

**ZESZYTY  
NAUKOWE  
POLITECHNIKI  
ŚLĄSKIEJ**



P.3347 / 80

# ELEKTRYKA

**Z. 73  
GLIWICE  
1980**

P. 3347/80

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 666



BERNARD BARON

POLE ELEKTRYCZNE  
LINII PRZESYŁOWYCH  
TRÓJFAZOWYCH  
NAJWYŻSZYCH NAPIĘĆ

PL ISSN 0072-4688

GLIWICE

1980

**OPINIODAWCY**

*Prof. dr hab. inż. Zbigniew Ciok*

*Prof. dr inż. Maciej Krakowski*

**REDAKTOR NACZELNY WYDAWNICTW UCZELNIANYCH  
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ**

*Jan Bandrowski*

**REDAKTOR DZIAŁU**

*Zofia Cichowska*

**SEKRETARZ REDAKCJI**

*Wojciech Mikołajków*

**OPRACOWANIE REDAKCYJNE**

*Anna Błażkiewicz*

**Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Śląskiej**

**Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej  
Gliwice, ul. Kujawska 2**

---

**Nakł. 180+85 Ark. wyd. 7,66 Ark. druk. 7,62 Papier drukowy kl. III 70x100, 70 g  
Oddano do druku 2.06.80 Podpis. do druku 28.07.80 Druk ukończ. w sierpniu 1980  
Zam. 796/80 Cena zł 19,-**

---

**Skład, fotokopie, druk i oprawę  
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach**

## SPIS TREŚCI

	Str.
1. WSTĘP .....	5
2. ANALIZA POLA ELEKTRYCZNEGO QUASI-STATYCZNEGO W OTOCZENIU LINII NAJWYŻSZYCH NAPIĘĆ .....	11
2.1. Wybór modelu matematycznego .....	11
2.2. Pole elektryczne linii jednofazowej .....	11
2.2.1. Linia o przewodzie walcowym .....	11
2.2.2. Linia o przewodzie wiązkowym zawierająca "n" przewo- dów w wiązce .....	14
2.3. Pole elektryczne przesyłowych linii trójfazowych .....	20
2.3.1. Pojemności maxwellowskie linii przesyłowych .....	20
2.3.2. Potencjał quasi-statyczny w otoczeniu linii przesyło- wych .....	20
2.3.3. Natężenie pola elektrycznego linii przesyłowych wy- sokiego napięcia [28] .....	25
2.3.4. Pole elektryczne ekranowanych linii trójfazowych....	31
2.4. Pole elektryczne w otoczeniu przewodów urządzeń elektroener- getycznych najwyższych napięć w ujęciu trójwymiarowym.....	32
2.4.1. Własności geometryczne pola elektrycznego quasi-sta- tycznego sinusoidalnie zmiennego .....	35
2.4.2. Pole elektryczne linii trójfazowej o skończonej dłu- gości .....	42
2.4.3. Wpływ zwisu przewodów linii trójfazowej na pole elek- tryczne .....	45
2.4.4. Pole elektryczne w otoczeniu miejsca krzyżowania się linii trójfazowych pod kątem prostym .....	50
2.5. Pomiary pól elektrycznych quasi-statycznych pod liniami trój- fazowymi .....	54
2.5.1. Sonda kulowa do pomiaru natężenia pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi w obszarze przy powierzchni ziemi .....	55
2.5.2. Analiza porównawcza pomiarów terenowych z obliczenia- mi teoretycznymi natężenia pola elektrycznego linii trójfazowych .....	61
3. SYNTeza ROZKŁADU WEKTORA NATĘŻENIA POLA ELEKTRYCZNEGO LINII PRZE- SYŁOWYCH TRÓJFAZOWYCH .....	64
3.1. Funkcje preferencji rozkładu pola elektrycznego linii prze- syłowych trójfazowych .....	64
3.1.1. Postać całkowita funkcji preferencji .....	64

3.1.2. Funkcja preferencji jako wartość maksymalna rozkładu wektora natężenia pola elektrycznego .....	70
3.1.3. Własności funkcji preferencji w postaci całkowitej.....	72
3.2. Sformułowanie zagadnień syntezy pola elektrycznego linii przesyłowych .....	76
3.3. Synteza pola elektrycznego linii przesyłowych trójfazowych jednotorowych .....	80
3.4. Synteza pola elektrycznego dwutorowej linii przesyłowej w układzie tor obok toru .....	84
3.4.1. Minimalizacja funkcji preferencji ze względu na kąt przesunięcia fazowego potencjałów przewodów jednego toru względem drugiego .....	84
3.4.2. Minimalizacja funkcji preferencji w zbiorze dopuszczalnych konfiguracji prowadzenia przewodów linii w układzie tor obok toru .....	90
3.5. Synteza pola elektrycznego dwutorowej linii przesyłowej w układzie tor nad torem .....	98
3.5.1. Minimalizacja funkcji preferencji ze względu na kąt przesunięcia fazowego potencjałów przewodów toru dolnego względem górnego oraz ze względu na wartość skuteczną potencjałów toru dolnego .....	99
3.5.2. Minimalizacja funkcji preferencji w zbiorze konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii w układzie tor pod torem .....	104
4. ZAKOŃCZENIE .....	108
LITERATURA.....	115
STRESZCZENIA .....	119

## 1. WSTĘP

Postęp techniki związany z przesyłem energii elektrycznej przy coraz to wyższych napięciach spowodował wzrost zainteresowania wpływem pól elektrycznych na środowisko naturalne człowieka. Szkodliwość działania pola elektrycznego na organizm ludzki potwierdziły badania medyczne, mimo braku zgodnych ustaleń co do wartości granicznych jego natężeń. W ZSRR ustalono, że począwszy od natężenia pola elektrycznego wynoszącego 5 kV/m, dopuszczalny czas przebywania człowieka w takim polu jest ograniczony i uzależniony od wartości natężenia pola tego w sposób nieliniowy [62], [31]. Istnieje więc potrzeba badań naukowych zmierzających do poszukiwania takich konfiguracji linii napowietrznych, których pole elektryczne oddziałujące na środowisko naturalne nie przekracza dopuszczalnych wartości natężeń. Znalazło to wyraz w licznych referatach dotyczących linii przesyłowych na GIGRE 72, ..., 78.

Z drugiej jednak strony dobór konfiguracji prowadzenia przewodów linii, a tym samym kształtu słupa, wymaga badań ze względu na odporność od przepięć atmosferycznych, zakłóceń radioelektrycznych, akustycznych, drgań przewodów, strat ulotowych, trudne do oszacowania względy ekonomiczne itp.

Rozważania przeprowadzone w niniejszej pracy ograniczają się tylko do badania pola elektrycznego quasi-statycznego, sinusoidalnie zmiennego, generowanego przez ładunki występujące na przewodach linii przesyłowych o bardzo wysokich potencjalach w stosunku do ziemi. Dlatego też wnioski wynikające z takich badań mogą stać w sprzeczności z innymi czynnikami kształtującymi sylwetkę słupa linii przesyłowej. Niemniej jednak taka dekompozycja ogólnego problemu poszukiwania konfiguracji słupa linii przesyłowej najwyższych napięć, polegająca między innymi na wyodrębnianiu zagadnień pola elektrycznego quasi-statycznego w otoczeniu takich linii, pozwala na określenie zbioru dopuszczalnych konfiguracji prowadzenia przewodów linii tylko ze względu na dopuszczalne rozkłady natężenia pola elektrycznego pod tymi liniami, przy powierzchni ziemi.

Analizę pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi przeprowadził na drodze teoretycznej D.W. Deno, podając wyniki swoich doświadczeń w artykułach [42], [43], [44]. Podał on rozkłady pól elektrycznych w otoczeniu linii przesyłowych na napięcia robocze do 1300 kV. Na uwagę zasługują również prace T.M. McCauleya [37] oraz R.N. Ailana [16]. Z krajowych publikacji dotyczących tej problematyki należy wymienić prace [6], [28].

Równoległe z analizą teoretyczną dotyczącą rozkładów pól elektrycznych w obszarze linii przesyłowych rozwija się technika pomiaru natężenia pola

elektrycznego. Przegląd dorobku w tej dziedzinie z różnych krajów można znaleźć w raporcie z GIGRE 76 [77]. Z raportu tego wynika, że błąd proponowanych tam sond do pomiaru natężenia pola elektrycznego wynosi od 5% do kilkunastu procent. Wartość tego błędu uzależniona jest zarówno od kształtu sond pomiarowych, jak i od sposobu ich podtrzymywania. Ten drugi czynnik ma największy wpływ na wartość błędu ze względu na dodatkową deformację pola elektrycznego oddziaływającego na aktywną część sondy.

Pomiary rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi prowadził w kraju Instytut Energetyki w Warszawie oraz "Energopomiar" Gliwice [53]. Błędy tych pomiarów odniesionych do obliczeń teoretycznych wynoszą około pięciu procent.

Przy poszukiwaniu nowych konfiguracji prowadzenia przewodów roboczych urządzeń elektroenergetycznych na bardzo wysokie napięcie, ze względu na dopuszczalne wartości natężeń pola elektrycznego niezwykle pomocne jest modelowanie fizyczne tychże urządzeń.

Badania nad modelowaniem fizycznym obiektów rzeczywistych prowadzone są w Instytucie Energetyki w Warszawie oraz w ZPBE "Energopomiar" Gliwice. W wyniku tych badań Instytut Podstawowych Problemów Elektrotechniki i Energoelektroniki opracował, a następnie wykonał prototypowe urządzenie AMPE-76 [30] zapewniające równocześnie zasilanie modeli urządzeń elektroenergetycznych i automatyczny pomiar rozkładów natężenia pola elektrycznego na powierzchni modelującej ziemi oraz na zadanej wysokości nad ziemią.

Dotychczasowe badania rozkładu pól elektrycznych quasi-statycznych w otoczeniu linii przesyłowych bardzo wysokich napięć koncentrują się tylko na analizie cząstkowej różnych czynników wpływających na maksimum natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi, jak również na szerokość pasa oddziaływania pola na środowisko naturalne. Spośród wpływu różnych czynników na rozkład pola elektrycznego należy wymienić przede wszystkim: konfigurację prowadzenia przewodów na słupie dla linii przesyłowej jednotorowej i dwutorowej, wysokość zawieszenia przewodów roboczych w miejscu maksymalnego zwisu w stosunku do ziemi (np. [37]), wartość napięcia linii przesyłowej, jak również kolejność faz w liniach dwutorowych (np. [79]). Analiza dotycząca wpływu wyżej wymienionych czynników na rozkład pola elektrycznego znajduje się na takim etapie badań, który pozwala na sformułowanie syntezy pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi, co dokonane będzie w drugiej części pracy.

W pierwszej natomiast części pracy skonstruowano model matematyczny pola elektrycznego linii trójfazowej ze szczególnym uwzględnieniem jego założeń upraszczających (np. [6], [37], [42], [16], [28]).

Mając na uwadze zastosowanie tego modelu matematycznego dla linii trójfazowych najwyższych napięć (powyżej 400 kV), w pierwszej kolejności wykazano następującą tezę.

#### TEZA 1

Dla dwuwymiarowego modelu linii trójfazowej o przewodach wiązkowych ich wpływ na rozkład natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi można uwzględnić stosując równoważne przewody walcowe o promieniu zastępczym określonym wzorem (2.41).

Powyższa teza pozwala na znaczne uproszczenie algorytmu obliczeniowego, dotyczącego rozkładów pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi, co jest szczególnie istotne w zagadnieniach syntezy tego pola.

Model matematyczny pola elektrycznego linii trójfazowej o przewodach walcowych skonstruowano w pracy w oparciu o monografię [6], przeprowadzając jednak dodatkowo analizę zakresu stosowania tego modelu wynikającego z przyjętych założeń upraszczających.

Potencjał pola elektrycznego linii trójfazowej wynikający z przyjętych potencjałów sinusoidalnie zmiennych jej przewodów (o odpowiednich fazach początkowych i stałej pulsacji) jest w każdym punkcie przestrzeni otaczającej linie również sinusoidalnie zmienny. W związku z tym wykazane będzie, że badania wektora natężenia tego pola mogą być prowadzone po wyeliminowaniu czasu. Wniosek ten wynika z udowodnionej w pracy następującej tezy 2.

#### TEZA 2

Wektor natężenia pola elektrycznego w dowolnym punkcie otoczenia linii trójfazowej o sinusoidalnie zmiennych potencjałach przewodów względem ziemi jest wektorem wirującym, zakreślającym w ciągu jednego okresu elipsę.

Własności geometryczne elipsy, zakreślonej przez wektor natężenia pola elektrycznego w ciągu okresu w zależności od współrzędnych przestrzennych zaczepienia tego wektora, wynikają z następującej tezy 3.

#### TEZA 3

Stan pola elektrycznego quasi-statycznego, generowanego przez ładunki tkwiące na przewodach linii trójfazowej w dowolnym punkcie przestrzeni otaczającej tę linię, określa dwójka wektorów  $E_a(x, y, z)$  i  $E_b(x, y, z)$  stanowiących składowe natężenia pola elektrycznego, odpowiednio w kierunku półosi dużej i małej elipsy pola wirującego.

Dowody tez 2 i 3, przeprowadzone w pracy zarówno dla modelu matematycznego linii w ujęciu dwuwymiarowym, jak i trójwymiarowym, stanowią podstawę algorytmu obliczeniowego rozkładów natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi pod liniami trójfazowymi.

Jeżeli obszarem zainteresowania rozkładów natężenia pola elektrycznego jest otoczenie miejsca maksymalnego zwisów przewodów wówczas, można korzystać z udowodnionej w pracy tezy 4.

#### TEZA 4

Rozkład natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi w otoczeniu miejsca maksymalnego zwisu przewodów linii trójfazowej, otrzymar



rozwiązania modelu, uwzględniającego skończoność przewodów i ich zwiis, różni się nieznacznie od analogicznego rozkładu pola obliczonego dla pręsto- liniowego i nieskończonego modelu linii.

Model matematyczny pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego w ujęciu trójwymiarowym pozwala również na obliczenie rozkładów jego natężenia, w otoczeniu miejsca krzyżowania się torów trójfazowych. Wykorzystując ten model udowodniono ponadto następującą tezę 5.

#### TEZA 5

Jeżeli odległość między przewodami krzyżujących się torów trójfazowych jest dostatecznie duża, to do badania rozkładów natężenia pola elektrycznego pod takim skrzyżowaniem przy powierzchni ziemi wystarczy zastosować model matematyczny tego pola, zakładając stałą gęstość ładunków wzdłuż przewodów, wynikającą tylko z oddziaływania quasi-statycznego między przewodami prowadzonymi równoległe a ziemią.

Opracowany w pracy algorytm obliczeniowy zastosowano do obliczeń rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami 765 kV i 1300 kV zarówno z ekranami i bez ekranów, jak również w otoczeniu miejsca krzyżowania się linii, na powierzchni ziemi i na wysokości 1,8 m nad ziemią. Ponadto pozwala on na obliczenie rozkładów natężenia pola wzdłuż osi linii przy równoczesnym uwzględnieniu zwiisu przewodów roboczych. Niektóre przykłady obliczeń rozkładów natężenia pola elektrycznego przeprowadzone w pracy są tak dobrane, że można je uważać za zbliżone z wynikami obliczeń podanymi w pracach np. [37], [42], [79].

Wyniki pomiarów natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową, podane w raporcie GIGRE 36 07 z 1978 r. [70], można uważać za weryfikujące przyjęty model matematyczny linii trójfazowej. Z dokonanego tam porównania wyników pomiarów i obliczeń teoretycznych natężenia pola elektrycznego pod wybraną linią przesyłową wynika rozbieżność od 5% do kilkunastu procent w zależności od rodzaju sondy i firmy, która ją wyprodukowała.

Ponieważ w kraju brak nowoczesnych przyrządów do pomiaru natężenia pola elektrycznego quasi-statycznego, odpowiadających wymaganiom GIGRE 78, w ramach prowadzonych badań opracowano teoretyczne, a następnie wykonano prototypowe urządzenie do pomiaru natężenia pola pod liniami trójfazowymi. W ramach badań teoretycznych w tym zakresie udowodniono następującą tezę:

#### TEZA 6

Wartość skuteczna napięcia na rezystancji łączącej przewodzącą oś czasu kulistą z ziemią umieszczoną w polu elektrycznym quasi-statycznym sinusoidalnie zmiennym jest wprost proporcjonalna do wartości potencjału skutecznego, jaki istniał w punkcie zajmowanym przez środek osy przewodzącej przed jej wprowadzeniem do pola.

Wyniki badań teoretycznych stały się podstawą wykonania terenowego miernika natężenia pola elektrycznego. Analiza błędów wskazań tego miernika pozwala na sformułowanie następującej tezy.

#### TEZA 7

Sonda pomiarowa natężenia pola elektrycznego quasi-statycznego przy powierzchni ziemi pod liniami trójfazowymi, jako metalowa czasza kulista mająca bezpośrednie połączenie elektryczne z ziemią, spełnia wymagania GIGRE 78 odnośnie do dokładności pomiaru.

Za pomocą tak wykonanej sondy zmierzono rozkłady natężenia pola elektrycznego pod krajowymi liniami 400 kV. Badania te potwierdziły zgodność wyników pomiarów z wynikami rozwiązania przyjętego modelu matematycznego pola elektrycznego linii trójfazowych z dokładności do 3,5% wartości obliczonej.

W drugiej części pracy sformułowano zagadnienie syntezy pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego linii trójfazowych najwyższych napięć, polegające na minimalizacji dwóch wybranych funkcjonalów tego pola w pewnym zbiorze konfiguracji dopuszczalnych prowadzenia przewodów linii. W ramach tych zagadnień udowodniono dwie główne tezy pracy.

#### TEZA 8

Minimalizacja funkcjonalu pola elektrycznego linii trójfazowej w postaci całki (3.54) w pewnym zbiorze dopuszczalnych konfiguracji prowadzenia przewodów linii jest równoważna minimalizacji funkcji preferencji (3.59) ze względu na współrzędne określające położenie przewodów linii.

#### TEZA 9

Minimalizacja funkcjonalu pola elektrycznego linii trójfazowej w postaci (3.61) w pewnym zbiorze dopuszczalnych konfiguracji prowadzenia przewodów linii jest równoważna minimalizacji funkcji preferencji (3.71) ze względu na współrzędne określające położenie przewodów linii.

Bazując na powyższych tezach rozwiązano trzy zadania syntezy pola elektrycznego linii trójfazowych najwyższych napięć. Pierwsze z nich dotyczy poszukiwania takich konfiguracji linii jednotorowej przy pewnych ograniczeniach, dla których zdefiniowane funkcjonały pola osiągną minimum.

Drugie zadanie dotyczy syntezy rozkładu pola elektrycznego pod dwutorową linią przesyłową w układzie tor obok toru. Obejmuje ono optymalizację związaną z doborem kątem przesunięcia fazowego napięć jednego toru względem drugiego (przy jednakowych wartościach skutecznych napięć), jak również dobór konfiguracji prowadzenia przewodów przy pewnych ograniczeniach ze względu na minimum funkcji preferencji. Wykazano, że minimalizacja funkcji preferencji ze względu na kąt przesunięcia fazowego napięć jednego toru względem drugiego zależy od konfiguracji prowadzenia przewodów i dlatego powinna być prowadzona również z uwzględnieniem tego drugiego czynnika. Ponadto, rozkład wektora natężenia pola elektrycznego pod linią, odpowiadający minimalizacji funkcji preferencji, znacznie obniża maksimum natężenia pola elektrycznego, jak również szerokość pasa pod linią, poza którym natężenie to nie przekracza pewnej dopuszczalnej wartości.

Trzecie zadanie syntezy rozwiązano dla linii dwutorowej w układzie tor nad torem o różnych poziomach napięć. Opracowano algorytm obliczeniowy, który pozwala dla ustalonego położenia przewodów linii o niższym napięciu znaleźć położenie przewodów o wyższym napięciu oraz kąt przesunięcia fazowego napięć obydwu torów, dla których funkcjonalności syntetyzowanego rozkładu pola osiągnie minimum. Minimalizacja ustalonych funkcjonalności w układzie tor na torem odpowiada jeszcze większemu obniżeniu maksimum natężenia pola elektrycznego i szerokość pasa pod linią, poza którym natężenie pola jest mniejsze od pewnej ustalonej wartości niż w układzie tor obok toru.

Rozważania przeprowadzone w niniejszej pracy skupiają się przede wszystkim na aspekcie teoretycznym zagadnienia analizy i syntezy pola elektrycznego linii trójfazowych najwyższych napięć. Niemniej jednak przykłady obliczeniowe dobrane są dla pewnych danych geometrycznych linii trójfazowych 765 kV i 1300 kV zaczerpniętych z publikacji krajowych i zagranicznych (np. [58], [79]).

Opracowane w pracy algorytmy obliczeniowe dotyczące analizy i syntezy pola elektrycznego linii trójfazowych dostosowane są do bardzo dużego zbioru konfiguracji prowadzenia przewodów linii, obejmującego szeroki zakres jego zastosowań. Choć niektóre podzbiory konfiguracji prowadzenia przewodów linii rozpatrywane w pracy, jak np. linia dwutorowa w układzie tor nad torem, mogą być dyskusyjne ze względów eksploatacyjnych, niemniej jednak możliwość uwzględnienia i takich konfiguracji w zadaniach analizy i syntezy pola elektrycznego tychże linii świadczy o dużych możliwościach zastosowań opracowanych algorytmów obliczeniowych.

Rozpatrywane w pracy zadania syntezy pola elektrycznego quasi-statycznego linii trójfazowych odnoszą się do pewnych wybranych funkcjonalności tego pola, które mogą być istotne z punktu widzenia jego oddziaływania na organizmy żywe. Dlatego też opracowane algorytmy można wykorzystać jako uzupełnienie ogólnych algorytmów projektowania linii przesyłowych, uwzględniając tym samym wpływ pola elektrycznego na środowisko naturalne człowieka.

## 2. ANALIZA POLA ELEKTRYCZNEGO QUASI-STATYCZNEGO W OTOCZENIU LINII NAJWYŻSZYCH NAPIĘĆ

### 2.1. Wybór modelu matematycznego

Rozważania analityczne dotyczące pola elektrycznego quasi-statycznego otoczeniu linii przesyłowych bardzo wysokich napięć można znaleźć między innymi w pracach [42] [44] D.W. Deno oraz [37] T.M. Mo Cauleya. Zawierają one wyniki rozkładów potencjału i wektora natężenia pola elektrycznego zarówno w poprzek, jak i wzdłuż linii przesyłowej. Badając rozkład wektora natężenia pola elektrycznego wzdłuż linii, można zauważyć, że maksymalne natężenie wystąpi w miejscu maksymalnego zwisu przewodów. Mając więc na uwadze oddziaływanie pola elektrycznego na środowisko naturalne, wystarczy ograniczyć analizę tego pola do obszaru, w którym występuje maksymalny zwis przewodów. Dlatego też przyjęto do analizy układ przewodów prostoliniowych nieskończenie długich, prowadzonych równolegle względem siebie i ziemi, a których odległość względem ziemi odpowiada maksymalnemu zwisowi przewodów linii przesyłowej.

Mając na uwadze syntetyzowanie rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi, przyjęto do dalszych rozważań uproszczony model matematyczny tego rozkładu, odnoszący się do układu przewodów prostoliniowych względem siebie i ziemi. W takim układzie analiza pola elektrycznego sprowadza się do zagadnienia dwuwymiarowego. Rozwiązanie tego zagadnienia dla przewodów walcowych można znaleźć w pracy [6].

W niniejszym opracowaniu przeprowadzona zostanie rekonstrukcja tego modelu matematycznego, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu przewodów wiązkowych na pole elektryczne pod liniami bardzo wysokich napięć. Skonstruowany model matematyczny pola elektrycznego linii przesyłowych pozwoli również na uchwycenie niejednorodności pola w sytuacji, gdy wektor natężenia tego pola w warstwie przy powierzchni ziemi jest wektorem wirującym [44].

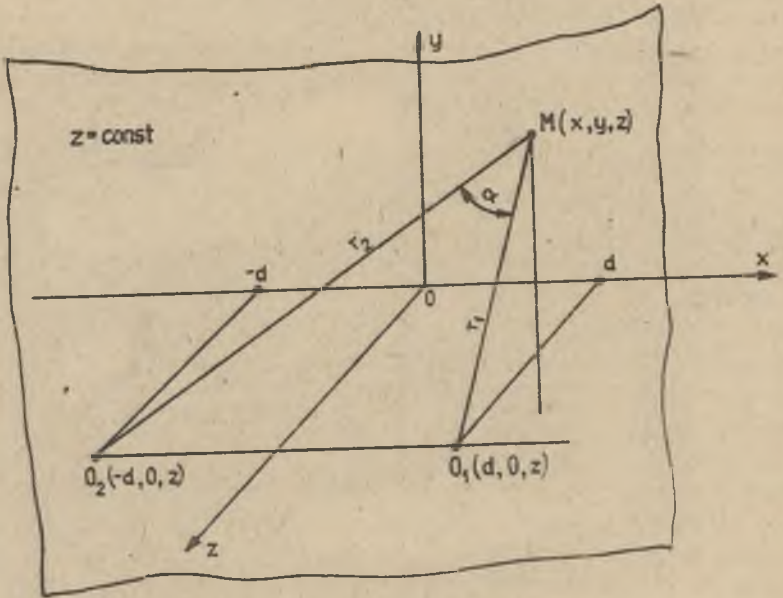
### 2.2. Pole elektryczne linii jednofazowej

#### 2.2.1. Linia o przewodzie walcowym

Analiza pola elektrycznego linii jednofazowej jest znana w literaturze (np. [11] [14]) dla konfiguracji walec nieskończony - równoległa do niego płaszczyzna przewodząca. Można bowiem, stosując metodę odbić zwierciadlanych, wyznaczyć pole elektryczne dwóch walców równoległych o przeciwnych

potencjałach we współrzędnych dwuwalcowych [11]. Przeprowadzona zostanie rekonstrukcja tej analizy, gdyż stanowić ona będzie punkt wyjścia do uogólnienia jej na przypadek linii o przewodach wiązkowych.

Wyniki tej analizy podane zostaną zgodnie z oznaczeniami rys. 2.1 [11].



Rys. 2.1. Współrzędne dwuwalcowe

Współrzędne dwuwalcowe definiowane są następująco [11]

$$\xi = \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (2.1)$$

$$\eta = \begin{cases} \alpha & \text{dla } y > 0 \\ -\alpha & \text{dla } y < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$z' = z \quad (2.3)$$

Analiza pola elektrostatycznego w obszarze linii jednofazowej sprowadza się do rozwiązania równania Laplace'a, które we współrzędnych dwuwalcowych przyjmuje postać

$$\frac{(\cosh \xi - \cos \eta)^2}{d^2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z'^2} = 0 \quad (2.4)$$

Dobierając parametr  $d$  współrzędnych dwuwalcowych tak, ażeby walcem przewodzącym o promieniu  $R$ , których osie odległe są względem siebie o  $2h$ , odpowiadały zarazem parametry  $\xi_0$  i  $-\xi_0$ , łatwo podać rozwiązanie problemu Dirichleta dla równania Laplace'a (2.4) w przypadku, gdy pierwszy z przewodników ma potencjał  $V_0$ , a drugi  $-V_0$ . Istotnie, powierzchnie odpowiadające parametrom  $\xi_0$  i  $-\xi_0$  są powierzchniami ekwipotencjalnymi. Oznacza to, że potencjał  $V$  zależy tylko od współrzędnej  $\xi$  i na mocy równania (2.4) wynosi

$$V(\xi) = V_0 \frac{\xi}{\xi_0} = b_1 \xi \quad (2.5)$$

Zgodnie z definicją natężenie pola elektrycznego we współrzędnych dwuwalcowych

$$\mathbf{E} = - \text{grad } V = - \mathbf{e}_\xi \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial V}{\partial \xi} = \mathbf{e}_\xi E_\xi \quad (2.6)$$

przy czym funkcja  $e_\xi$  ma postać [11]

$$e_\xi = e_\eta = \frac{d}{\cosh \xi - \cos \eta} \quad (2.7)$$

Uwzględniając wzory (2.7), (2.8) i (2.9), otrzymuje się

$$E_\xi = - \frac{b_1}{d} (\cosh \xi - \cos \eta) \quad (2.8)$$

Stałą  $b_1$  wyznacza się z równania (2.5) i przy zadanych potencjałach przewodów  $V_0$  i  $-V_0$  wynosi

$$b_1 = \frac{V_0}{\xi_0} \quad (2.9)$$

Stałą  $b_1$  można również wyznaczyć przy zadanym ładunku  $q_0$  przypadającym na jednostkę długości walca. Zachodzi bowiem

$$q_0 = \epsilon_0 \int_{S_1} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, ds = \epsilon_0 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{b_1}{d} (\cosh \xi - \cos \eta) e_\xi \, d\eta = \epsilon_0 b_1 2\pi$$

a stąd

$$b_1 = \frac{q_0}{2\pi \epsilon_0} \quad (2.10)$$

Z kolei przy zadanych parametrach  $R$  i  $h$  oraz założeniu  $h \gg R$  zachodzi [11]

$$d = \sqrt{h^2 - R^2} \quad (2.11)$$

$$\xi_0 = \text{Ar } \sin h \sqrt{\frac{h^2}{R^2} - 1} \approx \ln \frac{2h}{R} \quad (2.12)$$

Znajomość parametru  $\epsilon_0$  pozwala przy danym potencjale przewodu  $V_0$  wyznaczyć ładunek  $q_0$  przypadający na jego jednostkę długości. Istotnie, z porównania wzorów (2,9) i (2,10), a następnie podstawienia wzoru (2,12) otrzymuje się

$$q_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\int_0} V_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{R}} V_0 = C_0 V_0 \quad (2.13)$$

gdzie, jak wiadomo [14],  $C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{R}}$  jest pojemnością jednostkową walca o promieniu  $R$  zawieszonoego na wysokości  $h$  względem ziemi.

Wektor natężenia pola elektrycznego (2.6) w dwuwalcowym układzie współrzędnych ma tylko jedną składową  $E_x$ , w związku z czym na mocy prawa transformacji dla wektorów [14] w prostokątnym układzie współrzędnych będzie miał składowe (por. z [6])

$$E_x(x,y) = - \frac{q_0}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2d(d^2 - x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2 - d^2)^2 + 4y^2 d^2} \quad (2.14)$$

$$E_y(x,y) = \frac{q_0}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4dxy}{(x^2 + y^2 - d^2)^2 + 4y^2 d^2} \quad (2.15)$$

gdzie ładunek  $q_0$  wyraża się wzorem (2.16).

Wzory (2.14) i (2.15), które można interpretować jako składowe natężenia pola elektrycznego wywołane przez dwie osie naładowane o ładunkach jednostkowych  $q_0$  i  $-q_0$  [14], będą dalej stanowiły punkt wyjścia analizy pola dla układu "n" przewodowego.

### 2.2.2. Linia o przewodzie wiązkowym zawierająca "n" przewodów w wiązce

Analizę pola elektrycznego w obszarze linii trójfazowej o przewodach wiązkowych zawierających dwa przewody w wiązce przeprowadzono w pracy [28]. W niniejszym punkcie uogólnione zostaną otrzymane tam wyniki na przypadek, gdy wiązka zawiera "n" przewodów równomiernie rozłożonych na obwodzie walca o promieniu  $R_0$ . Punktem wyjścia tego uogólnienia będzie analiza pola elektrycznego "n" równoległych osi naładowanych równomiernie o gęstości  $q_0/n$ , rozłożonych równomiernie na obwodzie walca o promieniu  $b$  zawieszonoego równolegle nad płaszczyzną przewodzącą.

Wpływ płaszczyzny przewodzącej można uwzględnić, stosując metodę odbić zwierciadlanych [14]. W rozpatrywanym przypadku prowadzi się ona do uwzględnienia pola  $2n$  osi równoległych (rys. 2.2), z których  $0'_1, 0'_2, \dots, 0'_n$  stanowią odbicia zwierciadlane osi  $0_1, 0_2, \dots, 0_n$  w płaszczyźnie  $yz$  o gęstości liniowej  $-q_0/n$ . Mając na uwadze zastosowania, przyjmuje się, że

odległości osi od płaszczyzny, yz są o wiele większe niż odległości między osiami naładowanymi, tj.  $d \gg a$  (rys. 2.2).

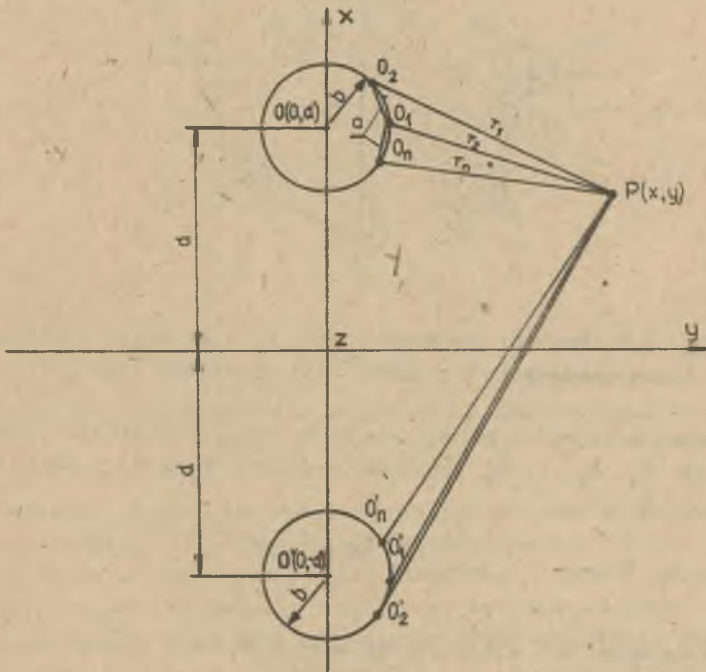
Na mocy zasady superpozycji oraz wzorów (2.5), (2.1) i (2.10) potencjał pola w punkcie  $P(x,y)$  wynosi

$$V(P) = \frac{q_0}{2\pi n \epsilon_0} \sum_{k=1}^n \ln \frac{r'_k}{r_k} = \frac{q_0}{2\pi n \epsilon_0} \ln \left( \prod_{k=1}^n \frac{r'_k}{r_k} \right) \quad (2.16)$$

gdzie:

$r_k$  - odległość punktu  $P$  od osi  $O_k$ ,

$r'_k$  - odległość punktu  $P$  od osi  $O'_k$ .



Rys. 2.2. Odbicie zwierciadlane osi  $O_1, O_2, \dots, O_n$  w płaszczyźnie yz

Wprowadzenie nowej zmiennej

$$\xi_n = \frac{1}{n} \ln \left( \prod_{k=1}^n \frac{r'_k}{r_k} \right) \quad (2.17)$$

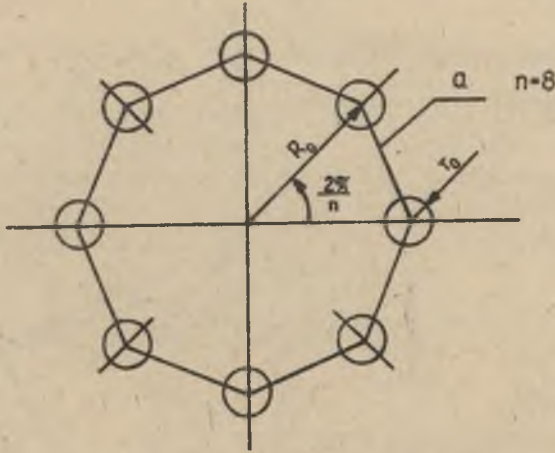
pozwala zapisać wzór (2.16) w postaci

$$V(P) = \frac{q_0}{2\pi n \epsilon_0} \xi_n \quad (2.18)$$



Ze wzoru (2.18) wynika, że linie parametryczne  $\xi_n = \text{const}$  są liniami ekwipotencjalnymi. Ponadto łatwo zauważyć, że w dowolnym punkcie P płaszczyzny  $\varphi(P) = 0$ , gdyż  $\xi_n = 0$ .

Można wykazać, że stosowanie wzoru (2.18) jest dopuszczalne w rozpatrywanym modelu również w przypadku, gdy osie naładowane zastąpimy wałkami równoległymi o promieniu  $r_0$ , równomiernie rozłożonymi na obwodzie walca o promieniu  $R$ .



Rys. 2.3. Przewód wiązkowy  $n = 8$ ,  $r_0 = 19$  mm,  $a = 450$  mm  
(dane zaczerpnięte z pracy [74] dla linii 1300 kV)

W pierwszej kolejności należy zauważyć, że w najbliższym otoczeniu osi naładowanych  $0_1, 0_2, \dots, 0_n$  ustalony parametr  $\xi_n = \xi_{n0}$  można zapisać w postaci

$$\xi_{n0} = \frac{1}{n} \ln \left( \prod_{k=1}^n \frac{2d}{r_k} \right) \quad (2.19)$$

gdyż dla dowolnego  $k = 1, 2, \dots, n$  na mocy założenia  $a \ll d$  zachodzi  $r'_k = \approx 2d$ .

Ze wzorów (2.19) i (2.18) wynika, że w otoczeniu osi  $0_1, 0_2, \dots, 0_n$  linie ekwipotencjalne spełniają równanie

$$\prod_{k=1}^n r_k = \text{const} \quad (2.20)$$

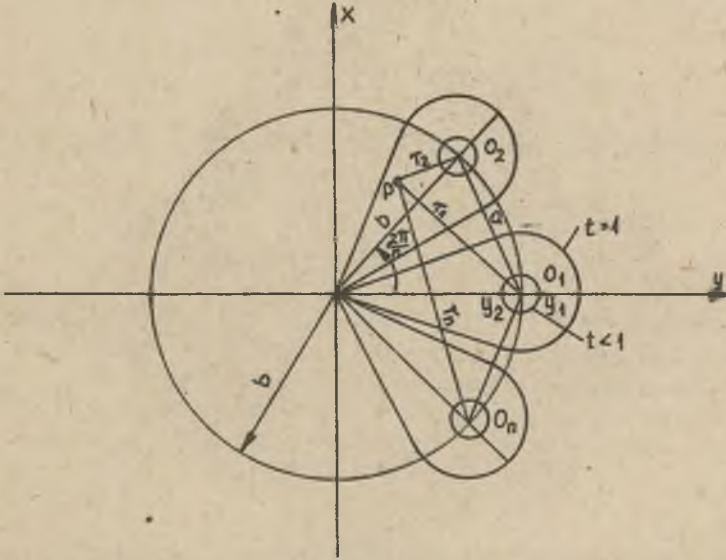
Wprowadzenie parametru  $t > 0$  umożliwia badanie miejsc geometrycznych (2.20)

$$\prod_{k=1}^n r_k(x', y) = b^{n,t} \quad (2.21)$$

gdzie:

$$x' = x - d$$

$$r_k(x', y) = \sqrt{\left(x' - b \sin \frac{2(k-1)\pi}{n}\right)^2 + \left(y - b \cos \frac{2(k-1)\pi}{n}\right)^2} \quad (2.22)$$



Rys. 2.4. Miejsce geometryczne punktów na płaszczyźnie, dla których

$$r_1, r_2, \dots, r_n = b^n t^n$$

Dla parametrów  $t < 1$  miejsce geometryczne punktów na płaszczyźnie, określone równaniem (2.21), stanowią owale przedstawione na rys. 2.4 (dla  $n = 2$  [28] owale te noszą nazwę owali Cassiniego). Jeżeli parametr  $t$  jest dostatecznie mniejszy od jedności  $t < 0,4$ , to owale te można praktycznie uważać za okręgi. Przy tych założeniach można wyrazić parametr  $t$  oraz promień  $b$  (rys. 2.4) poprzez promienie  $r_0$  i  $R_0$  (rys. 2.3) dla przewodu wiązkowego zawierającego "n" przewodów w wiązce. Zgodnie z oznaczeniami rys. 2.4. promieniowi  $r_0$  przewodu w wiązce przyporządkowuje się

$$r_0 = \frac{y_1 - y_2}{2} \quad (2.23)$$

natomiast promieniowi  $R_0$  okręgu, na którym rozłożone są osie walców, wartość

$$R_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (2.24)$$

gdzie:

$y_1$  i  $y_2$  są miejscami zerowymi równania

$$\prod_{k=1}^n r_k(0, y) = b^n t^n \quad (2.25)$$

Po podstawieniu wzoru (2.22) do równania (2.25) otrzymuje się

$$\prod_{k=1}^n \left( \sqrt{y^2 + b^2 - 2yb \cos \frac{2(k-1)\pi}{n}} \right) = b^n t^n \quad (2.26)$$

Dla  $y > 0$  równanie (2.26) ma tylko dwa pierwiastki rzeczywiste

$$y_1 = \sqrt[n]{b^n + (b t)^n} \quad (2.27)$$

$$y_2 = \sqrt[n]{b^n - (b t)^n} \quad (2.28)$$

Podstawiając wyrażenia (2.27) i (2.28) do wzorów (2.23), (2.24) i następnie rozwiązując je ze względu na  $b$  i  $t$ , otrzymuje się

$$b = \sqrt[n]{\frac{1}{2} [(R_0 + r_0)^n + (R_0 - r_0)^n]} \quad (2.29)$$

$$R_z = b t = \sqrt[n]{\frac{1}{2} [(R_0 + r_0)^n - (R_0 - r_0)^n]} \quad (2.30)$$

Zamiast parametru  $t$  można dalej posługiwać się wielkością  $R_z = b t$  zwaną promieniem zastępczym wiązki. Znajomość promienia zastępczego pozwala określić parametr  $\xi_n = \xi_{no}$  odpowiadający powierzchni przewodów w wiązce. Wystarczy bowiem podstawić wzór (2.21) do wzoru (2.19), by otrzymać

$$\xi_{no} = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{2d}{b t} \right)^n = \ln \frac{2d}{R_z} \quad (2.31)$$

Ponieważ w płaszczyźnie  $yz$  (rys. 2.2) (powierzchnia ziemi) parametr  $\xi_n = 0$ , można więc uważać wzór (2.18) za rozwiązanie problemu Dirichleta w przypadku, gdy przewód wiązkowy ma potencjał  $V = V_0$ , natomiast na ziemi  $V = 0$ .

