

Franciszek Marecki

Politechnika Śląska  
Instytut Automatyki

## MODELOWANIE I SYMULACJA JEDNOWERSYJNEGO PROCESU MONTAŻU \*

Streszczenie. W pracy przedstawiono model matematyczny jednowersyjnego procesu montażu. Model ten uwzględnia losowe czasy operacji. Symulacja procesu montażu pozwala wyznaczyć najlepsze efekty montażu.

### 1. Wprowadzenie

Optymalizacja dyskretnych procesów przemysłowych - traktowanych jako kompleksy operacji uwarunkowane logicznie, w czasie i przestrzeni - polega na rozwiązywaniu złożonych zadań kombinatorycznych [3]. W licznych przypadkach są to problemy NP - zupełne w sensie złożoności obliczeniowej [2]. Do rozwiązania takich problemów stosuje się metody przeglądowe lub przybliżone (heurystyczne, symulacyjne itp.). Metoda symulacji cyfrowej jest wykorzystywana do analizy złożonych procesów probabilistycznych.

W niniejszym referacie zostanie przedstawione modelowanie i symulacja jednowersyjnego procesu montażu na linii. Montaż jest typowym procesem dyskretnym. Do opisu procesu montażu z uwzględnieniem losowych czasów operacji zostaną wykorzystane równania stanu wyprowadzone w [5 i 7]. Pozwala to na uogólnienie problemów modelowania i symulacji montażu dyskretnych w pracach [4 i 6]. Ponadto przedstawiony dalej model matematyczny pozwala analizować elastyczne systemy montażowe [1].

### 2. Założenia - sformułowanie problemu

W procesie montażu wyróżniamy obiekty, które formalnie są zbiorami określonych detali. Jeżeli każdy montowany obiekt składa się z detali tego samego typu, to montaż jest jednowersyjny. W przypadku przeciwnym montaż jest wielowersyjny. W pracy zostanie rozważony montaż jednowersyjny.

Do dalszych rozważań założymy, że linia montażowa składa się z transportera obiektów, wzdłuż którego rozmieszczone są stacje montażowe.

Na pewnych stacjach montażowych mogą być zlokalizowane stanowiska pracy.

\* Praca była częściowo finansowana przez RP.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacja ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych" oraz CPER 7.4 "Mechanizacja i automatyzacja procesów montażu".

Na stanowiskach pracy wykonywane są operacje zamontowywania detali do chassis obiektu. Rozważmy linię szeregową, dla której na stacji może znajdować się najwyżej jedno stanowisko pracy. Przyjmujemy, że linia montażowa składa się z  $K$  stacji (ponumerowanych:  $1, \dots, k, \dots, K$ , zgodnie z kierunkiem ruchu obiektów). Punkt instalowania chassis znajduje się bezpośrednio przed pierwszą stacją montażową (tzn. na stacji zerowej). Z kolei punkt kontroli kompletności montażu znajduje się bezpośrednio po  $K$ -tej stacji (tzn. na  $K+1$ -szej stacji).

W trakcie montażu obiekt jest przesuwany ruchem jednostajnym wzdłuż linii od zerowej do  $K+1$ -ej stacji. W czasie ruchu obiektu na stanowisku pracy wykonywane są operacje montażowe. Na stacjach bez stanowisk pracy obiekt jest jedynie transportowany. Obiekt jest dostępny na stanowisku pracy (stacji montażowej) w ciągu czasu  $c$ , który nazywany jest cyklem. Dalej rozważany będzie proces montażu w przedziale czasu  $[0, C]$ , przy czym  $C$  nazwiemy horyzontem montażu. Horyzont montażu może oznaczać czas pracy zmian roboczej, itp. Oznaczmy przez  $l$  numer kolejnego obiektu, który schodzi z linii (z  $K$ -tej stacji) w chwili  $l \cdot c$ . Zatem liczbę  $L$  obiektów, które zjadą z linii do chwili  $C$ , wyznaczamy ze wzoru:

$$L = [C/c] \quad (1)$$

gdzie:  $[x]$  - część całkowita liczby  $x$ .

Proces montażu obiektu polega na wykonaniu wzdłuż linii, na kolejnych stanowiskach pracy, zbioru  $\Omega$  operacji  $\omega_n$ ,  $n=1, \dots, N$ , gdzie  $N$  jest liczbą operacji. Czas pobytu obiektu na linii (przy stałym cyklu) wynosi  $K \cdot c$ . Zakłada się, że kolejność wykonywania operacji montażu obiektu jest zgodna z ich numeracją. Czas  $t_n$  wykonania operacji  $\omega_n$ ,  $n=1, \dots, N$  jest zmienną losową ciągłą o danej funkcji gęstości rozkładu  $f_n(t_n)$ . Dla rozwiązania problemu przydziału operacji do stanowisk pracy (balansu linii) zakłada się, że dane są czasy normatywne  $\tau_n$  wykonania operacji  $\omega_n$ . Czasy  $\tau_n$  są kwantylami odpowiednich funkcji  $f_n(t_n)$ .

Problem balansowania linii montażowej (BLM) można sformułować następująco:

- dany jest zbiór  $\Omega$  operacji  $\omega_n$ ,  $n=1, \dots, N$ , czasy ich wykonania  $\tau_n$  oraz relacja kolejności  $\Gamma = [\delta_{\nu, n}^*]$ ,  $\nu=1, \dots, N$ ;  $n=1, \dots, N$ ; przy czym  $\delta_{\nu, n}^* = 1$ , jeśli  $\omega_\nu$  jest bezpośrednim poprzednikiem  $\omega_n$  ( $\delta_{\nu, n}^* = 0$  w przypadku przeciwnym);
- dla zadanego cyklu  $c$  należy wyznaczyć minimalną liczbę  $M$  podzbiorów  $\Omega_m$ ,  $m=1, \dots, M$  operacji które tworzą stanowiska pracy. Ponadto muszą być respektowane następujące ograniczenia:

$$\bigcup_{m=1}^{m=M} \Omega_m = \Omega \quad (2)$$

$$\Omega_\mu \cap \Omega_m = 0 \quad \mu \neq m \quad (3)$$

$$\forall \gamma \forall n \exists \mu \leq m [(\omega_\gamma \in \Omega_\mu) \wedge (\gamma_{\gamma,n} = 1)] \Rightarrow (\omega_n \in \Omega_m) \quad (4)$$

$$\forall 1 \leq m \leq M \sum_{\omega_n \in \Omega_m} \gamma_n \leq c \quad (5)$$

