

Magdalena Torońska-Luczyńska

Elżbieta Zielińska-Król

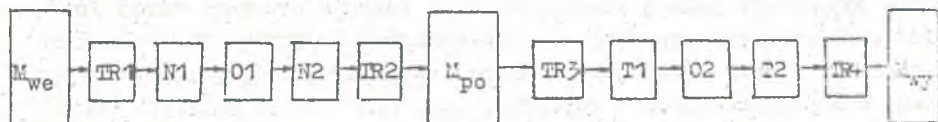
Politechnika Śląska

## HARMONOGRAMOWANIE PRACY SUWNIC W PROCESIE WYTWARZANIA OSI \*

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono zagadnienie wyznaczania optymalnego sterowania suwnicami w procesie wytwarzania osi do zestawów kołowych wagonów kolejowych. Podano model matematyczny procesu, sformułowano zadanie harmonogramowania pracy suwnic dla zmiany roboczej. Pokazano zarys konstrukcji algorytmu wyznaczania optymalnego harmonogramu produkcji, stanowiącego podstawy optymalnego sterowania suwnicami podczas zmiany roboczej.

## 1. Wstęp

Praca dotyczy problemu sterowania suwnicami w procesie produkcji osi do zestawów kołowych wagonów kolejowych. Na rys.1 przedstawiono cykl wytwórczy pojedynczej osi, a na rys.2-schemat oddziały produkcyjnego osi zestawów kolejowych.

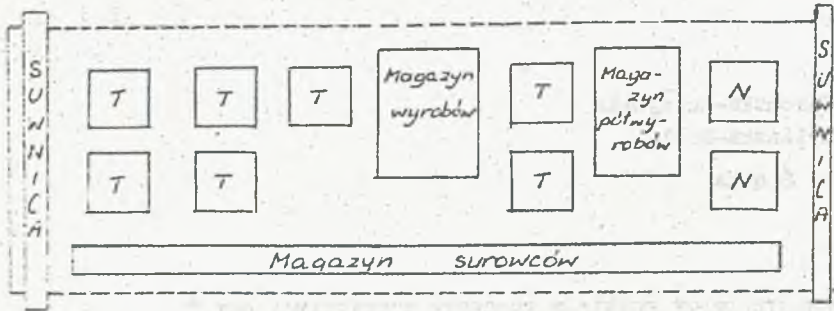


Rys.1. Schemat cyklu wytwarzania osi.

Fig.1. Diagram of axis manufacturing cycle.

**Oznaczenia:**  $M_{we}$  - magazyn surowców /odkuwek/,  $M_{po}$  - magazyn półwyrobów,  $M_{wy}$  - magazyn wyrobów, TR1 - operacja transportu osi /a dokładnie odkuwki przeznaczonej na oś/ z magazynu surowców  $M_s$  na nakiełczarkę, N1 - operacja nakiełkowania osi z jednego końca, O1 - operacja obrotu osi o  $180^\circ$ , N2 - operacja nakiełkowania osi z drugiego końca, TR2 - operacja transportu osi z nakiełczarki do magazynu półwyrobów  $M_p$ , TR3 - operacja transportu osi z magazynu półwyrobów na tokarkę, T1 - operacja toczenia osi z jednego końca, O2 - operacja obrotu osi o  $180^\circ$ , T2 - operacja toczenia osi z drugiego końca, TR4 - operacja transportu osi z tokarki do magazynu wyrobów.

\* Praca była częściowo finansowana przez RP.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacja ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych".



Oznaczenia: N - nakiełczarka, T - tokarka, — — — tor poruszania się suwnic

Fig. 2. Schemat oddziału produkcyjnego osi zestawów kolejowych.

Fig. 2. A scheme of production department of railway complexes axis.

Odkuwki /surowce/ są magazynowane wzdłuż hali produkcyjnej. W pierwszej kolejności za pomocą jednej z suwnic każda odkuwka jest przewożona na jedną z dwóch nakiełczarek /operacja TR1/. Po wykonaniu operacji nakiełkowania z jednej strony /operacja N1/ suwnica obraca odkuwkę i składa na tę samą nakiełczarkę /operacja O1/. Po nakiełkowaniu osi z drugiej strony /operacja N2/ suwnica przenosi os do magazynu półwyrobów /operacja TR2/. Z tego magazynu /również suwnicą/ przenosi się os na jedną z siedmiu tokarek /operacja TR3/. Toczenie, podobnie jak nakiełkowanie odbywa się najpierw z jednej /operacja T1/ a potem z drugiej strony /operacja T2/ z obrotem osi /operacja O2/ po wykonaniu operacji T1. Po zakończeniu toczenia gotowy wyrób jest transportowany suwnicą /operacja TR4/ do jednego z magazynów wyrobów gotowych.