Na mocy wzoru (2.18) pojemność jednostkowa linii jednoprzewodowej o przewodzie wiązkowym względem ziemi wyraża się następująco

$$C_{no} = \frac{q_0}{V_0} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\xi_{no}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2d}{R_z}} \quad (2.32)$$

gdzie promień zastępczy wyraża się wzorem (2.30).

W przypadku, gdy dana jest odległość "a" między sąsiednimi przewodami wiązki, we wzorze (2.30) można podstawić (rys. 2.3)

$$R_0 = \frac{a}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \quad (2.33)$$

Uwzględniając ponadto wzór dwumienny Newtona [12]

$$(R_0 \pm r_0)^n = \sum_{k=0}^{n/2} (\pm 1)^k \binom{n}{k} R_0^{n-k} r_0^k \quad (2.34)$$

wzór (2.30) na promień zastępczy przewodu wiązkowego przyjmie postać

$$R_z = \sqrt[n]{\sum_{i=0}^{n/2} \binom{n}{2i-1} \left(\frac{a}{2 \sin \frac{\pi}{n}}\right)^{b-2i+1} r_0^{2i-1}} \quad (2.35)$$

W szczególnym przypadku dla  $n = 2$  wzór (2.35) pokrywa się ze wzorem podanym w pracy [28].

Znajomość pojemności jednostkowej (2.32) pozwala wyrazić ładunek  $q_0$  przypadający na jednostkę długości linii jednoprzewodowej poprzez potencjał tego przewodu  $V_0$ . Wzór (2.18) na potencjał pola przyjmie postać

$$V(x, y) = \frac{V_0}{\ln \frac{2d}{R_z}} \xi_n(x, y) \quad (3.36)$$

Zgodnie z definicją (2.17) parametru  $\xi_n$  składowe wektora natężenia pola elektrycznego wynoszą

$$E_x(x, y) = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{V_0}{\ln \frac{2d}{R_z}} \left[ \sum_{k=1}^n \frac{x-d-b \sin \frac{2(k-1)\pi}{n}}{r_k^2(x, y)} - \sum_{k=1}^n \frac{x+d+b \sin \frac{2(k-1)\pi}{n}}{r_k'^2(x, y)} \right] \quad (2.37)$$

$$E_y(x, y) = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{V_0}{\ln \frac{2d}{R_z}} \left[ \sum_{k=1}^n \frac{y-b \cos \frac{2(k-1)\pi}{n}}{r_k^2(x, y)} - \sum_{k=1}^n \frac{y-b \cos \frac{2(k-1)\pi}{n}}{r_k'^2(x, y)} \right] \quad (2.38)$$

gdzie

$$r_k(x, y) = \sqrt{\left(x-d-b \sin \frac{2(k-1)\pi}{n}\right)^2 + \left(y-b \cos \frac{2(k-1)\pi}{n}\right)^2} \quad (2.39)$$

$$r_k'(x, y) = \sqrt{\left(x+d+b \sin \frac{2(k-1)\pi}{n}\right)^2 + \left(y-b \cos \frac{2(k-1)\pi}{n}\right)^2} \quad (2.40)$$

Stosowanie wzorów (2.37) i (2.38) jest uzasadnione w otoczeniu przewodu wiązkowego. Jeżeli natomiast chodzi o pole elektryczne przy powierzchni ziemi, to wystarczy posługiwać się wzorami (2.14), (2.15) i (2.13), podstawiając tam wzory (2.35), (2.30) na promień zastępczy  $R_z$  dla przewodu wiązkowego.

Biorąc przykładowo linię jedнопrzewodową o przewodzie wiązkowym zawierającym  $n = 4$  przewody w wiązce, dla której zgodnie z oznaczeniami rys. 2.3 i 2.4  $r_0 = 19$  mm,  $a = 450$  mm<sup>1)</sup>,  $d = 7$  m, można wykazać, że rozkład natężenia pola elektrycznego na powierzchni ziemi, obliczany zgodnie ze wzorem (2.14) dla przewodu walcowego o promieniu  $R = R_z$ , różni się od rozkładu obliczonego wzorem (2.37) dopiero na szóstej znaczącej cyfrze. Zgodność ta jest tym większa, im więcej przewodów występuje w wiązce.

Przy obliczaniu rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami wysokiego napięcia o przewodach wiązkowych w obszarze przy powierzchni ziemi wystarczy więc posługiwać się wzorami (2.14) i (2.15) dla przewodów walcowych, podstawiając do nich wyrażenie na promień zastępczy wiązki zgodnie ze wzorami (2.35).

### 2.3. Pole elektryczne przesyłowych linii trójfazowych

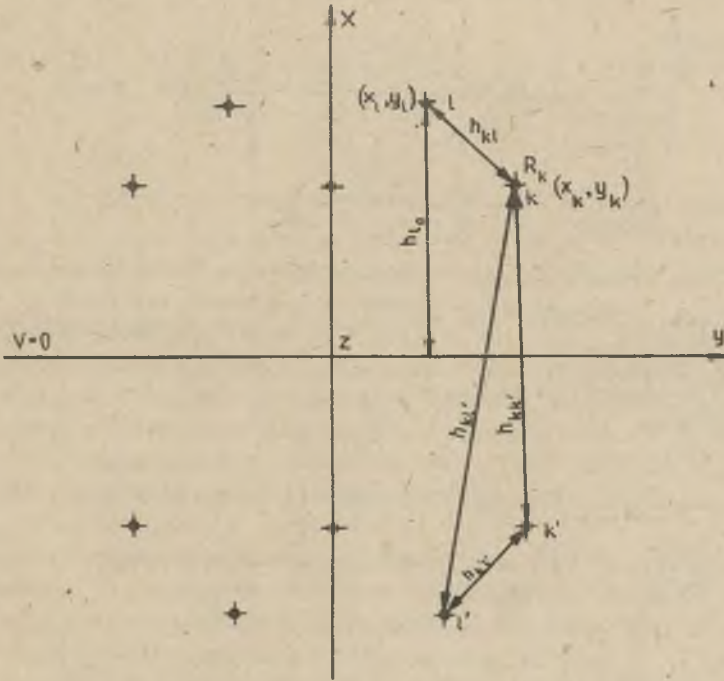
Zgodnie z założeniami poczynionymi w punkcie 2.2 będzie teraz rozpatrywane zagadnienie dwuwymiarowe pola elektrycznego quasi-statycznego w obszarze linii przesyłowych, odnoszące się do układu przewodów równoległych względem siebie i ziemi. Wpływ przewodów wiązkowych w tej analizie omówiono w poprzednim punkcie 2.2, z którego wynika, że z wystarczającą dokładnością dla dalszych rozważań zastąpić można przewód wiązkowy walcem przewodzącym o promieniu określonym wzorem (2.30) lub (2.35). Analiza pola elektrycznego linii przesyłowych podana zostanie w niniejszej pracy całościowo z odniesieniem do wybranych pozycji literatury [6], [37], [28], jak również z szerszym omówieniem ważniejszych założeń upraszczających.

#### 2.3.1. Pojemności maxwellowskie linii przesyłowych

Badanie wpływu konfiguracji geometrycznej linii przesyłowej na rozkład natężenia pola elektrycznego w jej obszarze wymaga w pierwszej kolejności znajomości pojemności jednostkowych cząstkowych (maxwellowskich). Wprowadzenie tych wzorów można znaleźć w pracach np. [6], [28]. W niniejszym punkcie przeprowadzona zostanie rekonstrukcja tego wyprowadzenia w celu szerszego omówienia zakresu stosowania wzorów na pojemności cząstkowe, wynikające z przyjętych założeń upraszczających.

<sup>1)</sup> Dane zaczerpnięte z pracy [79] dla linii 765 kV.

Niech dany jest układ "n" przewodów walcowych o promieniu  $R_k$ , nieskończenie długich równoległych względem siebie oraz płaszczyzny przewodzącej  $yz$  oraz ich odbicia zwierciadlane w płaszczyźnie  $yz$  (rys. 2.5).



Rys. 2.5. Odbicie zwierciadlane linii "n" - przewodowej w płaszczyźnie  $yz$

Założono, że zarówno odległość  $h_{kl}$  między dowolnym k-tym, i l-tym przewodem, jak również odległość  $h_{k0}$  między k-tym przewodem a powierzchnią przewodzącą  $yz$  jest bardzo duża w porównaniu z promieniem przewodu, tj.  $h_{kl} \gg R_i$ ,  $h_{k0} \gg R_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Potencjał k-tego przewodu oznaczono przez  $v_k$ , natomiast ładunek przypadający na jego jednostkę długości przez  $q_k$ .

Jak wiadomo [14], istnieje jednoznaczny stan równowagi układu "n" przewodów, zaś odpowiednie potencjały przewodów dane są przez układ równań

$$v_k = \sum_{l=1}^n a_{kl} q_l \quad (2.41)$$

Wyprowadzenie wzorów na współczynniki  $a_{kl}$  występujące w układzie równań (2.41) można znaleźć między innymi w pracy [6].

Wynoszą one

$$a_{k1} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2x_k}{R_k} & \text{dla } k = 1 \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(x_k + x_1)^2 + (y_k - y_1)^2}}{\sqrt{(x_k - x_1)^2 + (y_k - y_1)^2}} & \text{dla } k \neq 1 \end{cases} \quad (2.42)$$

gdzie współrzędne  $(x_k, y_k)$  i  $(x_1, y_1)$  określają położenie osi  $k$ -tego i  $1$ -tego przewodu (rys. 2.5).

Znajomość współczynników  $a_{k1}$  określonych wzorem (2.42) pozwala wyrazić potencjał  $v_k$  dowolnego  $k$ -tego przewodu w postaci superpozycji potencjałów cząstkowych  $a_{k1} q_1$  ( $1 = 1, 2, \dots, n$ ), generowanych przez ładunki  $q_1$  poszczególnych przewodów. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że przy określeniu potencjału cząstkowego  $k$ -tego przewodu  $v_k = a_{k1} q_1$  generowanego przez ładunek  $q_1$   $1$ -tego przewodu zakładano, że pozostałe przewody  $i \neq 1, k$  są elektrycznie obojętne, tzn.  $q_i = 0$ . Wiadomo jednak, że istnienie tych przewodów powoduje pewną deformację potencjału, która niewątpliwie ma wpływ na wartość  $v_k$ .

Można jednak wykazać, że jeżeli odległości między przewodami są dostatecznie duże, to można stosować układ równań (2.41).

W tym celu należy wziąć pod uwagę transformację Kelvina dla przypadku dwuwymiarowego [8] o punkcie stałym  $(x_1, y_1)$  oraz promieniu inwersji  $R$ , tj. wprowadzić nowe zmienne niezależne

$$\xi = x_1 + \frac{x-x_1}{r^2} R^2; \quad \eta = y_1 + \frac{y-y_1}{r^2} R^2 \quad (2.43)$$

gdzie:

$$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} \quad (2.44)$$

Niech  $V_1(x, y)$  będzie potencjałem generowanym przez ładunek  $q_1$   $1$ -tego przewodu przy braku pozostałych przewodów, natomiast przez  $U_1(x, y)$  oznaczono funkcję

$$U_1(x, y) = V_1\left(x_1 + \frac{x-x_1}{r^2} R^2; y_1 + \frac{y-y_1}{r^2} R^2\right) = V_1(\xi, \eta) \quad (2.45)$$

Zachodzi [8] następujące

#### TWIERDZENIE 1

Jeżeli funkcja  $V_1(x, y)$  jest harmoniczna w pewnym obszarze, to funkcja  $U_1(x, y)$  określona wzorem (2.45) jest również harmoniczna w odpowiednim obszarze z wyłączeniem punktu  $(x_1, y_1)$  (tzn. dla  $r \neq 0$ ).

Należy zauważyć, że jeżeli w polu o potencjale  $V_1(x, y)$  umieszczono i-ty przewód o promieniu  $R$ , elektrycznie obojętny ( $q_i = 0$ ), którego oś ma współrzędne  $(x_i, y_i)$ , to na mocy powyższego twierdzenia 1 oraz ze wzorów (2.45) i (2.44) potencjał w otoczeniu i-tego przewodu wyraża się funkcją

$$V_{1i}(x, y) = V_1(x, y) - V_1 \left[ x_i + \frac{(x-x_i)R^2}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}, y_i + \frac{(y-y_i)R^2}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right] + V_1(x_i, y_i) \quad (2.46)$$

Istotnie, na mocy twierdzenia 1 oraz własności addytywności operatora Laplace'a  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  funkcja (2.46) spełnia równanie Laplace'a. Ponadto na powierzchni i-tego przewodu, tj. dla  $(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 = R^2$ , potencjał  $V_{1i}(x, y) = V_1(x_i, y_i)$ , czyli jest równy potencjale generowanemu przez ładunek  $q_i$  w punktach osi i-tego przewodu. Z drugiej strony w obszarze określonym nierównością  $(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 \gg R^2$  zachodzi  $V_{1i}(x, y) = V_1(x, y)$ . Oznacza to, że dla punktów  $x, y$  określonych nierównością  $r \gg R$  wpływ elektrycznie obojętnego i-tego przewodu na potencjał  $V_1(x, y)$  jest pomijalnie mały. Wynika z tego, że przy spełnieniu założenia  $h_{1i} = \sqrt{(x_1-x_i)^2 + (y_1-y_i)^2} \gg R$  stosowanie współczynników (2.42) jest dopuszczalne.

W dalszych rozważaniach zachodzi potrzeba wyrażenia ładunków poszczególnych przewodów poprzez ich potencjały. W tym celu należy rozwiązać układ równań (2.41) ze względu na ładunki  $q_k$ . Zadanie to jest wykonalne, jak łatwo wykazać [14], wyznacznik macierzy  $[a_{kl}]$  współczynników (2.42) jest zawsze dodatni. Oznaczając przez  $\Delta_{kl}$  minor wyznacznika  $\Delta = \det [a_{kl}]$  odpowiadający elementowi  $a_{kl}$  i kładąc

$$c_{kl} = \frac{(-1)^{k+l}}{\Delta} \Delta_{kl} \quad (2.47)$$

otrzymuje się na mocy twierdzenia Cramera

$$q_k = \sum_1 c_{kl} \varphi_l \quad (2.48)$$

Współczynniki  $c_{kl}$  znane są w literaturze pod nazwą pojemności maksymalowskich [6]. Nie są one wszystkie niezależne. Ze wzorów (2.41) i (2.42) wynika, że  $c_{kl} = -c_{lk}$ . Ponadto można wykazać [14], że  $c_{kl} < 0$  dla  $k \neq l$ ,  $c_{kl} > 0$  oraz  $\sum_1 c_{kl} > 0$ .

### 2.3.2. Potencjał quasi-statyczny w otoczeniu linii przesyłowych

Znajomość pojemności cząstkowych  $c_{kl}$  pozwala wyznaczyć ładunki  $q_k$  przypadające na jednostkę długości poszczególnych przewodów linii przesy-



łowej (wzór (2.48)). Jeżeli jednak potencjały  $v_1$  poszczególnych przewodów są cosinusoidalnie zmienne

$$v_1 = V_{m1} \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (2.49)$$

to wygodniej jest posługiwać się wartościami zespolonymi tych potencjałów  $\underline{v}_1$

$$\underline{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{m1} e^{j\varphi_1} \quad (2.50)$$

dla których ładunki zespolone  $Q_k$  przypadające na jednostkę długości przewodów, zgodnie ze wzorem (2.48), wynoszą

$$Q_k = \sum_{l=1}^n c_{kl} \underline{v}_l \quad (2.51)$$

Na mocy zasady superpozycji oraz wzorów (2.5), (2.1) i (2.10) ładunki zespolone  $Q_k$  poszczególnych przewodów linii przesyłowej generują w dowolnym punkcie przestrzeni otaczającej potencjał zespolony

$$\underline{v}(x,y) = \left| \underline{v}(x,y) \right| e^{j\varphi_v} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n Q_k \ln \left( \frac{\sqrt{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2}}{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2}} \right) \quad (2.52)$$

Znajomość potencjału zespolonego pozwala określić jego wartość chwilową w dowolnym punkcie o współrzędnych  $x,y$

$$v(x,y,t) = \sqrt{2} \left| \underline{v}(x,y) \right| \sin[\omega t + \varphi_v(x,y)] \quad (2.53)$$

Jak wynika z rozważań przeprowadzonych w punktach 2.3.1 i 2.2.2, stosowanie wzorów (2.52) i (2.53) jest dopuszczalne dla punktów leżących dostatecznie daleko od przewodów linii przesyłowej, szczególnie gdy stanowią one przewód wiązkowy. Dla punktów leżących na powierzchni ziemi, tj. dla  $x = 0$ , potencjał  $\underline{v}(0,y) = 0$ , co jest zgodne z przyjętymi założeniami.

W tabeli I podano obliczenia potencjału elektrycznego pod liniami przesyłowymi 765 kV i 1300 kV na wysokości  $h = 1,8$  m nad ziemią. Obliczenia te przeprowadzono na maszynie cyfrowej zgodnie ze wzorami (2.51), (2.52), (2.47), (2.42) i (2.35) dla danych geometrycznych podanych na rys. 7a i b, a zaczerpniętych z pracy [79]. Z obliczeń tych wynika, że w układzie płaskim prowadzenia przewodów roboczych linii, niezależnie od wartości napięcia linii, maksymalna wartość potencjału na wysokości 1,8 m nad ziemią występuje nieco poza płaszczyznę położenia przewodów skrajnych (np. dla linii 765 kV (rys. 2.7a), dla  $y > 13$  m, patrz tabela I).

2.3.3. Natężenie pola elektrycznego linii przesyłowych wysokiego napięcia [28]

Znajomość ładunków jednostkowych  $q_k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) przypadających na jednostkę długości  $k$ -tego przewodu (dla przyjętego w punkcie 2.3.1 modelu linii przesyłowej), pozwala określić wektor natężenia pola quasi-statycznego w dowolnym punkcie przestrzeni otaczającej linię [6]. W przyjętym układzie współrzędnych prostokątnych (rys. 2.5) ładunek  $q_k(t)$   $k$ -tego przewodu generuje w punkcie o współrzędnych  $(x, y)$  składowe natężenia pola elektrycznego, które na mocy wzorów (2.14) i (2.15) wynoszą:

$$E_{ix}(x, y, t) = -\frac{q_k(t)}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2x_k [x_k^2 - x^2 + (y-y_k)^2]}{[x^2 + (y-y_k)^2 - x_k^2]^2 + 4x_k^2(y-y_k)^2} \quad (2.54)$$

$$E_{iy}(x, y, t) = \frac{q_k(t)}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4x_k x(y-y_k)}{[x^2 + (y-y_k)^2 - x_k^2]^2 + 4x_k^2(y-y_k)^2} \quad (2.55)$$

Na mocy zasady superpozycji składowe natężenia pola elektrycznego w kierunku osi  $x$  i  $y$  (rys. 2.5) generowane przez wszystkie "n" przewodów linii przesyłowej, wynoszą

$$E_x(x, y, t) = \sum_{k=1}^n E_{kx}(x, y, t) \quad (2.56)$$

$$E_y(x, y, t) = \sum_{k=1}^n E_{ky}(x, y, t) \quad (2.57)$$

Jeżeli potencjały poszczególnych przewodów mają postać (2.49), to można posługiwać się ładunkiem zespolonym  $Q_k$  danym wzorem (2.51). Ładunki zespolone  $Q_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) generują w każdym punkcie przestrzeni składowe zespolone natężenia pola elektrycznego w kierunku osi  $x$  i  $y$ , które na mocy wzorów (2.56) i (2.57) oraz (2.51) wynoszą

$$E_x(x, y) = \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sigma_{kl} \frac{y-l}{-l} \cdot \frac{2x_k [x_k^2 - x^2 + (y-y_k)^2]}{[x^2 + (y-y_k)^2 - x_k^2]^2 + 4x_k^2(y-y_k)^2} \quad (2.58)$$

$$E_y(x, y) = \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sigma_{kl} \frac{y-l}{-l} \cdot \frac{4x_k x(y-y_k)}{[x^2 + (y-y_k)^2 - x_k^2]^2 + 4x_k^2(y-y_k)^2} \quad (2.59)$$

W postaci czasowej składowe natężenia pola elektrycznego wynoszą

$$E_x(x, y, t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \underline{E}_x(x, y) e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} E_x(x, y) \cos[\omega t + \psi_x(x, y)] \quad (2.60)$$

$$E_y(x, y, t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \underline{E}_y(x, y) e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} E_y(x, y) \cos[\omega t + \psi_y(x, y)] \quad (2.61)$$

Ogólnie rzecz biorąc,  $\psi_x(x, y) \neq \psi_y(x, y)$ , a to oznacza, że wypadkowy wektor natężenia pola elektrycznego o module

$$E(x, y, t) = \sqrt{E_x^2(x, y, t) + E_y^2(x, y, t)} \quad (2.62)$$

jest wektorem wirującym. Ponieważ w rozpatrywanym modelu pole elektryczne jest funkcją tylko dwóch zmiennych przestrzennych  $x, y$ , do jego badania można zastosować geometrię płaszczyzny Gaussa. Polega ono na przyporządkowaniu punktowi o współrzędnych  $x, y$  liczby zespolonej

$$\underline{E}(x, y, t) = E_y(x, y, t) + j E_x(x, y, t) \quad (2.63)$$

której moduł jest identyczny z modulem (2.62) wektora natężenia pola elektrycznego w punkcie  $(x, y)$ .

Stosując metody płaszczyzny Gaussa można wykazać, że natężenie pola elektrycznego w postaci zespolonej (2.63) jest superpozycją dwóch pól wirujących w przeciwnych kierunkach z prędkością kątową  $\omega$ . Istotnie, uwzględniając w definicji (2.63) wzory (2.60) i (2.61) oraz wzory Eulera na cosinus, otrzymuje się

$$\begin{aligned} \underline{E}(x, y, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \underline{E}_y(x, y) + j \underline{E}_x(x, y) \right] e^{j\omega t} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \underline{E}_y(x, y) + j \underline{E}_x(x, y) \right] e^{-j\omega t} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Wprowadzając oznaczenie

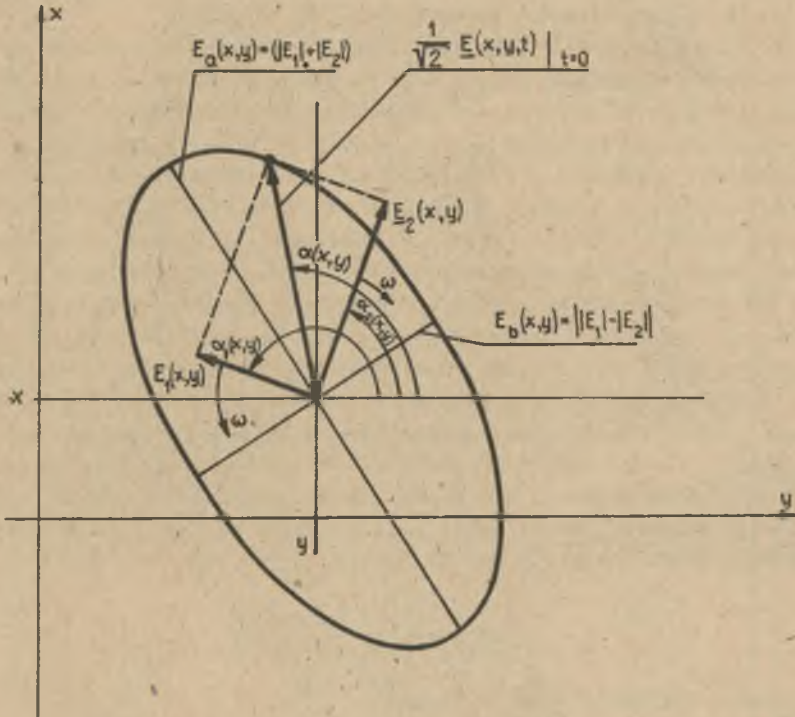
$$\underline{E}_1(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \underline{E}_y(x, y) + j \underline{E}_x(x, y) \right] = E_1(x, y) e^{j\alpha_1(x, y)} \quad (2.65)$$

$$\underline{E}_2(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \underline{E}_y(x, y) + j \underline{E}_x(x, y) \right] = E_2(x, y) e^{j\alpha_2(x, y)} \quad (2.66)$$

otrzymuje się ostatecznie

$$\underline{E}(x, y, t) = \sqrt{2} \underline{E}_1(x, y) e^{j\omega t} + \sqrt{2} \underline{E}_2(x, y) e^{-j\omega t} \quad (2.67)$$

Jak widać z konstrukcji wzoru (2.67), pole elektryczne dla rozpatrywanego modelu linii przesyłowej można przedstawić w postaci superpozycji pól  $E_1(x,y)$  i  $E_2(x,y)$  wirujących odpowiednio przeciwnie i zgodnie ze wskazówkami zegara z prędkością kątową  $\omega$ . Wynika z tego, że - ogólnie rzecz biorąc - pole elektryczne  $\underline{E}(x,y,t)$  zakreśla w przedziale jednego okresu elipsę (rys. 2.6).



Rys.2.6. Miejsce geometryczne wektora natężenia pola elektrycznego

W celu jednoznacznego określenia stanu pola elektrycznego w danym punkcie o współrzędnych  $x,y$  należy więc wyznaczyć wartości skuteczne składowych natężenia pola elektrycznego  $E_a(x,y)$  i  $E_b(x,y)$  w kierunku półosi dużej i małej elipsy pola wirującego oraz kąt  $\alpha(x,y)$  położenia półosi dużej elipsy względem osi  $y$  (rys. 2.6), tj.:

$$E_a(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \max_{t \in (0,T)} E(x,y,t) = |E_1(x,y)| + |E_2(x,y)| \quad (2.68)$$

$$E_b(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \min_{t \in (0,T)} E(x,y,t) = ||E_1(x,y)| - |E_2(x,y)|| \quad (2.69)$$

$$\alpha(x,y) = \frac{1}{2} [\alpha_1(x,y) + \alpha_2(x,y)] \quad (2.70)$$

Dla punktów leżących na powierzchni ziemi, tj. dla  $x = 0$ , na mocy wzorów (2.65) i (2.66)  $E_1(0,y) = E_2(0,y)$ , co daje

$$E_b(0,y) = 0 \quad (2.71)$$

Oznacza to, że na powierzchni ziemi wektor natężenia pola elektrycznego ma tylko cosinusoidalnie zmienną składową normalną.

Na rys. 2.7o podano rozkłady natężenia pola elektrycznego  $E_a((1,8),y)$ , na wysokości 1,8 m nad ziemią oraz na powierzchni ziemi pod liniami 765 kV oraz 1300 kV o konfiguracjach geometrycznych prowadzenia przewodów roboczych tych linii podanych na rys. 2.7a i b, a zaczerpniętych z pracy [74]. Rozkłady te otrzymano w wyniku obliczeń przeprowadzonych na maszynie cyfrowej zgodnie ze wzorami (2.68), (2.69), (2.70), (2.65), (2.66), (2.58), (2.59), (2.47), (2.42) i (2.35). Z obliczeń tych wynika, że maksymalna wartość natężenia pola elektrycznego  $E_a((1,8),y)$  na poziomie 1,8 m nad ziemią pod liniami 765 kV i 1300 kV w układzie płaskim występuje nieco poza płaszczyznę położenia przewodów skrajnych (np. dla linii 765 kV dla  $y > 13$  m - patrz tabela I). Wartości maksymalne  $E_b((1,8),y)$  dla rozpatrywanych linii występują natomiast w miejscu, gdzie składowa  $E_a((1,8),y)$  osiąga minimum lokalne, tj. w płaszczyźnie leżącej między przewodem fazy środkowej i skrajnej (patrz tabela I). Oznacza to, że w punkcie tym stosunek natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi małej do natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego osiąga wartość maksymalną, która dla linii 765 kV wynosi

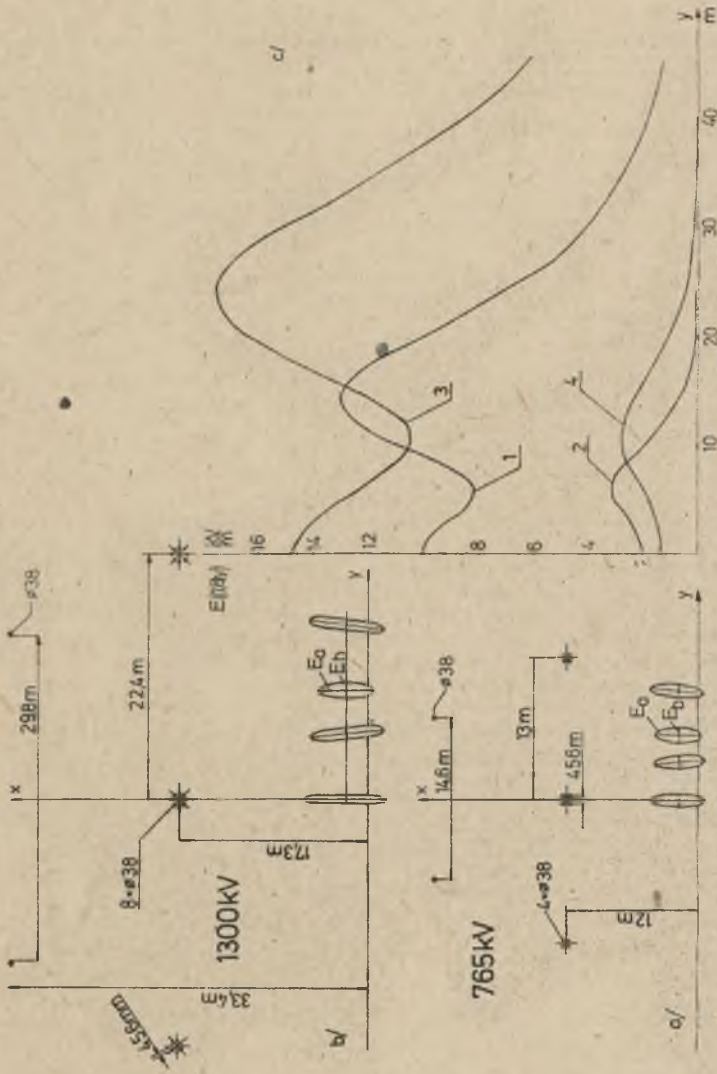
$$\max_y \frac{E_b((1,8),y)}{E_a((1,8),y)} = 0,39$$

natomiast dla linii 1300 kV osiąga

$$\max_y \frac{E_b((1,8),y)}{E_a((1,8),y)} = 0,26$$

Pełny obraz pola elektrycznego linii przesyłowych w warstwie przy powierzchni ziemi otrzymuje się, biorąc również pod uwagę kąt  $\alpha((1,8),y)$  położenia półosi dużej elipsy pola wirującego w odniesieniu do płaszczyzny ziemi (tabela I). Jak wynika z obliczeń, wartość maksymalna odchyłki tego kąta od  $90^\circ$  dla linii 765 kV wynosi  $\max [90^\circ - \alpha((1,8),y)] = 9,64^\circ$ , natomiast dla linii 1300 kV osiąga wartość  $\max [90^\circ - \alpha((1,8),y)] = 6,54^\circ$ .

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że nawet w warstwie przy powierzchni ziemi (na wysokości 1,8 m) rozkład wektora natężenia pola elektrycznego quasi-statycznego nie jest polem wektorowym jednorodnym. To odstępstwo od jednorodności można również mierzyć, odnosząc składową natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego  $E_a((1,8),y)$ , do stosunku  $V((1,8),y)/h$  ( $h = 1,8$  m) będącego średnim przyrostem potencja-



rys. 2.7a, b. Konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii 765 kV i 1300 kV (dane [7A]). c. Rozkład natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej  $E_0((1,8),y)$  (krzywa 1 dla 765 kV, 3 - dla 1300 kV) oraz malej  $E_b((1,8),y)$  (krzywa 2 - dla 765 kV, 4 - dla 1300 kV) elipsy pola wirującego na wysokości 1,8 m nad ziemią

Tabala I

Rozkład natężenia pola elektrycznego i potencjału pod liniami przesyłowymi 765 kV i 1300 kV na poziomie 1,8 m nad ziemią dla konfiguracji linii podanych na rys. 2.8a i b

o	y	$E_A((1,8),y)$	$E_B((1,8),y)$	$\alpha((1,8),y)$	$V((1,8),y)$	$\frac{V((1,8),y)}{1,8}$	$\frac{E_A - \frac{V}{1,8}}{E_A} 100\%$	$E_A(0,y)$	$\frac{E_A((1,8),y) - E_A(0,y)}{E_A((1,8),y)} 100\%$
		$\frac{kV}{m}$	$\frac{kV}{m}$	o°	kV	$\frac{kV}{m}$	%	$\frac{kV}{m}$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Linia 765 kV	0	10,065	1,984	90°	17,452	9,696	3,67	9,513	5,48
	2	9,619	2,212	94,40	16,713	9,285	3,47	9,133	5,05
	4	8,637	2,786	95,36	15,188	8,438	2,31	8,356	3,26
	6	8,177	3,176	88,17	14,611	8,117	0,73	8,089	1,08
	8	9,184	2,744	81,02	16,211	9,006	1,93	8,968	2,34
	10	10,950	1,953	86,56	19,176	10,653	2,70	10,567	3,50
	12	12,434	1,251	85,00	21,809	12,116	2,56	11,981	3,64
	14	13,039	0,735	89,43	22,958	12,754	2,18	12,615	3,25
	16	12,641	0,394	93,13	22,348	12,416	1,78	12,313	2,59
	18	11,496	0,1909	95,95	20,403	11,335	1,40	11,285	1,83
	20	9,996	0,080	97,84	17,800	9,889	1,08	9,881	1,16
	22	8,455	0,024	98,95	15,094	8,386	0,82	8,400	0,63
	24	7,048	0,001	99,49	12,608	7,004	0,62	7,0301	0,26
	26	5,843	0,0011	99,64	10,467	5,815	0,48	5,842	0,019
	30	4,031	0,013	99,33	7,234	4,019	0,30	4,039	-0,21
	40	1,764	0,004	97,67	3,171	1,762	0,13	1,769	-0,26
50	0,902	0,0007	96,24	1,623	0,902	0,072	0,904	-0,19	
100	0,11298	0,0003	93,04	0,203	0,11297	0,012	0,11304	-0,053	
Linia 1300 kV	0	14,781	1,373	90°	26,215	14,564	1,46	14,456	2,20
	2	14,458	1,451	92,25	25,642	14,246	1,47	14,146	2,16
	4	13,569	1,680	94,20	24,075	13,375	1,43	13,296	2,01
	6	12,344	2,035	95,32	21,944	12,191	1,24	12,141	1,64
	8	11,148	2,446	94,67	19,920	11,067	0,73	11,044	0,93
	10	10,452	2,738	91,32	18,795	10,442	0,10	10,438	0,14
	12	10,663	2,699	86,62	19,163	10,646	0,16	10,646	0,16
	14	11,762	2,345	83,79	21,011	11,673	0,70	11,661	0,86
	16	13,354	1,877	83,46	23,766	13,203	1,13	13,170	1,38
	18	15,016	1,429	84,57	26,700	14,833	1,22	14,776	1,60
	20	16,409	1,047	86,29	29,191	16,217	1,17	16,140	1,64
	22	17,298	0,738	88,20	30,802	17,112	1,07	17,024	1,58
	24	17,567	0,500	90,08	31,313	17,396	0,97	17,312	1,45
	26	17,219	0,323	91,80	30,729	17,072	0,86	17,002	1,26
	28	16,362	0,197	93,26	29,233	16,241	0,74	16,193	1,03
	30	15,157	0,112	94,42	27,110	15,061	0,64	15,036	0,80
35	11,622	0,010	96,14	20,837	11,576	0,40	11,586	0,31	
50	4,504	0,014	96,22	8,098	4,498	0,11	4,509	-0,12	
75	1,270	0,002	94,34	2,286	1,270	0,037	1,2715	-0,094	
100	0,5158	0,0002	92,30	0,928	0,5157	0,017	0,51611	-0,052	

in na wysokości  $h$  odniesionym do tej wysokości. Dla linii 765 kV odstępstwo to osiąga wartość maksymalną

$$\max_y \frac{E_a((1,8),y) - \frac{V((1,8),y)}{1,8}}{E_a((1,8),y)} 100\% = 3,67\%$$

natomiast dla linii 1300 kV wynosi ono

$$\max_y \frac{E_a((1,8),y) - \frac{V((1,8),y)}{1,8}}{E_a((1,8),y)} 100\% = 1,47\%$$

Pewną miarę niejednorodności pola elektrycznego w warstwie przy powierzchni ziemi otrzymuje się również, odnosząc natężenie pola elektrycznego  $E_a((1,8),y)$  do natężenia pola elektrycznego  $E_a(0,y)$ , występującego na powierzchni ziemi pod linią przesyłową. Dla linii 765 kV maksymalna wartość różnicy tych rozkładów natężenia pola elektrycznego odniesiona do wartości  $E_a((1,8),y)$  wynosi

$$\max_y \frac{E_a((1,8),y) - E_a(0,y)}{E_a((1,8),y)} 100\% = 5,48\%$$

natomiast dla linii 1300 kV przyjmuje ona postać

$$\max_y \frac{E_a((1,8),y) - E_a(0,y)}{E_a((1,8),y)} 100\% = 2,20\%$$

Obliczenia pola elektrycznego przeprowadzono dla linii 765 kV i 1300kV o konfiguracjach geometrycznych prowadzenia przewodów zaczerpniętych z pracy [79]. Pozwala to na porównanie rozkładów natężenia pola elektrycznego podanych w temtej pracy z własnymi. Porównanie tych rozkładów nie prowadzi do istotnych różnic. Należy jednak zauważyć, że opracowany w niniejszej pracy algorytm obliczeniowy do badania pola elektrycznego linii przesyłowej jest ogólniejszy, gdyż pozwala na uchwycenie niejednorodności pola elektrycznego w warstwie przy powierzchni ziemi w sytuacji, gdy wektor natężenia tego pola elektrycznego jest wektorem wirującym w tym obszarze.

Struktura geometryczna pola elektrycznego linii przesyłowych jest szczególnie istotna w technice pomiarowej natężenia tego pola, gdyż, jak wykazane będzie w następnym punkcie tej pracy, rzutuje ona na błędy systematyczne popełnione przez różne sondy pomiarowe w procesie pomiaru.

#### 2.3.4. Pole elektryczne ekranowanych linii trójfazowych

Algorytm obliczeniowy pola elektrycznego podany w poprzednich punktach można z powodzeniem stosować również w przypadku występowania przewodów ekranujących o potencjale ziemi znajdujących się pod linią przesyłową.



Wpływ przewodów ekranujących, znajdujących się bezpośrednio pod linią, na rozkład natężenia pola przy powierzchni ziemi omówiono np. w pracy [16]. W niniejszym punkcie przeprowadzona będzie analiza pola elektrycznego linii przesyłowej przy istnieniu bocznych przewodów ekranujących o potencjale ziemi. Wiadomo bowiem, że maksymalne wartości natężeń pola elektrycznego linii przesyłowej w układzie płaskim występują poza rzutem przewodu skrajnego. Dlatego też istnienie bocznych przewodów ekranujących będzie miało duży wpływ na zmniejszenie pod linią szerokości pasa istotnego oddziaływania pola na środowisko naturalne. Skuteczność przewodów ekranujących przebadana będzie na przykładzie linii 765 kV o konfiguracji i danych geometrycznych z rys. 2.7a.

Dla danych wyjściowych linii 765 kV z rys. 2.7a usytuowano przewody ekranujące w płaszczyźnie prostopadłej do ziemi, odległej od osi symetrii linii o 19 m (rys. 2.8).

Ponadto wzięto pod uwagę trzy warianty, tj. dla  $N = 3, 4, 5$  przewodów ekranujących o jednakowych odstępach (dla  $N = 5$  - patrz rys. 2.8), przy czym przewód najniżej usytuowany względem ziemi znajduje się na wysokości 2 m, natomiast przewód najdalej usytuowany od ziemi - na wysokości przewodów roboczych linii, tj. 12 m.

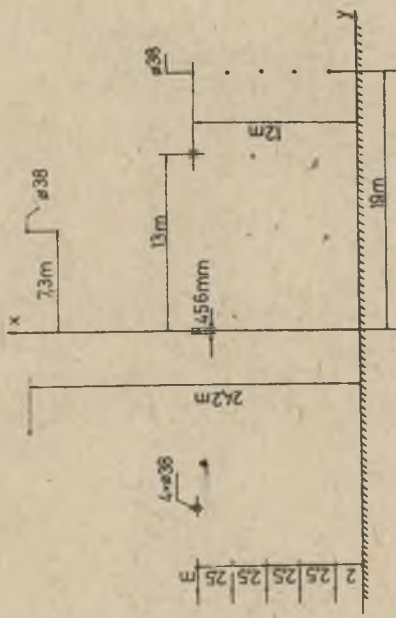
Obliczenia przeprowadzone na maszynie cyfrowej zgodnie ze wzorami (2.68), (2.65), (2.66), (2.58), (2.59) zestawiono w tabeli II. Z obliczeń tych wynika, że im większa liczba przewodów występuje w ekranie bocznym, tym większa jest skuteczność ekranowania i tak np. dla  $N = 5$  natężenie pola poza ekranem na wysokości 1,8 m nad ziemią dla  $y = 20$  m jest czterokrotnie mniejsze od analogicznego przypadku linii bez ekranu ( $N = 0$ ).