Jeżeli przyjąć taką numerację operacji, która spełnia warunek:

$$(\gamma_{\gamma,n} = 1) \Rightarrow (\gamma < n) \quad (6)$$

to bez ograniczenia ogólności rozważań można założyć, że kolejność wykonywania operacji na każdym stanowisku pracy jest zgodna z ich numeracją. W rezultacie wielokrotnego rozwiązania problemu BLM (dla różnych cykli  $c$ ) otrzymuje się charakterystykę statyczną montażu. Charakterystyka ta określa liczbę obiektów  $L$ , które zostaną zmontowane w przedziale czasu  $[0, C]$  na linii z  $M$  stanowiskami pracy (gdzie:  $1 < M \leq K$ ).

Ponieważ czasy  $t_n$  operacji  $\omega_n$  są losowe, zatem w procesie montażu na  $m$ -tym stanowisku pracy pewne operacje mogą nie być wykonane. Załóżmy, że monter wykona prawidłowo operację  $\omega_n$ , jeżeli chwila zakończenia tej operacji wypadnie przed zakończeniem cyklu  $c$ . Monter rozpoczyna wykonanie operacji na stanowisku pracy od chwili  $T_0=0$  i wykonuje kolejne operacje bez przerw. Zatem operacja  $\omega_n$  zostanie wykonana prawidłowo, jeżeli jest spełniony warunek:

$$T_{n-1} + t_n \leq c \quad (7)$$

gdzie:  $T_{n-1}$  - suma czasów operacji wykonanych przez montera przed operacją  $\omega_n$ .

Jeżeli warunek (7) nie jest spełniony, to zakładamy, że operacja  $\omega_n$  nie została wykonana. Niewykonanie operacji  $\omega_n$  powoduje niemożność wykonania jej następników.



Aby przeanalizować efekty montażu dla losowych czasów operacji założymy, że dane są zyski i straty związane z wykonywaniem każdej operacji. Efekty te będą naliczane dla każdego obiektu schodzącego z linii.

Założymy, że dany jest wektor zysków

$$Z = [z_n] \quad n = 1, \dots, N \quad (8)$$

gdzie:  $z_n$  - zysk za wykonanie operacji  $\omega_n$ .

Analogicznie przyjmujemy wektor strat

$$S = [s_n] \quad n = 1, \dots, N \quad (9)$$

gdzie:  $s_n$  - strata za niewykonanie operacji  $\omega_n$ .

Strata jest traktowana jako dodatkowy koszt wykonania operacji poza linią. Zatem efekt montażu obiektu jest sumą zysków ze wykonanych operacji pomniejszoną o sumę strat za niewykonane operacje. W ten sposób można wyznaczyć efekt montażu obiektów dla horyzontu C.

Można zauważyć, że dla danej liczby stanowisk pracy i efekty montażu będą zależne od cyklu c. Dla krótkich cykli liczba obiektów zmontowanych w horyzoncie C jest duża, lecz równocześnie straty będą duże. Przy długim cyklu straty będą mniejsze, ale liczba obiektów zmontowanych w horyzoncie C też będzie mniejsza. Zatem można poszukiwać takiego cyklu (optymalnego), przy którym efekty montażu będą największe. W ten sposób wyznaczamy charakterystykę statyczną montażu - jako zależność efektów montażu od liczby stanowisk pracy.

Dla przeprowadzenia powyższych analiz zostanie przedstawiony probabilistyczny model matematyczny procesu montażu oraz rezultaty symulacji dla wybranego przykładu.

### 3. Podstawowe definicje

Montaż na linii jest procesem dyskretnym, co wynika z następujących warunków. Obiekt jest zbiorem N elementów - detali. Operacje montażowe

$\omega_n$  ( $n=1, \dots, N$ ) są z założenia niepodzielne. Linia montażowa składa się z K stacji. Ponadto wprowadzono dyskretyzację czasu wyróżniając cykle  $c^l$  ( $l=1, \dots, L$ ). Zatem proces montażu na linii jest zależny od czasu (cyklu  $c^l$ ) oraz przestrzeni (k-tej stacji). Z punktu widzenia ewidencji (identyfikacji) procesu montażu istotne znaczenie mają chwile zakończenia kolejnych cykli. Można wówczas sprawdzić, które detale zostały zamontowane do obiektu opuszczającego k-tą stację. Jeżeli transporter porusza się jednostajnie, to w chwili zakończenia cyklu obiekt znajduje się na granicy

między  $k$ -tą i  $k+1$ -szą stacją. W przypadku gdy transporter porusza się skokowo, przesunięcie obiektu z  $k$ -tej na  $k+1$ -szą stację następuje przed rozpoczęciem kolejnego cyklu. W ten sposób w pierwszym cyklu na każdym stanowisku pracy montowane są obiekty, które znajdowały się na poprzednich stanowiskach linii w chwili  $t=0$ . Z kolei po zakończeniu  $L$ -tego cyklu z linii schodzi ostatni zmontowanych obiektów.

