagadnienie dla przypadku $m=2$ oraz $b_1=0$ jest równoważne problemowi $F2|no\ wait|C_{max}$ [5] i posiada algorytm efektywny o złożoności $O(n^2)$ [1]. Dla przypadku $m=2$, $b_1 \geq 1$ oraz bufor obsługiwany wg reguły FIFO zagadnienie jest silnie NP-zupełne [4]. Natomiast dla przypadku $m=2$, $b_1=n$, regułą obsługi FIFO otrzymujemy klasyczne zagadnienie Johnsona [3] z algorytmem wielomianowym.

3. Pewne własności zagadnienia

W dalszym ciągu będziemy rozpatrywać zagadnienie sformułowane w p. 2 przy następujących dodatkowych założeniach:

/a/ wszystkie bufory są identyczne, tzn. $b_k = b$, $k = 1,2,\ldots,m-1$,

/b/ reguła obsługi buforów jest typu FIFO.

Przyjęcie założenia /a/ nie upraszcza metody rozwiązywania lecz ułatwia prezentację podstawowych własności zagadnienia. W rozdziale 6 przedstawiono możliwości rozszerzenia prezentowanego podejścia.

Wprowadźmy dalej następujące oznaczenia:

S_{ik} - termin rozpoczęcia realizacji zadania J_i na maszynie M_k, $i = 1,2,\ldots,n$, $k = 1,2,\ldots,m$,

C_{ik} - termin zakończenia realizacji zadania J_i na maszynie M_k, $i = 1,2,\ldots,n$, $k = 1,2,\ldots,m$,

C'_{ik} - termin zwolnienia maszyny M_k przez zadanie J_i /jest to termin przekazania zadania J_i do bufora B_k, gdy $b_k \geqslant 1$ lub termin przekazania zadania J_i na maszynę M_{k+1}, gdy $b_k = 0$/, $k = 1,2,\ldots,m$, $i = 1,2,\ldots,n$,

$\pi = (\pi(1), \pi(2),\ldots, \pi(n))$ - permutacja liczb ze zbioru $\{1,2,\ldots,n\}$ /indeksów zadań/ reprezentująca kolejność wykonywania zadań na maszynach,

$\pi(i)$ - indeks zadania wykonywanego jako i-te w kolejności, $i = 1,2,\ldots,n$,

Π - zbiór wszystkich permutacji liczb ze zbioru $\{1,2,\ldots,n\}$,

$C_{max}(\pi) = \max\limits_{1\leqslant i\leqslant n} C_{\pi(i)m}$ - termin zakończenia realizacji wszystkich zadań dla kolejności realizacji π.

Niech dalej $\pi \in \Pi$ będzie pewną permutacją. Wówczas ze sformułowania zadania wynikają ograniczenia na terminy S_{ik}, C_{ik}, C'_{ik}.

$$S_{ik} + p_{ik} \leqslant C_{ik}, \quad k = 1,2,\ldots,m \qquad /3.1/$$

$$C_{ik} \leqslant C'_{ik}, \quad k = 1,2,\ldots,m \qquad i=1,2,\ldots,n \qquad /3.2/$$

$$C'_{ik} \leqslant S_{ik+1}, \quad k = 1,2,\ldots,m-1 \qquad /3.3/$$

$$C'_{\pi(i)k} \leqslant S_{\pi(i+1)k}, \quad k = 1,2,\ldots,m, \quad i = 1,2,\ldots,n-1. \qquad /3.4/$$

Zauważmy dalej, że termin zwolnienia $C'_{\pi(i)k}$ maszyny M_k przez zadanie $J_{\pi(i)}$ jest określony następująco:

/i/ $C'_{\pi(i)k} = C_{\pi(i)k}$ jeśli bufor B_k zawiera co najwyżej b-1 /$b \geqslant 1$/ ostatnio realizowanych zadań $J_{\pi(i-b+1)}, J_{\pi(i-b+2)},\ldots,J_{\pi(i-1)}$; oznacza to, że wszystkie zadania $J_{\pi(1)}, J_{\pi(2)},\ldots,J_{\pi(i-b)}$ zostały pobrane z bufora B_k przed terminem $C'_{\pi(i)k}$, czyli

$$S_{\pi(j)k+1} \leq C_{\pi(i)k} = C'_{\pi(i)k}, \quad j = 1,2,\ldots,i-b, \quad k = 1,2,\ldots,m-1. \qquad /3.5/$$