Poza tym występuje znaczne skrócenie szerokości pasa pod linią, w którym natężenie pola na wysokości 1,8 m nad ziemią jest większe od wartości dopuszczalnej, którą ze względu na długotrwały czas przebywania człowieka można przyjąć 5 kV/m [58]. W rozpatrywanym wariantcie obliczeniowym szerokość wyżej określonego pasa pod linią przesyłową zmniejsza się z 56 m w przypadku braku ekranu do 38 m, gdy ekran zawiera  $N = 5$  przewodów ekranujących (rys. 2.9).

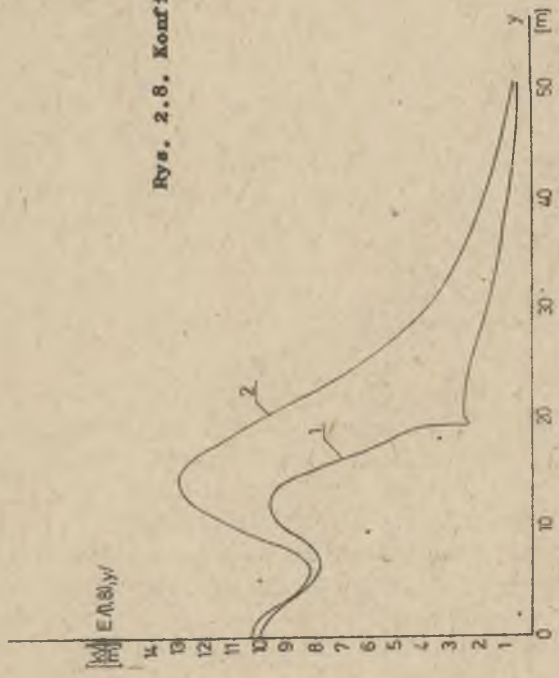
Podany w tym punkcie algorytm obliczeniowy zastosowano przykładowo do linii 765 kV, lecz można go stosować dla dowolnych linii najwyższych napięć. Należy jednak pamiętać o tym, że powstał on z rozwiązania dwuwymiarowego zagadnienia równania Laplace'a, które można uważać za pewne przybliżenie modelowe rzeczywistości istniejących fragmentów układów elektroenergetycznych.

#### 2.4. Pole elektryczne w otoczeniu przewodów urządzeń elektroenergetycznych najwyższych napięć w ujęciu trójwymiarowym

Dotychczas rozpatrywano w pracy pole elektryczne quasi-statyczne modelu linii przesyłowych o przewodach prostoliniowych nieskończenie długich,



Rys. 2.8. Konfiguracja prowadzenia przewodów linii trójfazowej 765 kV z ekranem bocznym (N = 5)



Rys. 2.9. Rozkład natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią pod linią trójfazową 765 kV w przypadku 1 - występowania ekranu bocznego (rys. 2.8), 2 - braku ekranu

Tabela II

Rozkłady natężenia pola elektrycznego na poziomie 1,8 m nad ziemią pod linią przesyłową 765 kV (rys. 2.8) dla różnej liczby N przewodów ekranujących

y	N = 0	N = 3	N = 4	N = 5
	E((1,8),y)	E((1,8),y)	E((1,8),y)	E((1,8),y)
m	kV/m	kV/m	kV/m	kV/m
0	10,065	10,295	10,347	10,374
1	9,948	10,172	10,223	10,249
2	9,619	9,824	9,871	9,895
3	9,145	9,311	9,349	9,369
4	8,637	8,731	8,754	8,766
5	8,254	8,220	8,215	8,216
6	8,177	7,940	7,889	7,864
7	8,509	8,013	7,898	7,840
8	9,184	8,417	8,231	8,136
9	10,047	9,009	8,753	8,620
10	10,950	9,632	9,303	9,131
11	11,776	10,154	9,747	9,533
12	12,434	10,473	9,985	9,725
13	12,865	10,521	9,947	9,637
14	13,039	10,262	9,600	9,235
15	12,955	9,697	8,948	8,524
16	12,641	8,868	8,034	7,545
17	12,137	7,883	6,965	6,393
18	11,497	7,015	6,009	5,313
19	10,768	6,259	5,174	4,407
20	9,996	4,389	3,295	2,497
25	6,419	3,381	2,654	2,200
30	4,031	2,350	1,957	1,752
35	2,611	1,615	1,397	1,283
40	1,764	1,134	1,002	0,933
45	1,240	0,817	0,732	0,687
50	0,902	0,605	0,547	0,516
75	0,266	0,184	0,169	0,161
100	0,113	0,078	0,072	0,069

którego model matematyczny sprowadza się do zagadnienia równania Laplace'a w ujęciu dwuwymiarowym. Uwzględnienie w rozpatrywanym modelu fizycznym linii zwisu przewodów, jak również konstrukcji wsporczych, prowadzi do trójwymiarowego zagadnienia równania Laplace'a. Ujęcie trójwymiarowe równania Laplace'a jest również niezbędne w przypadku krzyżowania się dwu linii, np. w stacjach.

Jeżeli przewody robocze mają potencjał sinusoidalnie zmienny, to potencjał quasi-statyczny w otoczeniu tych przewodów spełnia równanie Laplace'a  $\Delta v(x,y,z,t) = 0$  oraz ma we współrzędnych prostokątnych postać

$$v(x,y,z,t) = V_m(x,y,z) \sin [\omega t + \varphi_v(x,y,z)] \quad (2.72)$$

Składowe natężenia pola elektrycznego wynoszą wówczas

$$E_x(x,y,z,t) = - \frac{\partial v(x,y,z,t)}{\partial x} = E_{mx}(x,y,z) \sin [\omega t + \varphi_x(x,y,z)] \quad (2.73)$$

$$E_y(x,y,z,t) = - \frac{\partial v(x,y,z,t)}{\partial y} = E_{my}(x,y,z) \sin [\omega t + \varphi_y(x,y,z)] \quad (2.74)$$

$$E_z(x,y,z,t) = - \frac{\partial v(x,y,z,t)}{\partial z} = E_{mz}(x,y,z) \sin [\omega t + \varphi_z(x,y,z)] \quad (2.75)$$

gdzie np.:

$$E_{mx}(x,y,z) = \left[ \left[ \frac{\partial V_m(x,y,z)}{\partial x} \right]^2 + \left[ V_m(x,y,z) \frac{\partial \varphi_v(x,y,z)}{\partial x} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.76)$$

$$\varphi_x(x,y,z) = \varphi_v(x,y,z) + \arctg \frac{V_m(x,y,z) \frac{\partial \varphi_v(x,y,z)}{\partial x}}{\frac{\partial V_m(x,y,z)}{\partial x}} \quad (2.77)$$

Przybliżone rozwiązanie pewnych zagadnień pola quasi-statycznego, dotyczącego wybranych fragmentów urządzeń elektroenergetycznych najwyższych napięć, przeprowadzone będzie w dalszej kolejności. Niezależnie jednak od postawionych zagadnień Dirichleta równania Laplace'a, dla pól elektrycznych quasi-statycznych sinusoidalnie zmiennych w postaci (2.73), (2.74) i (2.75) istnieją pewne własności geometryczne tego pola, które będą omówione w pierwszej kolejności.

#### 2.4.1. Własności geometryczne pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego

Niech będzie dany obszar, w którym określone jest pole elektryczne w postaci (2.73), (2.74) i (2.75). Dowolnemu punktowi tego obszaru o współrzędnych prostokątnych  $x,y,z$  przyporządkowany jest wektor

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = k_x E_x(x,y,z,t) + k_y E_y(x,y,z,t) + k_z E_z(x,y,z,t) \quad (2.78)$$

gdzie  $k_x, k_y, k_z$  wektory jednostkowe prostokątnego układu współrzędnych.

Pole elektryczne, dane w postaci (2.78), jest funkcją wektorową zmiennych przestrzennych  $x, y, z$  i czasu  $t$ .

O ile zmienność w przestrzeni wynika z rozwiązania równania Laplace'a przy danych warunkach brzegowych, o tyle zmienność w czasie rozpatrywanego pola wektorowego (2.78) wynika ze zmienności w czasie przyjętych warunków brzegowych w postaci potencjałów przewodów rozpatrywanego układu.

W rozpatrywanym przypadku założono, że składowe wektora (2.78) są sinusoidalnie zmienne.

Przy tym założeniu przebadane będzie miejsce geometryczne, jakie zakreśla wektor  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$  zaczepiony w ustalonym punkcie  $(x, y, z)$  w czasie "t". W celu zbadania własności krzywej zakreślonej przez wektor  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$  należy odpowiedzieć, jak zachowują się wektory trójścianu Freneta [9] wzdłuż tej krzywej.

Wektor jednostkowy styczny do rozpatrywanej krzywej wynosi

$$\mathbf{t} = \frac{\dot{\mathbf{E}}(x, y, z, t)}{|\dot{\mathbf{E}}(x, y, z, t)|} \quad (2.79)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}(x, y, z, t) = \frac{\partial \mathbf{E}(x, y, z, t)}{\partial t} = & k_x E_{mx}(x, y, z) \omega \cos[\omega t + \varphi_x(x, y, z)] + \\ & (2.80) \\ & + k_y E_{my}(x, y, z) \omega \cos[\omega t + \varphi_y(x, y, z)] + k_z E_{mz}(x, y, z) \omega \cos[\omega t + \varphi_z(x, y, z)] \end{aligned}$$

Wektor binormalny, jako wektor jednostkowy normalny do płaszczyzny ściśle stycznej, wyraża się wzorem

$$\mathbf{b} = \frac{\dot{\mathbf{E}}(x, y, z, t) \times \ddot{\mathbf{E}}(x, y, z, t)}{|\dot{\mathbf{E}}(x, y, z, t) \times \ddot{\mathbf{E}}(x, y, z, t)|} \quad (2.81)$$

gdzie:

$$\ddot{\mathbf{E}}(x, y, z, t) = \frac{\partial^2 \mathbf{E}(x, y, z, t)}{\partial t^2}$$

Zachodzi

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \times \ddot{\mathbf{E}} = & \begin{vmatrix} k_x & k_y & k_z \\ E_{mx} \omega \cos(\omega t + \varphi_x) & E_{my} \omega \cos(\omega t + \varphi_y) & E_{mz} \omega \cos(\omega t + \varphi_z) \\ -E_{mx} \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_x) & -E_{my} \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_y) & -E_{mz} \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_z) \end{vmatrix} = \\ = & k_x \omega^3 E_{my} E_{mz} \sin(\varphi_y - \varphi_z) + k_y \omega^3 E_{mz} E_{mx} \sin(\varphi_z - \varphi_x) + k_z \omega^3 E_{mx} E_{my} \sin(\varphi_x - \varphi_y) \end{aligned} \quad (2.82)$$

Oznacza to, że wektor binormalny wzdłuż krzywej zakreślonej przez zaczepiony w punkcie o współrzędnych  $(x, y, z)$  wektor  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$  w osie  $t$  jest wektorem stałym w osie.

W celu pełniejszego zbadania zachowania się rozpatrywanej krzywej należy wyznaczyć wzdłuż niej tzw. skręcenie  $[\tau]$ , które wyraża się wzorem

$$\tau = \frac{[\dot{\mathbf{E}}(x, y, z, t) \times \ddot{\mathbf{E}}(x, y, z, t)] \cdot \ddot{\mathbf{E}}(x, y, z, t)}{|\dot{\mathbf{E}}(x, y, z, t) \times \mathbf{E}(x, y, z, t)|} \quad (2.83)$$

Uwzględniając wyniki iloczynu wektorowego (2.82) oraz pochodną  $\ddot{\mathbf{E}}$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{E}}(x, y, z, t) = \frac{\partial^3 \mathbf{E}(x, y, z, t)}{\partial t^3} = & -k_x \omega^3 E_{mx} \cos(\omega t + \varphi_x) - \\ & -k_y \omega^3 E_{my} \cos(\omega t + \varphi_y) - k_z \omega^3 E_{mz} \cos(\omega t + \varphi_z) \end{aligned} \quad (2.84)$$

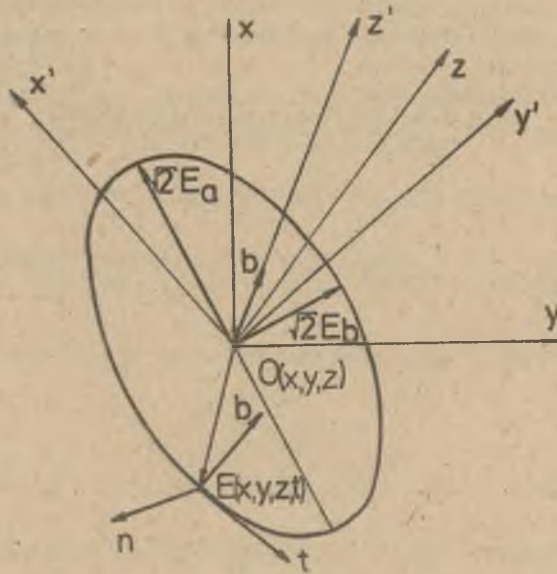
otrzymuje się

$$(\dot{\mathbf{E}} \times \ddot{\mathbf{E}}) \cdot \mathbf{E} = \begin{vmatrix} E_{mx} \omega \cos(\omega t + \varphi_x) & E_{my} \omega \cos(\omega t + \varphi_y) & E_{mz} \omega \cos(\omega t + \varphi_z) \\ -E_{mx} \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_x) & -E_{my} \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_y) & -E_{mz} \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_z) \\ -E_{mx} \omega^3 \cos(\omega t + \varphi_x) & -E_{my} \omega^3 \cos(\omega t + \varphi_y) & -E_{mz} \omega^3 \cos(\omega t + \varphi_z) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.85)$$

Wynika z tego, że w każdym punkcie rozpatrywanej krzywej jej skręcenie jest równe zeru ( $\tau = 0$ ). Jak wiadomo [9], warunkiem koniecznym i wystarczającym do tego, by krzywa była płaska, jest zerowanie się jej skręcenia. Dla krzywej płaskiej wektor binormalny jest stały (wzory (2.80) i (2.81)) i prostopadły do jej płaszczyzny. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że wektor natężenia pola elektrycznego quasi-statycznego  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ , określony wzorem (2.78), zaczepiony w punkcie o współrzędnych prostokątnych  $x, y, z$  zakreśla w czasie  $t$  krzywą płaską, której płaszczyzna wyznaczona jest przez stały w czasie wektor binormalny (2.80).

Wprowadzając w ustalonym punkcie o współrzędnych  $x, y, z$  nowy lokalny układ współrzędnych prostokątnych  $x', y', z'$  przez obrót pierwotnego układu w ten sposób, że oś  $z'$  jest równoległa do wektora binormalnego  $\mathbf{b}$ , można składowe wektora  $\mathbf{E}$  w nowym układzie współrzędnych zapisać w postaci

$$\begin{bmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \\ E_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.86)$$



Rys. 2.10. Elipsa pola wirującego  $E(x,y,z,t)$  jako krzywa przestrzenna gdzie w macierzy ortogonalnej  $[\beta_{ki}]$  cosinusy kierunkowe występujące w trzecim wierszu stanowią składową wektora binormalnego

$$b_z = k_x \beta_{31} + k_y \beta_{32} + k_z \beta_{33} = k_z,$$

W nowym układzie współrzędnych przy powyższym założeniu - składowa  $E_z$  wektora  $E$  jest równa zero ( $E_z = 0$ ), co wynika z faktu, że  $b \cdot E = 0$ .

W ten sposób rozpatrywana krzywa leży w płaszczyźnie  $x'y'$  nowego układu współrzędnych. Do badania więc pola elektrycznego można zastosować, podobnie jak w punkcie 2.3.3, metodę płaszczyzny Gaussa. Polega ona na przyporządkowaniu punktowi o współrzędnych  $x,y,z$  liczby zespolonej

$$\underline{E}(x,y,z,t) = E_y(x,y,z,t) + j E_x(x,y,z,t) \quad (2.87)$$

której moduł, jest identyczny z modułem wektora (2.78).

Stosując, podobnie jak w punkcie 2.3.3, metodę płaszczyzny Gaussa, można wykazać, że natężenie pola elektrycznego w postaci zespolonej (2.87) jest superpozycją dwóch pól wirujących w przeciwnych kierunkach z prędkością kątową  $\omega$ . Istotnie, uwzględniając definicję (2.87), przekształcenie

(2.86), wzory (2.78), (2.67), (2.74) i (2.75) oraz wzory Eulera na sinus, otrzymuje się

$$\underline{E}(x, y, z, t) = \sqrt{2} \underline{E}_1(x, y, z, t) e^{j\omega t} + \sqrt{2} \underline{E}_2(x, y, z) e^{-j\omega t} \quad (2.88)$$

gdzie:

$$\underline{E}_1(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \left[ \underline{E}_x(\beta_{11} - j\beta_{12}) + \underline{E}_y(\beta_{12} - j\beta_{22}) + \underline{E}_z(\beta_{13} - j\beta_{23}) \right] \quad (2.89)$$

$$\underline{E}_2(x, y, z) = \frac{1}{2} \left[ \underline{E}_x^*(-\beta_{11} + j\beta_{12}) + \underline{E}_y^*(-\beta_{12} + j\beta_{22}) + \underline{E}_z^*(-\beta_{13} + j\beta_{23}) \right] \quad (2.90)$$

$$\underline{E}_x = \frac{E_{mx}(x, y, z)}{\sqrt{2}} \cdot j\varphi_x(x, y, z), \quad \underline{E}_y = \frac{E_{my}(x, y, z)}{\sqrt{2}} \cdot j\varphi_y(x, y, z) \quad (2.91)$$

$$\underline{E}_z = \frac{E_{mz}(x, y, z)}{\sqrt{2}} \cdot j\varphi_z(x, y, z)$$

Jak widać z konstrukcji wzoru (2.88), pole elektryczne quasi-statyczne sinusoidalnie zmienne określone wzorem (2.78) jest superpozycją dwóch pól wirujących  $\underline{E}_1(x, y, z)$  i  $\underline{E}_2(x, y, z)$  w kierunkach przeciwnych z prędkością kątową  $\omega$ . Wynika z tego, że - ogólnie rzecz biorąc - pole elektryczne sinusoidalnie zmienne określone wzorem (2.78) zakreśla elipsę w czasie jednego okresu.

W celu jednoznacznego określenia stanu pola elektrycznego sinusoidalnie zmiennego w punkcie o współrzędnych  $(x, y, z)$  należy w pierwszej kolejności określić położenie płaszczyzny wirowania wektora  $\underline{E}(x, y, z, t)$  wyznaczonej jednoznacznie przez wektor binormalny  $\underline{b}$  podany wzorem (2.81) oraz składowe natężenia pola elektrycznego  $\underline{E}_a(x, y, z)$  i  $\underline{E}_b(x, y, z)$  odpowiednio w kierunku półosi dużej i małej elipsy pola wirującego. W celu określenia składowych  $\underline{E}_a$  i  $\underline{E}_b$  wektora wirującego  $\underline{E}(x, y, z, t)$  wystarczy wyznaczyć parametr "t", przy którym jego moduł  $|\underline{E}(x, y, z, t)|$  osiągnie odpowiednio maksimum i minimum.

Zachodzi

$$\frac{\partial |\underline{E}|}{\partial t} = \frac{\omega}{4j|\underline{E}|} (\underline{A} e^{j2\omega t} - \underline{A}^* e^{-j2\omega t}) \quad (2.92)$$

gdzie

$$\underline{A} = (\underline{E}_x)^2 + (\underline{E}_y)^2 + (\underline{E}_z)^2 = \underline{A} e^{j\varphi_A} \quad (2.93)$$

natomiast składowe zespolone  $\underline{E}_x$ ,  $\underline{E}_y$ ,  $\underline{E}_z$  wyrażają się odpowiednio wzorami (2.91).



Z warunku zerowania się pochodnej (2.92) wynika

$$4 \omega t + 2 \varphi_A = 2 k \pi \quad (k = 0; 1) \quad (2.94)$$

Dla  $k = 0$  z równania (2.107)  $\omega t_1 = -\frac{\varphi_A}{2}$

oraz

$$\frac{\partial^2 |E|}{\partial t^2} \Big|_{t_1} = \frac{\omega^2 \Delta}{|E|} > 0 \quad (2.95)$$

$$t_1 \omega = -\frac{\varphi_A}{2}$$

Oznacza to, że dla  $\omega t_1 = -\frac{\varphi_A}{2}$  moduł wektora  $E(x, y, z, t)$  osiągnie minimum odpowiadające składowej wektora w kierunku półosi małej elipsy pola wirującego

$$E_b(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}} E(x, y, z, t_1) = k_x E_x(x, y, z) \sin\left[\varphi_x(x, y, z) - \frac{\varphi_A(x, y, z)}{2}\right] +$$

$$+ k_y E_y(x, y, z) \sin\left[\varphi_y(x, y, z) - \frac{\varphi_A(x, y, z)}{2}\right] + k_z E_z(x, y, z) \sin\left[\varphi_z(x, y, z) - \frac{\varphi_A(x, y, z)}{2}\right]; \quad (2.96)$$

$$E_b(x, y, z) = \min_{t \in (0, T)} \frac{1}{\sqrt{2}} |E(x, y, z, t)| =$$

$$= \left[ E_x^2(x, y, z) \sin^2\left(\varphi_x - \frac{\varphi_A}{2}\right) + E_y^2(x, y, z) \sin^2\left(\varphi_y - \frac{\varphi_A}{2}\right) + \right. \\ \left. + E_z^2(x, y, z) \sin^2\left(\varphi_z - \frac{\varphi_A}{2}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.97)$$

gdzie

$$E_x(x, y, z) = \frac{E_{mx}(x, y, z)}{\sqrt{2}}; \quad E_y(x, y, z) = \frac{E_{my}(x, y, z)}{\sqrt{2}} \quad (2.98)$$

$$E_z(x, y, z) = \frac{E_m(x, y, z)}{\sqrt{2}}$$

stanowią wartości skuteczne sinusoidalnie zmiennych składowych wektora  $E$  w kierunku osi  $x, y, z$ .

Dla  $k = 1$  z równania (2.94)

$$\omega t_2 = -\frac{\varphi_A}{2} + \frac{\pi}{2}$$

oraz

$$\frac{\partial^2 |\mathbf{E}|}{\partial t^2} = - \frac{\omega^2 A}{|\mathbf{E}|} < 0 \quad (2.99)$$

$$t_2 \omega = - \frac{\varphi_A}{2} + \frac{\pi}{2}$$

Oznacza to, że dla  $\omega t_2 = - \frac{\varphi_A}{2} + \frac{\pi}{2}$  moduł wektora  $\mathbf{E}$  osiąga maksimum. Z przeprowadzonych badań wynika, że wartość skuteczną składowej natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego wynosi

$$E_a(x, y, z) = \max_{t \in (0, T]} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{E}(x, y, z, t)| = \quad (2.100)$$

$$= \left[ E_x^2(x, y, z) \cos^2\left(\varphi_x - \frac{\varphi_A}{2}\right) + E_y^2(x, y, z) \cos^2\left(\varphi_y - \frac{\varphi_A}{2}\right) + E_z^2(x, y, z) \cos^2\left(\varphi_z - \frac{\varphi_A}{2}\right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$E_a(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}} E(x, y, z, t_2) = k_x E_x(x, y, z) \cos\left[\varphi_x(x, y, z) - \frac{\varphi_A(x, y, z)}{2}\right] +$$

$$+ k_y E_y(x, y, z) \cos\left[\varphi_y(x, y, z) - \frac{\varphi_A(x, y, z)}{2}\right] +$$

$$+ k_z E_z(x, y, z) \cos\left[\varphi_z(x, y, z) - \frac{\varphi_A(x, y, z)}{2}\right] \quad (2.101)$$

Można wykazać, że iloczyn skalarny wektora  $\mathbf{E}_a(x, y, z)$  i  $\mathbf{E}_b(x, y, z)$  jest równy zero

$$\mathbf{E}_a(x, y, z) \cdot \mathbf{E}_b(x, y, z) = 0 \quad (2.102)$$

co wynika również z geometrii elipsy pola wirującego  $\mathbf{E}$ .

Ze względu na to, że wektory  $\mathbf{E}_a$  i  $\mathbf{E}_b$  leżą w jednej płaszczyźnie, pozwalają one na wyznaczenie płaszczyzny, w której wiruje wektor  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ . Zachodzi bowiem równość

$$\frac{\mathbf{E}_b \times \mathbf{E}_a}{|\mathbf{E}_b \times \mathbf{E}_a|} = \mathbf{b} \quad (2.103)$$

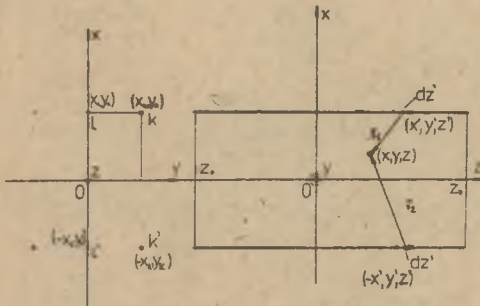
gdzie  $\mathbf{b}$  jest wektorem binormalnym określonym wzorem (2.81).

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że w celu jednoznacznego określenia natężenia pola elektrycznego quasi-stacjonarnego sinusoidalnie zmiennego w dowolnym punkcie rozpatrywanego obszaru należy wznaczyć wektory  $\mathbf{E}_a(x, y, z)$  i  $\mathbf{E}_b(x, y, z)$ , które równocześnie wyznaczają płaszczyznę wirowania wektora  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ .

Opracowany algorytm jest ogólny i może być dołączony do dowolnego zadania rozwiązywania równania Laplace'a  $\Delta v(x,y,z,t) = 0$  z warunkami brzegowymi danymi w postaci  $v_1 = V_{mi} \sin(\omega t + \varphi_1)$  sinusoidalnie zmiennych potencjałów przewodów ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) o małej pulsacji  $\omega$ . Niezależnie więc od problemów numerycznych rozwiązywania równań Laplace'a, opracowany algorytm obliczeniowy dotyczący aspektów geometrycznych pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego można zastosować do badania tego typu pól w otoczeniu urządzeń elektroenergetycznych najwyższych napięć.

#### 2.4.2. Pole elektryczne linii trójfazowej o skończonej długości

W punkcie 2.3. analizowano pole elektryczne linii przesyłowej, przyjmując jej model w postaci przewodów nieskończenie długich. Zachodzi jednak pytanie, jaki wpływ na przyjęcie skończonej długości linii na rozkład natężenia pola elektrycznego w porównaniu z analogicznym rozkładem dla linii o nieskończenie długich przewodach. W odpowiedzi na to pytanie przeprowadzona będzie analiza pola elektrycznego linii przesyłowej o "n" przewodach równoległych względem siebie i ziemi oraz skończonej długości  $2z_0$ , (rys. 2.11). W analizie tej zastosowana będzie, podobnie jak w punkcie 2.3, metoda zwierciadłanego odbicia.



Rys. 2.11. Linia przesyłowa o skończonej długości przewodów i jej odbicie zwierciadlane w płaszczyźnie  $yz$

Ponadto zakłada się, że gęstość liniowa ładunków  $q_k(t)$  wzdłuż dowolnego  $k$ -tego przewodu linii jest stała; tzn. nie zależy od zmiennej  $z$  wzdłuż całego odcinka linii. To założenie upraszczające będzie tym bardziej prawdziwe, im większy będzie stosunek  $z_0/x_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ).

Przyjmując dla przewodu  $k'$ , będącego zwierciadlanym odbiciem przewodu  $k$ -tego, że jego ładunek jednostkowy wynosi

$$q_{k'}(t) = -q_k(t)$$

korzystając z teorii pola potencjalnego [14], można wyrazić wektor składowy natężenia pola elektrycznego, generowany przez ładunek  $k$ -tego przewodu z uwzględnieniem powierzchni ziemi (płaszczyzna  $yOz$ ) w następującej postaci

$$E_k(x, y, z, t) = \frac{q_k(t)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-z_0}^{z_0} \left[ \frac{e_{1k}}{|r_{1k}|^3} - \frac{e_{2k}}{|r_{2k}|^3} \right] dz' \quad (2.104)$$

gdzie:

$$r_{1k} = r_x(x-x_k) + r_y(y-y_k) + r_z(z-z')$$
(2.105)

$$r_{2k} = r_x(x+x_k) + r_y(y-y_k) + r_z(z-z')$$
(2.106)

Na mocy zasady superpozycji wektor natężenia pola elektrycznego w kierunku osi  $x, y, z$  generowany przez wszystkie "n" przewodów linii przesyłowej wynosi

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^n \mathbf{E}_k(x, y, z, t)$$
(2.107)

Jeżeli potencjały poszczególnych przewodów są sinusoidalnie zmienne  $v_k(t) = V_{mk} \sin(\omega t + \varphi_k)$ , to można posługiwać się ładunkiem zespolony  $Q_k$  danym wzorem (2.51). Ładunki zespolone  $Q_k$ , określone wzorem (2.51) ( $k = 1, \dots, n$ ), generują w każdym punkcie przestrzeni składowe zespolone natężenia pola elektrycznego w kierunku osi  $x, y, z$ , które po wykonaniu operacji całkowania (2.104) wynoszą

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} V_l \left\{ \frac{x-x_k}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left[ \frac{z+z_0}{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z+z_0)^2}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{z-z_0}{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_0)^2}} \right] - \frac{x+x_k}{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left[ \frac{z+z_0}{\sqrt{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z+z_0)^2}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{z-z_0}{\sqrt{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_0)^2}} \right] \right\} = E_x(x, y, z) e^{j\varphi_k(x, y, z)} \end{aligned}$$
(2.108)

$$\begin{aligned} E_y(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} V_l \left\{ \frac{y-y_k}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left[ \frac{z+z_0}{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z+z_0)^2}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{z-z_0}{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_0)^2}} \right] - \frac{y-y_k}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \left[ \frac{z+z_0}{\sqrt{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z+z_0)^2}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{z-z_0}{\sqrt{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_0)^2}} \right] \right\} = E_y(x, y, z) e^{j\varphi_y(x, y, z)} \end{aligned}$$
(2.109)

$$\underline{E}_z(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} \frac{V_{-1}}{\left[ \frac{1}{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_0)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z+z_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z+z_0)^2}} \right]} = E_z(x, y, z) \cdot e^{j\varphi_z(x, y, z)} \quad (2.110)$$

Jak wykazano w punkcie 2.4.1, pole elektryczne quasi-statyczne sinusoidalnie zmienne pod liniami przesyłowymi jest, ogólnie rzecz biorąc, polem wirującym eliptycznym.

W celu więc obliczenia składowych wektora natężenia pola elektrycznego w kierunku półośi dużej i małej elipsy pola wirującego należy korzystać ze wzorów (2.101), (2.96) z podstawieniem (2.108), (2.109) i (2.110).

Na powierzchni ziemi, tj. dla  $x = 0$  (rys. 2.9), istnieje tylko składowa normalna wektora natężenia pola elektrycznego i wynosi ona (wzór (2.108) dla  $x = 0$ )

$$\underline{E}_x(0, y, z) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} \frac{V_{-1}}{x_k^2 + (y-y_k)^2} \left[ \frac{-(z+z_0)}{\sqrt{x_k^2 + (y-y_k)^2 + (z+z_0)^2}} + \frac{(z-z_0)}{\sqrt{x_k^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_0)^2}} \right] \quad (2.111)$$

Dla  $z=0$ , tj. w jednakowej odległości od obydwu końców linii, wzór (2.111) przyjmuje postać

$$\underline{E}_x(0, y, 0) = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} \frac{V_{-1}}{x_k^2 + (y-y_k)^2} \frac{2x_k}{\sqrt{x_k^2 + (y-y_k)^2 + z_0^2}} \quad (2.112)$$

W przypadku granicznym, tj. dla  $z_0 \rightarrow \infty$ , wzór (2.112) sprowadza się do wzoru (2.58) dla  $x = 0$ , wyprowadzonego przy założeniu nieskończonej długości przewodów linii.

Model matematyczny linii o skończonej długości porównano z analogicznym modelem dla linii nieskończenie długiej na przykładzie linii 765 kV o danych prowadzenia przewodów  $(x_k, y_k)$  podanych na rys. 2.7a.

W przykładzie tym przyjęto, że  $2z_0 = 450$  m.

Wykonując obliczenia na maszynie cyfrowej dla tego przykładu wykazano, że dla  $x = 1,8$  m oraz  $z \in (-150, 150)$

$$\max_y \frac{E_z((1,8), y, z)}{E_z((1,8), y, z)} > 8 \cdot 10^3$$

Praktycznie rzecz biorąc, oznacza to, że jeżeli stosunek długości linii do wysokości prowadzenia przewodów linii jest dostatecznie duży, to w obszarze linii, wystarczająco oddalonym od jej końców, zagadnienie pola elektrycznego jest dwuwymiarowe. Ponadto wykazano, że rozkład natężenia pola elektrycznego wzdłuż linii na powierzchni ziemi, w obszarze maksymalnych natężeń różni się od wartości maksymalnej natężenia otrzymanego dla linii nieskończonej długości na piątej znaczącej cyfrze.

Można wykazać, że jeżeli stosunek długości linii  $2z_0$  do wysokości prowadzenia przewodów jest większy od dziesięciu  $\frac{2z_0}{x_k} > 10$ , ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) to w obszarze linii dostatecznie oddalonym od jej końców (np.  $|z| < 0,75 z_0$ ) występuje praktycznie zgodność rozwiązań modelu matematycznego linii skończonej i nieskończonej. Wynika z tego, że na rozkład natężenia pola elektrycznego w obszarze linii przesyłowej mają wpływ tylko te elementy przewodów będących pod napięciem względem ziemi, które są najbliższej rozpatrywanego punktu.

Fakt ten stał się między innymi podstawą opracowania metody modelowania fizycznego pól quasi-statycznych sinusoidalnie zmiennych [30], [53] linii przesyłowych i wybranych fragmentów stacji transformatorowo-rozdzielczych najwyższych napięć. Na modelach fizycznych bowiem zachodzi konieczność utrzymania dostatecznie dużego stosunku długości przewodów i wysokości ich położenia w stosunku do płaszczyzny modelującej ziemię.

#### 2.4.3. Wpływ zwisu przewodów linii trójfazowej na pole elektryczne

Również, jak w poprzednim punkcie, rozpatrywane będzie pole elektryczne linii przesyłowej o skończonej długości  $2z_0$ , lecz z uwzględnieniem zwisu przewodów.

Niech dane są współrzędne  $(x_k, y_k, 0)$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) określające położenie przewodów w miejscu maksymalnego zwisu w stosunku do ziemi (płaszczyzna  $yOz$  rys. 2.12).

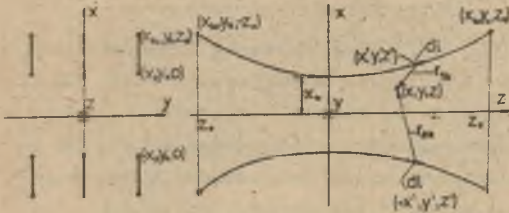
Końce  $k$ -tego przewodu linii zawieszono są w punktach  $(x_{k0}, y_k, z_0)$ ,  $(x_{k0}, y_k, -z_0)$ .

Dla powyższych danych równanie krzywej łańcuchowej  $k$ -tego przewodu ma postać

$$x = a_k \left( \cosh \frac{z}{z_k} - 1 \right) + x_k \quad (2.113)$$

Stałą  $a_k$  w równaniu (2.133) można wyznaczyć z równania

$$x_{ko} - x_k = a_k \left( \cosh \frac{z_0}{a_k} - 1 \right) \quad (2.114)$$



Rys. 2.12. Linia trójfazowa o kształcie przewodów w postaci krzywej łańcuchowej i jej odbicie zwierciadlane

Do analizy pola elektrycznego rozpatrywanej linii zastosowana będzie metoda odbić zwierciadlanych. Ponadto zakłada się stałą gęstość liniową ładunków  $q_k(t)$  wzdłuż linii dla dowolnego  $k$ -tego przewodu, natomiast gęstość liniowa ładunku jego zwierciadlanego odbicia  $k'$  wynosi  $q_{k'}(t) = -q_k(t)$ .

Przy tych założeniach wektor składowy natężenia pola elektrycznego generowany przez ładunek  $k$ -tego przewodu i jego odbicia zwierciadlanego (rys. 2.12) wynosi

$$E_k(x, y, z, t) = \frac{q_k(t)}{4\pi\epsilon_0} \int_{l_k} \left[ \frac{r_{1k}}{|r_{1k}|^3} - \frac{r_{2k}}{|r_{2k}|^3} \right] dl \quad (2.115)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} r_{1k} &= k_x(x-x') + k_y(y-y') + k_z(z-z') \\ r_{2k} &= k_x(x+x') + k_y(y-y') + k_z(z-z') \end{aligned} \quad (2.116)$$

Przy czym współrzędne  $(x, y, z)$  punktu krzywej łańcuchowej  $k$ -tego przewodu wynoszą (rys. 2.12)

$$\begin{aligned} x' &= a_k \left( \cosh \frac{z}{a_k} - 1 \right) + x_k \\ y' &= y_k \\ z' &= z' \end{aligned} \quad (2.117)$$

Miara łuku krzywej łańcuchowej (2.113) wyraża się wzorem

$$dl = \sqrt{1 + \left( \frac{dx'}{dz'} \right)^2} dz' = \cosh \frac{z}{a_k} dz' \quad (2.118)$$

Również w rozpatrywanym przypadku wektor natężenia pola elektrycznego, generowany przez wszystkie "n" przewodów linii przesyłowej, wyraża się wzorem (2.107). Ładunek jednostkowy  $q_k(t)$  dla  $k$ -tego przewodu, przyjęty

jako stały wzdłuż krzywej łańcuchowej osi tego przewodu, wyrażony będzie wzorem

$$q_k = \sum_{l=1}^n C_{kl} v_l \quad (2.119)$$

gdzie pojemności oszatkowe  $C_{kl}$  będą wyrażone wzorami (2.48) przez podstawięcie współrzędnych położenia przewodów linii  $x_k, y_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) w miejscu maksymalnego zwisu przewodów ( $(z = 0)$ , (rys. 2.12)). Takie założenie upraszczające pozwala na uwzględnienie wpływu krzywizny przewodów linii w postaci krzywej łańcuchowej na rozkład pola elektrycznego pod tą linią w punktach dostatecznie odległych od jej końców.

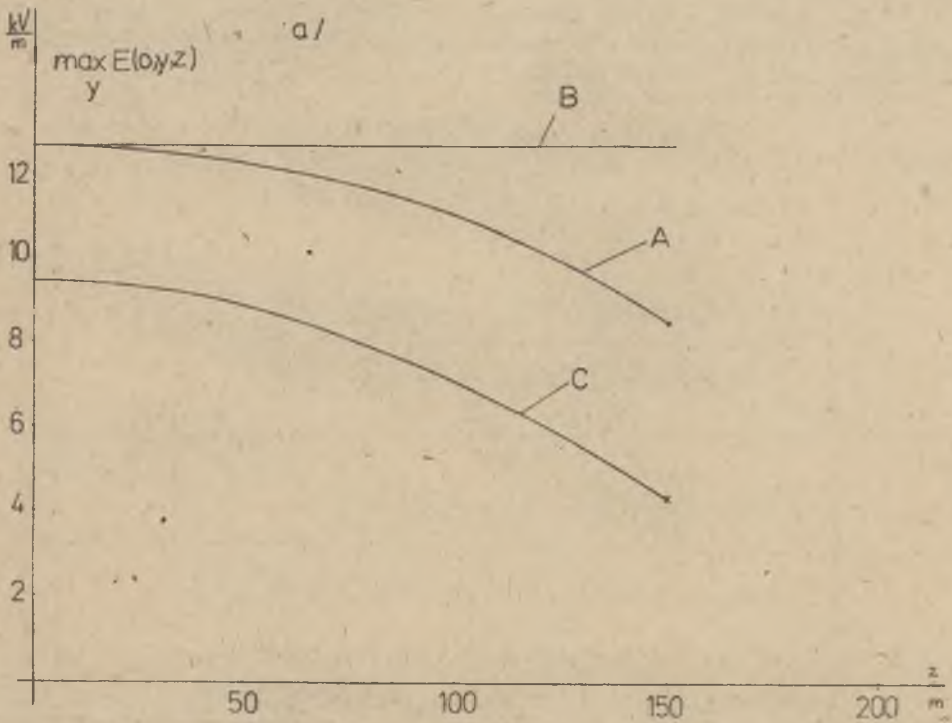
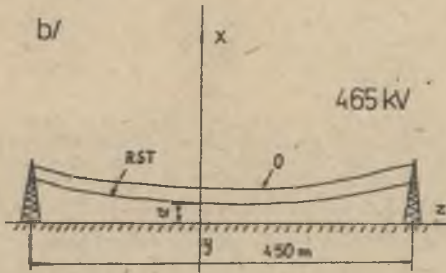
Jeżeli potencjały poszczególnych przewodów są sinusoidalnie zmienne  $v_k(t) = V_{mk}(\sin \omega t + \varphi_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), to można posługiwać się ładunkami zespolonymi  $Q_k$  danymi wzorami (2.51). Ładunki zespolone  $Q_k$  określone wzorami (2.51) generują w każdym punkcie przestrzeni składowe zespolone natężenia pola elektrycznego w kierunku osi  $x, y, z$ , które na mocy wzoru (2.107) wraz z podstawieniem (2.115) wynoszą:

$$E_x(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} \frac{v_l}{r_{kl}}$$

$$\left. \begin{aligned} & \int_{-z_0}^{z_0} \frac{[x - x_k - a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1)] \cosh \frac{z'}{a_k} dz'}{[(x - x_k - a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1))^2 + (y - y_k)^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \int_{-z_0}^{z_0} \frac{[x + x_k + a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1)] \cosh \frac{z'}{a_k} dz'}{[(x + x_k + a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1))^2 + (y - y_k)^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.120)$$

$$E_y(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} \frac{v_l}{r_{kl}} \left. \begin{aligned} & \int_{-z_0}^{z_0} \frac{(y - y_k) \cosh \frac{z'}{a_k} dz'}{[(x - x_k - a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1))^2 + (y - y_k)^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \int_{-z_0}^{z_0} \frac{(y - y_k) \cosh \frac{z'}{a_k} dz'}{[(x + x_k + a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1))^2 + (y - y_k)^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.121)$$





Rys. 2.13. Rozkład maksymalnych wartości natężenia pola elektrycznego na powierzchni ziemi  $\max (E(x,y,z))_{x=0}$  dla modelu linii 765 kV;

A - uwzględniającego zwis przewodów, B - prostoliniowego skończonego, C - rozkład natężenia pola elektrycznego dla  $x = 0, y = 0$  wzdłuż osi  $z$  dla modelu linii uwzględniającego zwis przewodów b) przęsła linii 765 kV

$$E_z(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n C_{kl} \cdot \left. \begin{aligned} & -1 \cdot \int_{-z_0}^{z_0} \frac{(z-z') \cosh \frac{z'}{a_k} dz'}{\left[ (x-x_k - a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1))^2 + (y-y_k)^2 + (z-z')^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ & \int_{-z_0}^{z_0} \frac{(z-z') \cosh \frac{z'}{a_k} dz'}{\left[ (x+x_k + a_k (\cosh \frac{z'}{a_k} - 1))^2 + (y-y_k)^2 + (z-z')^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.122)$$

Jak wykazano w punkcie 2.4.1, znajomość składowych zespolonych  $E_x, E_y, E_z$  natężenia pola elektrycznego pozwala określić wektory składowe tego pola w kierunku półośi dużej i małej (wzory (2.101), (2.96)) elipsy pola wirującego dla dowolnego punktu o współrzędnych  $x, y, z$  (rys. 2.10).