### 3.1. Stan procesu montażu

Def. 1a. Stan jednowersyjnego procesu montażu obiektu na  $k$ -tej stacji ( $k=1, \dots, K$ ) po  $l$ -tym cyklu ( $l=1, \dots, L$ ) jest wektorem

$$x_k^l = [x_{k,n}^l] \quad n=1, \dots, N \quad (10)$$

Elementy tego wektora określamy następująco:

$$x_{k,n}^l = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } n\text{-ty detal jest zamontowany w obiekcie} \\ & \text{znajdującym się na } k\text{-tej stacji po } l\text{-tym cyklu} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (10a)$$

Def. 1b. Stan jednowersyjnego procesu montażu na linii po  $l$ -tym cyklu ( $l=1, \dots, L$ ) jest macierzą

$$x^l = [x_{k,n}^l] \quad \begin{matrix} k=1, \dots, K \\ n=1, \dots, N \end{matrix} \quad (11)$$

W uzupełnieniu definicji 1 przyjmujemy dla jednowersyjnego procesu montażu na linii

- warunek początkowy

$$x^0 = [x_{k,n}^0] \quad (12)$$

- warunek końcowy

$$x^{L+1} = [x_{k,n}^{L+1}] \quad (13)$$

- lewostronny warunek brzegowy

$$x_0^l = 0 \quad \forall 0 \leq l \leq L \quad (14)$$

- prawostronny warunek brzegowy

$$x_{K+1}^1 = [x_{K+1,n}^1] \quad \forall \quad 0 \leq l \leq L \quad (15)$$

W szczególnym przypadku (mającym istotne znaczenie praktyczne) prawostronny warunek brzegowy jest warunkiem montażu kompletnego, czyli

$$x_{K+1}^1 = 1 \quad \forall \quad 0 \leq l \leq L \quad (15a)$$

Lewostronny warunek brzegowy (14) przedstawia sytuację, w której obiekt wchodzący na pierwszą stację nie ma zamontowanego żadnego detalu. Stan początkowy  $X^0$  określa stopień zaawansowania montażu obiektów znajdujących się na linii przed rozpoczęciem montażu w chwili 0. Z kolei stan końcowy  $X^L$  określa stopień zaawansowania montażu obiektów na linii w chwili L.c.

W oparciu o definicję stanu 1. można wprowadzić następującą klasyfikację procesu montażu:

- proces statyczny

Proces montażu nazwiemy statycznym, jeżeli jest spełniony warunek:

$$\forall \quad 1 \leq l \leq L \quad X^l = X^{l-1} \quad (16)$$

- proces dynamiczny

Proces montażu nazwiemy dynamicznym, jeżeli warunek (16) nie jest spełniony, tzn.:

$$\exists \quad 1 \leq l \leq L \quad X^l \neq X^{l-1} \quad (17)$$

Można zauważyć, że z uwagi na losowe czasy operacji rozważany w tej pracy proces montażu może być dynamiczny.

### 3.2. Sterowanie montażem

Sterowanie montażem polega na określeniu podzbiorów operacji, które powinny być wykonane na m-tym stanowisku pracy ( $m=1, \dots, M$ ) w każdym cyklu l ( $l=1, \dots, L$ ).

Def. 2a. Sterowanie jednowersyjnym procesem montażu w l-tym cyklu ( $l=1, \dots, L$ ) na m-tym stanowisku pracy ( $m=1, \dots, M$ ) jest wektorem

$$A_m^1 = [a_{m,n}^1] \quad n=1, \dots, N \quad (18)$$

Elementy tego wektora określamy następująco:

$$a_{m,n}^1 = \begin{cases} 1, & \text{jeśli w } l\text{-tym cyklu na } m\text{-tym stanowisku} \\ & \text{pracy ma być wykonana } n\text{-ta operacja} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (18a)$$

Def. 2b. Sterowanie jednowersyjnym procesem montażu w  $l$ -tym cyklu ( $l=1, \dots, L$ ) na  $k$ -tej stacji ( $k=1, \dots, K$ ) jest wektorem

$$U_k^1 = [u_{k,n}^1] \quad n=1, \dots, N \quad (19)$$

Istotne znaczenie ma jedynie  $U_k^1$  dla stacji  $k$ , na których są zlokalizowane stanowiska pracy. Założmy, że  $p_m$  jest numerem stacji, na której znajduje się  $m$ -te stanowisko pracy. Znając lokalizację stanowisk pracy na stacjach montażowych można wyznaczyć  $U_k^1$  na podstawie  $A_k^1$ , bowiem

$$u_{k,n}^1 = \begin{cases} a_{m,n}^1, & \text{jeśli } p_m = k \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (20)$$

Def. 2c. Sterowanie jednowersyjnym procesem montażu na linii w  $l$ -tym cyklu ( $l=1, \dots, L$ ) jest macierzą

$$U^1 = [u_{k,n}^1] \quad \begin{matrix} n=1, \dots, N \\ k=1, \dots, K \end{matrix} \quad (21)$$

Analogicznie jak proces montażu można sklasyfikować sterowanie procesem:

- sterowanie statyczne

Sterowanie procesem montażu nazwiemy statycznym, jeżeli jest spełniony warunek:

$$\forall 1 < l \leq L \quad U^l = U^{l-1} \quad (22)$$

- sterowanie dynamiczne

Sterowanie procesem montażu nazwiemy dynamicznym, jeżeli warunek (22) nie jest spełniony, czyli

$$\exists 1 < l \leq L \quad U^l \neq U^{l-1} \quad (23)$$



Sterowanie statyczne jest rezultatem rozwiązania problemu BLM. W dalszym ciągu rozważań przyjmijmy, że sterowanie  $U^1$  jest dane w każdym cyklu. Jednakże symulacja procesu montażu zostanie przeprowadzona przy założeniu, że sterowanie jest statyczne.

#### 4. Probabilistyczny model matematyczny procesu montażu

W oparciu o przyjęte założenia oraz definicje skonstruowany zostanie probabilistyczny model matematyczny procesu montażu. Opis procesu montażu przedstawimy w postaci równań stanu.