Ponieważ ze wzorów /3.1/-/3.3/ wynika, że

$$S_{\pi(i)k} \leq S_{\pi(i+1)k}, \quad k = 1,2,\ldots,n-1, \; k = 1,2,\ldots,m, \qquad /3.6/$$

zatem warunek /3.5/ można zapisać w formie

$$S_{\pi(i-b)k+1} \leq C'_{\pi(i)k}, \quad i = b+1,\ldots,n, \; k = 1,2,\ldots,m-1. \qquad /3.7/$$

/ii/ $C'_{\pi(i)k} > C_{\pi(i)k}$ jeśli bufor B_k zawiera dokładnie b /b ≥ 0/ ostatnio realizowanych zadań $J_{\pi(i-b)}, J_{\pi(i-b+1)}, \ldots, J_{\pi(i-1)}$; wówczas zadanie $J_{\pi(i)}$ "trafi" do bufora w terminie równym terminowi pobrania kolejnego zadania z bufora do realizacji, czyli

$$C'_{\pi(i)k} = \min\left[S_{\pi(i-b)k+1}, S_{\pi(i-b+1)k+1}, \ldots, S_{\pi(i-1)k+1}\right] = S_{\pi(i-b)k+1} \qquad /3.8/$$

na mocy warunku /3.6/.

Powyższa analiza doprowadziła do otrzymania dodatkowego warunku /3.7/ wynikającego z ograniczonej pojemności bufora B_k, $k = 1,2,\ldots,m$.

Przepisując ograniczenia /3.1/-/3.4/,/3.7/ w formie

$$S_{\pi(i)k} + p_{\pi(i)k} \leq S_{\pi(i)k+1}, \quad i=1,2,\ldots,n, \; k=1,2,\ldots,m-1, \qquad /3.9/$$

$$S_{\pi(i)k} + p_{\pi(i)k} \leq S_{\pi(i+1)k}, \quad i=1,2,\ldots,n-1, \; k=1,2,\ldots,m, \qquad /3.10/$$

$$S_{\pi(i-b)k+1} \leq S_{\pi(i+1)k}, \quad i=b+1,b+2,\ldots,n-1, \; k=1,2,\ldots,m-1, \qquad /3.11/$$

zaś wyrażenie na postać $C_{max}(\pi)$ w formie

$$C_{max}(\pi) = \max_{1 \leq i \leq n} (S_{\pi(i)m} + p_{\pi(i)m}) \qquad /3.12/$$

dochodzimy do stwierdzenia, że wartość $C_{max}(\pi)$ jest reprezentowana przez drogę krytyczną w grafie $G_\pi = (V,E)$ z rys. 3.1, gdzie $V = \{1,2,\ldots,n\} \times \{1,2,\ldots,m\}$ $E \subset V \times V$, $E = E_1 \cup E_2 \cup E_3$, $E_1 = \{(i,k,i+1,k) : i=1,2,\ldots,n-1, \; k=1,2,\ldots,m\}$, $E_2 = \{(i,k,i,k+1) : i=1,2,\ldots,n, \; k=1,2,\ldots,m\}$, $E_3 = \{(i,k,i+b+1,k-1) : i=1,2,\ldots,n-b-1, \; k=2,3,\ldots,m\}$.

Z każdym węzłem grafu G_π oznaczanym przez parę wskaźników (i,k) są związane: zdarzenie rozpoczęcia wykonywania operacji $O_{\pi(i)k}$ na maszynie M_k oraz termin wystąpienia tego zdarzenia $S_{\pi(i)k}$, $i=1,2,\ldots,n$, $k=1,2,\ldots,m$. Łuki grafu oznaczane są czwórką (i,k,j,l) taką, że (i,k), (j,l) są odpowiednio węzłem początkowym oraz końcowym łuku. Łuki postaci $(i,k,i+1,k) \in E_1$ reprezentują ograniczenie /3.10/ i posiadają obciążenie równe $p_{\pi(i)k}$, $i=1,2,\ldots,n-1$, $k=1,2,\ldots,m$; łuki postaci $(i,k,i,k+1) \in E_2$ reprezentują ograniczenie /3.9/ i posiadają obciążenie równe $p_{\pi(i)k}$, $i=1,2,\ldots,n$, $k=1,2,\ldots,m-1$; łuki postaci $(i,k,i+b+1,k-1) \in E_3$ reprezentują ograniczenie /3.11/ i posiadają obciążenie zerowe.