Model matematyczny linii o skończonej długości, uwzględniający zwis przewodów roboczych, porównano z analogicznym modelem dla linii skończonej o równoległym przewodzeniu przewodów względem siebie i płaszczyzny ziemi na przykładzie linii 765 kV o danych geometrycznych zgodnie z oznaczeniami na rys. 2.9 i rys. 2.10 wynoszących  $x_1 = x_2 = x_3 = 12$  m,  $y_1 = -y_3 = 13$  m,  $y_2 = 0$ ,  $x_5 = x_6 = 24,2$  m,  $y_5 = -y_6 = 7,3$  m,  $2z_0 = 450$  m, przewód wiązkowy  $4 \times \emptyset 38$ , odległość między przewodami w wiązce  $d = 456$  mm, średnica przewodów odgromowych  $\emptyset 38$  (rys. 2.7a). Współrzędne określające punkty krańcowe linii (rys. 2.12) a wyznaczające, zgodnie ze wzorami (2.113) i (2.114), krzywą zwisu przewodów przyjęto do obliczeń następująco:

$$x_{10} = x_{20} = x_{30} = 27 \text{ m}, \quad x_{40} = x_{50} = 36,2 \text{ m}.$$

Dla powyższych danych, zgodnie z algorytmami podanymi w punktach 2.4.2 i 2.4.1 (wzór (2.120) i (2.111)), obliczone wartości maksymalne natężenia pola na powierzchni ziemi ze względu na zmienną  $y$  w poprzek linii jako funkcję zmiennej  $z$  wzdłuż osi linii. Wyniki obliczeń podane na rys. 2.13 oraz w tabeli III.

Tabela III

Wyniki obliczeń natężenia pola elektrycznego na powierzchni ziemi wzdłuż osi linii 765 kV dla: A - modelu uwzględniającego zwis (rys. 2.12), B - modelu prostoliniowego (rys. 2.11)

	$z$	$m$	0	50	100	150
A	$\max_y E(0, y, z)$	$\frac{kV}{m}$	12,62	12,24	10,93	8,73
B	$\max_y E(0, y, z)$	$\frac{kV}{m}$	12,62	12,62	12,62	12,61

Z obliczeń tych wynika, że dla  $z \in (-50, +50)$  różnica między rozkładami natężenia pola na płaszczyźnie ziemi dla modelu prostoliniowego i uwzględnającego zwis przewodów nie przekracza 3% wartości obliczeń z rozwiązania modelu prostoliniowego linii. Porównując ponadto powyższe obliczenia z wynikami obliczeń natężenia pola dla modelu linii prostoliniowego nieskończenie długiego (tabela I poz. 9), można stwierdzić, że w otoczeniu punktu maksymalnego zwisu przewodów wszystkie trzy modele matematyczne dają wyniki bardzo zbliżone, dlatego też w dalszych rozważaniach dotyczących syntezy pola ograniczone one będą do najprostszego zagadnień dwuwymiarowych wynikających z rozwiązania modelu matematycznego linii o przewodach prostoliniowych i nieskończenie długich.

#### 2.4.4. Pole elektryczne w otoczeniu miejsca krzyżowania się linii trójfazowych pod kątem prostym

Linie przesyłowe usytuowane względem siebie pod kątem prostym występują przede wszystkim jako fragmenty stacji transformatorowo-rozdzielczych. Analiza pola elektrycznego w otoczeniu takiego skrzyżowania jest konieczna, gdyż wystąpi w nim niewątpliwie wzrost natężenia pola elektrycznego. Obliczenie rozkładu wektora natężenia pola elektrycznego we wskazanym obszarze sprowadza się do rozwiązania równania Laplace'a w ujęciu trójwymiarowym z narzuconymi potencjałami sinusoidalnie zmiennymi poszczególnych przewodów krzyżujących się linii. W niniejszym punkcie przeprowadzona będzie analiza tego pola przy założeniu upraszczającym stałej gęstości liniowej ładunków  $q_k(t)$  wzdłuż poszczególnych przewodów, wynikających z oddziaływania quasi-statycznego przewodów prowadzonych równolegle. Przy takim założeniu pominięto wpływ oddziaływania przewodów usytuowanych względem siebie pod kątem prostym. Przyjęty więc model matematyczny będzie wystarczająco dokładny dla dostatecznie dużej odległości między przewodami prowadzonymi pod kątem prostym, co ma praktycznie miejsce.

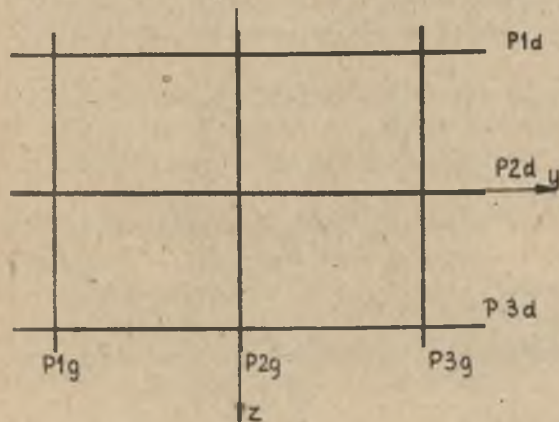
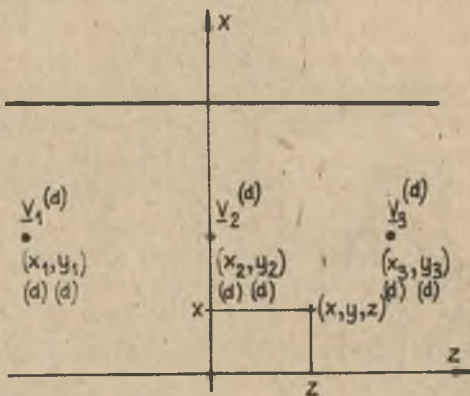
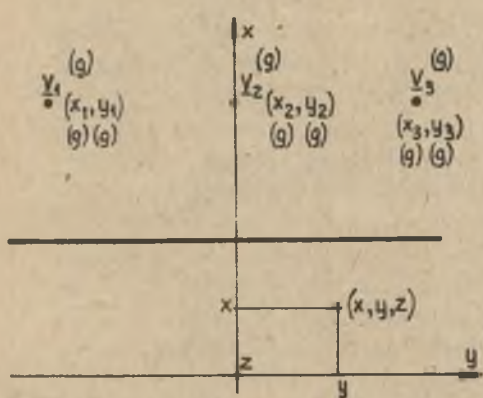
Poprawność przyjętych założeń będzie w dalszym ciągu poparta badaniami przeprowadzonymi na modelu fizycznym rozpatrywanego skrzyżowania się dwóch linii [53].

Zakładając dodatkowo, że potencjały poszczególnych przewodów roboczych linii są sinusoidalnie zmienne  $v_k(t) = V_{mk} \sin(\omega t + \varphi_k)$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), składowe natężenia pola elektrycznego w warstwie przy powierzchni ziemi można wyrazić w postaci zespolonej jako superpozycję składowych generowanych przez poszczególne linie z osobna, a zapisanych wzorami (2.58), (2.59):

$$E_x(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{l=1}^{n_1} C_{kl}^{(g)} \frac{v_l^{(g)}}{\left[ x^2 + (y-y_k^{(g)})^2 - x_k^{(g)2} + 4x_k^{(g)2} (y-y_k^{(g)})^2 \right]^{3/2}} - \\ - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^{n_2} \sum_{l=1}^{n_2} C_{kl}^{(d)} \frac{v_l^{(d)}}{\left[ x^2 + (z-z_k^{(d)})^2 - x_k^{(d)2} + 4x_k^{(d)2} (z-z_k^{(d)})^2 \right]^{3/2}} \quad (2.123)$$

$$\underline{E}_y(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{l=1}^{n_1} C_{k1} \frac{y_l^{(g)}}{r_{1k}} \frac{4x_k x(y-y_k)}{\left[ x^2 + (y-y_k)^2 - x_k^2 \right]^2 + 4x_k^2 (y-y_k)^2} \quad (2.124)$$

$$\underline{E}_z(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{l=1}^{n_1} C_{k1} \frac{z_l^{(d)}}{r_{1k}} \frac{4x_k x(z-z_k)}{\left[ x^2 + (z-z_k)^2 + x_k^2 \right]^2 + 4x_k^2 (z-z_k)^2} \quad (2.125)$$



Rys. 2.14. Linie przesyłowe usytuowane względem siebie pod kątem prostym (w obliczeniach przyjęto  $x_1 = x_2 = x_3 = 21$  m,  $x_1 = x_2 = x_3 = 10$  m,  $y_3 = -y_1 = 16$  m,  $y_3 = -y_1 = 12$  m,  $y_2 = y_2 = 0$ ,  $V^{(g)} = V^{(d)} = 433,013$  kV ( $U_p = 750$  kV) przewody fazowe 4 x AFL-525 o odstępnie 400 mm

gdzie:

$C_{kl}^{(g)}$  - pojemności wzajemne i własne toru górnego,

$C_{kl}^{(d)}$  - pojemności wzajemne i własne toru dolnego,

$V_{-1}^{(g)}, V_{-1}^{(d)}$  - potencjał zespolony 1-tego przewodu toru górnego i dolnego względem ziemi.

Jak wynika ze wzoru (2.123), składowa wektora natężenia pola elektrycznego w kierunku osi  $x$  (rys. 2.14) generowana jest przez ładunki zarówno toru górnego, jak i dolnego. Składowa wektora natężenia pola w kierunku osi  $y$  (2.124) generowana jest przez ładunki przewodów toru górnego równoległego do osi  $z$ , natomiast składowa w kierunku osi  $z$  (2.125) generowana jest przez ładunki przewodów toru dolnego równoległego do osi  $y$  (rys. 2.14).

Znajomość składowych zespolonych  $E_x, E_y, E_z$  wektora natężenia pola elektrycznego pozwala określić moduł wektora. Jak wykazano bowiem w punkcie 2.4.1, wektor o dowolnych składowych  $E_x, E_y$  i  $E_z$  odpowiada polu wirującemu eliptycznemu i wartość modułu tego wektora w kierunku półośi dużej tej elipsy wyraża się wzorem (2.100), natomiast w kierunku półośi małej elipsy wzorem (2.97).

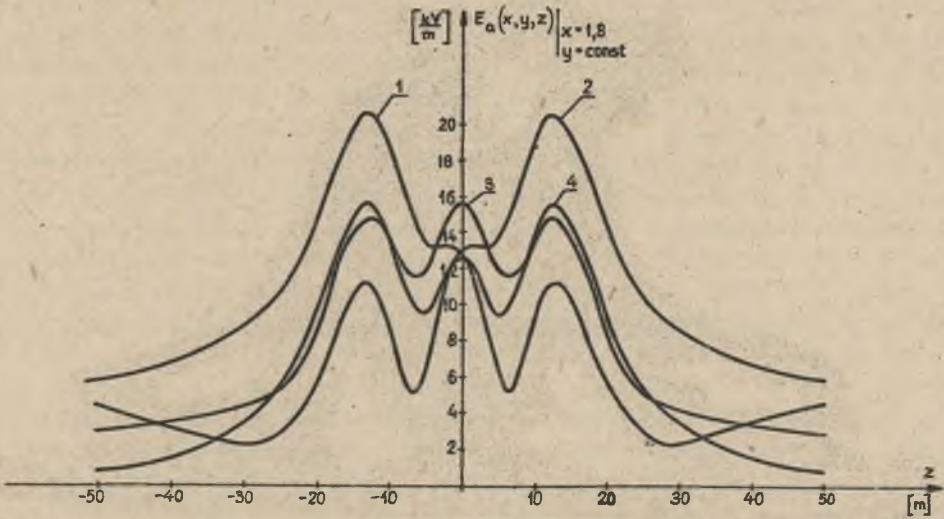
Do analizy teoretycznej rozkładu wektora natężenia pola elektrycznego wybrano skrzyżowanie dwóch torów z projektu stacji 750 kV [53]. Stanowi ono skrzyżowanie dwóch torów trójfazowych prostopadłych do siebie i równoległych do powierzchni ziemi, a usytuowanych na wysokości 10 m i 21 m nad ziemią.

Przewody fazowe są wiązkami 4 x AFL-525 o odstępnie przewodów w wiązce 400 mm. Odległość przewodów fazowych w torze dolnym wynosi 12 m, a w torze górnym 16 m (rys. 2.14).

Dla powyższych danych obliczono rozkłady natężenia pola elektrycznego  $E_a(x, y, z)|_{z=1,8m}$  zgodnie ze wzorami (2.123), (2.124), (2.125) i (2.100) w przekrojach P1g, P2g, P3g, P1d, P2d, P3d zaznaczonych na rys. 2.14. Wyniki obliczeń podane na rys. 2.15a i b.

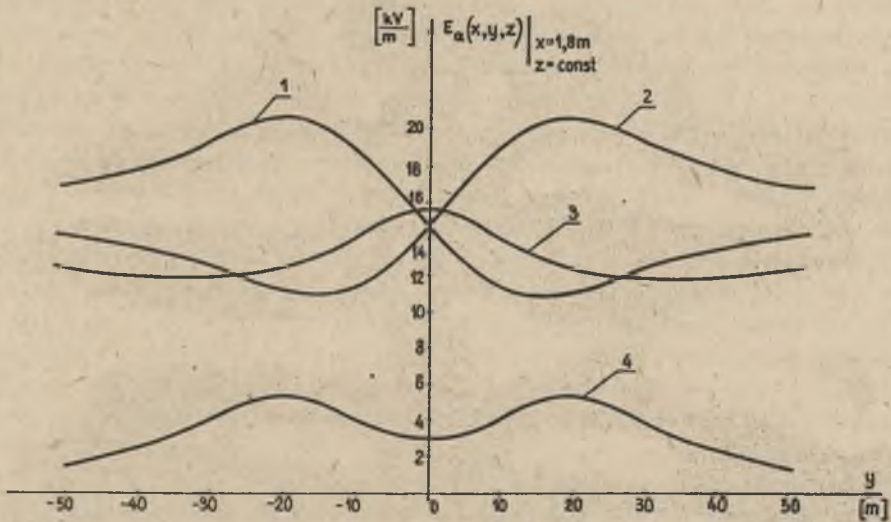
Z obliczeń tych wynika, że w miejscu skrzyżowania się faz jednoimiennych występuje wzrost natężenia pola elektrycznego szczególnie widoczny dla faz skrajnych, a wynoszący dwadzieścia kilka procent w odniesieniu do rozkładu natężenia pola elektrycznego w przekroju poprzecznym toru dolnego poza skrzyżowaniem. W miejscu skrzyżowań faz różnoimiennych występuje natomiast zmniejszenie natężenia pola elektrycznego, które np. dla faz skrajnych wynosi dwadzieścia kilka procent.

Przeprowadzenie analizy teoretycznej pod skrzyżowaniem dwóch torów trójfazowych dla danych zaczerpniętych z pracy [53] pozwala równocześnie na dokonanie analizy porównawczej otrzymanych wyników (rys. 2.15aib) z wynikami badań modelowych (patrz praca 53, rys. 22 i 23) dokonanych na urządzeniu AMPE 76 [30].



Rys. 2.15a. Rozkład natężenia pola elektrycznego pod skrzyżowaniem dwóch torów trójfazowych 750 kV wzdłuż przekrojów (rys. 2.14)

1 - P1g, 2 - P3g, 3 - P2g, 4 - poza skrzyżowaniem pod torem dolnym



Rys. 2.15b. Rozkład natężenia pola elektrycznego pod skrzyżowaniem dwóch torów trójfazowych 750 kV wzdłuż przekrojów (rys. 2.14)

1 - P1d, 2 - P3d, 3 - P2d, 4 - poza skrzyżowaniem pod torem górnym

Z tej analizy porównawczej wynika, że w obszarze maksymalnych natężeń pola elektrycznego występuje różnica między obliczeniami teoretycznymi a badaniami modelowymi nie przekraczająca jednego procentu wartości obliczeniowej. Oznacza to, że przyjęty model matematycznego pola elektrycznego pod skrzyżowaniem dwóch linii trójfazowych wystarczająco dokładnie opisuje rzeczywistość. Można go więc zastosować przy ustaleniu usytuowania przewodów krzyżujących się torów trójfazowych ze względu na dopuszczalne natężenie pola elektrycznego przy powierzchni ziemi.

## 2.5. Pomiary pól elektrycznych quasi-statycznych pod liniami trójfazowymi

Równocześnie z badaniami teoretycznymi dotyczącymi rozkładów pól elektrycznych w obszarze linii przesyłowych rozwinęła się technika pomiarowa natężenia pola elektrycznego. Pierwsza publikacja na temat sond do pomiaru natężenia pola elektrycznego [69] autora C.J. Millera dotyczy pomiaru natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi (sonda płaska) oraz pomiaru natężenia pola w przestrzeni (dipol).

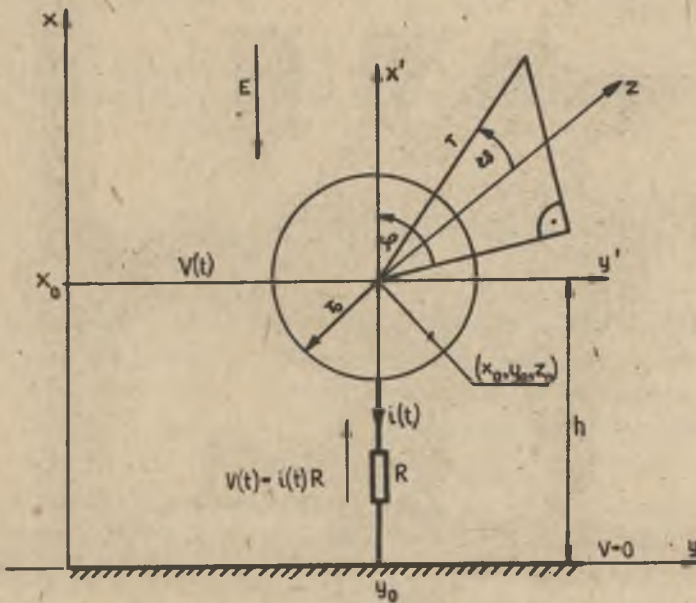
Inne rozwiązanie podano w pracach [88], [89]. Proponowana tam sonda składa się z czterech czasz tworzących powierzchnię kulistą, połączonych rezystorami, na których napięcia jednoznacznie określają wektor natężenia pola elektrycznego w zadanej płaszczyźnie. W pracy [47] opracowano koncepcję sondy sześcioczaszowej i dwuczaszowej do pomiaru natężenia pola elektrycznego w dowolnym punkcie przestrzeni otaczającej linię przesyłową. Nie rozwiązano dotychczas problemem dla sond dwu-, czter-, sześcioczaszowych jest zagadnienie wyprowadzenia informacji z tych sond i przede wszystkim problem podtrzymywania sondy bez dodatkowej deformacji pola oddziaływającego na aktywną część sond. Problem wyprowadzenia informacji z sondy rozwiązano przez pomiar cyfrowy z zastosowaniem wyświetlaczy znajdujących się na sondzie (EDF - Electricité de France, Liege University) lub przez pomiar wskazówkowy (GE - General Electric, CERL - Central Electricity Research Laboratories) (patrz raport GIGRE 76 [77]). Znana jest również koncepcja wyprowadzenia informacji z sondy poprzez światłowody, lecz nie znalazła ona dotychczas realizacji technicznej.

Bardzo duży wpływ na błędy wskazań sondy do pomiaru natężenia pola elektrycznego ma sposób podtrzymywania sond i materiał izolacyjny, z jakiego wykonano stojak podtrzymujący sondę umieszczoną w danym punkcie pola. Znalazło to potwierdzenie w raporcie GIGRE 78 [68], gdzie sondy do pomiaru natężenia pola elektrycznego prezentowanych tam firm posiadają błędy wskazań w odniesieniu do obliczeń teoretycznych od 5% do kilkunastu procent. Zmniejszenie tak dużego błędu można by osiągnąć przez stosowanie materiału izolacyjnego, z którego wykonane są statywy i drążki podtrzymujące sondę na danej wysokości, o stałej dielektrycznej możliwie jak najbardziej zbliżonej do stałej dielektrycznej powietrza.

Inne rozwiązanie, które zaproponowane będzie w następnym punkcie a będące kontynuacją badań z prac [34], [47], polega na uwzględnieniu w funkcji przetwarzania sondy, jak również przy jej skalowaniu wpływu sposobu podtrzymywania sondy na danej wysokości nad ziemią.

2.5.1. Sonda kulista do pomiaru natężenia pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi w obszarze przy powierzchni ziemi

Z punktu widzenia ochrony środowiska najistotniejsze są rozkłady natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi na wysokości do 1,8 m nad ziemią. We wskazanym obszarze można by zdejmować rozkłady natężenia pola elektrycznego za pomocą sond dwuczaszowych wskazanych w raporcie GIGRE 76 [77], jednak - jak pokazane będzie dalej - o wiele większe dokładności osiągnie się, stosując sondę kulistą umieszczoną na wysokości  $h$  nad ziemią, a mającą połączenie elektryczne o rezystancji  $R$  wzdłuż prostej prostopadłej do powierzchni ziemi przechodzącej przez środek kuli [34] (rys. 2.16).



Rys. 2.16. Sonda kulista do pomiaru potencjału i natężenia pola elektrycznego

Niech funkcja  $v_0(r, \vartheta, \varphi, t)$  określa potencjał, jaki istniał w obszarze przy powierzchni ziemi pod linią przesyłową przed wprowadzeniem sondy.

Wprowadzenie sondy powoduje deformację potencjału, który w otoczeniu kuli można określić metodą odbić zwierciadlanych w powierzchni kuli [13].

$$v_1(r, \vartheta, \varphi, t) = v_0(r, \vartheta, \varphi, t) - \frac{r_0}{r} v_0\left(\frac{r_0^2}{r}, \vartheta, \varphi, t\right) \quad (2.126)$$



Dla  $r = r_0$ ,  $v_1(r_0, \vartheta, \varphi, t) = 0$ , a więc wzór (2.126) byłby prawdziwy, gdyby kuli przewodzącej narzucić zerowy potencjał ziemi, tj. dla  $R = 0$ . Istnienie różnej od zera rezystancji łączącej sondę kulistą z ziemią w obszarze zmiennego pola quasi-statycznego, linii przesyłowej, powoduje przepływ prądu  $i(t)$  dający różnicę potencjałów między kulą a ziemią wynoszącą  $v(t) = i(t)R$ . Ta różnica potencjałów generuje w przestrzeni otaczającej sondę składową potencjału  $v_2(r, \vartheta, \varphi, t)$ , która dla  $r = r_0$  wynosi  $v_2(r_0, \vartheta, \varphi, t) = v(t)$ .

Wypadkowy potencjał pola elektrycznego quasi-statycznego w otoczeniu sondy kulistej na mocy zasady superpozycji wyraża się więc wzorem

$$\begin{aligned} v(r, \vartheta, \varphi, t) &= v_1(r, \vartheta, \varphi, t) + v_2(r, \vartheta, \varphi, t) = \\ &= v_0(r, \vartheta, \varphi, t) - \frac{r_0}{r} v_0\left(\frac{r_0^2}{r}, \vartheta, \varphi, t\right) + v_2(r, \vartheta, \varphi, t) \end{aligned} \quad (2.127)$$

Całkowity ładunek elektryczny, jaki wyindukuje się na kuli w chwili  $t$ , wyraża się wzorem

$$\begin{aligned} q(t) &= \int_{S_k} \sigma(r_0, \vartheta, \varphi, t) ds = -\epsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=r_0} r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \\ &= -\epsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left. \frac{\partial v_1}{\partial r} \right|_{r=r_0} r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi - \epsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left. \frac{\partial v_2}{\partial r} \right|_{r=r_0} r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \end{aligned} \quad (2.128)$$

Druga całka we wzorze (2.128) określa ładunek, jaki istniałby na powierzchni kuli w przypadku, gdyby potencjał kuli wynosił  $v_2(r_0, \vartheta, \varphi, t) = v(t)$ , a potencjał ziemi był zerowy. Analizę takiego przypadku można znaleźć w literaturze [1]. Daje ona

$$q_2(t) = -\epsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left. \frac{\partial v_2}{\partial r} \right|_{r=r_0} r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = C v(t)$$

gdzie:

$C$  - jest pojemnością układu kula - płaszczyzna przewodząca.

W celu obliczenia drugiej całki wzoru (2.128) należy najpierw zauważyć, że zgodnie ze wzorem (2.127)

$$\left. \frac{\partial v_1}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 2 \left. \frac{\partial v_0}{\partial r} \right|_{r=r_0} + \frac{1}{r_0} v_0(r_0, \vartheta, \varphi, t) \quad (2.129)$$

Otrzymuje się wówczas

Otrzymuje się wówczas

$$q_1(t) = - \varepsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left. \frac{\partial v_1}{\partial r} \right|_{r=r_0} r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \quad (2.130)$$

$$= - 2 \varepsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left. \frac{\partial v_0}{\partial r} \right|_{r=r_0} r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi - \frac{1}{r_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} v_0(r_0, \vartheta, \varphi, t) r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

Ponieważ funkcja  $v_0$  jest harmoniczna w obszarze kuli, więc do obliczenia całek (2.130) można stosować pierwszy i drugi wzór podstawowy [8].

Istotnie, na mocy wzoru Gaussa [8], będącego przypadkiem szczególnym pierwszego wzoru podstawowego dla funkcji harmonicznych, otrzymuje się

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left. \frac{\partial v_0}{\partial r} \right|_{r=r_0} r_0 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \int_{S_k} \frac{\partial v_0}{\partial n} ds = 0 \quad (2.131)$$

Stosując następnie wzór Gaussa na wartość średnią dla funkcji harmonicznych [8], będący przypadkiem szczególnym drugiego wzoru podstawowego, otrzymuje się

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} v_0(r_0, \vartheta, \varphi, t) r_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \int_{S_k} v_0 ds = 4\pi r_0^2 v_0(x_0, y_0, t) \quad (2.132)$$

gdzie  $v_0(x_0, y_0, t)$  jest potencjałem, jaki istniał w punkcie będącym środkiem kuli o współrzędnych prostokątnych  $x_0, y_0$  przez jej wprowadzeniem do pola (rys. 2.16).

Ze wzoru Gaussa (2.132) wynika, że wartość funkcji harmonicznej  $v_0$  w środku kuli o promieniu  $r_0$  jest równa średniej arytmetycznej tej funkcji na powierzchni kuli.

Uwzględnieniem operacji matematycznych (2.131) i (2.132) we wzorze (2.130) daje ostatecznie (por. [13])

$$q_1(t) = - 4\pi r_0 \varepsilon_0 v_0(x_0, y_0, t) \quad (2.133)$$

Całkowity ładunek, jaki wyindukuje się na kuli w chwili  $t$ , wyrazi się więc wzorem

$$q(t) = - 4\pi r_0 \varepsilon_0 v_0(x_0, y_0, t) + C v(t) \quad (2.134)$$

Zgodnie z oznaczeniami rys. 2.16 na mocy równania ciągłości prądu

$$i(t) = - \frac{dq}{dt}$$

oraz prawa Ohma

$$v(t) = i(t)R$$

równanie (2.134) można zapisać w postaci (por. [47])

$$v(t) + RC \frac{dv(t)}{dt} = 4\pi r_0 \epsilon_0 R \frac{dv_0(x_0, y_0, t)}{dt} \quad (2.135)$$

Jeżeli potencjał pola quasi-statycznego w obszarze linii przesyłowej jest cosinusoidalnie zmienny

$$v_0(x, y, t) = \sqrt{2} V(x, y) \cos[\omega t + \varphi(x, y)]$$

to zgodnie z równaniem (2.135) wartość skuteczna spadku napięcia  $U(x, y)$  na rezystancji  $R$  łączącej kulę przewodzącą, umieszczoną w punkcie  $(x, y)$  z ziemią wynosi

$$U(x, y) = \frac{4\pi r_0 \epsilon_0 R \omega V(x, y)}{\sqrt{1 + (RC)^2}} \quad (2.136)$$

Ze wzoru (2.162) wynika, że rozkład potencjału  $V(x, y)$  pod linią przesyłową można zdejmować poprzez pomiar wartości skutecznej napięcia  $U(x, y)$  na rezystancji  $R$  łączącej sondę kulistą z ziemią.

W dalszym ciągu wykazane będzie, że rozpatrywana sonda nadaje się również do zdejmowania rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi w warstwie przy powierzchni ziemi.

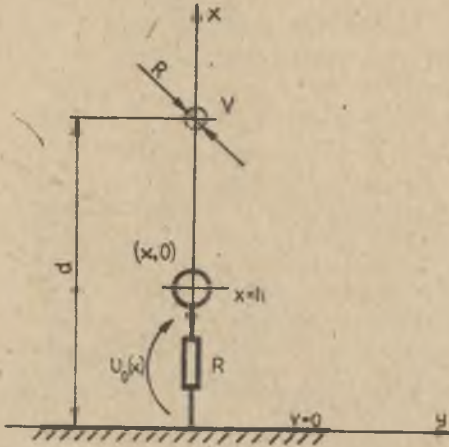
Wzorcowanie sondy kulistej przeprowadzone będzie w sposób podany w pracy [28], a polegać będzie na przyporządkowaniu sygnałowi  $U_0(x)$  tej sondy umieszczonej na wysokości  $h$  pod wzorcową linią jedнопроводową o potencjale skutecznym  $V$  natężenia pola elektrycznego, które istniało w tym punkcie przed wprowadzeniem sondy.

Pod linią jedнопроводową ( $y = 0$ , rys. 2.17) potencjał  $V_0(x, 0)$  wyraża się wzorem [47]

$$V_0(x, 0) = \frac{V}{\ln \frac{2d}{R}} \ln \left( \frac{d+x}{d-x} \right) \quad (2.137)$$

a więc zgodnie ze wzorem (2.136) spadek napięcia na rezystancji  $R$  łączącej sondę kulistą umieszczoną w punkcie  $(x, 0)$  (rys. 2.17) pod linią jedнопроводową z ziemią wynosi

$$U_0(x) = \frac{4\pi r_0 \epsilon_0 R \omega V}{\sqrt{1 + (RC)^2}} \frac{V}{\ln \frac{2d}{R}} \ln \left( \frac{d+x}{d-x} \right) \quad (2.138)$$



Rys. 2.17. Wzorcowanie sondy kulistej pod linią jedнопrzewodową

gdzie:

- $d$  - odległość przewodu linii od powierzchni ziemi,
- $R$  - promień przekroju przewodu.

Przyporządkowując napięciu  $U_0(x)$  natężenie pola elektrycznego  $E_0(x, 0)$  jakie istnieje w punkcie  $(x, 0)$  pod linią jedнопrzewodową [14]

$$E_0(x, 0) = \frac{V}{\ln \frac{2d}{R}} \cdot \frac{2d}{d^2 - x^2} \quad (2.139)$$

otrzymuje się w wyniku takiego wzorcowania współczynnik skali

$$k(x) = \frac{E_0(x, 0)}{U_0(x)} = \frac{\sqrt{1 + (RC)^2}}{4\pi \epsilon_0 r_0 \omega R} \cdot \frac{1}{\ln \frac{d+x}{d-x}} \cdot \frac{2d}{d^2 - x^2} \quad (2.140)$$

Współczynnik skali zależy więc nie tylko od promienia kuli  $r_0$ , pulsacji  $\omega$  pola elektrycznego, wysokości  $x$  położenia sondy od powierzchni ziemi i rezystancji  $R$  łączącej sondę kulistą z ziemią, lecz również od wysokości  $d$  położenia przewodów roboczych linii względem ziemi. Poprzez parametr  $d$  występujący we wzorze (2.140) uwzględnia się wpływ niejednorodności pola elektrycznego oddziałującego na sondę. Istotnie, jeżeli we wzorze (2.140) zmierzamy z „ $d$ ” do nieskończoności, to w granicy otrzymamy

$$k_1(x) = \frac{\sqrt{1 + (RC)^2}}{4\pi \epsilon_0 r_0 \omega R} \cdot \frac{1}{x} \quad (2.141)$$

Znajomość współczynnika skali  $k(x)$  pozwala na zdejmowanie rozkładów natężenia pola elektrycznego  $E(x, y)$  pod liniami przesyłowymi poprzez pomiar napięcia  $U(x, y)$  na rezystancji  $R$  łączącej sondę kulistą z ziemią, t.j.:

$$E(x, y) = k(x) U(x, y) \quad (2.142)$$

Zgodnie ze wzorem (2.136) rozpatrywana sonda kulista wiernie odtwarza rozkład potencjału pod liniami przesyłowymi poprzez pomiar napięcia  $U(x, y)$ . Zastosowanie jej natomiast do zdejmowania rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi połącznie za sobą pewien błąd systematyczny, zależy od niejednorodności pola w warstwie przy powierzchni ziemi

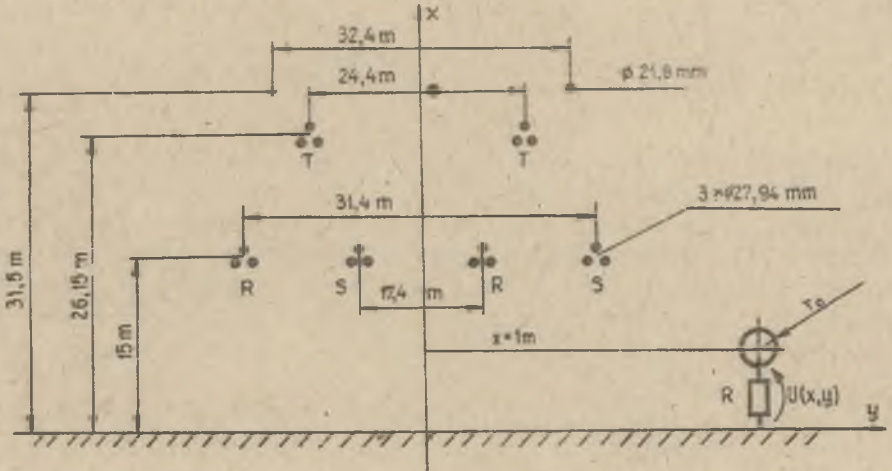
Mając na uwadze wymagania GIGRE 76 [77] odnośnie do klasy dokładności sond pomiarowych do pomiaru natężenia pola elektrycznego, w dalszej kolej

ności przeprowadzona będzie analiza błędu systematycznego rozpatrywanej sondy kulowej, wynikającego z niejednorodności pola elektrycznego pod linią trójfazową dwutorową 400 kV, o konfiguracji prowadzenia przewodów na słupie podanych w raporcie GIGRE 76 [77] (rys. 2.18).

Podstawiając w tym celu do wzoru (2.142) wyrażenia (2.140) i (2.136) otrzymuje się

$$E(x,y) = \frac{1}{\ln \frac{d+x}{d-x}} \cdot \frac{2d}{d^2-x^2} V(x,y) \quad (2.143)$$

Wzór (2.143) pozwala na obliczenie wskazań sondy kulowej przy danej funkcji  $V(x,y)$  potencjału skutecznego. Obliczenia przeprowadzone zgodnie ze wzorem (2.143) odniesione będą do obliczeń teoretycznych natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową dwutorową 400 kV o danych geometrycznych przedstawionych na rys. 2.18.



Rys. 2.18. Pomiar natężenia pola elektrycznego

Ze względu na to, że pole elektryczne pod liniami przesyłowymi jest polem wirującym eliptycznym, błąd  $\Delta$  rozpatrywanej sondy kulistej odniesiony będzie do natężenia pola elektrycznego  $E_a(x,y)$  (wzór (2.6E)) w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego. Takie odniesienie wskazań sondy poddyktowane jest tym, że w warstwie przy powierzchni ziemi pod linią przesyłową natężenie pola elektrycznego w kierunku półosi dużej  $E_a$  jest znacznie większe od natężenia pola w kierunku półosi małej (patrz tabela IV) elipsy pola wirującego. Poza tym kąt położenia półosi dużej elipsy pola wirującego  $\alpha(x,y)$  w stosunku do powierzchni ziemi wynosi około  $\frac{\pi}{2}$ .

Z przeprowadzonej analizy błędu geometrycznego rozpatrywanej sondy kulistej (patrz tabela IV) na poziomie  $x = 1$  m nad powierzchnią ziemi pod

linią przesyłową 400 kV (rys. 2.18) wynika, że osiąga on maksimum wynoszące - 0,55% w przypadku położenia sondy w osi symetrii linii, tj. dla  $y=0$ . Poza tym w obszarze maksymalnych natężeń nie przekracza on 0,18%.

Tabela IV

Wyniki obliczeń rozkładu potencjału  $V(1,y)$  i natężenia pola elektrycznego w kierunku półośi dużej  $E_a(1,y)$  i małej  $E_b(1,y)$  elipsy pola wirującego oraz natężenia pola  $E(1,y)$  wynikającego z funkcji przetwarzania sondy kulistej (wzór (2.89)) dla konfiguracji linii podanej na rys. 2.18)

y	$E_a(1,y)$	$E_b(1,y)$	$\alpha(1,y)$	$V(1,y)$	$E(1,y)$	$\frac{E_a - E}{E_a} \cdot 100\%$
m	kV/m	kV/m	%	kV	kV/m	%
1	2	3	4	5	6	7
0	2,588	0,194	90°	2,595	2,602	-0,548
2	2,655	0,162	88,69	2,559	2,667	-0,432
4	2,811	0,078	88,30	2,809	2,817	-0,217
6	2,966	0,033	88,81	2,959	2,968	-0,069
8	3,053	0,159	89,58	3,045	3,054	-0,020
10	3,074	0,256	89,98	3,066	3,075	-0,035
12	3,083	0,315	89,81	3,075	3,084	-0,035
14	3,121	0,313	89,59	3,110	3,119	+0,048
16	3,154	0,266	89,94	3,140	3,150	+0,142
18	3,112	0,208	90,89	3,097	3,107	0,181
20	2,955	1,583	92,05	2,942	2,951	0,156
25	2,209	0,0905	94,33	2,202	2,208	0,031
30	1,448	0,0635	95,08	1,445	1,450	-0,095
40	0,646	0,0323	93,82	0,646	0,647	-0,252
50	0,386	0,0139	92,25	0,386	0,787	-0,288
75	0,192	0,0020	91,28	0,192	0,193	-0,296
100	0,117	0,000	91,63	0,117	0,117	-0,296

### 2.5.2. Analiza porównawcza pomiarów terenowych z obliczeniami teoretycznymi natężenia pola elektrycznego linii trójfazowych

Analiza błędów sondy kulowej przeprowadzona została dla linii przesyłowej o takiej konfiguracji i wartości napięcia, jak podano w raporcie CIGRE 76 [77], co umożliwi porównanie błędów prezentowanych tam sond (GE, Liege U, SSPB, FGH, EDF, CERL) z sondą proponowaną w niniejszym opracowaniu.

Z porównania tego wynika, że wyszczególnione w raporcie CIGRE 76 sondy mają błędy wskazań wynoszące od 5% do 20%, a więc znacznie przekraczające błąd sondy rozpatrywanej w niniejszej pracy. Wynika to stąd, że w funkcji przetwarzania dla sondy kulowej (wzory (2.136) i (2.142)) uwzględniono sposób podparcia kuli względem ziemi, a realizujący zarazem jej meta-

liczne połączenie z ziemią. Rozpatrywaną sondę można jednak tylko stosować do pomiarów natężenia pola przy powierzchni ziemi  $x = 0 \div 2$  m. Okazuje się bowiem, że im wyżej od powierzchni ziemi, tym większe błędy systematyczne popełnia się przy pomiarze natężenia pola elektrycznego (tabela V).