Rozważmy proces montażu na  $k$ -tej stacji ( $k=1, \dots, K$ ) stacji w  $l$ -tym cyklu ( $l=1, \dots, L$ ). Zatem można przyjąć, że dany jest stan

$$x_{k-1}^{l-1} \quad \begin{array}{l} l=1, \dots, L \\ k=1, \dots, K \end{array}$$

obiektu, który w  $l$ -tym cyklu będzie montowany na  $k$ -tej stacji. Na pierwszej stacji w pierwszym cyklu będzie montowany obiekt, który zostanie wprowadzony na linię przed chwilą  $t=0$ . Obiekt, który w pierwszym cyklu znajduje się na  $K+1$ -szej stacji, nie jest brany pod uwagę w analizie montażu w przedziale czasu  $[0, C]$ . Przyjmijmy, że dane jest sterowanie

$$U_k^1 \quad \begin{array}{l} l=1, \dots, L \\ k=1, \dots, K \end{array}$$

Sterowanie to ma istotne znaczenie tylko na stanowiskach pracy, a zatem założymy, że  $k=p_m$ ,  $m=1, \dots, M$ .

Przejdźcie do stanu

$$x_k^1 \quad \begin{array}{l} l=1, \dots, L \\ k=1, \dots, K \end{array}$$

wymaga wyznaczenia wszystkich współrzędnych  $x_{k,n}^1$  na podstawie danych  $x_{k-1}^{l-1}$  i  $U_k^1$ . Przypomnijmy, że dane są również: stan początkowy  $X^0$  oraz lewostronny warunek brzegowy  $X_0^1$ . Załóżmy, że współrzędne  $x_{k,n}^1$  są wyznaczone kolejno dla  $n$  od 1 do  $M$ . Zatem zgodnie z (6) najpierw wyznaczamy współrzędną  $x_{k,y}^1$  dla poprzednika  $\omega_y$ , a później  $x_{k,n}^1$  dla następnika  $\omega_n$ .

Analizując możliwość i konieczność wykonania w  $l$ -tym cyklu na  $k$ -tej stacji operacji  $\omega_n$ , bierzemy pod uwagę: współrzędną  $x_{k-1,n}^{l-1}$ , sterowanie  $U_{k,n}^1$  oraz sprawdzamy, czy zostały wykonane poprzedniki  $\omega_y$  operacji  $\omega_n$ . Mogą przy tym wystąpić sytuacje, w których operacja  $\omega_n$  nie ma poprzedników lub jej poprzedniki są wykonane lub nie wykonane. Ponadto uwzględniamy



losowy czas  $t_n$  wykonania operacji  $\omega_n$ .

Zatem wyróżniamy następujące przypadki:

I. Jeżeli operacja  $\omega_n$  została wykonana przed k-tą stacją montażową, to

$$\forall_n (x_{k-1,n}^{1-1} = 1) \Rightarrow (x_{k,n}^1 = 1) \quad (24)$$

II. Jeżeli operacja  $\omega_n$  nie została wykonana przed k-tą stacją montażową i nie ma być wykonana na k-tej stacji, to

$$\forall_n [(x_{k-1,n}^{1-1} = 0) \wedge (u_{k,n}^1 = 0)] \Rightarrow (x_{k,n}^1 = 0) \quad (25)$$

III. Jeżeli operacja  $\omega_n$  (która nie została wykonana przed k-tą stacją i ma być wykonana na k-tej stacji) nie ma bezpośrednich poprzedników - lecz chwila jej zakończenia przekracza cykl, to

$$\forall_n \forall_{y < n} [(x_{k-1,n}^{1-1} = 0) \wedge (u_{k,n}^1 = 1) \wedge (\delta_{y,n}^1 = 0) \wedge (T_{k,n-1}^1 + t_n > c)] \Rightarrow (x_{k,n}^1 = 0) \quad (26)$$

gdzie:  $T_{k,n-1}^1$  - chwila zakończenia operacji przydzielonych do k-tej stacji w l-tym cyklu przed operacją  $\omega_n$ .

IV. Jeżeli operacja  $\omega_n$  (która nie została wykonana przed k-tą stacją i ma być wykonana na k-tej stacji) nie ma bezpośrednich poprzedników i chwila jej zakończenia nie przekracza cyklu, to

$$\forall_n \forall_{y < n} [(x_{k-1,n}^{1-1} = 0) \wedge (u_{k,n}^1 = 1) \wedge (\delta_{y,n}^1 = 0) \wedge (T_{k,n-1}^1 + t_n \leq c)] \Rightarrow (x_{k,n}^1 = 1) \quad (27)$$

V. Jeżeli wszystkie bezpośrednie poprzedniki  $\omega_y$  operacji  $\omega_n$  (która nie została wykonana przed k-tą stacją i ma być wykonana na k-tej stacji) są wykonane, lecz chwila jej zakończenia przekracza cykl, to

$$\forall_n \forall_{y < n} [(x_{k-1,n}^{1-1} = 0) \wedge (u_{k,n}^1 = 1) \wedge [(\delta_{y,n}^1 = 1) \Rightarrow (x_{k,y}^1 = 1)] \wedge (T_{k,n-1}^1 + t_n > c)] \Rightarrow (x_{k,n}^1 = 0) \quad (28)$$

VI. Jeżeli wszystkie bezpośrednie poprzedniki  $\omega$ , operacji  $\omega_n$  (które nie zostały wykonane przed k-tą stacją i ma być wykonane na k-tej stacji) są wykonane i chwila jej zakończenia nie przekracza cyklu, to

$$\bigvee_n \bigvee_{\nu < n} \{ (x_{k-1, n}^{1-1} = 0) \wedge (u_{k, n}^1 = 1) \wedge [ (\delta_{\nu, n}^1 = 1) \Rightarrow (x_{k, \nu}^1 = 1) ] \wedge (T_{k, n-1}^1 + t_n \leq c) \} \Rightarrow (x_{k, n}^1 = 1) \quad (29)$$