W tak określonym grafie G_π wartość $S_{\pi(i)k}$ odpowiada długości najdłuższej drogi między węzłem /1,1/ a węzłem (i,k), zaś $C_{max}(\pi) = S_{\pi(n)m} + p_{\pi(n)m}$.

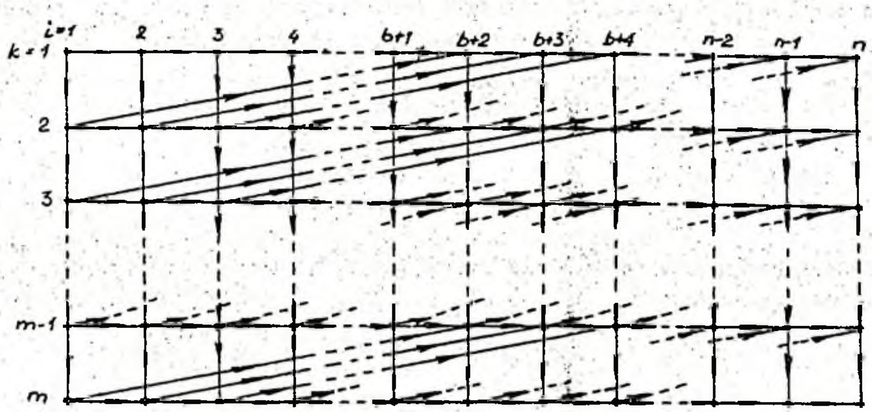

Fig. 3.1 Graph G_{π}

Rys. 3.1. Graf G_{π}

gdzie $S_{\pi(n)m}$ - długość drogi krytycznej.

Dalej niech G_{π} będzie grafem dla pewnej kolejności $\pi \in \Pi$. Przyjmijmy dla ustalenia uwagi, że istnieje tylko jedna droga krytyczna w G_{π}. Będziemy określać, że operacja $O_{\pi(i)k}$ należy do drogi krytycznej w G_{π} jeśli w drodze krytycznej występuje łuk $(i,k,i+1,k)$ albo łuk $(i,k,i,k+1)$. Zdefiniujmy następnie ciąg $u = ((u_1,v_1),(u_2,v_2),\dots,(u_t,v_t))$ taki, że operacje $O_{\pi(u_1)v_1}, O_{\pi(u_2)v_2},\dots,O_{\pi(u_{t-1})v_{t-1}}$ są kolejnymi operacjami /w sensie następstwa zdarzeń/ należącymi do drogi, zaś $u_t = n$, $v_t = m$. Zauważmy, że

$$C_{max}(\pi) = \sum_{i=1}^{t} p_{\pi(u_i)v_i} . \qquad /3.13/$$

Niech dalej c_k, $k=1,2,\dots,s$ będą podciągami ciągu u /tzn. ciągami postaci $c_k = ((u_p,v_p),(u_{p+1},v_{p+1}),\dots,(u_q,v_q))$ dla pewnych p, q, $1 \le p \le q \le t$/ takimi, że:

/i/ $((u_1,v_1),(u_2,v_2),\dots,(u_t,v_t)) = (c_1,c_2,\dots,c_s)$,

/ii/ wszystkie operacje należące do ciągu c_k są wykonywane na tej samej maszynie /oznaczmy ją m_k/, $k=1,2,\dots,s$,

/iii/ c_k jest maksymalnym podciągiem spełniającym warunek /ii/, tzn. jeśli $c_k = ((u_p,v_p),(u_{p+1},v_{p+1}),\dots,(u_q,v_q))$ to $v_{p-1} \ne v_p = v_{p+1} = \dots = v_q \ne v_{q+1}$ $v_0 = 0$, $v_{s+1} = m+1$, $k=1,2,\dots,s$.

Ciąg c_k będziemy nazywać k-tym blokiem w π; liczbę elementów ciągu c_k będziemy nazywać długością bloku i oznaczać liczbą z_k, $k=1,2,\dots,m$.