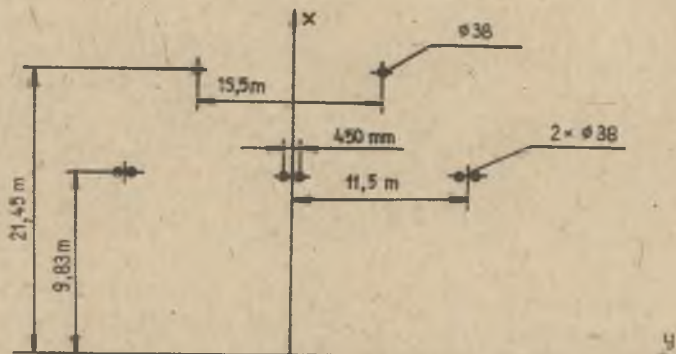
Tabela V

Wyniki obliczeń błędu systematycznego sondy kulistej w zależności od jej położenia "x" względem ziemi

x [m]	max $\Delta$ % y	$\Delta$ % dla max $E_n(x,y)$ y
1	2	3
1	-0,548	0,143
1,5	-1,245	0,327
1,7	-1,609	0,466
1,8	-1,809	0,474
2	-2,248	0,649

Z przeprowadzonej analizy wynika, że rozpatrywana sonda kulowa w pełni odpowiada wymaganiom CIGRE 76 [77] i może być z powodzeniem stosowana do pomiaru natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi przy powierzchni ziemi.

Rozpatrywaną sondą kulową dokonano pomiaru natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową 400 kV (przeszło 4 linii przesyłowej w pobliżu stacji Dunowo k. Koszalina). Wyniki pomiarów terenowych zestawione z obliczeniami teoretycznymi dla konfiguracji geometrycznej badanej linii, przedstawionej na rys. 2.19 podano w tabeli VI.



Rys. 2.19. Konfiguracja geometryczna linii przesyłowej 400 kV (przeszło 4 w pobliżu stacji Dunowo k. Koszalina)

Tabela VI

Porównanie wyników pomiarowych  $E_{\text{pom}}((1,8),y)$  z wynikami obliczeń teoretycznych  $E_a((1,8),y)$  natężenia pola elektrycznego dla linii o konfiguracji podanej na rys. 2.19

y	$E_a((1,8),y)$	$E_{\text{pom}}((1,8),y)$	$\Delta = \frac{E_a - E_{\text{pom}}}{E_a} 100\%$
m	kV/m	kV/m	%
1	2	3	4
0	6,15	6,25	-1,62
1	6,04	6,08	-0,66
2	5,74	5,66	1,40
3	5,32	5,48	-3,00

Z zestawienia tego wynika, że błąd pomiaru  $\Delta$  rozpatrywanej sondy kulowej w odniesieniu do obliczeń teoretycznych natężenia pola elektrycznego  $E_a$  na poziomie 1,8 m nad ziemią nie przekracza 5%.

Analiza porównawcza pomiarów terenowych zarówno zagranicznych [77], krajowych [53], jak i własnych z obliczeniami teoretycznymi rozkładu natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi w pełni potwierdza przydatność przyjętego modelu matematycznego pola elektrycznego linii przesyłowych w miejscu maksymalnego zwisu przewodów.



### 3. SYNTEZA ROZKŁADU WEKTORA NATĘŻENIA POLA ELEKTRYCZNEGO LINII PRZESYŁOWYCH TRÓJFAZOWYCH

Postęp techniki związanej z przesyłem energii elektrycznej, przy coraz to wyższych napięciach linii przesyłowych, spowodował wzrost zagrożenia środowiska naturalnego polem elektrycznym o nadmiernym natężeniu. Wymaga to takiej konstrukcji linii przesyłowych, dla których strefa oddziaływania pola elektrycznego na środowisko naturalne, jak również maksimum natężenia pola elektrycznego w tej strefie byłoby jak najmniejsze (około  $5 \text{ kV/m}$  [62]), przy możliwie najniższym przewodzeniu przewodów roboczych linii względem ziemi. Spełnienie tych warunków daje nam najniższy koszt jednostkowy linii ze względu na ochronę środowiska naturalnego. Aktualnie staje się więc zagadnienie poszukiwania takich konfiguracji prowadzenia przewodów przy wyżej wspomnianych ograniczeniach, przy których oddziaływanie pola elektrycznego linii przesyłowych na środowisko naturalne człowieka będzie jak najmniejsze. O ile jednak dla linii trójfazowej jednetorowej zagadnienie polega przede wszystkim na znalezieniu konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów oraz wysokości prowadzenia przewodów w odniesieniu do ziemi [37], przy których natężenie pola elektrycznego na powierzchni ziemi nie przekracza dopuszczalnej wartości, o tyle dla linii dwutorowej dla rozwiązania tego zagadnienia można wykorzystać kompensacyjny wpływ obydwu torów [79], co stwarza większe możliwości w poszukiwaniu konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów roboczych linii przesyłowej.

Zanim sformułowane będzie zagadnienie matematycznego prowadzenia do rozwiązania wyżej podanego problemu, należy w pierwszej kolejności zdefiniować funkcję preferencji, która będzie miarą wyboru konfiguracji linii przesyłowej.

#### 3.1. Funkcje preferencji rozkładu pola elektrycznego linii przesyłowych trójfazowych

Wybór funkcji preferencji jest niewątpliwie sprawą subiektywną i zależy od projektanta. Niemniej jednak w jej definicji muszą być uwzględnione czynniki mające decydujący wpływ na syntetyzowaną wielkość.

##### 3.1.1. Postać całkowa funkcji preferencji

W rozpatrywanym problemie, przy ustaleniu funkcji preferencji należy przede wszystkim wziąć pod uwagę rozkład wektora natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową w obszarze przy powierzchni ziemi do wysokości

1,8 = [53]. Jak wykazano w rozdz. 2 tej pracy, moduł wektora natężenia pola elektrycznego w tym obszarze różni się od jego wartości na powierzchni ziemi o kilka procent, dlatego w konstrukcji funkcji preferencji wzięto pod uwagę rozkład natężenia pola elektrycznego linii przesyłowej na powierzchni ziemi.

Zgodnie ze wzorem (2.58) wynosi on

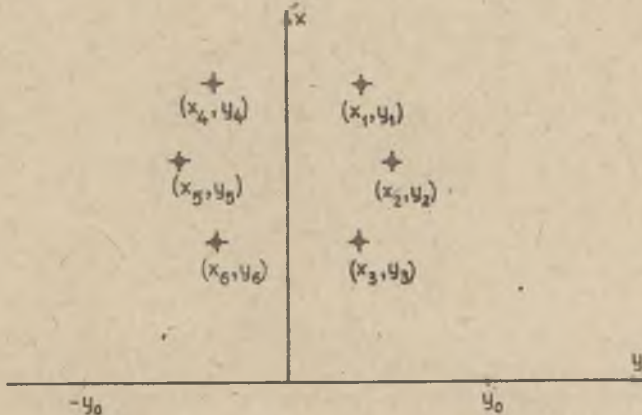
$$\underline{E}(0,y) = \underline{E}_z(0,y) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \varepsilon_{kl} \underline{V}_l \frac{2x_k}{x_k^2 + (y-y_k)^2} \quad (3.1)$$

gdzie:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} c_{kl} \quad (3.1a)$$

- $c_{kl}$  - pojemności wzajemne (dla  $k \neq l$ ) i własne (dla  $k = l$ ) przewodów linii przypadające na jednostkę długości linii,
- $\underline{V}_l$  - wartości zespolone potencjałów sinusoidalnie zmiennych przewodów roboczych linii względem ziemi.

Dla rozkładu modułu wektora natężenia pola elektrycznego na powierzchni ziemi, jako funkcji  $\underline{E}(0,y)$ , istnieją pewne ekstrema lokalne występujące w pewnym przedziale  $(-y_0, +y_0)$  (patrz rys. 2.7).



Rys. 3.1a. Konfiguracja geometryczna przewodzenia przewodów roboczych linii przesyłowej

Ponieważ dla dostatecznie dużych  $y$  funkcja  $\underline{E}(0,y)$  zmierza asymptotycznie do zera, długość przedziału  $(-y_0, +y_0)$  należy przyjąć tak, aby wartość natężenia pola  $\underline{E}(0,y_0)$  stanowiła około 2% wartości maksymalnej w rozpatrywanym przedziale. W ten sposób określony przedział będzie wyznaczał szerokość korytarza pod linią przesyłową, w którym ok. śliny funkcjonal

przyporządkowujący funkcji  $\underline{E}(0,y)$  liczbę  $\mathcal{J}(E)$  będącą całką oznaczoną z kwadratu modułu natężenia pola elektrycznego w przedziale od  $(-y_0$  do  $+y_0)$

$$\mathcal{J}_{E1} = \int_{-y_0}^{y_0} |\underline{E}(0,y)|^2 dy \quad (3.2)$$

Tak zdefiniowana funkcja preferencji  $\mathcal{J}_{E1}$  uwzględnia równocześnie wartość natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową, jak również szerokość pasa istotnego oddziaływania pola na środowisko naturalne.

Poza tym wskaźnik  $\mathcal{J}_{E1}$  jest funkcją współrzędnych  $x_k, y_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ), określających położenie przewodów roboczych linii przesyłowych.

$$\mathcal{J}_{E1} = \mathcal{J}_{E1}(x_1, x_2, \dots, x_N, y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (3.3)$$

Istotnie, funkcja podcałkowa  $|\underline{E}(0,y)|^2$  w całości (3.2) zależy od współrzędnych  $(x_k, y_k)$  i wynosi

$$|\underline{E}(0,y)|^2 = \underline{E}(0,y) \underline{E}^*(0,y) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n G_k G_l^* \frac{4x_k x_l}{[x_k^2 + (y-y_k)^2][x_l^2 + (y-y_l)^2]} \quad (3.4)$$

gdzie

$$G_k = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} Q_k = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{l=1}^n c_{kl} V_l = \sum_{l=1}^n \epsilon_{kl} V_l \quad (3.5)$$

Podstawiając wyrażenie (3.4) do całki (3.2), otrzymuje się

$$\mathcal{J}_{E1} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n G_k h_{kl} G_l^* \quad (3.6)$$

gdzie

$$h_{kl} = \int_{-y_0}^{y_0} \frac{4x_k x_l dy}{[x_k^2 + (y-y_k)^2][x_l^2 + (y-y_l)^2]} \quad (3.7)$$

Uwzględniając w funkcjonalie (3.6) wyrażenie (3.5), otrzymuje się

$$\mathcal{J}_{E1} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n V_k \mathcal{J}_{kl} V_l^* \quad (3.8)$$

gdzie

$$\mathcal{J}_{kl} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \epsilon_{ki} h_{ij} \epsilon_{jl} \quad (3.9)$$

Należy zauważyć, że funkcja preferencji (3.8) ma postać formy kwadratowej określonej dodatnio dla dowolnych wartości zespolonych  $V_k$  potencjałów sinusoidalnie zmiennych przewodów roboczych linii względem ziemi. Ponadto  $\epsilon_{ki} = \epsilon_{ik}$  oraz  $h_{ij} = h_{ji}$ , a więc  $\delta_{ki} = \delta_{ik}$ . Oznacza to, że macierz kwadratowa formy (3.8) jest macierzą symetryczną.

Jak wiadomo, współczynniki  $\epsilon_{ki}$  są funkcjami współrzędnych  $(x_k, y_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) (patrz wzór (2.42)) i zestawione w postaci macierzy wyrażają się wzorem

$$[\epsilon_{ki}] = [b_{ki}]^{-1} \quad (3.10)$$

gdzie:

$$b_{ki} = \begin{cases} \ln \frac{\sqrt{(x_k + y_1)^2 + (y_k - y_1)^2}}{\sqrt{(x_k - x_1)^2 + (y_k - y_1)^2}} & \text{dla } k \neq i \\ \ln \frac{2x_k}{R_k} & \text{dla } k = i \end{cases} \quad (3.11)$$

$R_k$  - promień zastępy przewodów roboczych.

Ponieważ współczynniki (3.7) są również funkcjami współrzędnych  $(x_k, y_k)$ , więc zgodnie ze wzorem (3.9) stanowią również funkcje współrzędnych  $(x_k, y_k)$

$$\delta_{ki} = \delta_{ki}(x_1, x_2, \dots, x_N, y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (3.12)$$

Współczynniki (3.7) wyrażone teraz będą jako funkcje  $(x_k, y_k)$  i  $(x_1, y_1)$  w wyniku całkowania względem zmiennej  $y$  w przedziale od  $-y_0$  do  $+y_0$ . W tym celu należy rozwinąć funkcję podcałkową całki (3.7) na ułamki proste

$$\frac{4x_k x_1}{[x_k^2 + (y - y_k)^2][x_1^2 + (y - y_1)^2]} = \frac{a_1 y + a_2}{x_k^2 + (y - y_k)^2} + \frac{b_1 y + b_2}{x_1^2 + (y - y_1)^2} \quad (3.13)$$

gdzie współczynniki  $a_1, a_2, b_1, b_2$  spełniają następujący układ równań

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 &= 0 \\ a_2 + b_2 - 2y_k b_1 - 2y_1 a_1 &= 0 \\ a_1(x_1^2 + y_1^2) + b_1(x_k^2 + y_k^2) - 2a_2 y_1 - 2b_2 y_k &= 0 \\ b_2(x_k^2 + y_k^2) + a_2(x_1^2 + y_1^2) &= 4x_k x_1 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Rozwiązując układ równań (3.14), otrzymuje się

$$b_1 = -a_1 = \frac{8x_k x_1 (y_k - y_1)}{\left[ (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \right]^2 + 4(y_k^2 - y_1 y_1)(x_1^2 + y_1^2) + 4(y_1^2 - y_1 y_k)(x_k^2 + y_k^2)} \quad (3.15)$$

$$a_2 = \frac{4x_k x_1 \left[ (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) + 4(y_k^2 - y_1 y_k) \right]}{\left[ (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \right]^2 + 4(y_k^2 - y_1 y_k)(x_1^2 + y_1^2) + 4(y_1^2 - y_1 y_k)(x_k^2 + y_k^2)} \quad (3.16)$$

$$b_2 = \frac{4x_k x_1 \left[ (x_k^2 + y_k^2) - (x_1^2 + y_1^2) + 4(y_1^2 - y_1 y_k) \right]}{\left[ (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \right]^2 + 4(y_k^2 - y_1 y_k)(x_1^2 + y_1^2) + 4(y_1^2 - y_1 y_k)(x_k^2 + y_k^2)} \quad (3.17)$$

Zgodnie z rozwinięciem (3.13) całka (3,7) przyjmie postać

$$h_{k1} = \int_{-y_0}^{y_0} \frac{(a_1 y + a_2) dy}{x_k^2 + (y - y_k)^2} + \int_{-y_0}^{y_0} \frac{(b_1 y + b_2) dy}{x_1^2 + (y - y_1)^2} \quad (3.18)$$

Pierwszą całkę we wzorze (3.18) oblicza się następująco:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= \int_{-y_0}^{y_0} \frac{(a_1 y + a_2) dy}{x_k^2 + (y - y_k)^2} = \frac{a_1}{2} \int_{-y_0}^{y_0} \frac{2(y - y_k) dy}{x_k^2 + (y - y_k)^2} + (a_2 + y_1 y_k) \int_{-y_0}^{y_0} \frac{dy}{x_k^2 + (y - y_k)^2} = \\ &= \frac{a_1}{2} \ln \left| \frac{x_k^2 + (y_0 - y_k)^2}{x_k^2 + (y_0 + y_k)^2} \right| + \frac{a_2 + a_1 y_k}{x_k} \left[ \mathcal{F} - \text{arctg} \frac{2y_0 y_k}{y_0^2 - (x_k^2 + y_k^2)} \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

natomiast drugą

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_2 &= \int_{-y_0}^{y_0} \frac{(b_1 y + b_2) dy}{x_1^2 + (y - y_1)^2} = \frac{b_1}{2} \ln \left| \frac{x_1^2 + (y_0 - y_1)^2}{x_1^2 + (y_0 + y_1)^2} \right| + \\ &+ \frac{b_2 + b_1 y_1}{x_1} \left[ \mathcal{F} - \text{arctg} \frac{2y_0 x_1}{y_0^2 - (x_1^2 + y_1^2)} \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Uwzględniając wyniki całkowania (3.15), (3.16) i (3.17) we wzorze (3.18) otrzymuje się

$$h_{k1} = \frac{4}{\left[ (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \right]^2 + 4(y_k^2 - y_1 y_k)(x_1^2 + y_1^2) + 4(y_1^2 - y_1 y_k)(x_k^2 + y_k^2)} \left\{ \right.$$

$$\left\{ x_k x_1 (y_k - y_1) \ln \left[ \frac{[x_1^2 + (y_0 - y_1)^2][x_k^2 + (y_0 + y_k)^2]}{[x_1^2 + (y_0 + y_1)^2][x_k^2 + (y_0 - y_k)^2]} \right] + \right. \\ \left. + x_1 [(x_1^2 - x_k^2) + (y_k - y_1)^2] \left[ \mathcal{F} - \arctg \frac{2y_0 x_k}{y_0^2 - (x_k^2 + y_k^2)} \right] + \right. \\ \left. + x_k [(x_k^2 - x_1^2) + (y_1 - y_k)^2] \left[ \mathcal{F} - \arctg \frac{2y_0 x_1}{y_0^2 - (x_1^2 + y_1^2)} \right] \right\} \quad (3.21)$$

gdzie  $k \neq 1$ .

W przypadku, gdy  $k = 1$ , całkowanie (3.7) daje

$$h_{kk} = \int_{-y_0}^{y_0} \frac{4x_k^2 dy}{[x_k^2 + (y - y_k)^2]^2} = \frac{4y_0 (y_0^2 + x_k^2 - y_k^2)}{[x_k^2 + (y_0 + y_k)^2][x_k^2 + (y_0 - y_k)^2]} + \\ + \frac{2}{x_k} \left[ \mathcal{F} - \arctg \frac{2y_0 x_k}{y_0^2 - (x_k^2 + y_k^2)} \right] \quad (3.22)$$

Znajomość współczynników  $h_{k1}$  określonych wzorami (3.21) i (3.22) oraz ze współczynnikami  $g_{ki}$  określonymi wzorem (3.11) pozwala, zgodnie ze wzorem (3.9), na obliczenie macierzy  $[\delta_{k1}]$  formy kwadratowej (3,8) stanowiącej funkcję preferencji rozpatrywanego zagadnienia.

Współczynniki  $\delta_{k1}$ , a tym samym forma kwadratowa (3,8), są funkcją współrzędnych  $(x_k, y_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) określających położenie przewodów roboczych linii przesyłowych.

Została więc w ten sposób określona funkcja preferencji jako funkcja konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii przesyłowej, niezbędna przy poszukiwaniu optymalnych rozwiązań prowadzenia przewodów linii ze względu na minimalne oddziaływanie pola na środowisko naturalne.

Jak już podkreślone na wstępie tego paragrafu, wskaźnik jakości jest rzeczą subiektywną i można go zdefiniować na wiele sposobów. W dalszych rozważaniach będzie również brana pod uwagę funkcja preferencji odpowiadająca całce oznaczonej z modułu wektora natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową na powierzchni ziemi w przedziale od  $-\infty$  do  $+\infty$

$$J_{Ez} = \int_{-\infty}^{+\infty} |E(0, y)|^2 dy \quad (3.23)$$

Wskaźnik (3.23) jest również formą kwadratową postaci (3,8) lecz przy obliczeniu elementów tej macierzy, zgodnie ze wzorem (3.9), współczynniki (3.18) należy wziąć w przypadku grariloznym, tj. gdy  $y_0 \rightarrow \infty$ . Otrzymuje się wówczas

$$h_{k1} = \begin{cases} \frac{2}{x_k} & \text{dla } k = 1 \\ \frac{4T \left[ (x_1 + x_k)(y_1 - y_k)^2 + (x_1 - x_k)(x_1^2 - x_k^2) \right]}{\left[ (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \right]^2 + 4(y_k^2 - y_1 y_k)(x_1^2 + y_1^2) + 4(y_1^2 - y_1 y_k)(x_k^2 + y_k^2)} & \text{dla } k \neq 1 \end{cases} \quad (3.24)$$

Należy również zauważyć, że funkcja preferencji  $\mathcal{J}_E$ , dana w postaci formy kwadratowej, jest również funkcją potencjałów poszczególnych przewodów względem ziemi. Pozwala to na jej minimalizację w zależności od wartości zespolonej  $\underline{V}_1$  potencjałów sinusoidalnie zmiennych, tj. wartości skutecznych potencjałów przewodów względem ziemi, jak również ich kąta przesunięcia fazowego.

### 3.1.2. Funkcja preferencji jako wartość maksymalna rozkładu wektora natężenia pola elektrycznego

Z punktu widzenia oddziaływania pola elektrycznego linii przesyłowych na środowisko naturalne należy wziąć również pod uwagę wartości maksymalne natężenia tego pola w warstwie przy powierzchni ziemi. Zgodnie z zaleceniami grupy roboczej 36-01 CIGRE [59] należy brać pod uwagę rozkłady natężenia pola na wysokości od 1,6 m do 2 m nad powierzchnią ziemi pod urządzeniami elektroenergetycznymi. W niniejszej pracy będą brane pod uwagę wartości maksymalne odpowiadające rozkładowi natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego na wysokości  $h = 1,8$  m nad ziemią pod liniami przesyłowymi.

W celu określenia związku między konfiguracją geometryczną prowadzenia przewodów linii przesyłowych na słupie a maksimum natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią należy wziąć pod uwagę funkcję (2.68) określającą natężenie pola elektrycznego  $E_a(x, y)$  w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego dla  $x = 1,8$  m. Następnie należy określić zbiór punktów, w których pochodna funkcji  $\frac{\partial E_a(1,8, y)}{\partial y} = 0$  jest równa zero

$$\mathcal{P}_x = \left\{ y : \frac{\partial E_a(x, y)}{\partial y} \Big|_{x=const} = 0 \right\} \quad (3.25)$$

Na mocy wzorów (2.81), (2.78) i (2.79)

$$\frac{\partial E_a(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial E_1(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial E_2(x,\bar{y})}{\partial y} \quad (3.26)$$

gdzie:

$$E_k(x,y) = E_k(x,y) \cdot e^{j\phi_k(x,y)}$$

$$\frac{\partial E_k(x,y)}{\partial y} = \operatorname{Re} \left[ \frac{\partial E_k(x,y)}{\partial y} \cdot e^{-j\phi_k(x,y)} \right] \quad \text{dla } (k = 1, 2) \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial E_1(x,y)}{\partial y} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial E_y(x,y)}{\partial y} + j \frac{\partial E_x(x,y)}{\partial y} \right] \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial E_2(x,y)}{\partial y} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial E_y(x,y)}{\partial y} + j \frac{\partial E_x(x,y)}{\partial y} \right] \quad (3.29)$$

Zbiór  $G_x$  przyjmie więc postać

$$G_x = \left\{ y : \operatorname{Re} \left[ \left( \frac{\partial E_y(x,y)}{\partial y} + j \frac{\partial E_x(x,y)}{\partial y} \right) \cdot e^{-j\phi_1(x,y)} \right] + \right. \\ \left. + \operatorname{Re} \left[ \left( \frac{\partial E_y(x,y)}{\partial y} + j \frac{\partial E_x(x,y)}{\partial y} \right) \cdot e^{-j\phi_2(x,y)} \right] = 0 \right\} \quad (3.30)$$

gdzie:

$$\frac{\partial E_x(x,y)}{\partial y} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \sigma_{kl} \frac{1}{r_{kl}} \left\{ \frac{2(x+x_k)(y-y_k)}{[(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2]^2} - \right. \\ \left. - \frac{2(x-x_k)(y-y_k)}{[(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2]^2} \right\} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial E_y(x,y)}{\partial y} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \sigma_{kl} \frac{1}{r_{kl}} \left\{ \frac{(x-x_k)^2 - (y-y_k)^2}{[(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2]^2} - \right. \\ \left. - \frac{(x+x_k)^2 - (y-y_k)^2}{[(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2]^2} \right\} \quad (3.32)$$



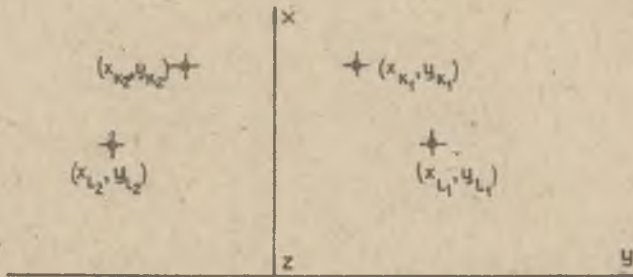
Z badania funkcji  $E_n(x,y)$  (wzór (2.68)) wynika, że posiada ona kilka ekstremów. Oznacza to, że zbiór  $\mathcal{E}_x$  dla  $x = x_0$  jest kilkuelementowy. W celu określenia maksimum natężenia pola elektrycznego  $E_n(x,y)$  ze względu na  $y \in (-y_0, +y_0)$  wystarczy ograniczyć się do jego poszukiwania w zbiorze  $\mathcal{E}_x$  (dla  $x = x_0$ ), którego elementy są funkcją współrzędnych  $(x_k, y_k)$ , ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) określających konfigurację geometryczną przewodzenia przewodów na słupie linii przesyłowej

$$J_{E3} = \max_{\substack{y \in (-y_0, y_0) \\ x=x_0}} E_n(x,y) = \max_{\substack{y \in \mathcal{E}_x \\ x=x_0}} E_n(x,y) \quad (3.33)$$

Funkcja preferencji (3.33) rozkładu pola elektrycznego jest więc złożoną funkcją współrzędnych  $(x_k, y_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) określających konfigurację geometryczną przewodzenia przewodów linii przesyłowej i w dalszym ciągu będzie stosowana w pewnych zadaniach syntezy pola elektrycznego linii przesyłowych.

### 3.1.3. Własności funkcji preferencji w postaci całkowej

Minimalizacja wskaźnika jakości (3.8) może być przeprowadzona ze względu na dobór konfiguracji układu przewodów linii wysokiego napięcia, jak również przez dobór napięć i faz poszczególnych przewodów. Bardzo pomocne w rozwiązaniu tego zagadnienia będzie zbadanie własności elementów  $J_{kl}$  macierzy formy kwadratowej wskaźnika jakości (3.8). Punktem wyjścia w tych rozważaniach będzie pewien zbiór konfiguracji geometrycznych położenia przewodów linii przesyłowej charakteryzujący się pewną symetrią osiową w ujęciu dwuwymiarowym.



Rys. 3.1b. Konfiguracja geometryczna położenia przewodów linii charakteryzująca się symetrią osiową ( $x_{k1} = x_{k2}$ ,  $y_{k1} = -y_{k2}$ )

Niech oś  $x$  (rys. 3.1b) pokrywa się z osią słupa. Zbiór  $\mathcal{K}$ , którego elementy  $k = (x_1, \dots, x_n, y, \dots, y_n)$  określają położenie osi przewodów linii przesyłowej, ma następującą własność: dla dowolnego elementu  $(x_{k_1}, y_{k_1})$  o  $y_{k_1} \neq 0$  istnieje taki element  $(x_{k_2}, y_{k_2})$ , dla którego

$$\begin{aligned} x_{k_1} &= x_{k_2} \\ y_{k_1} &= -y_{k_2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\mathcal{K} = \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) : \begin{array}{l} \bigwedge_{(x_{k_1}, y_{k_1})} y_{k_1} \neq 0 \bigvee_{(x_{k_2}, y_{k_2})} \\ x_{k_1} = x_{k_2}; \quad y_{k_1} = -y_{k_2} \end{array} \right\}$$

Takie konfiguracje  $\mathcal{K}$  przewodów linii napowietrznych są bardzo korzystne ze względu na wykorzystanie możliwości nośnych słupa. Można wykazać następujące

**TWIERDZENIE 1**

Dla dowolnych dwóch przewodów  $k_1, l_1$  linii przesyłowej o konfiguracji  $\mathcal{K}$  istnieją takie dwa przewody  $k_2, l_2$ , dla których

$$c_{k_1 l_1} = c_{k_2 l_2}$$

gdzie:

$c_{k_1 l_1}, c_{k_2 l_2}$  - pojemności wzajemne jednostki długości przewodu.

Jak wiadomo [14], pojemność  $c_{k_1 l_1}$  można wyrazić wzorem

$$c_{k_1 l_1} = -\epsilon_0 \int_{S_{k_1}} \frac{dU_{l_1}(x, y)}{dn} ds \quad (3.35)$$

gdzie:  $U_{l_1}$  jest rozwiązaniem problemu Dirichleta w przypadku, gdy przewód  $l_1$  ma potencjał  $V_{l_1} = 1$ , podczas gdy potencjały pozostałych przewodów są równe zero, a całkowanie przebiega po powierzchni  $S_{k_1}$  jednostki długości przewodu  $k_1$ .

Niech dane będą przewody  $l_2, k_2$  dla których zachodzi (3.34). Jeżeli dokonać transformacji układu współrzędnych następująco  $x' = x, y' = -y$ , to w nowym układzie współrzędnych  $x', y'$  problem Dirichleta w przypadku, gdy

przewód  $l_2$  ma potencjał  $V_{l_2} = 1$ , podczas gdy potencjały pozostałych przewodów są równe zeru, pokrywa się z poprzednim. Oznacza to, że dla funkcji harmonicznej  $U_{l_2}(x', y')$  pojemność

$$c_{k_2 l_2} = - \epsilon_0 \int_{S_{k_2}} \frac{dU_{l_2}(x', y')}{dn} ds$$

jest identyczna z pojemnością  $c_{k_1 l_1}$ .

Wykazane teraz będzie następujące twierdzenie dotyczące elementów  $\delta_{kl}$  macierzy kwadratowej funkcji preferencji

#### TWIERDZENIE 2

Niech dana jest linia przesyłowa o konfiguracji  $\mathcal{K}$  oraz takie elementy

$$(x_{k_1}, y_{k_1}); (x_{k_2}, y_{k_2}); (x_{l_1}, y_{l_1}); (x_{l_2}, y_{l_2})$$

dla których

$$x_{k_1} = x_{k_2}; \quad y_{k_1} = -y_{k_2}; \quad x_{l_1} = x_{l_2}; \quad y_{l_1} = -y_{l_2} \quad (3.36)$$

Elementy  $\delta_{kl}$  macierzy formy kwadratowej (3.8) zdefiniowane wzorem (3.9)

$$\delta_{kl} = \sum_{s=1}^n \sum_{t=1}^n \epsilon_{ks} h_{st} \epsilon_{tl}$$

uają dla wybranych wskaźników  $(k_1, l_1)$  i  $(k_2, l_2)$  następującą własność

$$\delta_{k_1 l_1} = \delta_{k_2 l_2} \quad (3.37)$$

D o w ó d

Należy wziąć pod uwagę różnicę  $\delta_{k_1 l_1} - \delta_{k_2 l_2}$

$$\delta_{k_1 l_1} - \delta_{k_2 l_2} = \sum_{s=1}^n \sum_{t=1}^n (\epsilon_{k_1 s} \epsilon_{t l_1} - \epsilon_{k_2 s} \epsilon_{t l_2}) h_{st} \quad (3.38)$$

W sumie podwójnej (3.28) można wyróżnić następujące typy składników:

$$(\epsilon_{k_1 i} \epsilon_{i l_1} - \epsilon_{k_2 i} \epsilon_{i l_2}) h_{ii} \quad (3.39)$$

gdzie:

$$y_i = 0; \quad (3.39a)$$

$$(\varepsilon_{k_1 k} \varepsilon_{k l_1} - \varepsilon_{k_2 k} \varepsilon_{k l_2}) h_{kk} + (\varepsilon_{k_1 l} \varepsilon_{l l_1} - \varepsilon_{k_2 l} \varepsilon_{l l_2}) h_{ll} \quad (3.40)$$

gdzie  $x_k = x_1; \quad y_k = -y_1; \quad (3.40a)$

$$(\varepsilon_{k_1 s_1} \varepsilon_{t_1 l_1} - \varepsilon_{k_2 s_1} \varepsilon_{t_1 l_2}) h_{s_1 t_1} + (\varepsilon_{k_1 s_2} \varepsilon_{t_2 l_1} - \varepsilon_{k_2 s_2} \varepsilon_{t_2 l_2}) h_{s_2 t_2} \quad (3.41)$$

gdzie  $x_{s_1} = x_{s_2}; \quad y_{s_1} = -y_{s_2}; \quad x_{l_1} = x_{l_2}; \quad y_{l_1} = -y_{l_2}; \quad (3.41a)$

$$(\varepsilon_{k_1 k} \varepsilon_{l l_1} - \varepsilon_{k_2 k} \varepsilon_{l l_2}) h_{kl} + (\varepsilon_{k_1 l} \varepsilon_{k l_1} - \varepsilon_{k_2 l} \varepsilon_{k l_2}) h_{lk} \quad (3.42)$$

gdzie:  $x_k = x_1; \quad y_k = -y_1; \quad (3.42a)$

które całkowicie ją wypełniają.

Zgodnie z definicją współczynników  $h_{kl}$ , daną wzorem (3.7), dla warunków (3.40a) i (3.42a) zachodzi

$$h_{kk} = h_{ll} \quad (3.43)$$

$$h_{kl} = h_{lk} \quad (3.44)$$

natomiast dla warunku (3.41a)

$$h_{s_1 t_1} = h_{s_2 t_2} \quad (3.45)$$

Jak wiadomo, na mocy wzoru (3.1a)  $\varepsilon_{ks} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} o_{ks}$ . Widzimy więc, że twierdzenie 1 odnosi się również do współczynników  $\varepsilon_{kl}$ , tzn.:

$$\varepsilon_{i_1 j_1} = \varepsilon_{i_2 j_2} \quad (3.46)$$

jeżeli

$$x_{i_1} = x_{i_2}; \quad y_{i_1} = -y_{i_2}; \quad x_{j_2} = x_{j_1}; \quad y_{j_1} = -y_{j_2}. \quad (3.47)$$

Uwzględniając więc własność (3.46) współczynników  $\varepsilon_{ij}$  oraz relacje (3.43), (3.44), (3.45) w wyrażeniach (3.39), (3.40), (3.41) i (3.42), łatwo zauważyć, że każde z nich przyjmuje wartość zerową. Oznacza to, że podwójna suma (3.38) jest równa zero, a więc zachodzi równość (3.37).

3.2. Sformułowanie zagadnień syntezy pola elektrycznego linii przesyłowych

Zgodnie z założeniami poczynionymi na początku pracy rozpatrywane będą dwuwymiarowe zagadnienia syntezy pola elektrycznego quasi-statycznego pod liniami przesyłowymi odnoszące się do układu przewodów równoległych względem siebie i ziemi.

Jak wykazały badania teoretyczne i eksperymentalne [42],[79], przyjęcie do rozważań układu przewodów równoległych względem siebie i ziemi zawęży obszar syntetyzowanego rozkładu pola elektrycznego pod liniami do miejsca maksymalnego zwisu przewodów linii przesyłowej, jak również doprowadza zagadnienie syntezy pola do ujęcia dwuwymiarowego. Zawężenie obszaru syntetyzowanego rozkładu pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi w miejscu maksymalnego zwisu przewodów podyktowane jest względami ochrony środowiska naturalnego, a to ze względu na maksymalne wartości natężeń pola elektrycznego w tym obszarze przy powierzchni ziemi.

Dla zdefiniowanych na początku tego rozdziału funkcji preferencji (wzory (3.2) i (3.33)) sformułowane zostaną odpowiadające im zagadnienia syntezy pola elektrycznego quasi-statycznego linii przesyłowych.

Zagadnienie A

Dany jest układ "N" przewodów wiązkowych (o "n" przewodach w wiązce) linii przesyłowej równoległych względem siebie i płaszczyzny yz ziemi, (rys. 3.1). Współrzędne prostokątne  $x_k, y_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ), określające położenie osi przewodów wiązkowych linii przesyłowej spełniają następujące równości i nierówności

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N) &= 0 & (3.48) \\
 \dots & \dots & \\
 f_N(x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N) &= 0 & \\
 \epsilon_1(x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N) &\geq 0 & \\
 \dots & \dots & (3.49) \\
 \epsilon_{N_2}(x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N) &\geq 0 &
 \end{aligned}$$

Potencjały przewodów linii przesyłowej są cosinusoidalnie zmiennk

$$v_k(t) = v_{mk} \cos(\omega t + \varphi_k) \quad (3.50)$$

natomiast na powierzchni ziemi (płaszczyzna yz), tj. dla  $x = 0$ , potencjał jest zerowy.

W dowolnym punkcie na zewnątrz przewodów potencjał quasi-statyczny  $v(x,y,t)$  spełnia równanie

$$\Delta v(x,y,t) = 0 \quad (3.51)$$

z warunkami brzegowymi

$$v(x,y,t) \Big|_{(x,y) \in S_k} = v_k(t) \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (3.52)$$

$$v(0,y,t) = 0 \quad (3.53)$$

gdzie:

$S_k$  - powierzchnia k-tego przewodu.

Należy znaleźć takie położenie przewodów linii przesyłowej, określone przez współrzędne prostokątne  $x_k, y_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ), spełniające ograniczenia (3.48) i (3.49), dla których osiągnie minimum funkcjonal

$$\mathcal{J}_A = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)^2 dt \right] dy \quad (3.54)$$

gdzie  $v(x,y,t) = V_m(x,y) \cos[\omega t + \varphi(x,y)] \quad (3.55)$

jest rozwiązaniem równania Laplace'a (3.51) z warunkami brzegowymi (3.52) i (3.53).

W dalszym ciągu będzie wykazane, że tak sformułowane zagadnienie optymalizacji dynamicznej można sprowadzić do zagadnienia programowania nieliniowego.

W postawionym zagadnieniu  $A$  obszarem syntetyzowanego pola elektrycznego linii przesyłowej jest powierzchnia ziemi. Dlatego też, zgodnie z rozważaniami w oz. I, możemy z wystarczającą dokładnością przyjąć za rozwiązanie równania (3.51) z warunkami brzegowymi (3.52) i (3.53) wzory (2.65) (2.66) oraz odpowiadające im (2.71) i (2.72), (2.73), (2.74).

Zgodnie ze wzorami (2.73) i definicją wektora natężenia pola elektrycznego

$$-\frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} = \sqrt{2} E_x(x,y) \cos[\omega t + \psi(x,y)] \quad (3.56)$$

a więc

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)^2 dt = E_x^2(0,y) = E_x(0,y) E_x^*(0,y) \quad (3.57)$$

Podstawiając wzór (3.57) do funkcjonału (3.54), otrzymuje się wzór

$$\mathcal{J}_A = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{E}_x(0, y) \underline{E}_x^*(0, y) dy \quad (3.58)$$

który jest identyczny ze wzorem (3.23) i, jak wykazano w pkt. 3.1, ze wzorem (3.8). Oznacza to, że w sformułowanym zagadnieniu  $\Lambda$  funkcjonał (3.54) można sprowadzić do formy kwadratowej (3.8) określonej dodatkowo dla dowolnych wartości potencjałów zespolonych  $\underline{V}_k$

$$\mathcal{J}_A = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \underline{V}_k \delta_{kl} \underline{V}_l^* \quad (3.59)$$

gdzie współczynniki  $\delta_{kl}$  (wzór (3.9)) są funkcjami współrzędnych  $x_1, y_1$ , określających położenie przewodów linii przesyłowej.

Widać więc, że funkcję preferencji rozpatrywanego zagadnienia syntezy pola elektrycznego, daną w postaci funkcjonału (3.54) można wyrazić w postaci funkcji nieliniowej (3.59) współrzędnych  $x_i, y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

Zagadnienie  $\Lambda$  optymalizacji dynamicznej sprowadzono więc do problemu optymalizacji statycznej (programowanie nieliniowe) polegającej na minimalizacji funkcji (3.59)

$$\mathcal{J}_A = \mathcal{J}_A(x_1, x_2, \dots, x_N, y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (3.60)$$

w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych określonymi równościami (3.48) i nierównościami (3.49).

W dalszej kolejności będą również rozwiązywane zadania syntezy pola pod liniami przesyłowymi w układach dwutorowych. Dlatego też należy zauważyć, że minimalizację funkcji preferencji (3.59) można również przeprowadzić ze względu na kąt przesunięcia fazowego potencjałów przewodów jednego toru względem drugiego (w układzie tor obok toru), jak również ze względu na wartość napięcia jednego toru względem drugiego, w układzie tor nad torem.

### Zagadnienie B

Wyznaczyć takie położenie przewodów linii przesyłowej, określone przez współrzędne prostokątne  $x_k, y_k$ , ( $k = 1, 2, \dots, N$ ), spełniające ograniczenia (3.48) i (3.49), dla których osiągnięte minimum funkcjonał

$$\mathcal{J}_B = \max_{y \in (-\infty, \infty)} \left\{ \max_{x \in X_0} \frac{1}{t \in (0, T) \sqrt{2}} \left[ \left( \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (3.61)$$

gdzie

$$v(x, y, t) = \sqrt{2} V(x, y) \cos[\omega t + \varphi(x, y)]$$

jest rozwiązaniem równania Laplace'a (3.51) z warunkami brzegowymi (3.52) i (3.53).

Można wykazać, że tak sformułowane zagadnienie optymalizacji dynamicznej jest sprowadzalne do zagadnienia programowania nieliniowego.