Podstawowym problemem sterowania w procesie produkcji osi jest problem sterowania suwnicami. Ze względu na ciężar odkuwek suwnice są wykorzystywane przy wykonywaniu większości operacji. Niewielka liczba suwnic, a także jeden wspólny tor ich poruszania się powodują, że suwnice nie nadążają z obsługą agregatów /tokarek i nakiełczarek/. Prowadzi to do przestoju agregatów powodowanych oczekiwaniem na suwnicę. Realizowane obecnie sterowanie suwnicami jest mało skuteczne i nie zapewnia minimalizacji czasu przestoju agregatów.

W niniejszej pracy rozważa się możliwość rozwiązania omawianego problemu optymalizacji jako problemu wyznaczania optymalnego harmonogramu produkcji w procesie dyskretnym, w którym suwnice traktuje się jako zasoby odnawialne i rozproszone.

2. Model matematyczny

2.1 Założenia

W wyniku identyfikacji procesu wytwarzania osi określono następujące parametry i ograniczenia istotne dla problemu harmonogramowania produkcji:

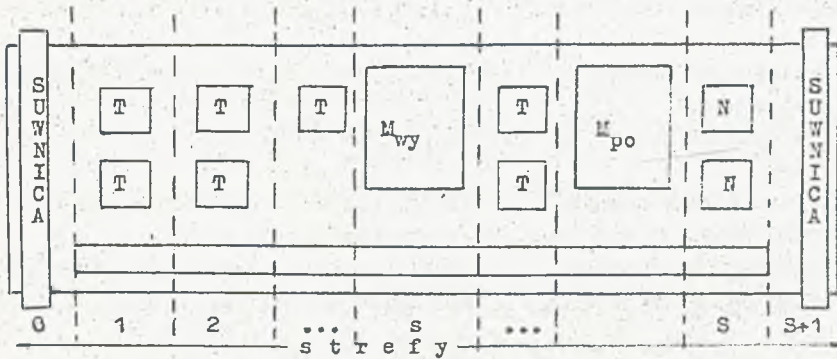
Dany jest zbiór

$$\bar{A} = A \cup \{0, S+1\}$$

stref, na które podzielono halę produkcyjną. Obejmuje on podzbiór

$$A = \{1, \dots, s, \dots, S\}$$

stref czynnych, w których są usytuowane agregaty /nakiełczarki, tokarki/ lub magazyny oraz dwie strefy martwe o numerach 0 i S+1, oznaczające miejsca poza halą, odpowiednio z lewej i prawej strony, gdzie mogą znajdować się suwnice. Podział hali na strefy przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Podział hali na strefy.

Fig.3. Division of the hall into zones

Wprowadzenie stref pozwala w szczególności na przedstawienie magazynu surowców w postaci S magazynów elementarnych, po jednym w każdej strefie. Zbiór tych magazynów oznacza się przez:

$$M_{ve} = \{m_s\} \quad s=1, S$$

Dane są zbiory nakiełczarek i tokarek oznaczane odpowiednio:

$$N = \{1, \dots, n, \dots, N\};$$

$$O = \{1, \dots, o, \dots, O\}.$$

Dany jest zbiór suwnic  $\mathcal{L} = \{1, 2\}$ .

Zakłada się, że znane są następujące parametry procesu:

- a/ usytuowanie nakiełczarek w hali:  $u_n / n=1, N/$ , gdzie:  $u_n \in A$  - numer strefy czynnej, w której znajduje się n-ta nakiełczarka;
- b/ usytuowanie tokarek w hali:  $\bar{o}_o / o=1, O/$ , gdzie  $\bar{o}_o \in A$  - numer strefy czynnej, w której znajduje się o-ta tokarka;



- c/ usytuowanie magazynu półwyrobów i wyrobów  $u_{po}$ ,  $u_{wy}$ , gdzie  $u_{po} \in S$  i  $u_{wy} \in S$  - numery stref czynnych, w których znajdują się odpowiednio magazyn półwyrobów i wyrobów;
- d/ czasy transportu międzystrefowego:  $t_{s',s}^1 / s' = \overline{0, S+1}$ ;  $s = \overline{0, S+1}$ ;  $l = \overline{1, L}$ , gdzie  $t_{s',s}^1$  - czas przejazdu l-tej suwnicy między strefami  $s'$  i  $s$ ;
- e/ czasy jednostkowe nakiełkowania jednostronnego  $\bar{v}_n / n = \overline{1, N}$ , gdzie  $\bar{v}_n$  - czas wykonania na n-tej nakiełczarce operacji nakiełkowania jednego końca osi;
- f/ czasy jednostkowe toczenia jednostronnego  $\bar{v}_0 / o = \overline{1, O}$ , gdzie  $\bar{v}_0$  - czas wykonania na o-tej tokarce operacji toczenia jednego końca osi;
- g/ czas  $K$  - obrotu osi na nakiełczarce i czas  $\bar{n}$  - obrotu osi na tokarce.