Własność 3.1

Niech $c_k = ((u_p,v_p),(u_{p+1},v_{p+1}),\dots,(u_q,v_q))$ będzie dowolnym blokiem w π

o długości $z_k = q-p+1 \geq 4$. Jeżeli permutacja β została otrzymana z π poprzez zmianę kolejności zadań wewnątrz bloku c_k, tzn. na pozycjach $u_{p+1}, u_{p+2}, \ldots, u_{q-1}$ to $C_{max}(\beta) \geq C_{max}(\pi)$.

Powyższa własność jest zgodna z centralnym twierdzeniem eliminacyjnym dla bloków podanym w pracy [2].

Własność 3.2

Niech $c_k = ((u_p, v_p), (u_{p+1}, v_{p+1}), \ldots, (u_q, v_q))$ oraz $c_l = ((u_r, v_r), (u_{r+1}, v_{r+1}), \ldots, (u_x, v_x))$ będą dowolnymi blokami w π takimi, że $m_k = m_l$. Jeżeli permutacja β została otrzymana z π poprzez zamianę miejscami dowolnego z zadań $J_{\pi(u_{p+1})}, J_{\pi(u_{p+2})}, \ldots, J_{\pi(u_q-1)}$ z dowolnym z zadań $J_{\pi(u_{r+1})}, J_{\pi(u_{r+2})}, \ldots, J_{\pi(u_{x-1})}$ to $C_{max}(\beta) \geq C_{max}(\pi)$.

Niech dalej $c_k = ((u_p, v_p), (u_{p+1}, v_{p+1}), \ldots, (u_q, v_q))$ oraz $c_{k+1} = ((u_{q+1}, v_{q+1}), (u_{q+2}, v_{q+2}), \ldots, (u_r, v_r))$ będą dwoma kolejnymi blokami takimi, że $m_k > m_{k+1}$, $k=1,2,\ldots,m-1$.

Antyblokiem a_k w π będziemy nazywać ciąg $a_k = (u_q, u_q+1, u_q+2, \ldots, u_{q+1}-1, u_{q+1})$; liczbę $\bar{z}_k$ elementów tego ciągu będziemy nazywać długością antybloku.

Własność 3.3

Niech $a_k = (u_q, u_q+1, u_q+2, \ldots, u_{q+1}-1, u_{q+1})$ będzie dowolnym antyblokiem w π o długości $\bar{z}_k = u_{q+1} - u_q + 1 \geq 4$. Jeżeli permutacja β została otrzymana z permutacji π poprzez zmianę kolejności zadań wewnątrz antybloku a_k, tzn. na pozycjach $u_q + 1, u_q + 2, \ldots, u_{q+1} - 1$ to $C_{max}(\beta) \geq C_{max}(\pi)$

Własność 3.4

Niech $a_k = (u_p, u_p + 1, u_p + 2, \ldots, u_{p+1} - 1, u_{p+1})$ oraz $a_l = (u_q, u_q + 1, u_q + 2, \ldots, u_{q+1} - 1, u_{q+1})$ będą dowolnymi antyblokami w π o długościach $\bar{z}_k, \bar{z}_l \geq 3$. Jeżeli permutacja β została otrzymana z π poprzez zamianę miejscami dowolnego z zadań $J_{\pi(u_q+1)}, J_{\pi(u_q+2)}, \ldots, J_{\pi(u_{q+1}-1)}$ z dowolnym z zadań $J_{\pi(u_p+1)}, J_{\pi(u_p+2)}, \ldots, J_{\pi(u_{p+1}-1)}$ to $C_{max}(\beta) \geq C_{max}(\pi)$.

Dowód każdej z ww. własności sprowadza się do stwierdzenia, że droga krytyczna w π jest pewną drogą /niekoniecznie krytyczną/ w β.

4. Algorytm

Algorytm typu podziału i ograniczeń opisany w pracy [2] i wykorzystujący własność 3.1 został zaadaptowany do rozwiązywania problemu z p. 3 przy wykorzystaniu własności 3.3. Modyfikacja polega na wprowadzeniu, oprócz istniejącego przesuwania zadań na pozycję pierwszą /ostatnią/ w bloku, także przesuwania zadań na pozycję pierwszą /ostatnią/ w antybloku. Zasada podziału węzłów w drzewie rozwiązań oraz strategia jego przeglądania pozostają bez zmian.

5. Dolne ograniczenie

Dolne ograniczenie wymagane w algorytmie zagadnienia możemy wyznaczyć poprzez:

/i/ relaksację /częściową relaksację/ możliwości wykonawczych maszyn,

/ii/ relaksację przepustowości buforów,

/iii/ relaksację czasów trwania operacji,

/iv/ relaksację ograniczeń kolejnościowych,

/v/ dopuszczenie przerywania operacji.