W zagadnieniu B, podobnie jak w zagadnieniu A, obszarem syntetyzowanego pola elektrycznego linii przesyłowej jest warstwa przy powierzchni ziemi, dlatego też, zgodnie z rozważaniami w części pierwszej, możemy przyjąć z wystarczającą dokładnością za rozwiązanie równanie (3.51) z warunkami brzegowymi (3.52) i (3.53) wzory (2.52) i (2.53) oraz odpowiadające im (2.56), (2.59), (3.60) i (2.61).

Zgodnie z definicją wektora natężenia pola elektrycznego

$$E_x(x,y,t) = - \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \quad (3.62)$$

$$E_y(x,y,t) = - \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial y} \quad (3.63)$$

Podstawiając wzory (3.62) i (3.63) do wzoru (2.63), otrzymuje się

$$\underline{E}(x,y,t) = E_y(x,y,t) + jE_x(x,y,t) = - \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial y} - j \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \quad (3.64)$$

Zachodzi więc

$$\left( \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial y} \right)^2 = \underline{E}(x,y,t) \underline{E}^*(x,y,t) = E^2(x,y,t) \quad (3.65)$$

Uwzględniając z kolei we wzorze (3.65) wzór (2.67), (2.65) i (2.66) otrzymuje się

$$E(x,y,t) = \left( \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial y} \right)^2 = 2E_1^2(x,y) + 2E_2^2(x,y) + 4E_1(x,y) E_2(x,y) \cos [2\omega t + \alpha_1(x,y) - \alpha_2(x,y)] \quad (3.66)$$

Jak wiadomo, warunkiem koniecznym istnienia maksimum funkcji (3.66) ze względu na  $t \in (0, T)$  jest zerowanie się jej pochodnej cząstkowej

$$\frac{\partial E(x,y,t)}{\partial t} = \frac{4E_1(x,y) E_2(x,y) \sin [2\omega t + \alpha_1(x,y) - \alpha_2(x,y)]}{E(x,y,t)} = 0 \quad (3.67)$$

Zachodzi  $E(x,y,t) > 0$  dla  $x > 0$ , więc z warunku (3.67) otrzymuje się

$$t_0 = \frac{\alpha_2(x,y) - \alpha_1(x,y)}{2\omega} \quad (3.68)$$



a ponieważ

$$\left. \frac{\partial^2 E(x,y,t)}{\partial t^2} \right|_{t=t_0} < 0$$

więc ostatecznie, podstawiając wzór (3.68) do wzoru (3.66) oraz uwzględniając wzór (2.68), otrzymuje się

$$\max_{t \in (0, T)} E(x,y,t) = E(x,y,t_0) = \sqrt{2} [E_1(x,y) + E_2(x,y)] = \sqrt{2} :_a(x,y) \quad (3.69)$$

Funkcjonał (3.61) przyjmuje więc postać

$$\mathcal{J}_B = \max_{\substack{y \in (-\infty, \infty) \\ x = x_0}} E_a(x,y) \quad (3.70)$$

a więc pokrywa się z funkcją preferencji (3.33).

Jest więc równoważny złożonej funkcji współrzędnych  $(x_k, y_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) określających konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii przesyłowej.

Zagadnienie B optymalizacji dynamicznej, zostało więc sprowadzone do problemu optymalizacji statycznej (programowanie nieliniowe), polegającej na minimalizacji funkcji (3.33)

$$\mathcal{J}_B = \mathcal{J}_B(x_1, x_2, \dots, x_N, y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (3.71)$$

w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych określonych równościami (3.48) i nierównościami (3.49).

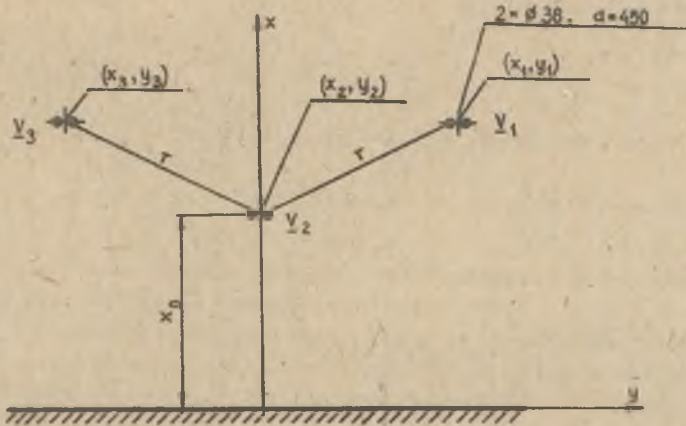
### 3.3. Synteza pola elektrycznego linii przesyłowych trójfazowych jednotorowych

Rozpatrywane będą dwa zadania syntezy pola elektrycznego linii trójfazowej jednotorowej odpowiadające zagadnieniom A i B sformułowanym w punkcie 3.3. Dla obydwóch zadań wspólny jest następujący zbiór rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_1$  określony zgodnie a oznaczeniami rys. 3.2.

$$\Omega_1 = \left\{ (x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) : ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 - r^2 = 0) \wedge (x_1 - x_3 = 0) \wedge \right. \quad (3.72)$$

$$\left. \wedge (y_1 + y_3 = 0) \wedge (y_2 = 0) \wedge (((x_1 - y_0 = 0) \wedge (x_2 - x_1 \geq 0) \wedge (x_1 - x_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} r \geq 0)) \vee$$

$$\vee (((x_2 - x_0 = 0) \wedge (x_1 - x_2 \geq 0) \wedge (x_2 - x_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} r \geq 0))) \wedge (x_0 > 0) \wedge (y_1 > 0)$$



Rys. 3.2. Konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii 400 kV ( $\underline{V}_1 = 230,94$  kV,  $\underline{V}_2 = 230,94 e^{j \frac{4\sqrt{3}}{3}}$ ,  $\underline{V}_3 = 230,94 e^{j \frac{2\sqrt{3}}{3}}$ ) ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_1$

ZADANIE A1

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii przesyłowej ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_1$  określonego wzorem (3.72), dla której funkcja preferencji  $\mathcal{F}_A$  podana wzorem (3.59) osiąga minimum.

ZADANIE B1

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii przesyłowej ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_1$  podanego wzorem (3.72), dla której funkcja preferencji  $\mathcal{F}_B$  podana wzorem (3.70) osiąga minimum.

Rozwiązania zadań A1 i B1 dokonano dla linii przesyłowej 400 kV o potencjałach zespolonych przewodów wiązkowych wynoszących  $\underline{V}_1 = 230,94$  kV;  $\underline{V}_2 = 230,94 e^{j \frac{4\sqrt{3}}{3}}$ ;  $\underline{V}_3 = 230,94 e^{j \frac{2\sqrt{3}}{3}}$ . Przyjęto przewody wiązkowe zawierające przewody w wiązce o średnicy  $\phi 38$  mm odległe od siebie o 450 mm. Odległość  $r$  między sąsiednimi przewodami wiązkowymi (rys. 3.2) przyjęto 11,5 m, natomiast odległość przewodu wiązkowego względem ziemi usytuowanego najbliżej ziemi ustalono  $x_0 = 9,1$  m. Dla powyższych danych rozwiązano na maszynie cyfrowej metodę programowania nieliniowego zadania A1 i B1.

Otrzymano:

rozwiązanie zadania A1:

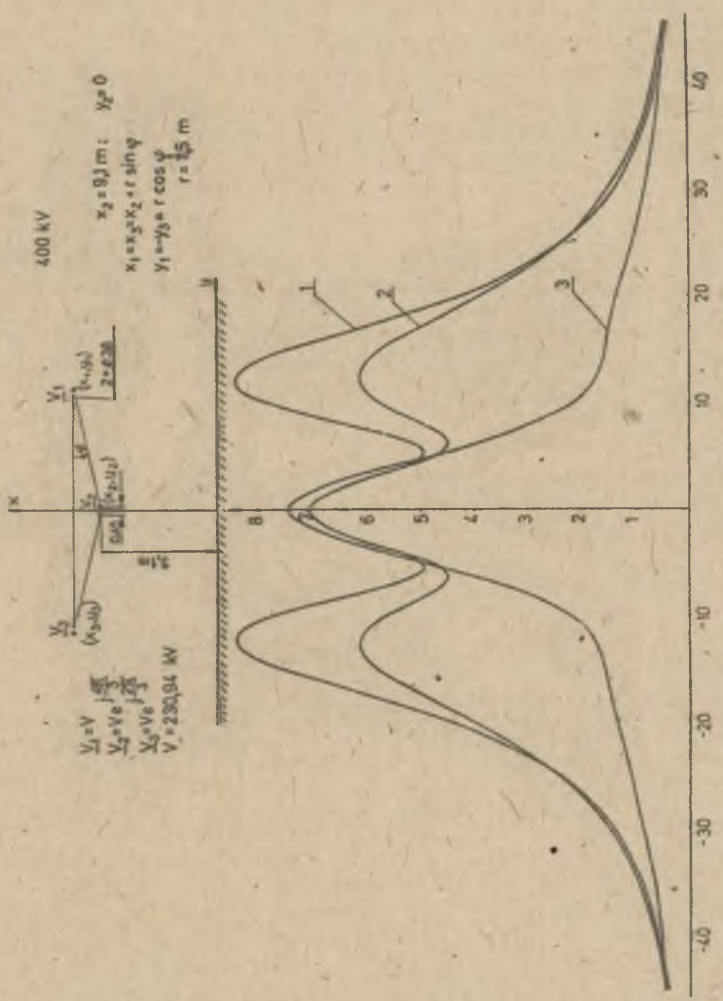
$$x_1 = x_3 = 19,06 \text{ m}; \quad y_1 = -y_3 = 5,75 \text{ m}; \quad x_2 = 9,1 \text{ m}; \quad y_2 = 0$$

natomiast rozwiązanie zadania B1 ma postać:

$$x_1 = x_3 = 10,3 \text{ m}; \quad y_1 = -y_3 = 11,44 \text{ m}; \quad x_2 = 9,1 \text{ m}; \quad y_2 = 0$$

Przedstawiono rozkłady natężenia pola elektrycznego na wysokości  $x = 1,8 \text{ m}$  nad ziemią pod liniami przesyłowymi o konfiguracjach prowadzenia przewodów stanowiących odpowiednio rozwiązania zadania A1 i B1. Rozkłady te otrzymano w wyniku obliczeń przeprowadzonych na maszynie cyfrowej zgodnie ze wzorami (2.68). Z przeprowadzonych obliczeń wynika (rys. 3.3), że  $\max E_a((1,8), y)$ , odpowiadające konfiguracji geometrycznej usytuowania przewodów będącej rozwiązaniem zadania B1, wynosi  $7,046 \text{ kV/m}$  i zmalało w odniesieniu do układu płaskiego ( $x_1 = x_2 = x_3 = 9,1 \text{ m}; y_2 = 0; y_1 = -y_3 = 11,5 \text{ m}$ ) o  $1,4 \text{ kV/m}$ , a więc około 20%. Rozwiązanie zadania B1 przeprowadzono dla linii 400 kV, jednak w oparciu o opracowany algorytm obliczeniowy można określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych dla linii o dowolnym napięciu. Uogólniając więc można stwierdzić, że dla ustalonej wartości  $x_2 = x_0$  istnieje takie położenie przewodów skrajnych ( $x_1 = x_3; y_1 = -y_3; x_1 > x_2$ ) należące do zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_1$ , dla których  $\max E_a((1,8), y)$  osiągnie wartość minimalną.

Z przeprowadzonych obliczeń rozkładu wektora natężenia pola elektrycznego na wysokości  $1,8 \text{ m}$  nad ziemią pod linią przesyłową o konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów, odpowiadającej rozwiązaniu zadania A1, wynika (krzywa 2 rys. 3.3), że  $\max E_a((1,8), y)$  wynosi  $7,46 \text{ kV/m}$ , a więc zmalało w odniesieniu do układu płaskiego (krzywa 1, rys. 3.3) o wartości  $0,97 \text{ kV/m}$ . Ze względu jednak na to, że w zadaniu A1 minimalizowano  $\int_{-\infty}^{+\infty} E^2(0, y) dy$ , otrzymano rozkład natężenia pola, dla którego szerokość pasa pod linią przesyłową, w którym natężenie pola jest większe od  $5 \text{ kV/m}$  (jest to dopuszczalna wartość natężenia pola elektrycznego wg norm ZSRR na terenach zamieszkałych [58]), zmalała z około  $18,5 \text{ m}$  w układzie płaskim do około  $5 \text{ m}$  w układzie prowadzenia przewodów będącym rozwiązaniem zadania A1. Rozwiązanie zadania A1 przeprowadzono dla linii 400 kV, jednak można zauważyć ogólnie, że ze względu na minimum szerokości pasa, w którym natężenie pola jest większe od pewnej dopuszczalnej wartości np.  $5 \text{ kV/m}$ , najkorzystniejsza ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_1$  jest konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii przesyłowej jednotorowej, tworząca układ trójkąta równobocznego, którego wierzchołek  $(x_2, y_2)$  (rys. 3.2), leżący w płaszczyźnie symetrii linii, jest najbliższy ziemi.



Rys. 3.3. Rozkład wektora napięcia pola elektrycznego pod linią przesyłową 400 kV na wysokości 1,8 m nad siecią, odpowiadającej konfiguracji prowadzenia przewodów

1 - w okładzie płaskim ( $\psi = 0$ ), 2 - dla  $\min \left[ \max_y E_n((1,8), y) \right]$ , 3 - dla  $\min \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} E^2(0, y) dy \right]$   
 $(x_1, x_2, \dots, y_3) \in \Omega_1$

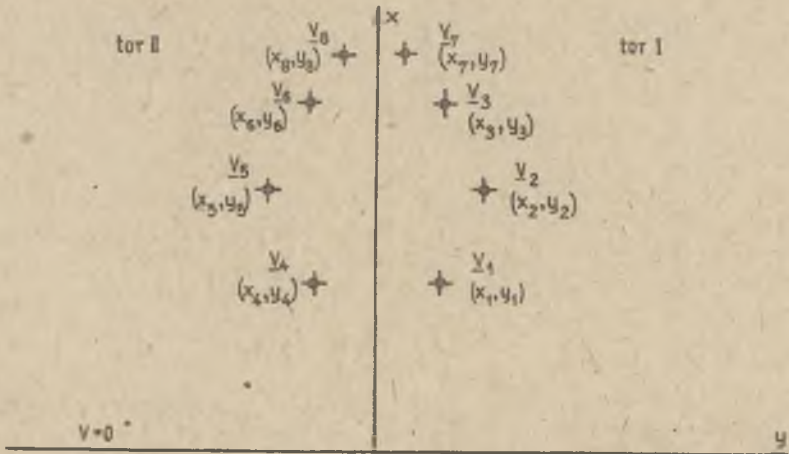
3.4. Synteza pola elektrycznego dwutorowej linii przesyłowej w układzie tor obok toru

Minimalizację funkcji preferencji (3.54) lub (3.61) można przeprowadzić nie tylko przez dobór konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii przesyłowej dwutorowej, lecz również przez dobór kątów przesunięcia fazowego potencjałów poszczególnych przewodów roboczych linii.

Na wpływ kątów przesunięcia fazowego potencjałów jednego toru względem drugiego zwrócono już uwagę w pracy [77]. W niniejszej pracy sformułowane będą zadania polegające na minimalizacji funkcji preferencji (3.54) ze względu na kąt przesunięcia fazowego potencjałów przewodów jednego toru względem drugiego przy zadanej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów.

3.4.1. Minimalizacja funkcji preferencji ze względu na kąt przesunięcia fazowego potencjałów przewodów jednego toru względem drugiego

Niech dana będzie dowolna konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii przesyłowej dwutorowej ze zbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.4)) charakteryzująca się pewną symetrią (rys. 3.4).



Rys. 3.4. Konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii przesyłowej ze zbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.4))

Niech ponadto potencjały przewodów toru I wynoszą

$$\underline{V}_1 = V; \quad \underline{V}_2 = V \cdot e^{j \frac{4\pi}{3}}; \quad \underline{V}_3 = V \cdot e^{j \frac{2\pi}{3}}; \quad \underline{V}_7 = 0 \quad (3.73)$$

ZADANIE A2

Dla potencjałów toru II wynoszących odpowiednio

$$\underline{V}_4 = V e^{j\alpha}; \quad \underline{V}_5 = V e^{j\left(\frac{4\sqrt{f}}{3} + \alpha\right)}; \quad \underline{V}_6 = V e^{j\left(\frac{2\sqrt{f}}{3} + \alpha\right)}; \quad V_8 = 0 \quad (3.74)$$

dobrać taki kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  w odniesieniu do potencjałów przewodów toru I, który minimalizuje funkcjonal (3.54).

Jak wykazano w punkcie 3.3, funkcjonal (3.54) jest równoważny formie kwadratowej (3.59). Uwzględniając symetrię macierzy  $[\delta_{kl}]$  tej formy kwadratowej, można ją zapisać w postaci

$$\mathcal{J}_{A2} = \sum_k V_k^2 \gamma_{kk} + \sum_{k \neq l} 2 V_k V_l \cos(\varphi_k - \varphi_l) \quad (3.75)$$

gdzie:

- $\varphi_k$  - argument potencjału k-tego przewodu,
- $\underline{V}_k = V_k e^{j\varphi_k}$  - potencjał zespolony k-tego przewodu.

Po podstawieniu wartości potencjałów (3.73) i (3.74) do wzoru (3.75) otrzymuje się

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{A2} = & V^2 \left[ (\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} + \delta_{44} + \delta_{55} + \delta_{66}) - (\delta_{12} + \delta_{13} + \delta_{23} + \delta_{45} + \delta_{46} + \delta_{56}) + \right. \\ & + 2(\delta_{14} + \delta_{25} + \delta_{36}) \cos \alpha - (\delta_{15} + \delta_{16} + \delta_{24} + \delta_{26} + \delta_{34} + \delta_{35}) \cos \alpha + \\ & \left. + \sqrt{3}(\delta_{15} - \delta_{16} + \delta_{24} + \delta_{26} + \delta_{34} - \delta_{35}) \sin \alpha \right] \quad (3.76) \end{aligned}$$

Dla dowolnej konfiguracji prowadzenia przewodów linii przesyłowej (rys. 3.4) ze zbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.34)) na mocy twierdzenia 2 (punkt 3.2) zachodzi

$$\begin{aligned} \delta_{11} = \delta_{44}; \quad \delta_{22} = \delta_{55}; \quad \delta_{33} = \delta_{66}; \quad \delta_{12} = \delta_{45}; \quad \delta_{13} = \delta_{46} \\ \delta_{23} = \delta_{56}; \quad \delta_{15} = \delta_{24}; \quad \delta_{16} = \delta_{34}; \quad \delta_{26} = \delta_{35} \quad (3.77) \end{aligned}$$

Uwzględniając równości (3.77) we wzorze (3.76), otrzymuje się

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{A2} = & 2V^2 \left[ (\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} - \delta_{12} - \delta_{13} - \delta_{23}) + \right. \\ & \left. + (\delta_{14} + \delta_{25} + \delta_{36} - \delta_{15} - \delta_{16} - \delta_{26}) \cos \alpha \right] \quad (3.78) \end{aligned}$$

Minimum funkcji konfiguracji ze względu na kąt  $\alpha$  przy danej konfiguracji geometrycznej ze zbioru  $\mathcal{K}$  otrzymuje się dla

$$\alpha = \begin{cases} \pi & \text{jeśli } \delta_{14} + \delta_{25} + \delta_{36} - \delta_{15} - \delta_{16} - \delta_{26} > 0 \\ 0 & \text{jeśli } \delta_{14} + \delta_{25} + \delta_{36} - \delta_{15} - \delta_{16} - \delta_{26} < 0 \end{cases} \quad (3.79)$$

Minimum to wynosi

$$\min_{\alpha} \mathcal{J}_{A2} = 2V^2 \left[ \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} - \delta_{12} - \delta_{13} - \delta_{23} + \left| \delta_{14} + \delta_{25} + \delta_{36} - \delta_{15} - \delta_{16} - \delta_{26} \right| \right] \quad (3.80)$$

Wzory (3.79) i (3.80) stanowią rozwiązanie zadania A2 dla kolejności faz toru I i II określonej wzorami (3.73) i (3.74) zgodnie z oznaczeniami rys. 3.4. Można zauważyć, że w rozpatrywanym zadaniu A2 kolejność faz toru I i II jest przeciwna. Przyjmując jednakową kolejność faz toru I i II, można sformułować następujące

#### ZADANIE A3

Dla potencjałów toru II wynoszących odpowiednio

$$\underline{V}_4 = V e^{j\alpha}; \quad \underline{V}_5 = V e^{j\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)}; \quad \underline{V}_6 = V e^{j\left(\frac{4\pi}{3} + \alpha\right)}; \quad \underline{V}_8 = 0 \quad (3.81)$$

dobrać taki kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  w odniesieniu do potencjałów (3.73) przewodów toru I, który minimalizuje funkcję preferencji (3.59).

Podstawiając wartości potencjałów (3.73) i (3.81) do wzoru (3.75), otrzymuje się

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{A3} = V^2 & \left[ (\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} + \delta_{44} + \delta_{55} + \delta_{66} - \delta_{12} - \delta_{13} - \delta_{23} - \delta_{45} - \delta_{56} - \delta_{46}) + \right. \\ & + 2(\delta_{14} + \delta_{26} + \delta_{35}) \cos \alpha - (\delta_{15} + \delta_{16} + \delta_{24} + \delta_{25} + \delta_{34} + \delta_{36}) \cos \alpha + \\ & \left. + \sqrt{3}(-\delta_{15} + \delta_{16} - \delta_{24} + \delta_{25} + \delta_{34} - \delta_{36}) \sin \alpha \right] \quad (3.82) \end{aligned}$$

Uwzględniając równości (3.77) w funkcji preferencji (3.82), otrzymuje się

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{A3} = V^2 & \left[ 2(\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} - \delta_{12} - \delta_{13} - \delta_{23}) + \right. \\ & \left. + (2\delta_{14} + 4\delta_{35} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} - \delta_{25} - \delta_{36}) \cos \alpha + \sqrt{3}(-2\delta_{15} + 2\delta_{16} + \delta_{25} - \delta_{36}) \sin \alpha \right] \quad (3.83) \end{aligned}$$

Funkcja preferencji (3.83) osiąga minimum ze względu na kąt  $\alpha$  przy danej konfiguracji geometrycznej ze zbioru  $\mathcal{K}$ , jeśli kąt  $\alpha$  osiąga wartość

$$\alpha = \begin{cases} \arctg \frac{\sqrt{3(-2\delta_{15} + 2\delta_{16} + \delta_{25} - \delta_{36})}}{2\delta_{14} + 4\delta_{35} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} - \delta_{25} - \delta_{36}} \\ \text{dla } (2\delta_{14} + 4\delta_{35} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} - \delta_{25} - \delta_{36}) > 0 \\ \arctg \frac{\sqrt{3(-2\delta_{15} + 2\delta_{16} + \delta_{25} - \delta_{36})}}{2\delta_{14} + 4\delta_{35} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} - \delta_{25} - \delta_{36}} \\ \text{dla } (2\delta_{14} + 4\delta_{35} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} - \delta_{25} - \delta_{36}) < 0 \end{cases} \quad (3.84)$$

Minimalna wartość funkcji preferencji (3.83), odpowiadająca kątowi (3.84) wynosi

$$\min_{\alpha} \sigma_{A3} = v^2 \left[ 2(\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33}) - 2(\delta_{12} + \delta_{13} + \delta_{32}) - \sqrt{(2\delta_{14} + 4\delta_{35} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} - \delta_{25} - \delta_{36})^2 + 3(-2\delta_{15} + 2\delta_{16} + \delta_{25} + \delta_{36})^2} \right] \quad (3.85)$$

Wzory (3.84) i (3.85) stanowią rozwiązanie zadania A3 odpowiadającego zgodnej kolejności faz toru I i II (rys. 3.1) podanej wzorami (3.73) i (3.81) dla dowolnej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii ze zbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.34)).

Porównując wyniki rozwiązań zadania A2 i A3, można stwierdzić, że rozwiązanie pierwszego z nich (wzór (3.79)) nie zależy od konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii, natomiast rozwiązanie drugiego (wzór (3.84)) jest funkcją współrzędnych określających położenie przewodów linii..

Rozwiązanie zadań A2 i A3 przeprowadzono dla linii dwutorowej 400 kV o konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów podanej na rys. 3.4, a zaczerpniętej z raportu CIGRE 74 [79]. Zgodnie z tymi danymi oraz w oparciu o wzór (3.78) przeprowadzono obliczenia na maszynie cyfrowej, z których wynika, że funkcja preferencji  $\sigma_{A2}$  zadania A2 ma postać

$$\sigma_{A2} = v^2 \cdot 10^{-3} (8,912 + 2,145 \cos \alpha) \quad (3.86)$$

i, jak widać, przyjmuje wartość minimalną dla kąta  $\alpha = 180^\circ$  wynoszącą dla  $v = 231,17 \text{ kV}$

$$\min_{\alpha} \sigma_{A2} = 361,6 \left[ \frac{(\text{kV})^2}{\text{m}^2} \right] \quad (3.87)$$



Wykonując obliczenia na maszynie cyfrowej dla zadania A3, o identycznych danych jak w zadaniu A1, otrzymano zgodnie ze wzorem (3.83) funkcję preferencji  $\mathcal{J}_{A3}$  w postaci

$$\mathcal{J}_{A3} = V^2 \cdot 10^{-3} (8,812 + 2,815 \cos \alpha - 1,840 \sin \alpha) \quad (3.88)$$

która osiąga minimum dla kąta  $\alpha = 146,8^\circ$  wynoszącego dla  $V = 231,17$  kV

$$\min_{\alpha} \mathcal{J}_{A3} = 296,5 \left[ \frac{kV^2}{n^2} \right] \quad (3.89)$$

Porównując wyniki rozwiązań zadań A2 i A3 dla przyjętej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii (rys. 3.4), można stwierdzić, że rozwiązanie zadania A3 daje mniejsze minimum funkcji preferencji niż rozwiązanie zadania A2. Z punktu widzenia przyjętej funkcji preferencji (3.54) dla konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii dwutorowej, podanej na rys. 3.4, najkorzystniejsze dla napięć (3.73) toru I jest kolejność faz toru II określona wzorem (3.81) przy  $\alpha \approx 150^\circ$ . Zachodzi jednak pytanie, czy dla kąta  $\alpha$  określonego wzorami (3.79) i (3.84), dla którego osiąga minimum funkcjonal  $\mathcal{J}_A$  (wzór (3.54)), osiąga również minimum funkcjonal  $\mathcal{J}_B$  (wzór (3.61)). Aby odpowiedzieć na to pytanie, należy rozwiązać następujące zadania dla identycznej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii co w zadaniach A2 i A3.

#### ZADANIE B2

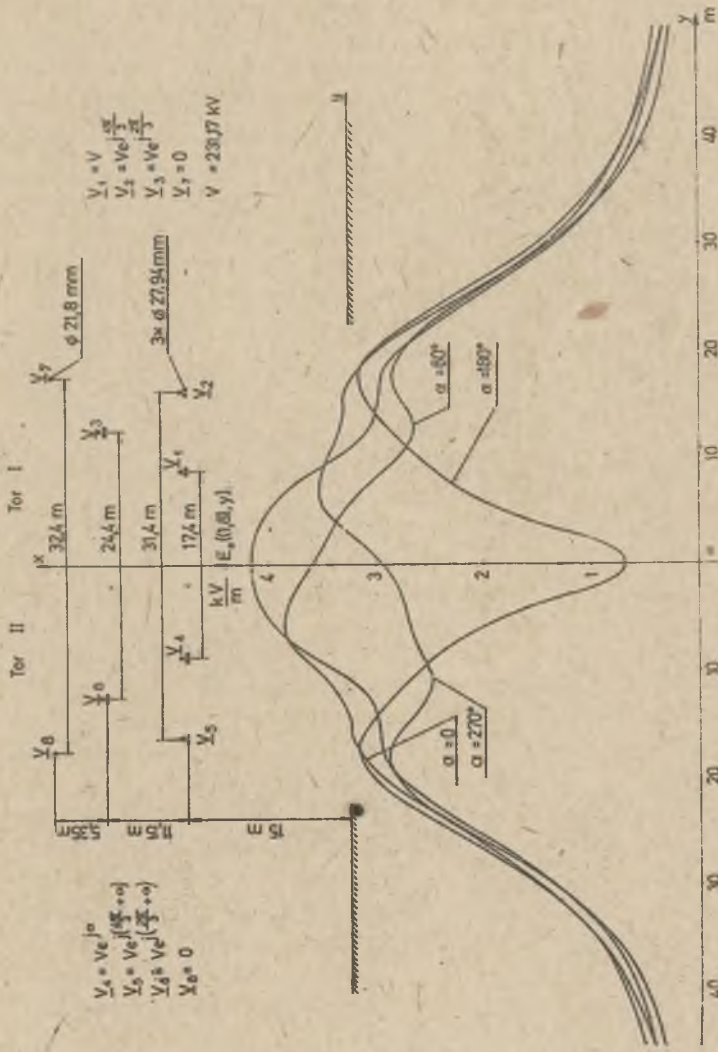
Dla potencjałów toru II określonych wzorami (3.74) należy dobrać taki kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  w odniesieniu do potencjałów przewodów toru I danych wzorem (3.73), który minimalizuje funkcjonal (3.61).

#### ZADANIE B3

Dla potencjałów toru II określonych wzorami (3.81) dobrać taki kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  w odniesieniu do potencjałów (3.73) przewodów toru I, który minimalizuje funkcjonal (3.61).

Jak wykazano w pkt. 3.3, funkcjonal (3.61) jest równoważny funkcji preferencji (3.33) i jako taki jest również funkcją argumentu dla respatrywanych zadań B2 i B3.

Minimum funkcji preferencji (3.33) ze względu na kąt  $\alpha$  zadania B2, obliczone na maszynie cyfrowej dla konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii przedstawionej na rys. 3.4, występuje dla tej samej wartości kąta  $\alpha = 180^\circ$  co w zadaniu A2. Rozkład natężenia pola elektrycznego na poziomie 1,8 m nad ziemią pod linią dwutorową o konfiguracji geometrycznej przedstawionej na rys. 3.5a odpowiadającej minimalizacji funkcjonu  $\mathcal{J}_A$  i  $\mathcal{J}_B$  ze względu na kąt  $\alpha$  w ramach zadań A2 i B2 przedstawiono na rys. 3.5b (krzywa dla  $\alpha = 180^\circ$ ). Z porównania rozkładów natężenia pola elektrycznego



Rys. 3.5

a - konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii dwutorowej 400 kV o danych z pracy [72], b - rozkład wektora natężenia pola elektrycznego pod linią dwutorową 400 kV na poziomie 1,8 m nad ziemią dla przeciwnych kolejności faz napięć toru I i II oraz różnych kątów przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów w przeciwniejszych torach

go dla  $\alpha = 0$  i  $\alpha = 180^\circ$  przedstawionych na rys. 3.5b wynika, że  $\max E_a((1,8),y) = 4,15 \left[ \frac{kV}{m} \right]$  dla  $\alpha = 0$  zmalało do  $\max E_a((1,8),y) = 3,18 \left[ \frac{kV}{m} \right]$  dla  $\alpha = 180^\circ$ , czyli o około 25%.

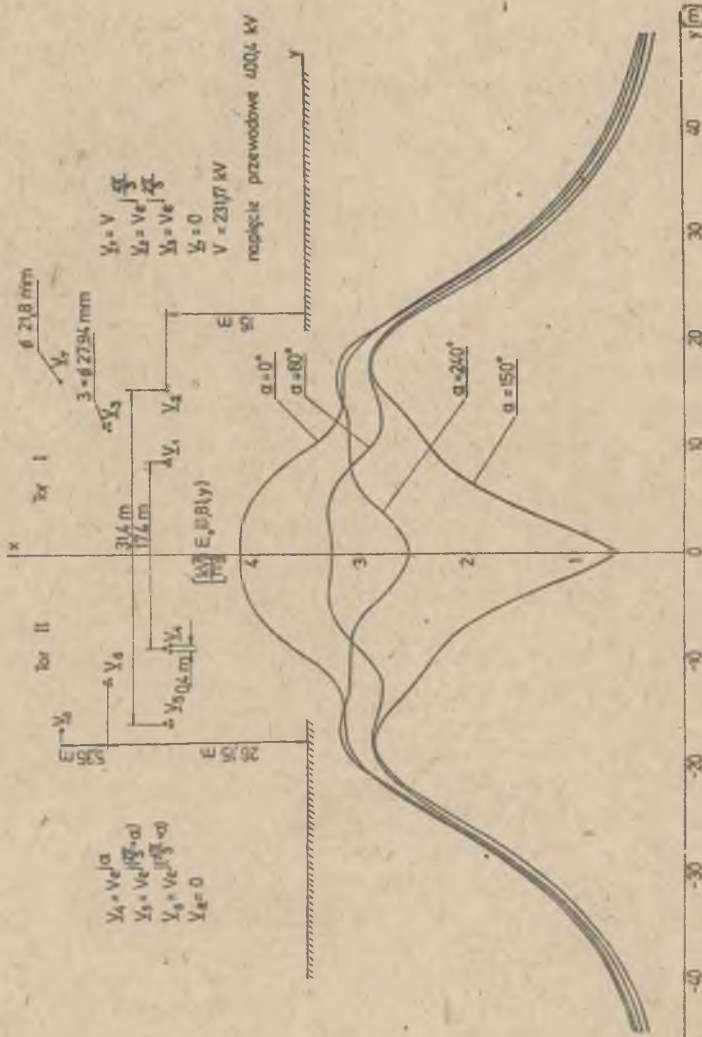
Minimum funkcji preferencji (3.33) ze względu na kąt  $\alpha$  dla zadania B3, obliczone na maszynie cyfrowej dla tej samej konfiguracji geometrycznej przewodów linii co w zadaniu B2, występuje dla tej samej wartości kąta  $\alpha = 150^\circ$  co w zadaniu A7. Rozkład natężenia pola elektrycznego na poziomie 1,8 m nad ziemią pod rozpatrywaną linią dwutorową (rys. 3.6a), odpowiadającej minimalizacji funkcjonalów  $\mathcal{J}_A$  i  $\mathcal{J}_B$  ze względu na kątów ramach zadań A3 i B3, przedstawiono na rys. 3.6b (krzywa dla  $\alpha = 150^\circ$ ). Z porównania rozkładów natężenia pola elektrycznego dla  $\alpha = 0$  i  $\alpha = 150^\circ$ , przedstawionych na rys. 3.6b, wynika że  $\max E_a((1,8),y) = 4,15 \left[ \frac{kV}{m} \right]$  dla  $\alpha = 0$  zmalało do  $\max E_a((1,8),y) = 2,9 \left[ \frac{kV}{m} \right]$  dla  $\alpha = 150^\circ$ , czyli około 30%.

Z porównania rozwiązań zadań B2 i B3 otrzymanych dla tej samej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii dwutorowej (rys. 3.4) wynika, że przy zachowaniu zgodnej kolejności faz potencjałów toru I i II (wzory (3.73) i (3.81))  $\max E_a((1,8),y)$  osiąga dla kąta  $\alpha = 150^\circ$  wartość minimalną mniejszą niż przy zachowaniu przeciwnej kolejności faz potencjałów toru I i II (wzory (3.73) i (3.74)) dla  $\alpha = 180^\circ$ .

W rozpatrywanych punktach rozwiązywano zadania A2, A3, B2 i B3 dla ustalonej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii dwutorowej. Należy jednak pamiętać, że przy zachowaniu przeciwnej kolejności faz potencjałów toru I i II (wzory (3.73) i (3.74)) minimalizacja funkcjonalu  $\mathcal{J}_A$  ze względu na kąt  $\alpha$  nie zależy od konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii dwutorowej ze zbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.74)) i osiąga wartości minimalne dla  $\alpha = 180^\circ$ . Oznacza to, że poszukiwanie konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii dwutorowej ze zbioru  $\mathcal{K}$  o przeciwnych kolejnościach faz toru I i II, przy których funkcjonal  $\mathcal{J}_A$  osiągnie minimum, można prowadzić dla  $\alpha = 180^\circ$ . Przy zachowaniu zgodnej kolejności faz potencjałów toru I i II minimalizacja funkcjonalu  $\mathcal{J}_A$  ze względu na kąt  $\alpha$  zależy od konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii (wzór (3.84)), a więc przy uzmiennieniu tej konfiguracji należy prowadzić minimalizację funkcjonalu  $\mathcal{J}_A$ , podstawiając do niego wzór (3.84).

#### 3.4.2. Minimalizacja funkcji preferencji w zbiorze dopuszczalnych konfiguracji prowadzenia przewodów w układzie tor obok toru

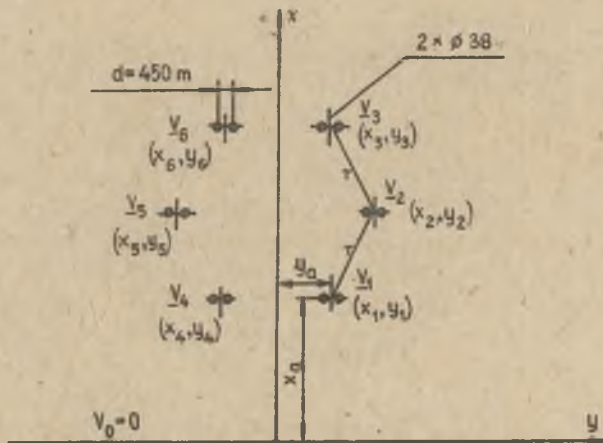
Rozpatrywane będą zadania syntezy pola elektrycznego linii dwutorowej odpowiadające zagadnieniom A i B sformułowanym w pkt. 3.3 dla zgodnej i przeciwnej kolejności faz potencjałów przewodów toru I i II. Dla zadań tych wspólny jest następujący zbiór dopuszczalnych konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii dwutorowej  $\mathcal{M}_2$  określony, zgodnie z oznaczeniami rys. 3.7, następującymi równościami i nierównościami



Rys. 3.6

a - konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii dwutorowej 400 kV o danych z pracy [72], b - rozkłady wektora natężenia pola elektrycznego pod linią dwutorową 400 kV na poziomie 1,8 m nad ziemią dla zgodnych kolejności faz napięć toru I i II oraz różnych kątów przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów w przeciwległych torach

$$\Omega_2 = \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6) : (x_1 = x_2) \wedge (y_1 = y_2) \wedge (x_4 - x_1 = 0) \right. \\ \wedge (y_4 + y_1 = 0) \wedge ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = r^2) \wedge (x_2 - x_1 - \frac{r}{2} \geq 0) \wedge \\ \wedge (x_1 - x_2 + r \geq 0) \wedge (y_2 - y_1 \geq 0) \wedge ((x_4 + x_5)^2 + (y_4 - y_5)^2 = r^2) \wedge \\ \wedge (x_2 - x_5 = 0) \wedge (y_2 + y_5 = 0) \wedge ((x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = r^2) \wedge \\ \wedge (x_3 - 2x_2 + x_1 = 0) \wedge (y_3 - y_1 = 0) \wedge ((x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2 = r^2) \wedge \\ \left. \wedge (x_6 - x_5 = 0) \wedge (y_6 + y_3 = 0) \right\} \quad (3.90)$$



Rys. 3.7. Konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii dwutorowej 400 kV ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_2$

ZADANIE A4

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii dwutorowej ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_2$  (wzór 3.90) o potencjalach przewodów wynoszących

$$\underline{V}_1 = V; \quad \underline{V}_2 = V \cdot e^{j \frac{4\pi}{3}}; \quad \underline{V}_3 = V \cdot e^{j \frac{8\pi}{3}} \quad \text{dla toru I} \\ \underline{V}_4 = V \cdot e^{j\alpha}; \quad \underline{V}_5 = V \cdot e^{j \left( \frac{4\pi}{3} + \alpha \right)}; \quad \underline{V}_6 = V \cdot e^{j \left( \frac{8\pi}{3} + \alpha \right)} \quad \text{dla toru II} \quad (3.91)$$

oraz kąt  $\alpha$  przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów toru I i II, dla których funkcja preferencji  $J_A$  (wzór (3.59)) osiągnie minimum.

#### ZADANIE B4

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii dwutorowej ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_2$  (wzór (3.90)) o potencjałach przewodów podanych wzorem (3.91) oraz kąt  $\alpha$  przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów toru I i II, dla których funkcja preferencji  $J_B$  (wzór (3.61)) osiągnie minimum.

Rozwiązania zadań A4 i B4 dokonano dla linii przesyłowej dwutorowej 400 kV o potencjałach skutecznych względem ziemi  $V = 230,94$  kV. Przyjęto przewody wiązkowe zawierające dwa przewody w wiązce o średnicy 38 mm odległe względem siebie o  $a = 450$  mm. Odległość  $r$  między sąsiednimi przewodami wiązkowymi w obydwu torach przyjęto  $r = 9,4$  m, natomiast odległość przewodów wiązkowych usytuowanych najbliżej ziemi ustalono  $x_1 = x_4 = x_a = 9,1$  m. Odległość między przewodami wiązkowymi należącymi do różnych torów ustalono  $y_1 - y_4 = y_3 - y_6 = 2y_a = 12$  m.