Znane są następujące informacje o procesie w chwili rozpoczęcia kolejnej zmiany roboczej:

- a/ chwile dostępności nakiełczarek  $\bar{q}_n / n = \overline{1, N}$ , gdzie  $\bar{q}_n$  - chwila dostępności n-tej nakiełczarki;
- b/ chwile dostępności tokarek  $\bar{q}_0 / o = \overline{1, O}$ , gdzie  $\bar{q}_0$  - chwila dostępności o-tej tokarki;
- c/ chwile dostępności suwnic  $\bar{q}_1 / l = \overline{1, L}$ , gdzie  $\bar{q}_1$  - chwila dostępności l-tej suwnicy;
- d/ położenie początkowe suwnic  $\pi_1 / l = \overline{1, L}$ , gdzie  $\pi_1 \in \bar{J}$  - numer strefy, w której znajduje się l-ta suwnica w chwili  $\bar{q}_1$ ;
- e/ stan początkowy nakiełczarek  $x_n / n = \overline{1, N}$ , gdzie  $x_n$  - stan n-tej nakiełczarki w chwili jej dostępności  $\bar{q}_n$ , zdefiniowany następująco:

$$x_n = \begin{cases} 1 & ; \text{jeśli nakiełczarka jest pusta,} \\ 2 & ; \text{jeśli na nakiełczarce znajduje się oś nakiełkowana z jednej strony,} \\ 3 & ; \text{jeśli na nakiełczarce znajduje się oś nakiełkowana z obu stron} \end{cases}$$

- f/ stan początkowy tokarek  $\bar{x}_0 / o = \overline{1, O}$ , gdzie  $\bar{x}_0$  - stan o-tej tokarki w chwili jej dostępności  $\bar{q}_0$  zdefiniowany analogicznie jak stan początkowy nakiełczarek;
- g/ pojemności początkowe magazynów wejściowych  $\alpha_s / s = \overline{1, S}$ , gdzie  $\alpha_s$  - liczba osi znajdujących się w s-tym magazynie surowców na początku zmiany roboczej;
- h/ pojemność początkowa magazynu pośredniego  $\bar{\alpha}$  - określająca liczbę osi znajdujących się w tym magazynie na początku zmiany roboczej;
- i/ okres harmonogramowania  $T_h$  - równy czasowi jednej zmiany roboczej.

Prawidłowy przebieg procesu wymaga spełnienia następujących założeń i ograniczeń:

- a/ w każdej chwili na agregacie może znajdować się co najwyżej jedna oś;
- b/ w każdej chwili suwnica może realizować transport lub obrót tylko jednej osi;

- c/ operacje transportu TR1 i TR3 muszą się rozpocząć w takiej chwili, aby natychmiast po ich zakończeniu można było rozpocząć operacje N1 i T1;
- d/ operacje O1, N2 i O2, T2 są wykonywane parami bezpośrednio po sobie, tzn. rozpoczęcie operacji N2 następuje natychmiast po zakończeniu O1, a rozpoczęcie operacji T2 - po operacji O2;
- e/ operacje O1 i O2 są wykonywane przez suwnicę natychmiast po przybyciu suwnicy do agregatu;
- f/ wykonywanie poszczególnych operacji nie może być przerwane.

## 2.2 Zadanie harmonogramowania

Z analizy procesu produkcji osi podczas jednej zmiany roboczej wynika, że jest to proces dyskretny o strukturze szeregowo-równoległej z powtórzeniami, dla którego problem harmonogramowania produkcji można sformułować następująco:

Zakładając, że

- znane są parametry procesu podane w p.2.1,
- znany jest zbiór zadań przewidzianych do wykonania podczas zmiany roboczej  $\Omega = \{\omega_r\} / r=1, R /$ , gdzie  $\omega_r$  - r-te zadanie stanowiące zespół operacji cyklu wytwórczego r-tej osi

należy wyznaczyć taki harmonogram realizacji zadań, który zapewnia minimalizację czasu przestoju agregatów. Postać takiego harmonogramu H może być następująca:

$$H = \{m_r, n_r, (l_{n,r}^1, \xi_{n,r}^1, t_{n,r}^1)_{i=1,3}, o_r, (l_{o,r}^1, \xi_{o,r}^1, t_{o,r}^1)_{i=1,3}\}_{r=1,R}$$

gdzie:  $m_r$  - numer magazynu surowców, w którym znajduje się r-ta oś,

$n_r$  - numer nakiełczarki, przeznaczonej do wykonania operacji N1 i N2 na r-tej osi,

$l_{n,r}^1$  - numer suwnicy, którą przydzielono do transportu r-tej osi z magazynu surowców na n-tą nakiełczarkę /operacja TR1/,

$\xi_{n,r}^1$  - chwila rozpoczęcia operacji nakiełkowania N1 r-tej osi na n-tej nakiełczarce, równa chwili zwolnienia suwnicy  $l_{n,r}^1$ ,

$t_{n,r}^1$  - chwila zakończenia operacji nakiełkowania N1 r-tej osi na n-tej nakiełczarce,

$l_{n,r}^2$  - numer suwnicy, którą przydzielono do wykonania operacji O1 na r-tej osi, tzn. obrotu r-tej osi umieszczonej na n-tej nakiełczarce,

$\xi_{n,r}^2$  - chwila rozpoczęcia operacji N2 r-tej osi na n-tej nakiełczarce, równa chwili zwolnienia suwnicy  $l_{n,r}^2$ ,

$t_{n,r}^2$  - chwila zakończenia operacji N2 r-tej osi na n-tej nakiełczarce,

- $l_{n,r}^3$  - numer suwnicy przeznaczonej do wykonania operacji TR2 - transportu r-tej osi z n-tej nakiełczarki do magazynu półwyrobów,  
 $\vartheta_{n,r}^3$  - chwila rozpoczęcia operacji TR2. równa chwili zwolnienia n-tej nakiełczarki,  
 $t_{n,r}^3$  - chwila zakończenia operacji TR2,  
 $o_r$  - numer tokarki przeznaczonej do wykonania operacji T1 i T2 na r-tej osi,  
 $l_{o,r}^1$  - numer suwnicy, którą przydzielono do transportu r-tej osi z magazynu półwyrobów na o-tą tokarkę /tj. do wykonania operacji TR3/,  
 $\vartheta_{o,r}^1, t_{o,r}^1$  - chwile rozpoczęcia i zakończenia operacji toczenia T1 na o-tej tokarce r-tej osi,  $\vartheta_{o,r}^1$  jest równa chwili zwolnienia suwnicy  $l_{o,r}^1$ ,  
 $l_{o,r}^2$  - numer suwnicy przydzielonej do obrotu r-tej osi /operacja O2/ na o-tej tokarce,  
 $\vartheta_{o,r}^2, t_{o,r}^2$  - chwile rozpoczęcia i zakończenia operacji toczenia T2 na o-tej tokarce r-tej osi,  $\vartheta_{o,r}^2$  jest równa chwili zwolnienia suwnicy  $l_{o,r}^2$ ,  
 $l_{o,r}^3$  - numer suwnicy przeznaczonej do wykonania operacji TR4 r-tej osi /transport r-tej osi z o-tej tokarki do magazynu końcowego/,  
 $\vartheta_{o,r}^3, t_{o,r}^3$  - chwile rozpoczęcia i zakończenia operacji TR4, chwila  $\vartheta_{o,r}^3$  jest równa chwili zwolnienia o-tej tokarki.

Na podstawie harmonogramu H można wyznaczyć harmonogram pracy suwnic np. w postaci:

$$HS = (HS^1)_{l=1, L} = ((\beta_k^1, r_k^1, \vartheta_k^1, t_k^1, \vartheta_k^1, q_k^1)_{k=1, K^1})_{l=1, L},$$

gdzie:  $HS^1$  - harmonogram pracy l-tej suwnicy,

$k$  - indeks kolejnego działania suwnicy,

$K^1$  - liczba działań l-tej suwnicy w okresie harmonogramowania,

$\beta_k^1$  - numer operacji wykonywanej przez l-tą suwnicę podczas k-tego jej działania,

**Uwaga:** W procesie wytwarzania osi można wskazać osiem różnych czynności wykonywanych przez suwnice:

- podjazd suwnicy na skraj hali do martwej strefy / $\beta=0$ /,
- podjazd suwnicy do jednego z magazynów surowców i pobranie osi / $\beta=1$ /,
- przejazd suwnicy z osią do jednej z nakiełczarek i wyładowanie osi / $\beta=2$ /,
- dojazd do nakiełczarki i obrót osi / $\beta=3$ /,



- podjazd do nakiełczarki, zdjęcie osi, przejazd do magazynu półwyrobów i złożenie osi /  $\beta=4$ /,
- podjazd do magazynu półwyrobów, pobranie osi, przejazd do jednej z tokarek i złożenie osi /  $\beta=5$ /,
- podjazd do tokarki i obrót osi /  $\beta=6$ /,
- podjazd do tokarki, zdjęcie osi, przewóz do magazynu wyrobów i wyładowanie osi /  $\beta=7$ /.