VII. Jeżeli pewien bezpośredni poprzednik  $\omega$ , operacji  $\omega_n$  (które nie zostały wykonane przed k-tą stacją i ma być wykonane na k-tej stacji) nie został wykonany, to

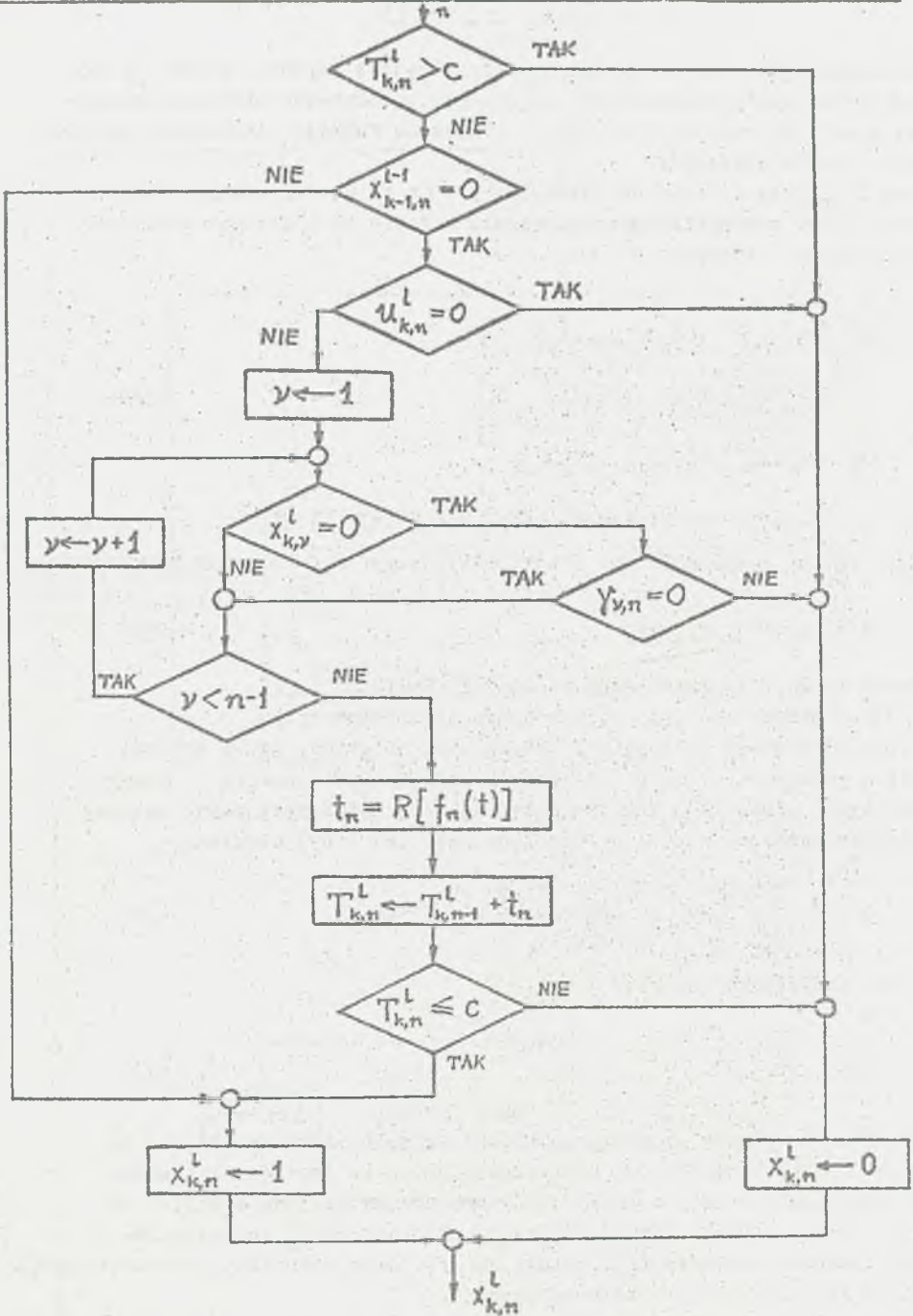
$$\bigvee_n \exists_{\nu < n} \{ (x_{k-1, n}^{1-1} = 0) \wedge (u_{k, n}^1 = 1) \wedge [ (\delta_{\nu, n}^1 = 1) \Rightarrow (x_{k, \nu}^1 = 0) ] \} \Rightarrow (x_{k, n}^1 = 0) \quad (30)$$

Warto podkreślić, że sprawdzenie wykonania bezpośrednich poprzedników operacji  $\omega_n$  odbywa się na podstawie początkowych  $n-1$  współrzędnych stanu  $X_k^1$ . Jest to istotne, ponieważ bezpośrednie poprzedniki  $\omega$ , operacji  $\omega_n$  mogą być wykonane dopiero na k-tej stacji (wówczas  $x_{k-1, \nu}^{1-1} = 0$  lecz  $x_{k, \nu}^1 = 1$ ). Z drugiej strony, jeżeli operację  $\omega$ , wykonano w  $l-1$ -szym cyklu na  $k-1$ -szej stacji (lub wcześniej), to odpowiedni detal jest również zamontowany w obiekcie, który w  $l$ -tym cyklu znajduje się na k-tej stacji (tzn. jeżeli  $x_{k-1, \nu}^{1-1} = 1$  to również  $x_{k, \nu}^1 = 1$ ).

Tak więc wyznaczając stan  $X_k^1$  korzystamy z niektórych współrzędnych tego stanu. Jednakże formuły dla wyznaczenia współrzędnych  $x_{k, n}^1$  nie są uwikłane, gdyż zawierają jedynie  $x_{k, \nu}^1$  dla  $\nu < n$ , natomiast kolejność wykonywania operacji jest zgodna z ich numeracją. Ponadto, jeżeli  $T_{k, n}^1 > c$ , to na k-tej stacji nie mogą być wykonane operacje  $\omega_r$ ,  $r > n$ .

