ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1986
Seria: AUTOMATYKA z. 86 Nr kol. 896

Tadeusz Szkodny
Politechnika Śląska

KOREKCJA SPRZĘŻEŃ UKŁADÓW STEROWANIA MANIPULATORÓW ROBOTÓW

Streszczenie. W pracy przeanalizowano dynamikę manipulatorów za pomocą równań Lagrange'a. Z otrzymanych równań dynamiki wyznaczono dynamiczne sprzężenia strukturalne oraz sposób ich kompensacji dla odsprzężenia pomiędzy stopniami swobody.

1. Wstęp

Wysokie wymagania dotyczące prędkości ruchu i dokładności pozycjonowania robotów przemysłowych powodują, że problemy związane z ich sterowaniem są trudne. Przyczyną tego są nieliniowości równań ruchu dla poszczególnych stopni swobody, zawierające dodatkowo sprzężenia między poszczególnymi stopniami swobody. Dlatego najczęściej stosuje się metody projektowania algorytmów sterowania wykorzystujące zlinearyzowane modele w celu odsprzęgania i sterowania [12]. Jednak sterowanie oparte o modele zlinearyzowane jest na ogół mało efektywne ze względu na odchylenia od warunków linearyzacji. Zatem dla zwiększenia efektywności sterowania zaproponowano sterowanie w oparciu o model nieliniowy z odsprzężeniami nieliniowymi [3], co pozwoliło na sterowanie niezależne każdego ze stopni swobody, a także zapewniło lepsze własności dynamiczne.

Dokładność odsprzęgania wyznacza dokładność modelu w postaci równań ruchu. W jednym z nowszych podręczników [4], przedstawiono ogólne równania ruchu dla dość szerokiej klasy manipulatorów, którą szczegółowiej scharakteryzowano w trzecim punkcie tej pracy. Niemniej przedstawiony tam model zawiera błędy wynikające z niepoprawnego obliczenia energii wzajemnych, wynikających z ruchu względnego w kolejnych ogniwach.
W niniejszej pracy dokonano korekcji i przedstawiono model dokładniejszy.

W punkcie drugim wyznaczono Lagrangian manipulatora i przedstawiono równania ruchu w poszczególnych stopniach swobody.

W punkcie trzecim zaproponowano ogólne człony odsprzęgające.

W punkcie czwartym sformułowano wnioski.

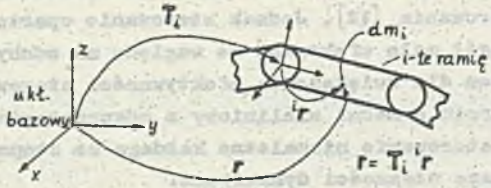
W uzupełnieniu przedstawiono transformatę homogeniczną [4, 5] różniczki niezbędną do opisu dynamiki manipulatora, dla którego kinematyka opisana jest za pomocą transformat homogenicznych [5, 6].

2. Dynamika manipulatora

Do wyznaczenia sił działających w poszczególnych stopniach swobody można zastosować różne metody mechaniki analitycznej. Zastosujemy tu równania Lagrange'a. Kinematykę manipulatora opisywać będzie N zmiennych uogólnionych q_i, odpowiadających tej samej liczbie stopni swobody /czyli układ manipulatora jest holonomiczny [7] /. Postać równań kinematyki manipulatora jest taka sama jak w [6], gdzie zastosowano transformaty homogeniczne.

Obliczymy energię kinematyczną i potencjalną dla i-tego ramienia, a następnie Lagrangian, z którego wyznaczymy siły uogólnione w poszczególnych przegubach manipulatora.

Położenie punktów materialnych i-tego ramienia ${}^{i}r$, opiszemy względem układu współrzędnych T_i związanego z tym ramieniem.



Rys. 1. Ilustracja opisu położenia punktów materialnych i-tego ramienia.
Fig. 1. The illustration of describe material points for i-th arm.

Transformacja homogeniczna T_i układu na rys. 1 zależy od współrzędnych uogólnionych $q_1, q_2, \ldots, q_i$, które mogą odpowiadać kątom /dla przegubów obrotowych/, bądź przesunięciom /dla przegubów przesuwnych/.