W nawiasach podano numery operacji.

$r_k^1$  - numer osi, dla której jest wykonywana operacja  $o_k^1$ ,

$s_k^1$  - chwila rozpoczęcia operacji  $o_k^1$ ,

$t_k^1$  - chwila zakończenia operacji  $o_k^1$ ,

$g_k^1$  - miejsce /nr strefy/, z którego wyrusza suwnica w celu wykonania operacji  $o_k^1$ ,

$q_k^1$  - miejsce /nr strefy/, w którym pozostaje suwnica po wykonaniu operacji  $o_k^1$ .

Bardziej dokładna analiza procesu wytwarzania osi wskazuje, że problem harmonogramowania można sformułować w sposób umożliwiający zmniejszenie rozmiaru tego zagadnienia. Wprowadzona zmiana polega na tym, że problem harmonogramowania formułuje się bez wprowadzania explicité do modelu zbioru  $\Omega$ , tzn. zbioru zadań przewidzianych do wykonania podczas zmiany roboczej /reprezentowanych przez numery osi, które w trakcie zmiany należy wykonać/. Uwzględnia się natomiast w modelu zbiór dopuszczalnych operacji dla suwnic / $\beta = \{0, 1, \dots, \beta, \dots, 8\}$ / oraz przyjmuje, że:

- możliwości produkcyjne podczas zmiany roboczej są zdeterminowane zawartością magazynów surowców i półwyrobów na początku zmiany,
- kryterium optymalizacji jest minimalizacja czasu przestoju agregatów podczas zmiany roboczej.

Po uwzględnieniu powyższego sterowanie procesem można rozważać jako przydzielanie operacji ze zbioru  $\Omega$  konkretnym suwnicom, magazynom i agregatom oraz ustalenie ich kolejności. Podczas zmiany roboczej poszczególne operacje mogą być wykonywane wielokrotnie. Rozwiązanie problemu optymalizacji jest wówczas możliwe przez bezpośrednie wyznaczanie harmonogramu NS sterowania suwnicami, spełniającego ograniczenia procesu i optymalnego w sensie przyjętego kryterium. Postać harmonogramu NS jest identyczna jak zdefiniowana uprzednio.

### 3. Idea rozwiązania

Do rozwiązania sformułowanego w p.2 problemu zaproponowano algorytm programowania wieloetapowego [1].

Przyjęto następujące określenie stanu i wartości stanu:

Stanem procesu decyzyjnego nazywa się macierz

$$P^{\lambda, \eta} = [p_{k,m,l}] \quad \begin{matrix} k=1, K \\ m=1, M \\ l=1, L \end{matrix} \quad \begin{matrix} \eta = 0, E \\ \lambda = 1, L, \eta \end{matrix}$$

gdzie:  $\eta$  - numer etapu decyzyjnego,  $\lambda$  - numer stanu w ramach etapu.

Elementy macierzy stanu określone są następująco:

$$P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} = \begin{cases} \text{numer operacji wykonywanej jako } k\text{-ta w kolejności} \\ \text{czynność } l\text{-tej suwnicy, jeżeli w stanie} \\ P^{\lambda, \eta} \text{ } l\text{-ta suwnica wykonała już } k\text{-tą czynność,} \\ 0, \text{ jeżeli liczba operacji wykonanych w stanie } P^{\lambda, \eta} \\ \text{przez } l\text{-tą suwnicę jest mniejsza od } k \end{cases}$$

$$P_{k,2,1}^{\lambda, \eta} = \begin{cases} \text{chwila rozpoczęcia operacji } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta}, \text{ jeżeli } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} > 0, \\ 0, \text{ jeżeli } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} = 0 \end{cases}$$

$$P_{k,3,1}^{\lambda, \eta} = \begin{cases} \text{chwila zakończenia operacji } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta}, \text{ jeżeli } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} > 0, \\ 0, \text{ jeżeli } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} = 0 \end{cases}$$

$$P_{k,4,1}^{\lambda, \eta} = \begin{cases} \text{numer nakiełczarki, którą obsługuje } l\text{-ta suwnica} \\ \text{wykonująca operację } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta}, \text{ jeżeli } 2 \leq P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} \leq 4; \\ \text{numer tokarki, którą obsługuje } l\text{-ta suwnica wykonują-} \\ \text{ca operację } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta}, \text{ jeżeli } 5 \leq P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} < 7; \\ \text{numer magazynu wejściowego, jeżeli } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} = 1; \\ 0, \text{ jeżeli } P_{k,1,1}^{\lambda, \eta} = 0 \end{cases}$$