Z warunków (24) - (30) wynika, że współrzędne stanu procesu montażu na k-tej stacji wyznaczamy z następujących równań rekurencyjnych:

$$\left. \begin{aligned} x_{k, 1}^1 &= h(x_{k-1, 1}^{1-1}, u_{k, 1}^1, t_1) \\ \dots \\ x_{k, n}^1 &= h(x_{k-1, n}^{1-1}, x_{k, 1}^1, \dots, x_{k, n-1}^1, u_{k, n}^1, t_n, T_{k, n-1}^1) \\ \dots \\ x_{k, N}^1 &= h(x_{k-1, N}^{1-1}, x_{k, N}^1, \dots, x_{k, N-1}^1, u_{k, N}^1, t_N, T_{k, N-1}^1) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$



Rys.1. Schemat blokowy wyznaczania funkcji h.  
 Fig.1. Block diagram for function h assignment.

z równań (31)  $h$  jest funkcją logiczną (dającą wartości 0 lub 1), dla której obliczenia przeprowadzone są zgodnie z schematem blokowym pokazanym na rys. 1. Na rysunku tym przez  $R$  oznaczono funkcję generowania pseudo-losowych czasów operacji.

Czasy  $T_{k,n-1}^1$  są zależne od czasów  $t_y$ ,  $y < n$  na każdej stacji. Zatem równanie stanu probabilistycznego modelu montażu na kolejnych stacjach możemy napisać w postaci:

$$\left. \begin{aligned} X_1^1 &= H_1(X_0^{1-1}, U_1^1, t_1, \dots, t_N) \\ X_k^1 &= H_k(X_{k-1}^{1-1}, U_k^1, t_1, \dots, t_N) \\ X_k^1 &= H_k(X_{k-1}^{1-1}, U_k^1, t_1, \dots, t_N) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

gdzie:  $H_k$  - funkcja transformacji stanu dla  $k$ -tej stacji.

Tak więc ogólne równanie stanu probabilistycznego modelu montażu ma postać:

$$X^1 = H(X^{1-1}, U^1, \lambda^1) \quad (33)$$

gdzie:  $H$  - funkcja transformacji stanu dla linii,

$\lambda^1$  - wektor losowych czasów operacji w 1-tym cyklu.

W trakcie montażu naliczane są efekty dla obiektów, które schodzą z linii w kolejnych cyklach. Oznaczmy przez  $q^1$  efekt montażu 1-tego obiektu (który schodzi z linii po 1-tym cyklu). Zatem przyjmując warunek montażu kompletnego (15a) oraz uwzględniając (8) i (9) otrzymamy:

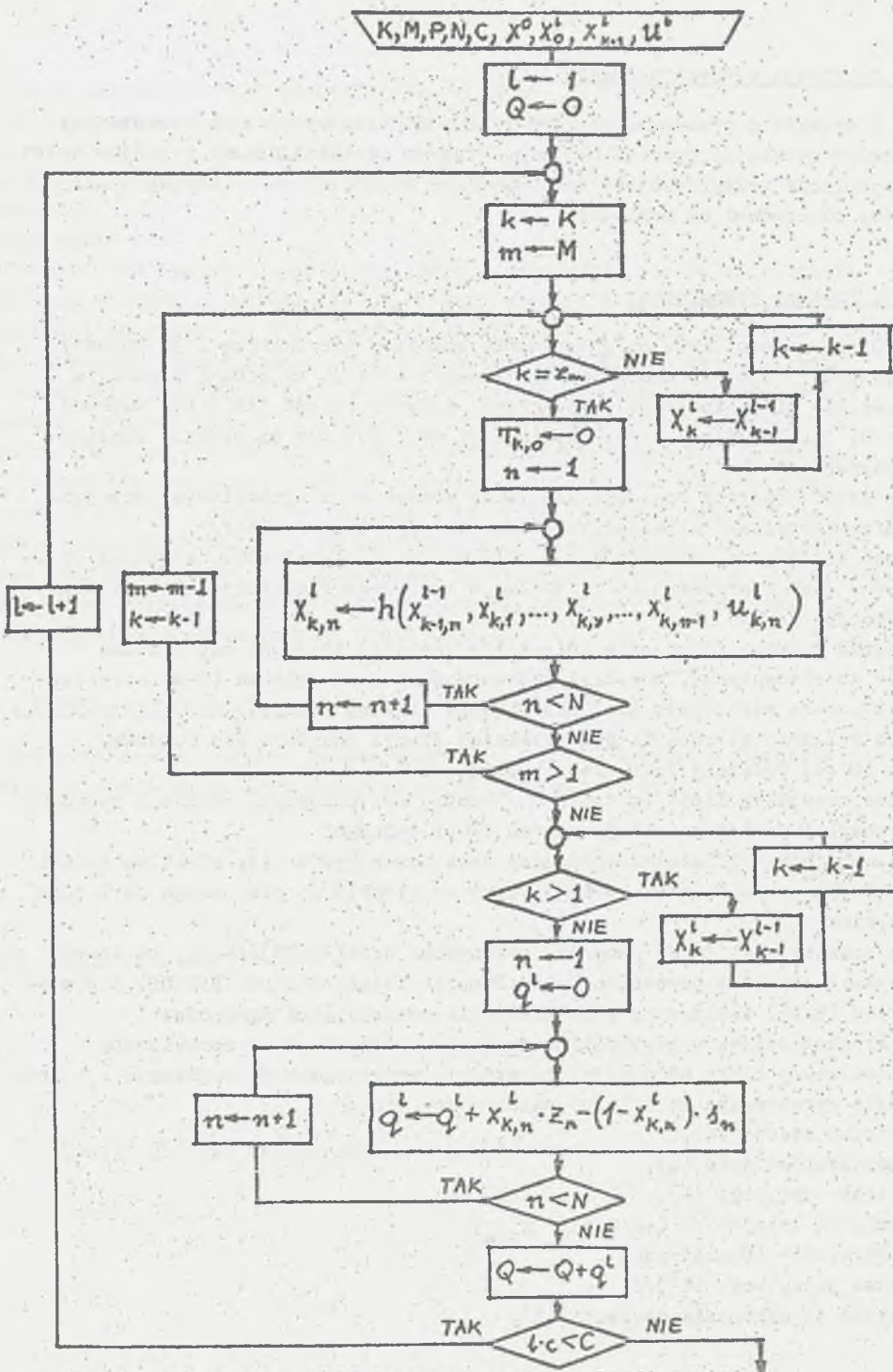
$$q^1 = \sum_{n=1}^{n=N} [x_{k,n}^1 \cdot s_n - (1 - x_{k,n}^1) \cdot s_n] \quad (34)$$