Relaksacja możliwości wykonawczych maszyny polega na zastąpieniu maszyny o przepustowości jednostkowej maszyną o nieograniczonej przepustowości [2]. Z kolei częściowa relaksacja możliwości wykonawczych maszyny polega na zastąpieniu maszyny o jednostkowej przepustowości maszyną o przepustowości b, gdzie b - dana liczba. Przepustowość jest tu rozumiana jako liczba zadań, które maszyna może realizować jednocześnie. Relaksacja przepustowości buforów polega na zastąpieniu bufora buforem o nieograniczonej pojemności, tzn. $b_k = M$, $k=1,2,\ldots,m$, gdzie M - dowolna liczba, $M \geqslant n$. Relaksacja możliwości wykonawczych maszyn oraz relaksacje /iii/-/v/ zostały szczegółowo omówione w pracy [2].

Analiza zastosowania relaksacji /i/-/iv/ prowadzi do następujących metod wyznaczania dolnych ograniczeń:

a/ relaksacja przepustowości buforów w formie $b_k=n$, $k=1,2,\ldots,m$ prowadzi do uzyskania zagadnienia $F\|C_{max}$ (rys. 5.1 a/), dla którego schemat wyznaczania dolnych ograniczeń został podany w pracy [2],

b/ niech u będzie pewnym indeksem takim, że $1 \leqslant u \leqslant m$. Relaksacja przepustowości buforów $B_1, B_2, \ldots, B_{u-1}, B_{u+1}, \ldots, B_{m-1}$ w formie $b_1=b_2= \ldots =b_{u-1}= =b_{u+1}= \ldots =b_{m-1}=n$ oraz przyjęcie nieograniczonej przepustowości dla maszyn $M_1, M_2, \ldots, M_{u-1}, M_{u+2}, \ldots, M_m$ prowadzi do zagadnienia $F2|r_j, q_j|C_{max}$, gdzie

$$r_j = \sum_{k=1}^{u-1} p_{kj}, \quad q_j = \sum_{k=u+2}^{m} p_{kj}, \quad j=1,2,\ldots,n,$$

z dwoma maszynami M_u i M_{u+1} oraz z buforem B_u pośredniczącym między M_u i M_{u+1}, (rys. 5.1 b). Zagadnienie to jest silnie NP-zupełne. Dalsza relaksacja zagadnienia $F2|r_j, q_j|C_{max}$ prowadzi do zagadnienia $F2|r_j=r_*, q_j=q_*|C_{max}$, gdzie

$$r_* = \min_{1 \leqslant i \leqslant n} r_i, \quad q_* = \min_{1 \leqslant i \leqslant n} q_i,$$

które jest również silnie NP-zupełne jeśli $b_k \geqslant 1$ [4]. Jedynie w przypadku $b_u=0$ możemy otrzymać zagadnienie o złożoności wielomianowej /patrz p. 2/.

c/ niech u,v będą pewnymi indeksami takimi, że $1 \leqslant u < v \leqslant m$. Relaksacja przepustowości buforów $B_1, B_2, \ldots, B_{u-1}, B_{u+1}, \ldots, B_{v-2}, B_v, \ldots, B_{m-1}$ w for-