Stan początkowy  $P^{1,0}$  ma wszystkie elementy zerowe. Stany końcowe są to stany  $P^{\lambda, \eta}$ , dla których spełniony jest warunek wykonania produkcji zmianowej, tzn. dla których nie jest możliwe wykonanie żadnej operacji w taki sposób, aby nie został przekroczony czas końca zmiany.

Wartością stanu  $V^{\lambda, \eta}$  nazywa się wielkość określającą czas przestoju agregatów spowodowanego oczekiwaniem na suwnicę w stanie  $P^{\lambda, \eta}$ .

Wartość stanu wygodnie jest wyznaczać z zależności rekurencyjnej, która zostanie określona w dalszej części pracy.

Generowanie stanów odbywa się według osmiu procedur odpowiadających poszczególnym operacjom ze zbioru  $\mathcal{D}$ . Z każdego stanu generuje się stany według każdej z procedur. Ze względu na to, że nie jest możliwe omówienie w niniejszej pracy wszystkich procedur, poniżej zostanie przedstawiona analiza jednej z nich. Jest to procedura, która dotyczy wykonania operacji  $\beta = 4$ , tzn. operacji podjazdu suwnicy do nakiełczarki, zdjęcia osi i przewozu tej osi do magazynu półwyrobów.



Niech jest dany stan  $P^{\lambda, \eta-1}$ . W stanie tym można wykonać operację  $\beta = 4$  za pomocą każdej takiej suwnicy i względem takiej  $n$ -tej nakiełczarki, dla których są spełnione następujące warunki:

1/ operacja  $\beta = 4$  dotyczy nakiełczarki, na której /w stanie  $P^{\lambda, \eta-1}$ / znajduje się os oczekująca na transport do magazynu półwyrobów, tzn.:

$$x_n^{\lambda, \eta-1} = 3$$

gdzie

$$x_n^{\lambda, \eta-1} = \begin{cases} p_{k^*, 1, 1}^{\lambda, \eta-1}, & \text{jeżeli } \exists_{k, 1} p_{k, 1, 1}^{\lambda, \eta-1} = n \\ x_n, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

przy czym  $k^*$  i  $l^*$  spełniają warunek

$$p_{k^*, 3, 1}^{\lambda, \eta-1} = \max_{l=1, L} \max_{k \in K_{l, n}^{\lambda, \eta-1}} p_{k, 3, 1}^{\lambda, \eta-1}$$

$$K_{1, n}^{\lambda, \eta-1} = \{ k \in K^1 : (p_{k, 4, 1}^{\lambda, \eta-1} = n) \wedge (0 < p_{j, 1}^{\lambda, \eta-1} \leq 4) \}$$

2/ operacja  $\beta = 4$  jest wykonywana przez suwnicę nie zablokowaną, tzn. operację  $\beta = 4$  można wykonać suwnicą  $l=1$ , jeżeli w stanie  $P^{\lambda, \eta-1}$  suwnica  $l=2$  nie jest usytuowana pomiędzy suwnicą  $l=1$ ,  $n$ -tą nakiełczarką i magazynem półwyrobów. Warunek ten można zapisać następująco:

$$u_2^{\lambda, \eta-1} > \max(u_n, u_{p_0})$$

gdzie:  $u_2^{\lambda, \eta-1}$  - numer strefy, w której znajduje się suwnica  $l=2$  w stanie  $P^{\lambda, \eta-1}$

$$u_2^{\lambda, \eta-1} = \begin{cases} p_{k^{\text{***}}, 4, 2}^{\lambda, \eta-1}, & \text{jeżeli } \exists_k p_{k, 4, 2}^{\lambda, \eta-1} \neq 0 \\ \pi_2, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

przy czym  $k^{\text{***}}$  spełnia warunek

$$(p_{k^{\text{***}}, 1, 2}^{\lambda, \eta-1} \neq 0) \wedge (p_{k^{\text{***}}+1, 1, 2}^{\lambda, \eta-1} = 0)$$

3/ chwila zakończenia wykonywania operacji  $\beta = 4$  nie przekracza okresu harmonogramowania, tzn., jeżeli jest spełniony warunek

$$t_{n, 1}^4 \leq T_n$$

gdzie:  $t_{n, 1}^4$  - chwila zakończenia wykonywania operacji  $\beta = 4$  przy użyciu  $l$ -tej suwnicy dla  $n$ -tej nakiełczarki.