Prędkość punktu materialnego i-tego ramienia względem układu bazowego

opisuje równanie:

$$\frac{d\,{}^{i}r}{dt} = \left(\sum_{j=1}^{i} \frac{\partial T_j}{\partial q_j}\,\dot{q}_j\right) {}^{i}r \qquad /1/$$

Energia kinetyczna

Energię kinetyczną elementów i-tego ramienia wyraża całka

$$E_{ki} \overset{df}{=} \frac{1}{2}\int_0^{m_i} \vec{v}^{\,2}\,dm = \frac{1}{2}\int_0^{m_i} \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2 dm\,. \qquad /2/$$

Kwadrat skalarny wektora $(d\vec{r}/dt)^2$ można zapisać za pomocą iloczynu macierzowego następująco: $\mathrm{Trace}\left[(dr/dt)\cdot(dr/dt)^T\right]$. Zatem z /1/, wynika następujący zapis macierzowy E_{ki}

$$E_{ki} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Trace}\left(\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j}\cdot \mathfrak{J}_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^{T}\,\dot{q}_j\,\dot{q}_k\right). \qquad /3/$$

$\mathfrak{J}_i$ jest macierzą bezwładności i-tego ramienia.

$$\mathfrak{J}_i = \int_0^{m_i} {}^{i}r\,{}^{i}r^{T}\,dm = \begin{bmatrix} I_{ixx}, & I_{iyx}, & I_{izx}, & m_i x_i \\ I_{ixy}, & I_{iyy}, & I_{izy}, & m_i y_i \\ I_{ixz}, & I_{iyz}, & I_{izz}, & m_i z_i \\ m_i \bar{x}_i, & m_i \bar{y}_i, & m_i \bar{z}_i, & m_i \end{bmatrix}, \qquad /4/$$

$$I_{iuv} = \int_0^{m_i} uv\,dm, \qquad m_i\,\bar{u}_i = \int_0^{m_i} u\,dm,$$

gdzie $u,v = x,y,z$.

Masa m_i jest masą i-tego ramienia oraz masy siłowników napędowych skojarzonych na stałe z tym ramieniem.

Jeśli chcemy uwzględnić energię kinetyczną siłownika napędowego i-tego ramienia, musimy uwzględnić energię kinetyczną E_{ksi} punktów materialnych ${}^{i}r_s$ części wirujących siłownika. Położenie tych punktów zmienia się względem układu współrzędnych T_i. Prędkość tych punktów względem układu bazowego opisuje następujące równanie:

$$\frac{d\,r_s}{dt} = \left(\sum_{j=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \cdot \dot{q}_j\right) {}^{i}r_s + \frac{d\,{}^{i}r_s}{dt} . \qquad /5/$$

Korzystając z formuły /2/ otrzymujemy następującą postać zapisu E_{ksi},

$$E_{ksi} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Trace}\left(\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j}\, \mathbb{J}_{si}\, \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^{T} \dot{q}_j\, \dot{q}_k\right) +$$

$$\mathrm{Trace}\left[\sum_{j=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j}\, \dot{q}_j \left(\int_0^{m_{si}} {}^{i}r_s \cdot {}^{i}\dot{r}_s^{T}\, dm_s\right)\right] +$$

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{Trace}\left(\int_0^{m_{si}} {}^{i}\dot{r}_s\, {}^{i}\dot{r}_s^{T}\, dm_s\right) . \qquad /6/$$

$\mathbb{J}_{si}$ - jest macierzą bezwładności części ruchomych względem układu T_i, których masa całkowita równa jest m_{si}. Macierz ta ma podobną formę jak macierz $\mathbb{J}_i$.