Zgodnie z założeniem (3.91) kolejność faz potencjałów przewodów toru I i II jest przeciwna. Jak wynika z rozwiązania zadania A2 i B2 dla przeciwnych kolejności faz potencjałów przewodów toru I i II, kąt  $\alpha$ , przy którym funkcje preferencji  $J_A$  i  $J_B$  osiągają minimum, wynosi  $\alpha = \pi$  i nie zależy od konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii. Ponieważ  $\Omega_2 \subset \mathcal{K}$  (wzór (3.34)), można więc rozwiązywać zadania A4 i B4 dla  $\alpha = \pi$ . Dla powyższych danych rozwiązano zadania A4 i B5 na maszynie cyfrowej metodą programowania nieliniowego. Otrzymano rozwiązanie zadania A4 w postaci (zgodnie z oznaczeniami rys. 3.7):

$$x_1 = x_4 = 9,1 \text{ m}; \quad x_2 = x_5 = 17,24 \text{ m}; \quad x_3 = x_6 = 25,38 \text{ m}$$

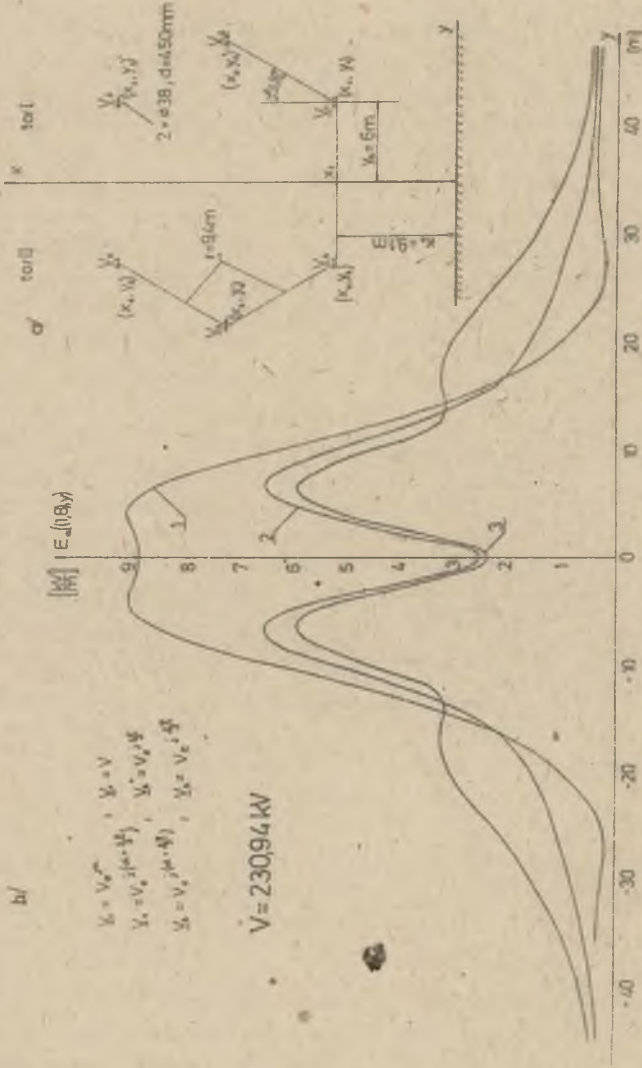
$$y_1 = y_3 = -y_4 = -y_6 = 6 \text{ m}; \quad y_2 = -y_5 = 10,7 \text{ m};$$

natomiast rozwiązanie zadania B4 wynosi:

$$x_1 = x_4 = 9,1 \text{ m}; \quad x_2 = x_5 = 13,80 \text{ m}; \quad x_3 = x_6 = 18,50 \text{ m};$$

$$y_1 = y_3 = -y_4 = -y_6 = 6 \text{ m}; \quad y_2 = -y_5 = 14,14 \text{ m}.$$

Na rys. 3.8b przedstawiono rozkłady natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią pod liniami przesyłowymi o konfiguracjach geometrycznych prowadzenia przewodów stanowiących odpowiednio rozwiązanie A4 i B4. Rozkłady te otrzymano w wyniku obliczeń przeprowadzonych na maszynie cyfrowej zgodnie ze wzorem (2.68). Z obliczeń tych wynika (rys. 3.8b krzywa 2), że  $\max E_a((1,8), y)$  odpowiadające konfiguracji geometrycznej pro-



Rys. 3.8

a - Konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii dwutorowej 400 kV, b - Rozkłady wektora napięcia pola elektrycznego pod linią dwutorową 400 kV na poziomie 1,8 m nad ziemią:

1 - dla układu pionowego przewodów ( $\psi = 0$ ), 2 - dla  $\min_{\psi} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} E^2(0, y) dy \right]$  ( $\psi = \pi$ ), 3 - dla  $\min_{\psi} \left[ \max_y E_a((1, \beta), y) \right]$  ( $\psi = \pi$ )  
 $(x_1, \dots, x_6) \in \Omega_2$

odpowiadające przeciwnym kolejnościom faz napięć toru I i II

zadania przewodów linii stanowiącej rozwiązanie zadania A4 wynosi 6,55 kV/m i zmalało w odniesieniu do układu pionowego przewodów toru I i II ( $y_1 = y_2 = y_3 = -y_4 = -y_5 = -y_6 = 6$  m;  $x_1 = x_4 = 9,1$  m;  $x_2 = x_5 = 18,5$  m;  $x_3 = x_6 = 27,9$  m) oraz dla kąta  $\alpha = 0$  o 2,59 kV/m, czyli około 29%. Ze względu na to, że w zadaniu A4 minimalizowano  $\int_{-\infty}^{+\infty} E^2(0,y)dy$ , otrzymano rozkład natężenia pola elektrycznego (porównaj krzywą 1 i 2, rys. 3.8b), w którym nie tylko zmalała wartość  $\max_y E_a((1,8),y)$ , lecz również szerokość pasa pod linią przesyłową (w którym np. natężenie pola jest większe od 5kV/m) z wartości 23,5 m w układzie pionowym do 20,5 m w układzie prowadzenia przewodów będącym rozwiązaniem zadania A4.

Z przeprowadzonych obliczeń rozkładu natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią pod linią przesyłową o konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów odpowiadającej rozwiązaniu zadania B4 wynika (krzywa 3, rys. 3.8b), że  $\max_y E_a((1,8),y)$  wynosi 5,95 kV/m, a więc zmalało w odniesieniu do układu pionowego obydwu torów (krzywa 1, rys. 3.8b) o 3,2 kV/m, tj. około 35%.

Porównując rozwiązania zadań A4 i B4, można stwierdzić, że ze względu na minimalizację wartości  $\max_y E_a((1,8),y)$  mniejszą wartość osiąga się w zadaniu B4 przy równoczesnym obniżeniu przewodów najdalej usytuowanych od ziemi do wartości  $x_6 = x_3 = 18,5$  m (w zadaniu A4 otrzymano  $x_6 = x_3 = 25,38$  m). Należy jednak zauważyć (por. krzywe 2 i 3, rys. 3.8b), że minimalizacja funkcjonalu  $\mathcal{J}_B$  daje co prawda mniejszą wartość  $\max_y E_a((1,8),y)$ , jednak w porównaniu z rozkładem natężenia pola  $E_a((1,8),y)$  odpowiadającym minimalnej wartości  $\mathcal{J}_A$  osiąga znacznie większe wartości natężeń w obszarze małych natężeń (np. dla  $y \geq 15$  m), tj. w punktach dostatecznie odległych od osi linii.

Przyjęcie dla potencjałów przewodów torów I i II linii przesyłowej identycznej kolejności faz pozwala na sformułowanie dualnych zadań w odniesieniu do zadań A4 i B4.

#### ZADANIE A5

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii dwutorowej ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_2$  (wzór (3.90)) o potencjałach przewodów wynoszących

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 = V; \quad \underline{V}_2 = V \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}}; \quad \underline{V}_3 = V \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad \text{dla toru I} \\ \underline{V}_4 = V \cdot e^{j\alpha}; \quad \underline{V}_5 = V \cdot e^{j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)}; \quad \underline{V}_6 = V \cdot e^{j(\frac{4\pi}{3} + \alpha)} \quad \text{dla toru II} \end{aligned} \quad (3.92)$$

oraz kąt przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów toru I i II, dla których funkcja preferencji  $\mathcal{J}_A$  (wzór (3.59)) osiąga minimum.



### ZADANIE B5

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii dwutorowej ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_2$  (wzór (3.90)) o potencjałach przewodów podanych wzorem (3.92) oraz kąt  $\alpha$  przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów toru I i II, dla których funkcja preferencji  $\mathcal{J}_B$  (wzór (3.61)) osiągnie minimum.

Należy zauważyć, że zgodnie z założeniem (3.92) kolejność faz potencjałów przewodów toru I i II jest zgodna. Jak wynika z rozwiązania zadania A3 i B3 dla zgodnych kolejności faz potencjałów przewodów toru I i II kąt  $\alpha$ , przy którym funkcje preferencji  $\mathcal{J}_A$  i  $\mathcal{J}_B$  osiągają minimum, jest zależny od konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii i jako taki musi być uwzględniony w zadaniach A5 i B5.

Zadania A5 i B5 rozwiązane na maszynie cyfrowej metodą programowania nieliniowego dla tych samych danych co w zadaniach A4 i B4. Otrzymano rozwiązanie zadania A5 w postaci (zgodnie z oznaczeniami rys. 3.7):

$$\alpha = 180^\circ$$

$$x_1 = x_4 = 9,1 \text{ m}; \quad x_2 = x_5 = 15,14 \text{ m}; \quad x_3 = x_6 = 21,18 \text{ m}$$

$$y_1 = -y_4 = y_3 = -y_6 = 6 \text{ m}; \quad y_2 = -y_5 = 13,20 \text{ m};$$

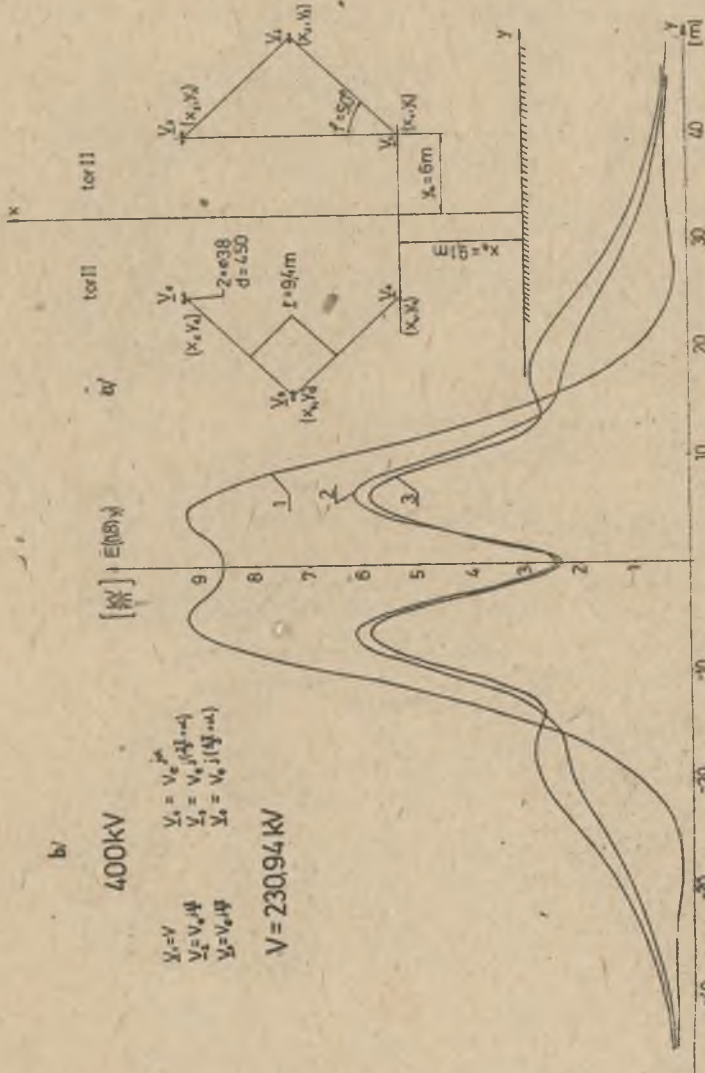
natomiast rozwiązanie zadania B5 wynosi:

$$\alpha = 180^\circ$$

$$x_1 = x_4 = 9,10 \text{ m}; \quad x_2 = x_5 = 13,8 \text{ m}; \quad x_3 = x_6 = 18,50 \text{ m}$$

$$y_1 = -y_4 = y_3 = -y_6 = 6 \text{ m}; \quad y_2 = -y_5 = 14,14 \text{ m}$$

Na rys. 3.9b przedstawiono rozkłady natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią pod liniami przesyłowymi o konfiguracjach geometrycznych prowadzenia przewodów stanowiących odpowiednio rozwiązanie zadań A5 i B5. Rozkłady te otrzymano z obliczeń przeprowadzonych na maszynie cyfrowej zgodnie ze wzorem (2.81). Z obliczeń tych wynika (rys. 3.9b, krzywa 1 i 2), że  $\max E_z((1,8), y)$  odpowiadające konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii stanowiącej rozwiązanie zadania A5 wynosi 6,16 kV/m i znalazło w odniesieniu do układu pionowego przewodów toru I i II ( $y_1 = y_2 = y_3 = -y_4 = -y_5 = -y_6 = 6 \text{ m}; x_1 = x_4 = 9,1 \text{ m}; x_2 = x_5 = 18,6 \text{ m}; x_3 = x_6 = 27,9 \text{ m}$ ) i przy zgodnej kolejności faz potencjałów przewodów toru I i II (wzór (3.92) dla  $\alpha = 0$ ) o 3,08 kV/m, czyli około 33,3%. Z porównania tych rozkładów natężenia pola elektrycznego wynika, że mniejsza jest również szerokość pasa pod linią przesyłową, w którym natężenie pola elektrycznego jest np. większa od 5 kV/m.



Rys. 3.9

a - konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii dwutorowej 400 kV, b - rozkłady natężenia pola elektrycznego pod linią dwutorową 400 kV na poziomie 1,8 m nad ziemią;

1 - dla pionowego układu przewodów ( $\varphi = 0$ ), 2 - dla  $\min [E^2(0, y) dy]$ , 3 - dla  $\min [\max E_x((1, 8), y)]$ , odpowiadające zgodnej kolejności fazy napięć toru I i II

Z przeprowadzonych obliczeń rozkładu natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią pod linią przesyłową o konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów odpowiadającej rozwiązaniu zadania B5 wynika (krzywa 3, rys. 3.9b), że  $\max_y E_a((1,8),y)$  wynosi 5,86 kV/m, a więc zmalało w odniesieniu do układu pionowego obydwu torów (krzywa 1, rys. 3.9b) o 3,38 kV/m, t.j. około 36,6%.

Porównując rozwiązania zadań A5 i B5, można stwierdzić, że ze względu na minimalizację wartości  $\max_y E_a((1,8),y)$  mniejszą wartość osiąga się w zadaniu B5 przy równoczesnym obniżeniu przewodów najdalej usytuowanych od ziemi do wartości  $x_6 = x_3 = 18,5$  m (w zadaniu A5 otrzymano  $x_3 = x_6 = 21,18$  m).

Minimalizacja funkcjonału  $\mathcal{J}_B$  daje co prawda mniejszą wartość  $\max_y E_a((1,8),y)$ , jednak z porównania rozkładów natężenia pola (krzywa 2 i 3, rys. 3.9) odpowiadających minimalizacji wartości  $\mathcal{J}_B$  oraz  $\mathcal{J}_A$  wynika, że w pierwszym przypadku osiąga się znacznie większe wartości w obszarze małych natężeń, czyli w punktach dostatecznie odległych od osi linii ( $y \geq 15$ )m..

Porównując z kolei rozwiązania zadań A4 i B4 z zadaniami A5 i B5, można zauważyć, że w przyjętym zbiorze rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_2$  (wzór (3,90), te drugie odpowiadające zgodnej kolejności faz potencjałów przewodów toru I i II (wzór (3.82)) dają mniejszą wartość  $\max_y E_a((1,8),y)$ . Nie oznacza to jednak, że tak jest dla dowolnego zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega$ . Dlatego też opracowany algorytm obliczeniowy do rozwiązania zagadnień A i B sformułowanych w pkt. 3.3 pozwala na optymalizację w dowolnym zbiorze rozwiązań dopuszczalnych.

Zestawienie rozkładów natężenia pola elektrycznego  $E_a((1,8),y)$  na poziomie 1,8 m nad ziemią pod liniami o konfiguracjach prowadzenia przewodów odpowiadających rozwiązaniu zadań A4 i A5 oraz B4 i B5 pozwala z kolei zauważyć, że - niezależnie od przyjętej kolejności faz potencjałów przewodów toru I i II, mniejsze wartości  $\max_y E_a((1,8),y)$  osiąga się w zadaniach B, przy równoczesnym zwiększeniu wartości  $E_a((1,8),y)$  w odniesieniu do rozkładów natężenia pola odpowiadających zadaniom A w obszarze małych natężeń. Jeżeli więc ma się na uwadze minimalizację szerokości pasa pod liniami przesyłowymi, w którym natężenie pola elektrycznego jest większe od pewnej wartości dopuszczalnej, korzystniejsze może okazać się rozwiązanie zadania A.

### 3.5. Synteza pola elektrycznego dwutorowej linii przesyłowej w układzie tor nad torem

Kształtowanie rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi bardzo wysokich napięć można również prowadzić przez stosowanie przewodów o potencjale ziemi równoległe usytuowanych wzdłuż przewodów roboczych pod linią. Skuteczność takiego ekranowania w zależności od ilości przewodów ekranujących omówiono w pracy [16].

Bardzo dobre efekty ekranowania pola elektrycznego linii przesyłowych można osiągnąć również umieszczając pod jej przewodami roboczymi inną linię przesyłową o mniejszym napięciu i odpowiednich przesunięciach fazowych potencjałów przewodów względem ziemi. W tym punkcie pracy rozpatrywane będzie zagadnienie optymalizacji polegające na minimalizacji funkcjonalów (3.54) i (3.61) ze względu na położenie jednego toru linii przesyłowej pod drugim oraz ze względu na kąt przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów toru I i II.

### 3.5.1. Minimalizacja funkcji preferencji ze względu na kąt przesunięcia fazowego potencjałów przewodów toru dolnego względem górnego oraz ze względu na wartość skuteczną potencjałów toru dolnego

Niech dana będzie dowolna konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii przesyłowej dwutorowej ze zbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.34)) charakteryzująca się pewną symetrią (rys. 3.10).

Potencjały zespolone przewodów toru I wynoszą odpowiednio

$$\underline{V}_1 = \underline{V}_1; \quad \underline{V}_2 = \underline{V}_1 \cdot e^{j \frac{4\pi}{3}}; \quad \underline{V}_3 = \underline{V}_1 \cdot e^{j \frac{2\pi}{3}} \quad (3.92)$$

natomiast potencjał ziemi (płaszczyzna  $xy$ ) wynosi zero.

#### ZADANIE A6

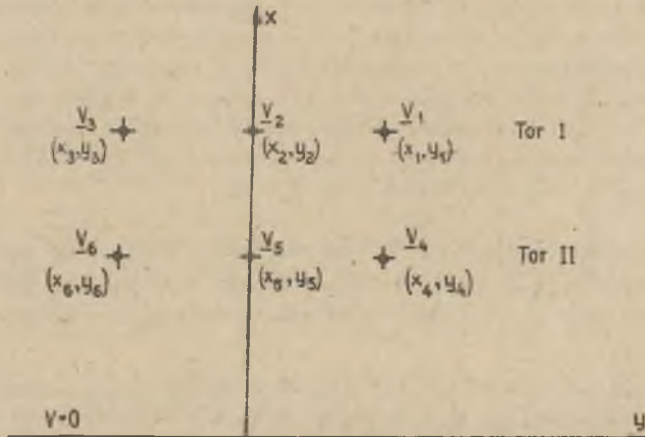
Dla potencjałów zespolonych przewodów toru II wynoszących odpowiednio

$$\underline{V}_4 = \underline{V}_2 \cdot e^{j\alpha}; \quad \underline{V}_5 = \underline{V}_2 \cdot e^{j(\frac{4\pi}{3} + \alpha)}; \quad \underline{V}_6 = \underline{V}_2 \cdot e^{j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)} \quad (3.93)$$

dobrać taki kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  oraz wartość skuteczną  $V_2$  potencjałów przewodów toru II, dla których funkcja preferencji (3.54) osiągnie minimum.

Jak wykazano w punkcie 3.3, funkcja preferencji (3.54) może być przedstawiona w postaci formy kwadratowej (3.59) dodatnio określonej. Uwzględniając symetrię macierzy formy kwadratowej (3.59)  $[\delta_{kl}]$  oraz podstawiając do niej wartości potencjałów (3.92) i (3.93), otrzymuje się

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{A6} = & \underline{V}_1^2 \left[ \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} - \delta_{12} - \delta_{23} - \delta_{13} \right] + \underline{V}_2^2 \left[ \delta_{44} + \delta_{55} + \delta_{66} - \delta_{45} - \delta_{56} - \delta_{46} \right] + \\ & + \underline{V}_1 \underline{V}_2 \left[ 2\delta_{14} + 2\delta_{25} + 2\delta_{36} - \delta_{26} - \delta_{24} - \delta_{15} - \delta_{16} - \delta_{35} - \delta_{34} \right] \cos \alpha \\ & + \sqrt{3} \underline{V}_1 \underline{V}_2 \left[ -\delta_{26} + \delta_{24} - \delta_{15} + \delta_{16} + \delta_{35} - \delta_{34} \right] \sin \alpha \end{aligned} \quad (3.94)$$



Rys. 3.10. Konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii dwutorowej w układzie tor nad torem

Dla dowolnej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii ze zbioru  $\mathcal{X}$  w układzie tor nad torem (rys. 3.10) zachodzi

$$x_1 = x_3; \quad y_1 = -y_3; \quad x_4 = x_6; \quad y_4 = -y_6; \quad y_2 = y_5 = 0$$

Na mocy twierdzenia 2 (pkt. 3.2) prawdziwe są więc następujące tożsamości

$$\delta_{12} = \delta_{23}; \quad \delta_{11} = \delta_{33}; \quad \delta_{44} = \delta_{66}; \quad \delta_{45} = \delta_{56}$$

$$\delta_{24} = \delta_{26}; \quad \delta_{35} = \delta_{15}; \quad \delta_{16} = \delta_{34}$$

Uwzględniając równości (3.95) we wzorze (3.94), otrzymuje się

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\Delta 6} = & v_1^2 (2\delta_{11} + \delta_{22} - 2\delta_{12} - \delta_{13}) + v_2^2 (2\delta_{44} + \delta_{55} - 2\delta_{45} - \delta_{46}) + \\ & + v_1 v_2 (2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16}) \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.96)$$

Warunkiem koniecznym istnienia minimum funkcji preferencji w postaci (3.96) jest zerowanie się pochodnych cząstkowych tej funkcji ze względu na  $\alpha$  i  $v_2$

$$\frac{\partial \mathcal{J}_{\Delta 6}}{\partial \alpha} = -v_1 v_2 (2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16}) \sin \alpha = 0 \quad (3.97)$$

$$\frac{\partial J_{\Delta 6}}{\partial v_2} = 2v_2(2\delta_{44} + \gamma_{55} - 2\delta_{45} - \delta_{46}), +$$

$$+ v_1(2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16}) \cos \alpha = 0 \quad (3.98)$$

Z rozwiązania układu równań (3.97) i (3.98) ze względu na  $\alpha$  i  $v_2$  otrzymuje się

$$\alpha = \alpha_0 = \begin{cases} \pi/2 & \text{dla } 2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} > 0 \\ 0 & \text{dla } 2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} < 0 \end{cases} \quad (3.99)$$

$$v_2 = v_{20} = v_1 \frac{2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16}}{2(2\delta_{44} + \gamma_{55} - 2\delta_{45} - \delta_{46})} \quad (3.100)$$

W celu wykazania, że dla rozwiązania (3.99) i (3.100) funkcja preferencji (3.96) osiąga minimum, wystarczy zbadać znak wyróżnika

$$W(\alpha, v_2) = \left( \frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial \alpha^2} \right) \left( \frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial v_2^2} \right) - \left( \frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial \alpha \partial v_2} \right)^2 \quad (3.101)$$

oraz pochodnej

$$\frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial \alpha^2}$$

gdzie:

$$\frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial \alpha^2} = -v_1 v_2 (2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16}) \cos \alpha$$

$$\frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial v_2^2} = 2(2\delta_{44} + \gamma_{55} - 2\delta_{45} - \delta_{46})$$

$$\frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial \alpha \partial v_2} = -v_1 (2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16}) \sin \alpha$$

Badając znak wyróżnika (3.101) dla  $\alpha = \alpha_0$  i  $v_2 = v_{20}$ , otrzymuje się

$$W(\alpha_0, v_{20}) = v_1^2 \left| 2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} \right|^2 > 0 \quad (3.102)$$

Poza tym

$$\frac{\partial^2 J_{\Delta 6}}{\partial \alpha^2} \Big|_{\substack{\alpha = \alpha_0 \\ v_2 = v_{20}}} = v_1 v_{20} \left| 2\delta_{25} + 4\delta_{14} - 2\delta_{24} - 2\delta_{15} - 2\delta_{16} \right| > 0 \quad (3.103)$$

Wierówności (3.102) i (3.103) stanowią warunek wystarczający istnienia minimum funkcji preferencji  $\mathcal{F}_{A6}$  ze względu na  $\alpha$  i  $V_2$ . Można więc wzory (3.99) i (3.100) uważać za rozwiązanie zadania A6. Wzory te można stosować dla dowolnych konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii ze zbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.34)) w układzie tor nad torom (rys. 3.10).

Jeżeli potencjały przewodów toru II mają zadany potencjał  $V_2$ , wtedy minimalizację funkcji preferencji (3.96) przeprowadza się tylko ze względu na kąt  $\alpha$  (wzór (3.93)) i, jak nie trudno zauważyć, rozwiązanie tak zawężonego zadania A6 dane jest w postaci wzoru (3.99).

Rozwiązania zadania A6 dokonano dla konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii  $\Omega_3$  przedstawionych na rys. 3.11a

$$\Omega_3 = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6) : x_4 = x_5 = x_6 = 9 \text{ m} \right. \\ \left. y_4 = -y_6 = 11 \text{ m}; \quad y_5 = 0; \quad y_1 = -y_3 = 13 \text{ m}; \quad y_2 = 0 \right. \\ \left. x_1 = x_2 = x_3; \quad x_1 \geq 12 \text{ m} \right\} \quad (3.104)$$

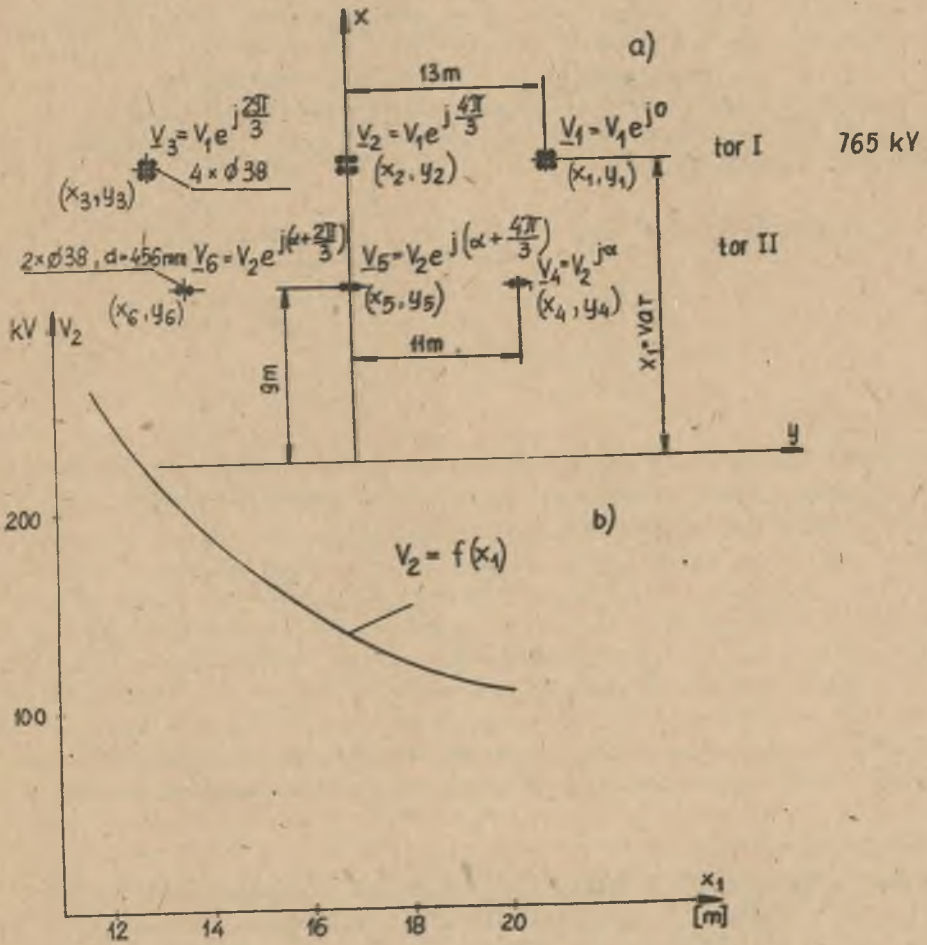
Do obliczeń przyjęto, że tor I (rys. 3.10a) ma potencjały przewodów wynoszące  $V_1 = 441,67 \text{ kV}$ , co odpowiada napięciom przewodowym  $765 \text{ kV}$ . Przewody toru I przyjęte wiązkowe o czterech przewodach w wiązce  $4 \times \emptyset 38$  i odległości między przewodami w wiązce  $d = 456 \text{ mm}$ . Przewody toru II przyjęte również jako wiązkowe, lecz o dwóch przewodach w wiązce  $2 \times \emptyset 38$  i odległości między nimi  $d = 456 \text{ mm}$ .

Potencjały przewodów toru drugiego, przy  $\alpha = \mathcal{F}$  (wzór (3.99)), obliczono zgodnie ze wzorem (3.100) na maszynie cyfrowej dla konfiguracji geometrycznych ze zbioru  $\Omega_3$  (wzór (3.104)).

Zgodnie z konstrukcją zbioru  $\Omega_3$  wyznaczają go przede wszystkim zmienne  $x_1 = x_2 = x_3 = \text{var.}$ . Dlatego też potencjał  $V_2$  można uważać w zbiorze  $\Omega_3$  za funkcję nieliniową  $x_1$ . Obliczenia przeprowadzone na maszynie cyfrowej przedstawiono w postaci charakterystyki  $V_2 = f(x_1)$  (rys. 3.11b).

Jak potwierdziły obliczenia (wzór (3.99)), kąt przesunięcia fazowego między potencjałami odpowiadających sobie przewodów toru I i II, przy którym występuje minimum funkcji preferencji (3.96), nie zależy od przyjętej konfiguracji przewodów  $\Omega_3$  i wynosi  $\alpha = \mathcal{F}$ . Natomiast z charakterystyki  $V_2 = f(x_1)$  (rys. 3.11b) wynika, że im dalej usytuowane są przewody toru I w odniesieniu do toru ekranującego II ( $x_1 = x_2 = x_3$ ,  $x_4 = x_5 = x_6$ ), tym mniejsza wartość potencjałów przewodów toru II  $V_2$  zapewnia minimum funkcjonalu (3.96),

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że dobór potencjału  $V_2$  przewodów toru II przy kącie przesunięcia fazowego, odpowiadających sobie potencjałów przewodów toru I i II, wynoszącym  $\alpha = \mathcal{F}$  (wzór (3.99)) jest bardzo istotny ze względu na skuteczność ekranowania toru I torom II mierzoną funkcją preferencji (3.96). Jeżeli jednak potencjał  $V_2$  jest z góry narzucony, wtedy minimalizację przyjętych funkcji preferencji należy prowadzić przy  $\alpha = \mathcal{F}$



Rys. 3.11. Zależność potencjału  $V_2$  toru dolnego jako funkcja położenia  $x_1$  toru górnego, przy której  $\int_{-\infty}^{\infty} E^2(0, y) dy$  osiągnie minimum



przez poszukiwanie konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów obydwu torów w pewnym przyjętym zbiorze konfiguracji dopuszczalnych. Zagadnienie takie będzie rozpatrywane w następnym punkcie.

### 3.5.2. Minimalizacja funkcji preferencji w zbiorze konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii w układzie tor pod torem

W niniejszym punkcie rozpatrywane będą zadania syntezy pola elektrycznego linii dwutorowej w układzie tor nad torem, odpowiadające zagadnieniom A i B sformułowanym w pkt. 3.3. Dla zadań tych wspólny będzie następujący zbiór dopuszczalnych konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii  $\Omega_k$  określony zgodnie z oznaczeniami rys. 3.10 następującymi równościami i nierównościami

$$\Omega_k = \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6) : (x_1 - x_2 = x_3) \wedge (x_1 \geq x_a) \wedge \right. \\ \left. \wedge (y_1 = -y_3 = r_1) \wedge (y_2 = 0) \wedge (x_4 = x_5 = x_6 = x_b) \right. \\ \left. \wedge (y_4 = -y_6) \wedge (y_4 \geq r_2) \wedge (y_5 = 0) \right\} \quad (3.105)$$

#### ZADANIE A7

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii dwutorowej w układzie tor nad torem ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_k$  o potencjałach przewodów wynoszących

$$\underline{V}_1 = V_1; \quad \underline{V}_2 = V_1 \cdot e^{j \frac{4\pi}{3}}; \quad \underline{V}_3 = V_1 \cdot e^{j \frac{2\pi}{3}} \\ \underline{V}_4 = V_2 \cdot e^{j\alpha}; \quad \underline{V}_5 = V_2 \cdot e^{j(\alpha + \frac{4\pi}{3})}; \quad \underline{V}_6 = V_2 \cdot e^{j(\alpha + \frac{2\pi}{3})} \quad (3.106)$$

oraz kąt  $\alpha$  przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów toru I i II, dla których funkcja preferencji (3.54) osiągnie minimum.

#### ZADANIE B7

Określić konfigurację geometryczną prowadzenia przewodów linii dwutorowej ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_k$  o potencjałach przewodów danych wzorem (3.106) oraz kąt  $\alpha$  przesunięcia fazowego potencjałów odpowiadających sobie przewodów toru I i II, dla których funkcja preferencji (3.61) osiągnie minimum.

Rozwiązania zadań A7 i B7 dokonano dla linii przesyłowej dwutorowej 765 kV (tor. I) i 400 kV (tor II) o potencjałach skutecznych względem ziemi wynoszących odpowiednio  $V_1 = 441,67$  kV i  $V_2 = 230,94$  kV. W torze I przyjęto przewody wiązkowe zawierające cztery przewody, a w torze II dwa przewody w wiązce o średnicy  $\phi 38$  mm, odległe względem siebie o  $d = 456$  mm.

Przyjęto, że odległość między sąsiednimi przewodami wiązkowymi w torze I (rys. 3.12a) wynosi  $r_1 = 13$  m, natomiast w torze II jest ona większa od 11 m ( $r_2 \geq 11$  m). Odległość przewodów toru II względem ziemi ustalono:  $x_b = 9$  m, natomiast maksymalne zbliżenie przewodów toru I względem ziemi przyjęto:  $x_a = 14$  m. Dla powyższych danych rozwiązano zadania A7 i B7 na maszynie cyfrowej metodą programowania nieliniowego, wykorzystując postać (3.59) i (3.33) odpowiednio funkcji preferencji (3.54) i (3.61). Otrzymano rozwiązanie zadania A7 w postaci (zgodnie z oznaczeniami rys. 3.12a)

$$x_1 = x_2 = x_3 = 14 \text{ m}; \quad y_1 = -y_3 = 13 \text{ m}; \quad y_2 = 0;$$

$$x_4 = x_5 = x_6 = 9 \text{ m}; \quad y_4 = -y_6 = 13 \text{ m}; \quad y_5 = 0;$$

$$\alpha_f = \mathcal{F}$$

natomiast rozwiązanie zadania B7 wynosi:

$$x_1 = x_2 = x_3 = 14 \text{ m}; \quad y_1 = -y_3 = 13 \text{ m}; \quad y_2 = 0;$$

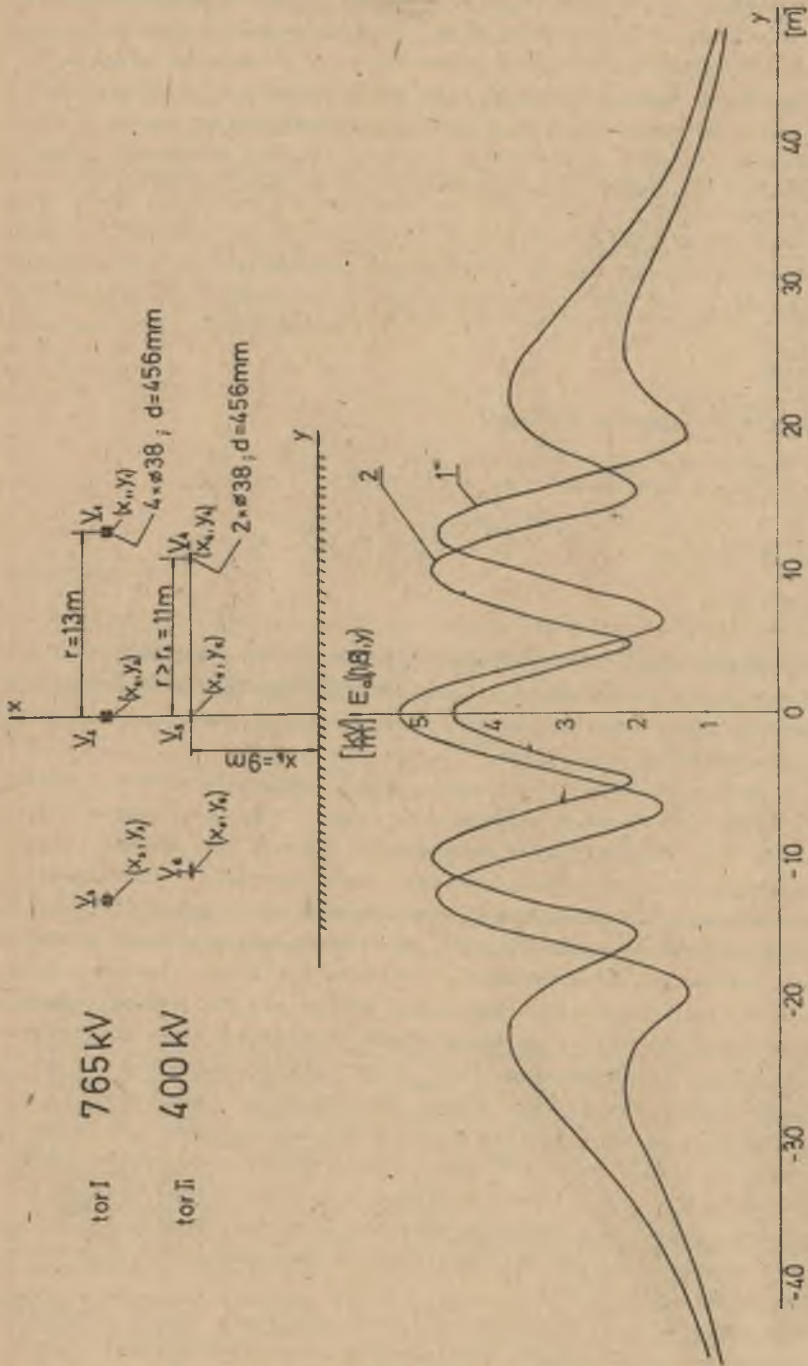
$$x_4 = x_5 = x_6 = 9 \text{ m}; \quad y_4 = -y_6 = 11 \text{ m}; \quad y_5 = 0;$$

$$\alpha_f = \mathcal{F}$$

Rozkłady natężenia pola elektrycznego  $E_a((1,8),y)$  na wysokości 1,8 m nad ziemią pod liniami przesyłowymi o konfiguracjach geometrycznych przewodzenia przewodów linii oraz kącie  $\alpha_f = \mathcal{F}$ , stanowiących rozwiązanie zadań A7 i B7, przedstawiono na rys. 3.12b.

Otrzymano je w wyniku obliczeń przeprowadzonych na maszynie cyfrowej zgodnie ze wzorem (2.81). Z obliczeń tych wynika (rys. 3.12b, por. krzywe 1 i 2) że  $\max E_a((1,8),y)$ , odpowiadające rozwiązaniu zadania A7, wynosi 5,35 kV/m i jest większe od odpowiedniej wartości odpowiadającej rozwiązaniu zadania B7, wynoszącej 4,9 kV/m. Widać więc, że wartości  $\max E_a((1,8),y)$ , odpowiadające rozwiązaniom zadań A7 i B7, nie różnią się znacznie między sobą, jednak w porównaniu z odpowiednią wartością dla linii jednotorowej 765 kV (rys. 2.7c) są kilkakrotnie mniejsze. Dzieje się tak dlatego, że w rozpatrywanych zadaniach występuje silny efekt kompensacji pola elektrycznego linii 765 kV pole elektrycznym linii 400 kV (usytuowanej pod linią 765 kV) w obszarze przy powierzchni ziemi. Minimalizacja funkcjonu  $\mathcal{J}_B$  w zadaniu B7 daje mniejszą wartość  $\max E_a((1,8),y)$  niż w zadaniu A7, jednak w porównaniu rozkładów natężenia pola elektrycznego odpowiadających wartościom minimalnym  $\mathcal{J}_B$  i  $\mathcal{J}_A$  (por. krzywe 2 i 1, rys. 3.12b) wynika, że w drugim przypadku osiąga się znacznie mniejsze wartości natężenia pola elektrycznego w obszarze małych natężeń, czyli w punktach dostatecznie odległych od osi linii ( $y \geq 17$  m).