Sposób wyznaczenia tej chwili zostanie podany w dalszej części pracy.

Spełnienie warunków 1/ - 3/ oznacza, że ze stanu  $P^{\lambda, \eta-1}$  można wygenerować stan  $P^{\beta, \eta}$  kolejnego etapu decyzyjnego, wykonując operację  $\beta=4$  dla  $n$ -tej nakiełczarki za pomocą 1-tej suwnicy. Stan  $P^{\beta, \eta}$  wyznacza się w oparciu o następującą zależność:

$$P^{\beta, \eta} = P^{\lambda, \eta-1} + \Delta P(\lambda, \eta-1, \beta=4, n, 1)$$

gdzie:  $\Delta P(\lambda, \eta-1, \beta=4, n, 1)$  - macierz przyrostu. Jest to macierz zbudowana identycznie jak macierz stanu, ale zawierająca tylko jeden niezerowy wiersz odnoszący się do wykonywanej operacji, tj.:

$$\Delta P(\lambda, \eta-1, \beta=4, n, 1) = [\Delta p_{k', m', l'}] \quad \begin{matrix} k' = \overline{1, K} \\ m = \overline{1, 4} \\ l = \overline{1, L} \end{matrix}$$

Elementy macierzy przyrostu są określone następująco:

$$\Delta p_{k', 1, 1'} = \begin{cases} \beta=4, & \text{jeżeli } k'=k \text{ i } l'=1 \\ 0, & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

$$\Delta p_{k', 2, 1'} = \begin{cases} \varrho_{n, 1}^{\beta}, & \text{jeżeli } k'=k, l'=1 \\ 0, & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

$$\Delta p_{k', 3, 1'} = \begin{cases} t_{n, 1}^{\beta}, & \text{jeżeli } k'=k, l'=1 \\ 0, & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

$$\Delta p_{k', 4, 1'} = \begin{cases} n, & \text{jeżeli } k'=k, l'=1 \\ 0, & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

Wiersz o elementach niezerowych występuje w 1-tym płacie macierzy przyrostu, a jego numer łatwo jest określić uwzględniając, że musi on spełnić zależność

$$(p_{k', 1, 1'}^{\lambda, \eta-1} \neq 0) \wedge (p_{k', 1, 1'}^{\lambda, \eta-1} = 0)$$

Chwilę  $\varrho_{n, 1}^{\beta}$  rozpoczęcia wykonywania operacji  $\beta=4$  za pomocą 1-tej suwnicy dla  $n$ -tej nakiełczarki wyznacza się ze wzoru:

$$\varrho_{n, 1}^{\beta} = \max(D_2^{\lambda, \eta-1} + \tau_{u_2^{\lambda, \eta-1}, u_n}^1; \tau_n^{\lambda, \eta-1}) - \tau_{u_2^{\lambda, \eta-1}, u_n}^1$$

gdzie:  $D_1^{\lambda, \eta-1}$  - chwila dostępności 1-tej suwnicy w stanie  $P^{\lambda, \eta-1}$

$$D_1^{\lambda, \eta-1} = \begin{cases} p_{k^{\#}, 3, 1}^{\lambda, \eta-1} = \max_{k=1, \dots, \lambda} p_{k, 3, 1}^{\lambda, \eta-1}, & \text{jeżeli } \exists_k p_{k, 1, 1}^{\lambda, \eta-1} > 0 \\ \varphi_1, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases}$$

$\tau_{u_1^{\lambda, \eta-1}, u_n}^1$  - czas przejazdu 1-tej suwnicy ze strefy  $u_1^{\lambda, \eta-1}$ , w której znajduje się ta suwnica w stanie  $P^{\lambda, \eta-1}$  do n-tej nakiełczarki

$$u_1^{\lambda, \eta-1} = \begin{cases} p_{k^{\#}, 4, 1}^{\lambda, \eta-1}, & \text{jeżeli } \exists_k p_{k, 1, 1}^{\lambda, \eta-1} > 0 \\ \varphi_1, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

$T_n^{\lambda, \eta-1}$  - chwila zakończenia obróbki osi na n-tej nakiełczarce

$$T_n^{\lambda, \eta-1} = \begin{cases} p_{k^{\#}, 3, 1}^{\lambda, \eta-1} + v_n, & \exists_{k, 1} p_{k, 4, 1}^{\lambda, \eta-1} = n \\ \varphi_n, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

przy czym  $k^{\#}$  i  $l^{\#}$  - określone są analogicznie jak dla warunku 1/.