Zatem całkowita energia kinetyczna związana z i-tym ramieniem ma postać:

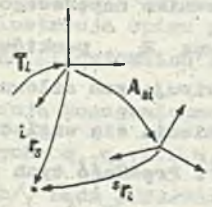
$$E_{ki} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Trace}\left[\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j}\left(\mathbb{J}_i + \mathbb{J}_{si}\right) \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^{T} \dot{q}_j\, \dot{q}_k\right]$$

$$+ \mathrm{Trace}\left[\sum_{j=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j}\, \dot{q}_j \left(\int_0^{m_{si}} {}^{i}r_s\, {}^{i}\dot{r}_s^{T}\, dm_s\right)\right]$$

$$+ \frac{1}{2}\,\mathrm{Trace}\left(\int_0^{m_{si}} {}^{i}\dot{r}_s\, {}^{i}\dot{r}_s^{T}\, dm_s\right). \qquad /7/$$

Do opisu ${}^{i}r_s$ można zastosować układ współrzędnych związany z częściami wirującymi /np. wirnikiem/. Niech opisuje go transformata homogeniczna A_{si}, w układzie współrzędnych T_i. Wtedy

$$ {}^{i}r_s = A_{si}\, {}^{s}r_i , \qquad /8/$$



gdzie ${}^{s}r_i$ - opis ${}^{i}r_s$ w układzie A_{si}.

Przyjmując, że A_{si} zależy tylko od q_i ($\partial A_{si}/\partial q_j \equiv 0$, dla $i \neq j$) możemy całki występujące w równaniu /7/ przedstawić w następującej postaci:

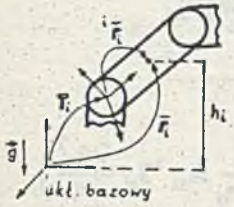
$$\int_0^{m_{si}} {}^i\mathbf{r}_s \, {}^i\overset{\circ}{\mathbf{r}}_s \, dm_s = \mathbf{A}_{si} \, {}^s\mathbf{J}_{si} \frac{\partial \mathbf{A}_{si}^T}{\partial q_i} \dot{q}_i \, , \qquad /9a/$$

$$\int_0^{m_{si}} {}^i\overset{\circ}{\mathbf{r}}_s \cdot {}^i\overset{\circ}{\mathbf{r}}_s^T dm_s = \left(\frac{\partial \mathbf{A}_{si}}{\partial q_i} \, {}^s\mathbf{J}_{si} \frac{\partial \mathbf{A}_{si}^T}{\partial q_i} \right) \overset{\circ}{q}{}_i^2 = M_i \dot{q}_i^2 \, , \qquad /9b/$$

${}^s\mathbf{J}_{si}$ - macierz momentów bezwładności części wirujących i-tego siłownika, w układzie $\mathbf{A}_{si}$.

Energia potencjalna

Energię potencjalną względem układu bazowego, i-tego ramienia można przedstawić następująco:



$$E_{pi} = m_i \, g \, h_i = - m_i \, \vec{g} \cdot \vec{\bar{r}}_i =$$

$$= - m_i \, \mathbf{g}^T \mathbf{T}_i \, {}^i\bar{r}_i \, , \qquad /10/$$

${}^i\bar{r}_i$ opisuje środek ciężkości i-tego ramienia wraz z siłownikiem w układzie $\mathbf{T}_i$.

Przyśpieszenie grawitacji w układzie bazowym opisuje transformata o postaci $\mathbf{g}^T = [\, g_x, \, g_y, \, g_z, \, 0 \,]^T$.

Wyznaczenie sił

Do określenia sił w poszczególnych ogniwach manipulatora zastosujemy równanie Lagrange'a. Najpierw wyznaczymy Lagrangian dla manipulatora o N stopniach swobody.

$$L = \sum_{i=1}^{N} \left(E_{ki} - E_{pi} \right) . \qquad /11/$$

Z /7/ i /8/ wynika:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{i} \sum_{k=1}^{i} \mathrm{Trace} \left[\frac{\partial \mathbf{T}_i}{\partial q_j} \left(\mathbf{J}_i + \mathbf{J}_{si} \right) \frac{\partial \mathbf{T}_i^T}{\partial q_k} \right] \dot{q}_j \, \dot{q}_k$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \mathrm{Trace} \left(\int_0^{m_{si}} {}^i\overset{\circ}{\mathbf{r}}_s \, {}^i\overset{\circ}{\mathbf{r}}_s^T dm_s \right)$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{i} \mathrm{Trace} \left[\frac{\partial \bar{T}_i}{\partial q_j} \left(\int_0^{m_{si}} {}^{i}\bar{r}_s \cdot {}^{i}\dot{\bar{r}}_s^{T} \, dm_s \right) \right] \dot{q}_j + \sum_{i=1}^{N} m_i g^T \bar{T}_i \, {}^{i}\bar{r}_i . \qquad /12/$$