czyli dla wszystkich obiektów

$$Q = \sum_{l=1}^{l=L} q^l \quad (35)$$

Ogólny schemat blokowy programu symulacji procesu montażu pokazano na rys. 2. Na rysunku tym funkcję  $h$  przedstawiono jako procedurę. Ponadto proces symulacji montażu w 1-tym cyklu prowadzony jest od stacji  $K$  do stacji 1. W ten sposób elementy wyznaczonego wektora  $X_k^1$  są wpisywane w miejsce elementów wektora  $X_k^{1-1}$  (który już nie jest potrzebny w obliczeniach). Zmniejsza to pamięć, którą zajmuje program.





Rys.2. Ogólny schemat blokowy programu symulacji montażu.  
 Fig.2. General block diagram of assembly simulation program.

## 5. Symulacja procesu montażu

W oparciu o przedstawiony model matematyczny opracowano komputerowy program symulacji procesu montażu. Program został napisany w języku BASIC a symulację przeprowadzono na komputerze ZX SPECTRUM+. Przebieg symulacji można obserwować na monitorze.

### 5.1. Program komputerowy

Obraz na monitorze ma ograniczone rozmiary (22 wiersze i 32 kolumny). W związku z tym, aby obserwować przebieg symulacji na jednej planszy, w programie przyjęto pewne ograniczenia (liczba stacji linii nie większa niż 9, liczba operacji nie większa niż 18). Rysunek na planszy wygląda następująco:

- w drugim wierszu znajduje się linia montażowa z wyróżnionymi stacjami oraz strzałkami wskazującymi kierunek ruchu transportera;
- pod każdą stacją znajduje się kolumna (o 18 elementach), w której podawane jest sterowanie (1-na zielonym tle, 0-na fioletowym tle) na danej stacji;
- przed kolumną sterowania (dla każdej stacji) znajduje się kolumna (o 18 elementach), w której podawany jest stan obiektu (1-na czerwonym tle, 0-na niebieskim tle) wchodzącego na daną stację;
- po kolumnie sterowania dla ostatniej stacji znajduje się kolumna, w której podawany jest stan obiektu schodzącego z linii;
- pod rysunkiem linii (w trzecim wierszu) nad kolumnami stanów i sterowań podawany jest numer eksperymentu symulacyjnego;
- w ostatnim (22) wierszu podawany jest numer cyklu (1), efekt ze obiekt w 1-tym cyklu oraz efekt sumaryczny ze obiektów od pierwszego do 1-tego cyklu;

w trakcie realizacji programu wskazywane jest (FLASH) stacja, na której symulowany jest proces montażu. Ponadto zmianą koloru (BRIGHT) i dźwiękiem (BEEP) wskazywana jest aktualnie rozpatrywana operacja;

Program działa w trybie konwersacyjnym, tzn. dane są wprowadzane z klawiatury (jako odpowiedzi na pytania wyświetlane na monitorze). W programie wprowadzone są kolejno następujące dane:

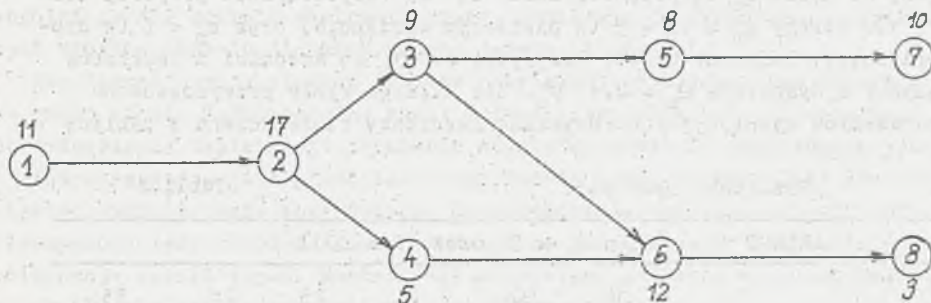
- liczba stacji (K),
- horyzont montażu (C),
- liczba operacji (N),
- releksja kolejności (elementy  $\delta_{y,n}$ ),
- sterowanie (U-statyczne),
- stan początkowy ( $X^0$ ),
- zyski ze wykonanie operacji (Z),

- straty za niewykonanie operacji (S),
- typ pracy programu (ręczny-0, lub automatyczny-1),
- liczba powtórzeń eksperymentów,
- wartości średnie i dyspersje normalnych rozkładów czasów wykonania operacji,
- czas cyklu (c).

Po wybraniu ręcznego typu pracy program zatrzymuje się po zakończeniu symulacji montażu na każdej stacji. Dalsza symulacja rozpoczyna się po ingerencji operatora (z klawiatury). Automatyczny typ pracy programu pozwala symulować proces montażu dla całego horyzontu C (z przyjętą liczbą powtórzeń eksperymentów) bez ingerencji operatora. Operator podaje w tym przypadku jedynie cykl  $c$ . W dowolnym momencie symulacji można przejść z typu ręcznego na automatyczny (lub odwrotnie). W tym celu należy wstrzymać realizację programu (BREAK) i rozkazem podstawić dla zmiennej PRAC wartość 0 lub 1. W programie przyjęto, że czasy wykonania operacji mają rozkład normalny (obcięty). Po zakończeniu symulacji dla każdego cyklu  $c$  można wyświetlić: tabelę z rezultatami (cykl, efekt średni oraz dyspersja) oraz wykres z zaznaczonym cyklem optymalnym. Rezultaty obliczeń mogą być powtórzone (poprzez instrukcję RANDOMIZE).