Rozwiązania zadań A7 i B7 podano przykładowo dla linii 765 kV i 400 kV oraz pewnych danych geometrycznych ustalających zbiór konfiguracji dopu-



rys. 3.12. Rozkład wektora natężenia pola elektrycznego pod linią dwutorową w układzie tor nad torem (765 kV i 400 kV) na poziomie 1,8 m, nad ziemią;

1 - dla  $\min_{\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} E^2(0, y) dy$  (czyli 2 - dla  $\min_{\Omega} [ \max_{\Omega} E_n((1, 0), y) ]$ ) (czyli 3)

$(x_1, \dots, y_6) \in \Omega_4$

szczyalnych  $\Omega_4$  prowadzenia przewodów linii. Niemniej jednak można zauważyć ogólnie, że zadanie B7 należy formułować wtedy, gdy decydującą rolę odgrywa wartość maksymalna natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową na wysokości 1,8 m nad ziemią, natomiast postawienie zadania A7 winno mieć miejsce wtedy, gdy nie można dopuścić do znacznego wzrostu natężenia pola elektrycznego w obszarze mniejszych natężeń pod linią, kosztem obniżenia wartości maksymalnych. Postawienie zadania A7 ma więc na względzie nie tylko obniżenie wartości maksymalnych natężenia pola elektrycznego, lecz równocześnie zmniejszenie szerokości pasa pod linią przesyłową, w którym natężenie to jest większe od przyjętej wartości dopuszczalnej.

Na zakończenie tego rozdziału należy zauważyć, że przyjęcie zbioru  $\Omega_4$  dopuszczalnych konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii jako podzbioru  $\mathcal{K}$  (wzór (3.34)) ( $\Omega_4 \subset \mathcal{K}$ ) nie wyczerpuje wszystkich możliwości w tym zakresie, lecz jedynie pokazuje, jak wielkie możliwości występują w zakresie kompensacji pola elektrycznego linii usytuowanej poniżej tej pierwszej.

#### 4. ZAKOŃCZENIE

Praca składa się z dwóch zasadniczych części, z których pierwsza dotyczy analizy pola elektrycznego quasi-statycznego linii trójfazowych bardzo wysokich napięć, natomiast druga zawiera elementy syntezy tego pola dla wybranych funkcji preferencji.

Analiza pola elektrycznego linii trójfazowych stanowi pewną rekonstrukcję literaturową dotyczącą modelu matematycznego pola elektrycznego linii trójfazowych w ujęciu dwuwymiarowym, niezbędną jednak do rozwinięcia głównych tez pracy. Dla przyjętego modelu przeprowadzono dokładne badania wpływu założeń upraszczających na rozkłady natężenia pola elektrycznego linii trójfazowych wynikających z rozwiązania tego modelu.

W pierwszej kolejności udowodniono w pracy tezę 1. Wynika z niej, że do badania rozkładów natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi pod liniami przesyłowymi o przewodach wiązkowych wystarczy posługiwać się modelem linii o przewodach walcowych, których promień przekroju poprzecznego określony jest wzorem (2.35). Biorąc pod uwagę pierwsze przybliżenie tego wzoru, otrzymuje się wzór na tzw. promień zastępczy podany w pracy [16]. Ponadto porównano rozkłady natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi linii jedнопроводowej o  $n = 4$  przewodach w wiązce ( $4 \times \varnothing 38$ ,  $a = 456$ ) z linią o przewodzie walcowym o promieniu równym promieniowi zastępczemu (2.35), usytuowanych na wysokości  $d = 7 a$  na ziemi. Z porównania tego wynika, że rozkłady natężenia pola elektrycznego różnią się dopiero na szóstej znaczącej cyfrze.

Wykazano również, że zgodność ta jest tym większa, im więcej przewodów występuje w wiązce.

W dalszej kolejności zrekonstruowano model matematyczny pola elektrycznego linii trójfazowej w ujęciu dwuwymiarowym, przeprowadzając równocześnie analizę zakresu stosowania współczynników  $\mu_{kl}$  (2.42) niezbędnych do wyznaczenia z układu równań (2.41) ładunków przypadających na jednostkę długości poszczególnych przewodów. Z analizy tej wynika, że stosowanie współczynników (2.42) jest dopuszczalne, jeżeli odległość między poszczególnymi przewodami linii są znacznie większe od promieni przewodów. Przy tych założeniach upraszczających można stosować model matematyczny pola elektrycznego linii trójfazowych w ujęciu dwuwymiarowym, podany w monografii [6].

Jeżeli potencjały poszczególnych przewodów linii są sinusoidalnie zmienne, to wówczas, jak to wykazano w pracy, wygodniej jest posługiwać się potencjałami zespolonymi przewodów i odpowiadającymi im ładunkami zespolonymi

mi (2.51). Ładunki zespolone poszczególnych przewodów generują składowe zespolone wektora natężenia pola elektrycznego, które dla dwuwymiarowego modelu linii są określone wzorami (2.58) i (2.59). Wykorzystując postać zespoloną składowych wektora natężenia pola elektrycznego udowodniono tezę 2, że wektor natężenia pola elektrycznego pod prostoliniową i nieskończoną długą linią trójfazową zakreśla w ciągu okresu elipsę. Ponadto, bazując na składowych zespolonych wektora natężenia pola elektrycznego (2.58) i (2.59), określono zgodnie z tezą 3 jego składowe  $E_a$  i  $E_b$  w kierunku półosi dużej i małej elipsy pola wirującego (wzory (2.68) i (2.69)). Poprzez dowody też 2 i 3 opracowano w pracy algorytm do obliczania rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi przy powierzchni ziemi z pominięciem obliczeń w dziedzinie czasowej, co stanowi novum w odniesieniu do algorytmu podanego w monografii [6].

W oparciu o opracowany algorytm przeprowadzono obliczenia dla linii 765 kV i 1300 kV o konfiguracjach geometrycznych prowadzenia przewodów zaczerpniętych z pracy [79]. Pozwoliło to na porównanie rozkładów natężenia pola elektrycznego podanych w tamtej pracy z dokonanymi w tej pracy. Porównanie tych rozkładów nie daje istotnych różnic. Należy jednak zauważyć, że opracowany w niniejszej pracy algorytm obliczeniowy jest ogólniejszy, gdyż pozwala na uchwycenie niejednorodności pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi w sytuacji, gdy wektor natężenia tego pola elektrycznego jest wektorem wirującym.

Ponadto opracowany algorytm pozwala na zastosowanie do badania rozkładów pól elektrycznych pod liniami trójfazowymi, ekranowanymi przewodami o potencjale ziemi. Wpływ przewodów ekranujących, znajdujących się bezpośrednio pod linią, na rozkład natężenia pola przy powierzchni ziemi omówiono np. w pracy [16]. W niniejszej pracy, wykorzystując ogólność opracowanego algorytmu, przeprowadzono badania teoretyczne pola elektrycznego linii trójfazowej z bocznymi przewodami ekranującymi o potencjale ziemi.

Skuteczność ekranowania przewodami przebadano na przykładzie linii 765 kV o danych geometrycznych podanych na rys. 2.8. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że im większa liczba przewodów występujących w ekranie bocznym, tym większa jest skuteczność ekranowania i tak np. dla pięciu przewodów w ekranie natężenie pola elektrycznego w odległości 1[m] (rys. 2.8,  $y = 20$  m) poza ekranem na wysokości 1,8 m nad ziemią jest czterokrotnie mniejsze niż w analogicznym układzie bez ekranu, natomiast szerokość pasa wzdłuż linii, poza którym natężenia pola jest mniejsze od 5 kV/m, zmalaje odpowiednio z 56 m w układzie bez przewodów w ekranie do 38 m z pięcioma przewodami w ekranie.

Dotychczas podane wnioski, wynikające przede wszystkim z udowodnionych w pracy też 1, 2, 3, bazując na rozwiązaniu dwuwymiarowego modelu matematycznego linii trójfazowych. Mając na uwadze szersze zastosowanie uogólniono algorytm obliczeniowy rozkładów pól elektrycznych pod urządzeniami elektromagnetycznymi najwyższych napięć na przypadek trójwymiarowy. Udo-

wodniono w pracy tezy 2 i 3 bazując na trójwymiarowym modelu pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego.

Z przeprowadzonych dowodów wynika, że również w ujęciu trójwymiarowym pole elektryczne quasi-statyczne sinusoidalnie zmienne jest polem wirującym, którego wektor natężenia zakreśla w ciągu okresu elipsę. Do określenia więc wektora natężenia takiego pola elektrycznego w danym punkcie wyprowadzono w pracy wzory (2.101) i (2.96) na składowe tego wektora odpowiednio w kierunku półośi dużej i małej elipsy pola wirującego. Wyprowadzone w pracy wzory (2.101) i (2.96) stały się podstawą ogólniejszego algorytmu obliczeniowego do badania rozkładów wektora natężenia pola elektrycznego bardziej rozbudowanych układów elektroenergetycznych. Wzory te w przypadku przejścia z modelu matematycznego pola elektrycznego trójwymiarowego do dwuwymiarowego redukują się do odpowiednich wzorów (2.68) i (2.69) wyprowadzonych na początku pracy.

Opracowany w pracy algorytm zastosowano również do badania pola elektrycznego dla modeli linii o skończonej długości i uwzględniających zwis przewodów. W ramach tych badań wykazano tezę 4, z której wynika, że obliczone rozkłady natężenia pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi dla modeli skończonych, prostoliniowych i uwzględniających zwis przewodów oraz prostoliniowych i nieskończonej długości różnią się nieznacznie w otoczeniu miejsca maksymalnego zwisu przewodów.

Trójwymiarowy model matematyczny pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego (wzory (2.114) i (2.109)) stał się również podstawą badań rozkładów natężenia pola elektrycznego w otoczeniu krzyżowania się torów trójfazowych. Zakładając stałą gęstość ładunków wzdłuż przewodów, wynikającą tylko z oddziaływania quasi-statycznego między przewodami prowadzonymi równolegle z ziemią, udowodniono (teza 5), że rozwiązanie modelu matematycznego przy takich założeniach daje rozkłady natężenia pola przy skrzyżowaniu dwóch torów, różniące się nieznacznie, szczególnie w miejscach występowania maksymalnych wartości natężeń, od analogicznych rozkładów zdjętych na drodze modelowania fizycznego.

Z punktu widzenia ochrony środowiska naturalnego najistotniejsza jest znajomość rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi przy powierzchni ziemi. W tym też obszarze koncentrowały się badania teoretyczne dotyczące rozkładów natężenia pola elektrycznego. Do badań pomiarowych rozkładów natężenia pola elektrycznego we wskazany obszarze można by zastosować sondę dwuczasiową omówioną w raporcie GIGRE 76 [77]. Jak pokazano jednak w pracy, o wiele większe dokładności osiąga się stosując sondę kulistą umieszczoną na wysokości  $h$  nad ziemię, a mającą połączenie elektryczne z ziemią wzdłuż prostej prostopadłej do powierzchni ziemi przechodzącej przez środek kuli (rys. 2.16). Dla tak skonstruowanej sondy udowodniono tezę 6, z której wynika, że funkcja przetwarzania tej sondy w postaci napięcia na rezystancji łączącej czaszę kulistą z ziemią jest wprost proporcjonalna do potencjału skutecznego, jaki istniał w punkcie położenia środka czaszy kulistej przed jej wprowadzeniem do pola. Oznacza to, że pro-

ponowana w pracy sonda nadaje się w pełni do zdejmowania rozkładów potencjału elektrycznego w stoczeniu urządzeń elektroenergetycznych przy powierzchni ziemi, nie wprowadzając dodatkowego błędu systematycznego wynikającego z niejednorodności pola elektrycznego.

Jak wykazano w punkcie 2.3, pracy, pole elektryczne pod liniami przesyłowymi w warstwie przy powierzchni ziemi może być uważane w przybliżeniu za pole jednorodne. Z faktu tego wynika, możliwość stosowania zaproponowanej w niniejszej pracy sondy kulistej do pomiaru natężenia tego pola. Istotnie, przyjmując dla sondy kulowej wzorowanie pod linią jedнопроводową, polegające na przyporządkowaniu sygnałowi sondy umieszczonej pod rzućtem przewodu linii na wysokości  $h$  nad ziemią, wartości natężenia pola, które istniało w tym punkcie przed wprowadzeniem sondy, wykazano w pracy tezę 7. Przeprowadzając analizę błędu systematycznego zaproponowanej sondy jako miernika natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią pod liniami przesyłowymi wykazano, że w pełni spełnia ona wymagania CIGRE 78 odnośnie do klasy dokładności pomiaru.

W drugiej części pracy rozwiązano dwa zagadnienia A i B dotyczące syntezy pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego linii trójfazowych bardzo wysokich napięć.

Zagadnienia te polegają na minimalizacji wybranych funkcjonałów pola elektrycznego linii trójfazowych (wzory (3.54) i (3.61)) w pewnych dopuszczalnych konfiguracjach prowadzenia przewodów linii.

Bazując na modelu matematycznym pola elektrycznego linii trójfazowej, omówionym w części pierwszej pracy, wykazano - co stanowi treść tez 8 i 9 pracy - że funkcjonały pola elektrycznego (3.54) i (3.61) są funkcjami nieliniowymi współrzędnych określających położenie przewodów linii zwanych dalej funkcjami preferencji. Z tego wynika, że zagadnienia A i B syntezy pola elektrycznego linii przesyłowych są sprowadzalne odpowiednio do zadań obliczenia minimum funkcji preferencji (3.59) i (3.71) ze względu na współrzędne określające położenie przewodów linii spełniające pewne ograniczenia, a tym samym mogą być rozwiązane przez zastosowanie metody programowania nieliniowego.

Wybór funkcjonałów pola elektrycznego linii przesyłowej w postaci (3.54) i (3.61) podyktowany został względami ochrony środowiska naturalnego. Nie oznacza to jednak, że funkcjonały te są jedynymi miernikami oddziaływania pola elektrycznego na środowisko naturalne, niemniej jednak ujmują one najistotniejsze czynniki z punktu widzenia ochrony środowiska przed nadmiernym oddziaływaniem pola elektrycznego. Funkcjonał (3.61) jest miarą wartości maksymalnych modułu wektora natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową, natomiast (3.54) - dany w postaci całki z modułu wektora natężenia pola elektrycznego na powierzchni ziemi pod linią przesyłową - uwzględnia oprócz tego szerokość pasa, poza którym natężenie pola elektrycznego nie przekracza pewnych ustalonych wartości.

Przydatność zdefiniowanych funkcjonałów preferencji została potwierdzona w rozwiązaniu szeregu zadań syntezy pola elektrycznego linii przesyłowych.



wych, w ramach zagadnień A i B dla pewnych wybranych dopuszczalnych konfiguracji geometrycznych prowadzenia przewodów linii.

Dopuszczalne konfiguracje geometryczne prowadzenia przewodów linii przesyłowej przyjęto w pracy dla linii jednotorowej i dwutorowej. W pierwszej kolejności rozwiązano zadanie B1 i A1, dotyczące minimalizacji funkcji preferencji  $\mathcal{F}_B$  (wzór (3.61)) i  $\mathcal{F}_A$  (wzór (3.54)) w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega_1$  (wzór (3.72)) charakteryzującym się tym, że jeden z przewodów roboczych linii znajduje się w płaszczyźnie symetrii linii, natomiast dwa pozostałe są symetrycznie położone względem niej.

Z rozwiązania zadania B1 wynika wniosek ogólny, że dla ustalonej wysokości położenia przewodu fazy środkowej względem ziemi istnieje takie symetryczne położenie dwóch pozostałych przewodów linii przesyłowej, dla których maksymalna wartość modułu wektora natężenia pola elektrycznego na zadanej wysokości nad ziemią pod linią przesyłową osiągnie minimum. Algorytm obliczeniowy zadania B1 można więc wykorzystać do określenia konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii o danym napięciu, dla której wartość maksymalna natężenia pola elektrycznego na wysokości 1,8 m nad ziemią nie przekroczy wartości dopuszczalnej narzuconej względami ochrony środowiska naturalnego.

Z rozwiązania zadania A1 wynika wniosek ogólny, że dla ustalonej wysokości położenia przewodu fazy środkowej względem ziemi konfiguracja geometryczna prowadzenia przewodów linii z  $\Omega_1$ , przy której całka z modułu wektora natężenia pola elektrycznego na powierzchni ziemi osiągnie minimum, stanowi układ trójkąta równobocznego usytuowanego symetrycznie względem osi linii, a skierowanego wierzchołkiem w dół. Rozkład natężenia pola elektrycznego, odpowiadający konfiguracji przewodów linii, będącej rozwiązaniem zadania A1 charakteryzuje się minimalną szerokością pasa pod linią, w którym natężenie pola na wysokości 1,8 m nad ziemią jest większe od pewnej dopuszczalnej wartości oraz tym, że wartość maksymalna tego natężenia jest mniejsza w porównaniu z odpowiednią wartością odpowiadającą układowi płaskiemu o identycznej wysokości położenia przewodów względem ziemi co faza środkowa.

Przyjęte w pracy dopuszczalne konfiguracje geometryczne prowadzenia przewodów linii przesyłowej dwutorowej  $\mathcal{K}$  (wzór (3.34)) charakteryzują się symetrycznym położeniem odpowiadających sobie przewodów względem płaszczyzny linii. W zbiorze  $\mathcal{K}$  wyróżniono w pierwszej kolejności podzbiór dotyczący linii dwutorowych w układzie tor obok toru, charakteryzujący się tym, że odpowiadające sobie przewody z toru I i II są symetrycznie położone względem płaszczyzny symetrii linii. Wykazano (zadanie A2), że dla takich konfiguracji linii oraz przy przeciwnej kolejności faz potencjałów przewodów torów I i II kąt przesunięcia fazowego między potencjałami przewodów symetrycznie położonych względem płaszczyzny symetrii linii (przy którym całka z modułu wektora natężenia pola elektrycznego na powierzchni ziemi ze względu na zmienną  $y$  odmierzana w poprzek linii (wzór (3.54)) osiągnie minimum) nie zależy od konfiguracji linii w wybranym zbiorze i wynosi  $\alpha = \pi$ .

Dla tego samego podzbioru konfiguracji ze zbioru  $\mathcal{K}$  wykazano (zadanie A3), że przy zgodnej kolejności faz torów I i II kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  między potencjałami odpowiadających sobie przewodów obydwu torów, przy którym całka z modułu wektora natężenia pola na powierzchni ziemi ze względu na zmienną  $y$  odmierzoną w poprzek linii osiągnie minimum, zależy od przyjętej konfiguracji geometrycznej linii i dany jest w postaci wzoru (3.84). Z porównania zadań A2 i A3 wynika wniosek, że wybór kolejności faz w linii dwutorowej w układzie tor obok toru o konfiguracji geometrycznej ze zbioru  $\mathcal{K}$  w zadaniu minimalizacji funkcji preferencji (3.54) ze względu na określony wyżej kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  uzależniony jest od danej konfiguracji prowadzenia przewodów linii. Dalszą minimalizację wybranych funkcjonałów przeprowadzono dla linii dwutorowych w układzie tor obok toru przez dobór konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii w danym zbiorze konfiguracji dopuszczalnych  $\Omega_2$  określonymi równościami i nierównościami (3.90). Dla zbioru konfiguracji dopuszczalnych  $\Omega_2$  oraz dla przeciwnych kolejności faz toru I i II opracowano algorytm obliczeniowy pozwalający na rozwiązanie zadań A4 i B4 dotyczących minimalizacji funkcjonałów odpowiednio  $\mathcal{J}_A$  i  $\mathcal{J}_B$ . Z porównania rozwiązań zadań A4 i B4 wynika, że ze względu na minimalizację wartości  $\max E_a((1,8),y)$  mniejszą wartość osiąga się w zadaniu B4 przy równoczesnym  $y$  obniżeniu przewodów linii najdalej usytuowanych od ziemi. Minimalizacja funkcjonału  $\mathcal{J}_B$  w ramach zadania B4 daje ostatecznie mniejszą wartość  $\max_y E_a((1,8),y)$  niż w zadaniu A4 jednak z porównania rozkładów natężenia pola  $E_a((1,8),y)$  w obszarze małych natężeń wynika, że jest ono mniejsze dla rozkładu odpowiadającego rozwiązaniu zadania A4.

Przyjęcie dla potencjałów przewodów toru I i II linii przesyłowej identycznej kolejności faz pozwala na sformułowanie dualnych zadań A5 i B5 w odniesieniu do zadań A4 i B4. Z porównania rozwiązań zadań A4 i B4 z zadaniami A5 i B5 wynika, że w przyjętym zbiorze konfiguracji dopuszczalnych  $\Omega_2$  rozwiązania zadań odpowiadających zgodnej kolejności faz potencjałów przewodów toru I i II dają mniejsze wartości  $\max E_a((1,8),y)$ . Nie oznacza to jednak, że tak jest dla dowolnego zbioru  $y$  rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega$  zawierającego się w zbiorze  $\mathcal{K}$  (wzór (3.34)). Opracowany algorytm obliczeniowy do rozwiązania zagadnień A i B sformułowanych w pkt. 9.3.3 pozwala jednak na optymalizację w dowolnym zbiorze rozwiązań dopuszczalnych  $\Omega$  jako podzbioru  $\mathcal{K}$ .

W drugiej kolejności wyróżniono w zbiorze  $\mathcal{K}$  podzbiór  $\Omega$  dotyczący linii dwutorowych w układzie tor pod torem charakteryzujący się tym, że dla obydwu torów jeden z przewodów roboczych znajduje się w płaszczyźnie symetrii linii, a pozostałe są położone symetrycznie względem niej. Dla tak określonego zbioru konfiguracji dopuszczalnych  $\Omega_3$  (wzór (3.104)), rozwiązano zadanie A6, z którego wynika, że kąt przesunięcia fazowego  $\alpha$  między potencjałami odpowiadających sobie przewodów toru I i II, przy którym występuje minimum funkcji preferencji (3.96) (tj. 3.54), nie zależy od przy-

jętej konfiguracji  $\Omega_3$  i wynosi  $\alpha = \mathcal{F}$ , natomiast wartość skuteczna  $V_2$  potencjałów przewodów toru II ekranującego jest funkcją współrzędnych określających położenie przewodów toru I i II (wzór (3.100)) i, jak wykazały obliczenia (rys. 3.11b), im dalej usytuowane są przewody toru I w odniesieniu do toru ekranującego II, tym mniejsza wartość potencjału  $V_2$  przewodów toru II zapewnia minimum funkcjonału (3.96).

Jeżeli jednak napięcia toru I głównego i toru II ekranującego są z góry narzucone, wtedy minimalizację przyjętej funkcji preferencji należy prowadzić przy  $\alpha = \mathcal{F}$  przez poszukiwanie konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów obydwu torów. Zadania takie (A7 i B7) rozwiązano dla dopuszczalnej konfiguracji geometrycznej prowadzenia przewodów linii  $\Omega_4$  określonej równościami i nierównościami (3.105). Z rozwiązania zadań A7 i B7 wynika, że wartości  $\max E_{\mathbf{u}}((1,8),y)$  odpowiadające tym zadaniom nie różnią się znacznie między sobą, jednak w porównaniu z odpowiednią wartością dla linii jednotorowej o tym samym napięciu co tor I (główny) są kilkakrotnie mniejsze. Minimalizacja funkcjonału  $\mathcal{J}_B$  w zadaniu B7 daje mniejszą wartość  $\max E_{\mathbf{u}}((1,8),y)$  niż w zadaniu A7. Z porównania rozkładów natężenia pola elektrycznego odpowiadających wartościom minimalnym funkcji preferencji  $\mathcal{J}_B$  i  $\mathcal{J}_A$  wynika, że w drugim przypadku osiąga się znacznie mniejsze wartości natężenia pola elektrycznego w obszarze małych natężeń, czyli w punktach dostatecznie odległych od osi linii.

Z rozwiązań zadań przeprowadzanych w pracy wynika wniosek ogólny, że zagadnienie typu B należy formułować wtedy, gdy decydującą rolę odgrywa wartość maksymalna natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową na zadanej wysokości 1,8 m nad ziemią, natomiast zagadnienie A powinno być postawione wtedy, gdy nie można dopuścić do znacznego wzrostu natężenia pola elektrycznego w obszarze mniejszych natężeń pod linią przesyłową kosztem obniżenia wartości maksymalnych. Oznacza to, że w rozwiązaniu zagadnień A ma się na względzie nie tylko obniżenie wartości maksymalnych natężenia pola elektrycznego, lecz równocześnie zmniejszenie szerokości pasa pod linią przesyłową, poza którym natężenie to nie przekracza pewnej dopuszczalnej wartości.

Badania przeprowadzone w pracy potwierdziły trafność przyjętych funkcjonałów pola elektrycznego linii przesyłowych, jako miary oddziaływania tego pola na środowisko naturalne. Można je bowiem zastosować jako funkcje preferencji w zadaniach syntezy pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi polegających na poszukiwaniu dopuszczalnych rozkładów wektora natężenia pola elektrycznego przy powierzchni ziemi. Opracowane w ramach tych zadań syntezy pola elektrycznego algorytmy obliczeniowe można włączyć do ogólnych algorytmów projektowania linii przesyłowych uwzględniając tym samym wpływ pola elektrycznego na środowisko naturalne. Należy jednak podkreślić, że niektóre zadania sformułowane i rozwiązane w pracy mają tylko znaczenie teoretyczne, (np. zadania A7 i B7). Wprowadzono je jednak do pracy dla podkreślenia mnogości możliwych zastosowań opracowanych algorytmów analizy i syntezy pola elektrycznego linii trójfazowych.

## LITERATURA

### A. Pozycje książkowe (podręczniki i monografie)

1. Athans M., Falb P.L.: Sterowanie optymalne. WNT, Warszawa 1971.
2. Bochenek K.: Metody analizy pól elektromagnetycznych. PWN, Warszawa, 1961.
3. Boltiański W.G.: Matematyczne metody sterowania optymalnego. WNT, Warszawa 1971.
4. Fichtenhels G.M.: Rachunek różniczkowy i całkowy. PWN, Warszawa 1964.
5. Giunter N.M.: Teoria potencjału. PWN, Warszawa 1960.
6. Konorski B.: Pole elektryczne przesyłowej linii trójfazowej. PWN, Warszawa 1970.
7. Kulikowski R.: Sterowanie w wielkich systemach. WNT, Warszawa 1970.
8. Krzyżański M.: Równania różniczkowe osławkowe rzędu drugiego, cz.I, PWN, Warszawa 1957.
9. Leja F.: Geometria analityczna. PWN, Warszawa 1962.
10. Matusiak R.: Teoria pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1976.
11. Moon P., Spencer D.E.: Teoria pola. PWN, Warszawa 1966.
12. Mostowski A., Stark M.: Elementy algebry wyższej. PWN, Warszawa 1958.
13. Sneddon I.N.: Równania różniczkowe osławkowe. PWN, Warszawa 1962.
14. Szulkin P., Pogorzelski S.: Podstawy teorii pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1964.

### B. Artykuły

- [15] Allan R.N., Cottrill J.E.: Design and parameters affecting the surface stress of overhead powerline conductor systems. Proc. Inst. Electr. Eng., 1971, nr 10.
- [16] Allan R.N., Salman S.K.: Electrostatic fields underneath power lines operated at very high voltages. Proc. IEE, Vol. 121, no 11, 1974.
- [17] Abdel Salam M., Ibrahim A.A.: Digital calculations of electric fields in the vicinity of protrusions from HV conductors. New York IEEE 1977.
- [18] Anderson I.G.: Overhead lines and substations. Ultra-high voltage transmission. Phil. Trans. R. Soc. Lond., 139, 151, 1973.
- [19] Awd M.B.: Electric field effects in Ontario Hydro 500 MW Substations. CIGRE SC 36, 1977.
- [20] Bankoske J.W., Poznaniak D.T., Mc Kee G.W., Graves H.B., Bridges J.E.: Effets biologiques des champs electriques a frequence extremement faible: quelques résultats de recherches aux États-Unis. GIGRE, 36-05, 1978.
- [21] Barnes N.C., Mc Elroy A.I., Charkow I.H.: Rational analysis of electric fields in live line working. IEEE Trans. P.A.S. no 4, 1967.
- [22] Balderston G., Gens R.S., Comber M.G., Zaffanella L.F.: Progress report of EPRT project UHV. GIGRE, 31-02, 1974.

- [23] Barthold L.O., Barnes H.C.: High phase order power transmission. CIGRE Study Committee, no. 31, 1972.
- [24] Bourgsdorf V.V.: Les lignes de transport et l'environnement. Electra, nr 54, 1977.
- [25] Buter J., Funk G., Schneider K.H.: Technische und wirtschaftliche Kenndaten von Freileitungen bei DHU und HGU. ETZ-a Bd.98, 1977, H.11.
- [26] Bayer A., Brinkmann J., Wittke G.: Experimentelle Untersuchungen an Ratten zur Frage der Wirkung elektrischer wechselfelder auf Lebewesen. Elektrizitätswirtschaft H.4, 1977.
- [27] Black J.D.: Health effects of electric fields. CIGRE, 1977.
- [28] Baron B.: Pole elektryczne przesyłowej linii trójfazowej 400 kV. Zesz. Nauk. Pol. Śl., Elektryka z. 64, Gliwice 1979.
- [29] Baron B.: Analiza błędów systematycznego sondy kulowej do pomiaru natężenia pola elektrycznego quasi-statycznego pod liniami przesyłowymi. Zesz. Nauk. Pol. Śl. Elektryka z. 64, Gliwice 1979.
- [30] Baron B., Dusza R., Machnik F.: Urządzenie typu AMPE 76 do modelowania fizycznego pola elektrycznego linii i stacji wysokiego napięcia. Przegląd Elektrotechniczny nr 7, 1978.
- [31] Baron B., Wiozorek S.: Urządzenie do pomiaru indywidualnej dawki ekspozycji pola elektrycznego oddziaływującego na człowieka. Przegląd Elektrotechniczny nr 6, 1978.
- [32] Baron B.: Zasada pomiaru dawki ekspozycji pola elektrycznego quasi-statycznego oddziaływującego na człowieka. Referat na III Krajowej Konferencji Naukowej Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej, Gliwice, 1978.
- [33] Baron B.: Synteza pola elektrycznego linii przesyłowej trójfazowej 756 kV. Przegląd Elektrotechniczny (w druku).
- [34] Baron B., Handzlik S., Groszko M.: Sonda kulowa do pomiaru natężenia pola elektrycznego pod urządzeniami elektroenergetycznymi wysokiego napięcia. Przegląd Elektrotechniczny (w druku).
- [35] Baron B., Dusza R., Groszko M.: Urządzenie do pomiaru natężenia pola elektrycznego pod elektroenergetycznymi układami wysokiego napięcia. Patent Nr 98648.
- [36] Baron B., Wiozorek S., Machnik F., Kowalski P., Francisz P., Groszko M., Krzycki A.: Indywidualny dawkomierz pola elektrycznego. Patent Nr 198623.
- [37] Mc Cauley T.M.: EHV and UHV electrostatic effects: Simplified design calculations and preventive measures. IEEE Trans. P.A.S. no 6, 1975.
- [38] Comsa R.P., Luke Y.M.Yu.: Transient electrostatic induction by EHV transmission lines. Trans. IEEE P.A.S. no.12, 1969.
- [39] Comber M.G., Doyle J.R., Schneider H.M., Zoffanelle L.E.: Three-phase testing facilities at EPRI'S project UHV. IEEE Trans. P.A.S. no. 5, 1976.
- [40] Comsa R.P., Reno J.G.: Air model for the study of electrostatic induction by transmission lines. IEEE Trans. P.A.S. no. 4, 1968.
- [41] Csikos B.: Techniques developed for working in the vicinity of and in direct contact with high-voltage equipment. CIGRE, 36-06, 1974.
- [42] Deno D.W.: Calculating electrostatic effects of overhead transmission lines. Trans. IEEE P.A.S. no 5, 1974.
- [43] Deno D.W.: Electrostatic effects induction formulae. IEEE Trans. P.A.S. no 5, 1975.
- [44] Deno D.W.: Transmission line fields. IEEE Trans. P.A.S. no.5, 1976.
- [45] Deno D.W.: UHV transmission line electric field reduction with a set of horizontal wires. IEEE vol. OAS-96, nr 5, 1977.

- [46] Dense J., Pirette P.: Calculation and measurement of electric field strength near H.V. Structures. CIGRE 36-03, 1976.
- [47] Dusza R.: Sondy do pomiaru pól elektrycznych quasi-statycznych w otoczeniu linii i stacji najwyższych napięć, Praca dokt., Gliwice 1977.
- [48] Dillard J.K.: Electrostatic induction effects of 1100 kV substations. CIGRE Study Committee no 31, 1972.
- [49] Filipow W.I., Morozow Ju.A.: Zaszczita ot diejstwija elektromagnitnyh polej i elektrieskogo toka w promyszlennosti. Sbornik trudow W.N.I.I.O.T., Moskwa 1973.
- [50] Foord T.R.: Computing the field near parallel straight conductors Proc. IEE no.5, 1977.
- [51] Gary C.: Rapport general du Groupe 36. Electra no. 49, 1976.
- [52] Gary C.: Special report for group 36. CIGRE 36-00, 1976.
- [53] Groszko M.: Analiza modelowa pola elektrycznego pod liniami napowietrznymi bardzo wysokich napięć w aspekcie zagrożenia środowiska. Praca doktorska, Gliwice 1978.
- [54] Hauf R.: Einfluss elektromagnetischer Felder auf den Menschen. ETZ B, H6/7, 1976.
- [55] Hauf R.: Wirkung von 50 Hz - Wechselfeldern auf den Menschen, ETZ B, H12, 1974.
- [56] IEEE Working Group Report - Electrostatic effects of overhead transmission lines. Part I: Hazards and effects. Part II: Method of calculation. IEEE Trans. P.A.S. no.2, 1972.
- [57] Induced currents influence transmission line design. Electrical World, no.9, 1974.
- [58] Jaozewski K., Kosztaluk R.: Zagadnienie sieci przesyłowych na Światowym Kongresie Elektrotechniki w Moskwie. Przegląd Elektrotechniczny, nr 4, 1978.
- [59] Jasioki Z.: Linie przesyłowe na CIGRE 1974. Przegląd Elektrotechniczny nr 4, 1975.
- [60] Jakob G., Steinbigler M., Wiesinger J.: Das elektrische Feld unter Hochspannungs Freileitungen. Bull. S.E.V. 63, nr 24, 1972.
- [61] Kao R.A., Perelman L.S.: Rozsot elektrieskogo pola triehfaznoj linii elektropriedaozi. Elektriesstwo nr 1, 1978.
- [62] Korobkova V.P., Morozow Ju.A., Stolarow M.D., Yakub Ya.A.: Influence of the electric field in 500 and 750 kV siwtchyards on maintenance staff and means for its protection. CIGRE 23-06, 1972.
- [63] Kosztaluk R., Pilatowicz A.: Zalecenia techniczne do projektowania dwutorowej linii 750 kV na terenie PRL, Praca Instytutu Energetyki, Warszawa 1975.
- [64] Kosztaluk R., Pilatowicz A.: Wytyczne do projektowania linii elektroenergetycznych o napięciu 750 kV, Część elektryczna, Praca Instytutu Energetyki, Warszawa 1975.
- [65] Kouvenhoven W.B., Langworthy O.R., Singewald M.L., Knickerbocker G.G.: Medical evaluation of man working in a celectric fields. IEEE Trans P.A.S. no 4, 1967.
- [66] Kouvenhoven W.B., Barnes H.C., Rorden H.L., Miller C.J., Simpson J.W., Burgess T.J.: Body currents in live line working. IEEE Trans. P.A.S. no 4, 1966.
- [67] Lebiediew S.A., Morozow Ju.A.: Umienszenije napriazennosti elektrieskogo pola w rabocznych zonach wysokowolbnyh linii elektropriedaozi promyszlЕННОj czastoty. Sbornik Trudow WNILOT, Leningrad 1967.
- [68] Mihaileanu C., Munteanu C., Danaila M., Stoica V, Crisan S.: Electrical field measurement in the vicinity of H.V. Equipment an assessment of its bio-physiological perturbing effects. CIGRE 36-08, 1976.

- [69] Miller C.J.: The measurement of electric fields in live line working. IEEE Trans. P.A.S. no 4, 1967.
- [70] Mesures des champs electriques a proximite des ouvrages a haute tension resultats et enseignements. CIGRE 36-07, 1978.
- [71] Olmsted L.M.: Transmission goals: maximum rating with minimum environmental impact. Electrical World 177, nr 11, 1972.
- [72] Paris L., Sforzini M., Comellini E., Clade J., Percheron Y., Mott C.W., Oakeshott D.F.: A study of the design parameters of transmission lines above 1000 kV. CIGRE Int.Conf.Large High Tens.Elec.Syst., Paris 1972.
- [73] Pilatowicz A., Groszko M.: Some results of investigations on field gradients under power transmission lines. CIGRE S.S. 36, 1976.
- [74] Rapport final du groupe ad hoc UHT de la CIGRE. Electra no 24, 1972.
- [75] Razrabotka mikroprintatij po snizeniju ekologičeskogo wlijanija mocznyh elektropriredacz vysokogo napriazhenija. RWPG - Sakoja 4 Statelj Komisiji d/s Energii Elektrycznej, Moskwa 1975.
- [76] Recherches menées en France sur les effets biologiques des champs electriques. CIGRE SG 36, 1977.
- [77] Report on results of electric field measurements made by members and guests of CIGRE Working Grup 36-04. Arnhen 27, 28 and 29 april 1976.
- [78] Schneider K.H.: Elektrische und magnetische Felder in Hochspannungsanlagen. ETZ B, H6/7, 1976.
- [79] Schnaider K.H., Studinger H., Weck K.H., Szeibigler H., Utmischi D., Wiesinger J.: Courants de déplacement vers le corps humain causés par le champ diélectrique sous les lignes de transport d'énergie. CIGRE 36-04, 1974.
- [80] Schnider W., Baggenstos H.: Computation of electrical fields around stranded conductors using orthogonal functions. Arch. Elektrotechnik vol. 60, nr 1, 1978.
- [81] Singer M., Steinbigler H., Weiss P.: A charge simulation method for the calculation of high voltage fields. IEEE Trans. P.A.S. no 6, 1974.
- [82] Spiegel R.J.: Electromagnetic fields in the near vicinity of transmission line towers. IEEE Trans. P.A.S. no 6, 1976.
- [83] Sarma Maruvada P., Hylten Cavalnis N., Ciao Trinh N., de Vizie M.: Electrostatic field effects from high voltage power lines and in substations. CIGRE 36-04, 1976.
- [84] Systems problems again global in scope. Electrical World, november 15, 1976.
- [85] Takagi T., Muto T.: Influences upon human bodies and animals of electrostatic induction caused by 500 kV transmission lines. Tokyo Electric Power Co. 1971.
- [86] Traunen J.D., Wilson G.L.: Electrostatically induces voltage and currents on conducting objects under EHV transmission lines, IEEE Trans. P.A.S. no 2, 1971.
- [87] EHV research reaches new levels. Electrical World, december 1, 1976.
- [88] Wilhelmy L., Bockner H.: Messung der elektrischen Feldstärke bei hohen transienten und periodisch zeitabhängigen Spannungen. ETZ-A, nr 8, 1970.
- [89] Wilhelmy L.: Eine Sonde zur potential freien Messung der peripidischen und transienten elektrischen Feldstärke. ETZ-A, nr 8, 1973.

POLE ELEKTRYCZNE LINII PRZESYŁOWYCH TRÓJFAZOWYCH  
NAJWYŻSZYCH NAPIĘĆ

S t r e s z c z e n i e

W pierwszej części pracy opracowano algorytm obliczeniowy do badania pola elektrycznego w otoczeniu linii przesyłowych najwyższych napięć. Badania teoretyczne nad polem elektrycznym w otoczeniu linii stały się również podstawą do opracowania metody pomiarowej i wykonania miernika potencjału i natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową przy powierzchni ziemi.

W drugiej części pracy rozwiązano dwa zagadnienia syntezy pola elektrycznego, sinusoidalnie zmiennego linii trójfazowych bardzo wysokich napięć, polegające na minimalizacji wybranych funkcjonalów rozpatrywanego pola w zbiorze pewnych dopuszczalnych konfiguracji prowadzenia przewodów linii.



ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНЫХ ЛИНИЙ  
ПЕРЕДАЧ САМЫХ ВЫСОКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Р е з ю м е

В первой части работы был разработан расчётный алгоритм для исследования электрического поля в присутствии линий передач самых высоких напряжений. Теоретические исследования электрического поля в присутствии линий, тоже являются основой для разработки измерительного метода, изготовления измерителя потенциала и напряжённости электрического поля под линией передач при поверхности земли.

Во второй части работы было представлено решение двух вопросов синтеза электрического поля, синусоидального переменного трёхфазных линий очень высоких напряжений, основанных из минимализации избранных функционалов исследуемого поля в множестве некоторых допускаемых конфигураций проведения проводов линий.

ELECTRICAL FIELD OF THE THREE - PHASE  
HIGH VOLTAGE LINES

S u m m a r y

The first part of the paper presents the calculation algorithm for investigating an electrical field around high-voltage lines. The theoretical investigations on an electrical field surrounding the HV lines have formed the basis for working out a measurement method and making a meter to measure the potential and electrical field strength existing under a line close to the ground surface.

In the second part there have been solved two problems of a sinusoidally changeable electric field synthesis in three - phase HV lines.

There are problems of minimizing chosen functionals of on investigated field in a set of certain permissible line configuration.



P.3347/80/73

**WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYC W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:**

- 44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b
- 44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a
- 40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Zwirki i Wigury 33
- 40-096 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12
- 41-900 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10
- 41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22
- 41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2
- 47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1
- 44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1
- 41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7
- 41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288
- 00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN —  
Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.