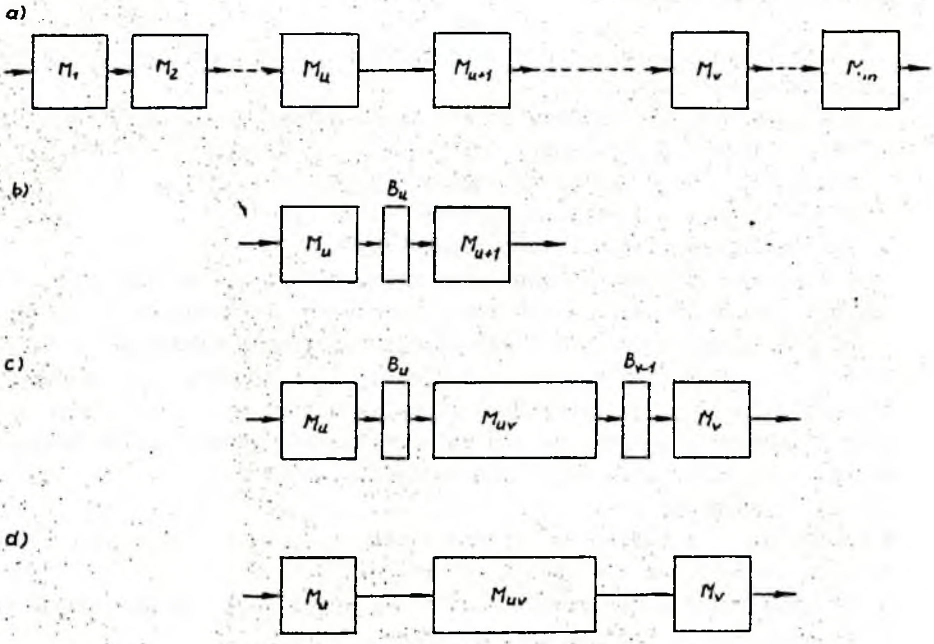

Fig. 5.1 System structure after relaxation
Rys. 5.1. Struktury systemu po relaksacji

mie $b_1=b_2=\ldots=b_{u-1}=b_{u+1}=\ldots=b_{v-2}=b_v=\ldots=b_{m-1}=n$ oraz przyjęcie nieograniczonej przepustowości dla maszyn $M_1, M_2, \ldots, M_{u-1}, M_{u+1}, \ldots$ $\ldots, M_{v-1}, M_{v+1}, \ldots, M_m$ prowadzi do zagadnienie $F3|r_j, q_j, M_{uv}$ - non bottl. $|C_{max}$, gdzie

$$r_j = \sum_{k=1}^{u-1} p_{kj}, \quad q_j = \sum_{k=v+1}^{m} p_{kj}, \quad j=1,2,\ldots,n,$$

$$p_{juv} = \sum_{k=u+1}^{v-1} p_{kj}, \qquad j=1,2,\ldots,n,$$

z trzema maszynami M_u, M_{uv}, M_v /maszyna M_{uv} ma nieograniczoną przepustowość/ oraz z dwoma buforami B_u i B_{v-1}, (rys. 5.1 c). Zagadnienie to jest silnie NP-zupełne. Zauważmy, że ze względu na nieograniczoną przepustowość maszyny M_{uv} bufory B_u, B_{v-1} można pominąć, (rys. 5.1 d), bowiem każde zadanie po wykonaniu na M_u może zostać bezpośrednio /bez składowania/ przekazane na M_{uv} oraz maszyna M_{uv} może przechowywać dowolnie dużo zadań po zakończeniu ich realizacji przed przekazaniem na M_v /pełni jednocześnie funkcję bufora B_{v-1}/. Zagadnienie

$F3|r_j,q_j,M_{uv}$ - non bottl.$|C_{max}$ /bez buforów/ jest silnie NP-zupełne oraz zawiera się w punkcie a/ analizy.

d/ niech u,v będą indeksami takimi, że $1 \leq u \leq v \leq m$ oraz niech $b_k=b$, $k=1,2,\ldots,m-1$. Wykonujemy relaksację przepustowości buforów $b_k=n$, $k=1,2,\ldots,m$ oraz przyjmujemy nieograniczoną przepustowość dla maszyn $M_1,M_2,\ldots,M_{u-1},M_{v+1},\ldots,M_m$. Ciąg maszyn $M_{u+1},\ldots,M_{v-1}$ zastępujemy jedną maszyną M_{uv} o przepustowości równej $b' = b + (v - u - 1)(b + 1)$ /ideę podejścia wyjaśnia rys. 5.2/. W wyniku otrzymujemy zagadnienie