Chwilę  $t_{n, 1}^{\beta}$  - zakończenia wykonywania operacji  $\beta=4$  za pomocą 1-tej suwnicy dla n-tej nakiełczarki wyznacza się ze wzoru:

$$t_{n, 1}^{\beta} = \beta_{n, 1}^{\beta} + \tau_{u_1^{\lambda, \eta-1}, u_n}^1 + \tau_{u_n, u_{po}}^1$$

Przy okazji wyznaczania stanu  $P^{\xi, \eta}$  można wyznaczyć wartość  $V^{\xi, \eta}$  tego stanu. W tym celu korzysta się z reguły:

$$\begin{aligned} V^{\xi, \eta} &= V^{\lambda, \eta-1} + \Delta V \\ V^{1, 0} &= 0 \end{aligned}$$

gdzie:

$$\Delta V = \begin{cases} 0, & \text{jeżeli } T_n^{\lambda, \eta-1} \geq D_1^{\lambda, \eta-1} + \tau_{u_1^{\lambda, \eta-1}, u_n}^1 \\ D_1^{\lambda, \eta-1} + \tau_{u_1^{\lambda, \eta-1}, u_n}^1, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$



#### 4. Uwagi końcowe

Przy rozwiązywaniu problemów harmonogramowania produkcji w procesach dyskretnych stosuje się zazwyczaj model matematyczny utworzony w oparciu o jawnie zdefiniowany zbiór zadań /operacji, obiektów/, które należy wykonać w okresie harmonogramowania. Dla problemu prezentowanego w niniejszym referacie można było również utworzyć tego typu model. W tym celu wystarczyłoby odpowiednio ponumerować osie i uwzględnić w modelu zbiór numerów osi przewidzianych do wytworzenia podczas zmiany roboczej. Podejście takie jest jednak znacznie mniej korzystne od proponowanego w pracy. Przedstawione w pracy podejście umożliwia: a/ znaczne zmniejszenie rozmiaru problemu w stosunku do modelu uwzględniającego zbiór zadań; b/ znaczne zmniejszenie zależności rozmiaru problemu od liczebności zbioru zadań.

Omówioną w pracy koncepcję algorytmu rozwiązania problemu sterowania suwnicami wykorzystano w pracy [2] zawierającej między innymi kompletny algorytm rozwiązania zadania, program i wyniki obliczeń dla przykładowo wybranego procesu.

#### LITERATURA

- [1] Marecki F.: Metoda programowania wieloetapowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, nr 74, Gliwice 1984.
- [2] Juroszek J.: Projekt optymalizowanego harmonogramu sterowania procesem hutniczym z uwzględnieniem transportu suwnicami /na przykładzie Wydziału Zestawów Kolejowych Huty 1 Maja/, praca dyplomowa /niepublikowana/, Instytut Automatyki, Gliwice 1985.
- [3] Janiak A., Grabowski J.: Optymalizacja sekwencji operacji z rozdzieleniem zasobów w dyskretnych procesach produkcyjnych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, nr 55, Gliwice 1980.
- [4] Coffman E.G.: Teoria szeregowania zadań. WNT, Warszawa 1980.

Recenzent: Doc.dr h.inż. Konrad Wala

Wpłynęło do Redakcji do 1986.04.30

## КАЛЕНДАРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ РАБОТЫ МОСТОВЫХ ПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ В ПРОЦЕССЕ ПРОИЗВОДСТВА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ОСЕЙ

### Резюме

В работе представлены проблемы определения оптимального управления кранами в процессе производства осей для колёсных составов железнодорожных вагонов. Дана математическая модель процесса, определено задание календарного планирования работы кранов для рабочей смены. Приведён эскиз конструкции алгоритма для определения оптимального графика производства, являющимся основой оптимального управления кранами во время рабочей смены.

### SCHEDULING OF OVERHEAD CRANE IN THE AXIS MANUFACTURING PROCESS

### Summary

The problem of optimal control of overhead crane in the process of axis manufacturing for wheel complexes for railway wagons is considered. A mathematical model of the process is given and the scheduling task has been formulated. A design algorithm for optimal scheduling assignment has been described briefly. It may become a basis for optimal control of overhead crane during a labour change.