### 5.2. Przykład obliczeniowy

Rozważmy montaż obiektu składającego się z 6 operacji. Ograniczenia kolejnościowe i normatywne czasy operacji pokazano na rys. 3.



Rys.3. Diagram bezpośrednich poprzedników



Numerory operacji są podane w węzłach sieci a normatywne czasy operacji obok węzłów. Dla cyklu  $c=20$  rozwiązano problem BLM, otrzymując 5 stanowisk pracy oraz macierz sterowania statycznego.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Założono, że linia składa się z 5 stacji. Warunek początkowy dany jest macierzą.

$$X^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Przyjęto, że zyski  $z_n$  są proporcjonalne do  $\mathcal{V}_n$  (współczynnik proporcjonalności = 1). Straty  $s_n = z_n + 5$  (w pierwszym wariancie) oraz  $s_n = 5$  (w drugim wariancie). Horyzont  $C=200$ . Przyjęto, że  $\mathcal{V}_n$  są średnimi z rozkładów normalnych, a dyspersje  $\sigma_n^2 = 0,1 \mathcal{V}_n$ . Dla każdego cyklu przeprowadzono 5 eksperymentów symulacyjnych. Uzyskane rezultaty zamieszczono w tablicy 1.

Rezultaty symulacji

Tablica 1

	WARIANT 1 ( $s_n = z_n + 5$ oraz $C = 200$ )					
Cykl	18	20	22	25	28	33
Liczba obiektów	11	10	9	8	7	6
Efekt max	825	750	675	600	525	450
Efekt średni	-83,2	83,2	389,8	456,0	408,8	399
Dyspersja	64,7	90,6	39,0	60,1	58,2	36,2



	WARIANT 2 ( $s_n = 5$ oraz $C = 400$ )					
Cykl	18	20	22	25	28	33
Liczba obiektów	22	20	18	16	14	12
Efekt max	1650	1500	1350	1200	1050	900
Efekt średni	527,2	856,8	884,2	939,8	828,8	855,4
Dyspersja	86,9	25,1	35,1	63,1	53,5	20,3

W tabeli 1 pominięto cykle krótsze, które dają takie same liczby obiektów jak cykle uwzględnione. W ogólnym przypadku optymalne efekty uzyskuje się dla  $c > 20$  (dla  $c=20$  przeprowadzony był BLM). Otrzymane rezultaty mają duży rozrzut statystyczny, co jest związane z relacją kolejności operacji. Efekty są zależne od przyjętych współczynników ( $z_n$  oraz  $s_n$ ) i stanu początkowego.

## 6. Uwagi końcowe

Wprowadzony probabilistyczny model montażu jednowersyjnego może być uogólniony dla montażu wielowersyjnego. Umożliwi on wyznaczenie oczekiwanych efektów montażu dla konkretnych danych liczbowych.

Dla lepszej oceny efektów montażu należałoby sprawdzać stan obiektów na całej linii. Zaproponowany model matematyczny może być wykorzystany do wyznaczenia najlepszego położenia stanowisk kontroli międzyoperacyjnej.

Innym zastosowaniem przedstawionego modelu symulacyjnego jest analiza elastycznych systemów montażowych. Czas wykonania operacji przez robot przemysłowy jest również losowy (z uwagi na rozpoznawanie położenia detali, tolerancje detali itp.). Montaż jest kompletny, jednakże cykle są zależne od chwil zakończenia operacji na wszystkich stacjach.

Przedstawiony program komputerowy ma pewne znaczenie dydaktyczne. Pozwala łatwo pokazać efekty: montażu niekompletnego (lawinowo powstające usterki), zmienności rozkładów czasów operacji, zmiany cykli itp.

## LITERATURA

- 1) Assembly Automation, International Conference organized by FIS, Paris, France, 1985.
2. Automatyzacja dyskretnych procesów przemysłowych, I, II, III i IV Krajowa Konferencja, Instytut Automatyki, Politechnika Śląska, 1978, 1980, 1982, 1984.
3. Kowalski H. i inni: Automatyzacja dyskretnych procesów przemysłowych, WNT, Warszawa 1985.
4. Marecki F.: Modelowanie symulacyjne linii montażowej samochodu zaokrąglenia, Informatyka No. 7-8, 1975, ss. 25-28.
5. Marecki F.: Simulation Model of the Assembly Line, SIMULA'80, HAS, Budapest 1980.
6. Marecki F.: Modelowanie cyfrowe procesu montażu silnika samochodu FIAT 126p., Konferencja nt.: "Zastosowania komputerów w przemyśle", NOT, Szczecin 1978, t.4, ss.29-42.
7. Marecki F.: Symulacja cyfrowa przejściowego procesu montażu na linii, VIII KKA, Szczecin, 1980, t.I.

Recenzent: Doc.dr h.inż.Konrad Wala

Wpłynęło do Redakcji do 1986.04.30

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИМУЛЯЦИЯ ОДНОВЕРСИОННОГО МОНТАЖНОГО ПРОЦЕССА

### Резюме

В работе показана математическая модель одноверсионного монтажного процесса. Модель учитывает случайные времена операций. Симуляция процесса даёт возможность определить наилучшие эффекты монтажа.

### MODELING AND SIMULATION OF SINGLE VERSION ASSEMBLY PROCESS

### Summary

A mathematical model of single version assembly process has been presented. The model takes into account random operation intervals. The assembly process simulation enables finding the best assembly effects.

Fig 1. Block diagram for function h-assignment

Fig 2. General block diagram of assembly simulation program.