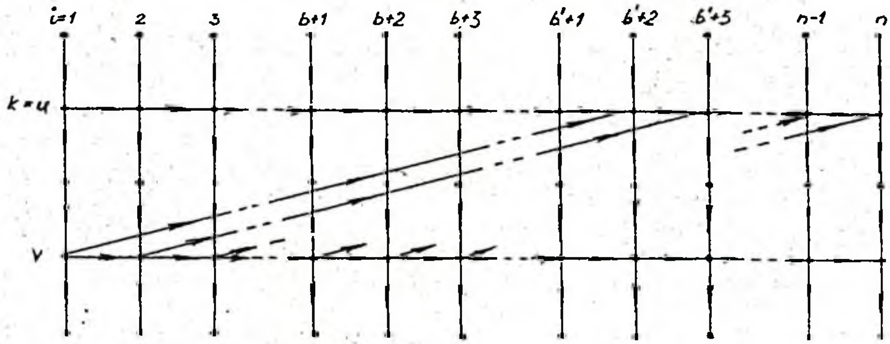

Fig. 5.2 Concept of relaxation from point d

Rys. 5.2. Idea relaksacji z punktu d/

$F3|r_j,q_j|C_{max}$ z trzema maszynami M_u, M_{uv}, M_v /maszyna M_{uv} ma przepustowość b'/,(rys. 5.1 d). Wielkości r_j, q_j, p_{juv} są określone jak w punkcie c/. Otrzymane zagadnienie jest silnie NP-zupełne. Taka sama jest również złożoność obliczeniowa zagadnienia $F3|r_j=r_*,q_j=q_*|C_{max}$ z maszyną M_{uv} o skończonej /niejednostkowej/ przepustowości otrzymanego z zagadnienia $F3|r_j,q_j|C_{max}$ poprzez relaksację terminów r_j oraz q_j.

6. Zakończenie

Własności przedstawione w rozdz. 3 stosunkowo łatwo uogólnić na przypadek różnych wartości b_k, $k=1,2,\ldots,m$. Wówczas warunek /3.7/ należy zastąpić warunkiem

$$S_{\pi(i-b_k)k+1} \leq C'_{\pi(i)k} \qquad i=b_k+1,\ldots,n, \quad k=1,2,\ldots,m-1 \qquad /3.7'/$$

oraz odpowiednio zmienić postać grafu G'_{π} /tzn. zmienić zbiór E_3 grafu G_{π}/.

Możliwe są także dalsze uogólnienia m.in. na zagadnienia dopuszczające niezerowe terminy gotowości zadań, relację poprzedzań w zbiorze zadań, dowolną minimaksową funkcję celu oraz zagadnienia posiadające inną regułę obsługi buforów.

LITERATURA

[1] Gilmore P.C., Gomory R.E.: Sequencing a One-State Variable Machine: A Solvable Case of the Traveling Salesman Problem. OR 12, 1964, p. 655-679.

[2] Grabowski J., Smutnicki C.: Minimalizacja maksymalnego kosztu w zagadnieniach kolejnościowych taśmowych. Cz. I. Podstawowe własności i algorytmy. Cz. II. Dolne ograniczenie, wyniki obliczeń, zastosowanie. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, t. XXIX, Z. 1-2, 1984, s. 35-55, 57-74.

[3] Johnson S.M.: Optimal two-and three stage production schedules. Naval. Res. Log. Quart. 1, 1954, p. 61-68.

[4] Papadimitriou C.H., Kanellakis P.C.: Flowshop Scheduling with Limited Temporary Storage. Jl. ACM 27, 1980, p. 533-549.

[5] Rinnooy Kan A.H.G.: Machine Scheduling Problems, Nijhoff, The Hague 1976.

Recenzent: Prof.dr h.inż.Jan Węglarz

Wpłynęło do Redakcji do 1986.04.30

БЛОЧНЫЙ МЕТОД В ЛЕНТОЧНЫХ ЗАДАЧАХ ЧЕРЕДОВАНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ СКЛАДОВАНИЯ

Р е з ю м е

В статье представлена ленточная проблема чередования с буферами между всеми парами соседних машин и скритерием минимизации времени окончания всех задач. Сформулированы некоторые свойства проблемы, основанные на понятиях критического пути и блоков задач. Представленные свойства применены в построении алгоритма решения основного по схеме метода ветвей и границ. Обсуждены несколько нижних ограничений для рассматриваемой проблемы. Представленный подход может быть расширен на более общие проблемы чередования с добавочными ограничениями.

BLOCK APPROACH IN FLOW SHOP PROBLEMS WITH LIMIT STORAGE SPACE

S u m m a r y

In the paper the flow-shop problem with first - in- first -out buffers between each pair of machines and crtiterion of minimizing completion time is presented.Some propoerties of the problem are formuled.The properties are based on the critical path concept and block of jobs idea.The presented properties are applied in construction of the solution algorithm of branch-and -bound type.Some lower bounds for the above problem are discussed . The presented approach can be extended on some more general scheduling problems with certain constraints.