Stosując równania Lagrange'a

$$F_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \qquad /13/$$

i zakładając, że masy m_i = const, m_{si} = const, po pewnych przekształceniach [8] otrzymujemy:

$$F_i = \sum_{j=1}^{N} D_{ij} \ddot{q}_j + M_i \ddot{q}_i + \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} D_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_{j=1}^{N} D_{sij} \dot{q}_i \dot{q}_j + D_i . \qquad /14/$$

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^{N} \mathrm{Trace} \left(\frac{\partial \bar{T}_p}{\partial q_j} \mathbb{J}_{cp} \frac{\partial \bar{T}_p^{T}}{\partial q_i} \right) + \mathrm{Trace} \left[\frac{\partial \bar{T}_i}{\partial q_j} \mathbb{A}_{si} \, {}^{s}\mathbb{J}_{si} \frac{\partial \mathbb{A}_{si}^{T}}{\partial q_i} \right]$$

$$+ H(j - i + 0{,}5) \, \mathrm{Trace} \left[\frac{\partial \bar{T}_j}{\partial q_i} \mathbb{A}_{sj} \, {}^{s}\mathbb{J}_{sj} \frac{\partial \mathbb{A}_{sj}^{T}}{\partial q_j} \right] .$$

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max(i,j,k)}^{N} \mathrm{Trace} \left[\frac{\partial^2 \bar{T}_p}{\partial q_k \partial q_j} \mathbb{J}_{cp} \frac{\partial \bar{T}_p^{T}}{\partial q_i} \right] + \mathrm{Trace} \left(\frac{\partial^2 \bar{T}_i}{\partial q_k \partial q_j} \mathbb{A}_{si} \, {}^{s}\mathbb{J}_{si} \frac{\partial \mathbb{A}_{si}^{T}}{\partial q_i} \right) .$$

$$D_{sij} = \mathrm{Trace} \left[\frac{\partial \bar{T}_j}{\partial q_i} \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\mathbb{A}_{si} \, {}^{s}\mathbb{J}_{si} \frac{\partial \mathbb{A}_{si}}{\partial q_i} \right) \right] .$$

$$D_i = - \sum_{j=i}^{N} m_j g^T \frac{\partial \bar{T}_j}{\partial q_i} \, {}^{j}\bar{r}_j .$$

$H(x)$ - jest tu funkcją jednostkową Heaviside'a [9], $\mathbb{J}_{cp} = \mathbb{J}_p + \mathbb{J}_{sp}$, M_i określa równanie /9b/.

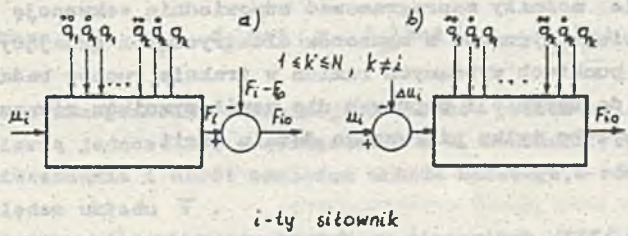
R.Paul w [4] uwzględnił energię siłownika przez dodanie do energii kinetycznej i-tego ramienia tylko trzeciego wyrazu równania /7/. W wyniku tego $D_{sij} = 0$, oraz wyrazy D_{ij} i D_{ijk} różnią się o wyrazy rzędu M_i od współczynników podanych w niniejszej pracy.

3. Człony odsprzęgające

Aby uzyskać odsprzężenie dynamiczne i-tego stopnia swobody od pozostałych, musimy na wejście siłownika wprowadzić dodatkowe sygnały, które wysterują nim tak, że siła rozwijana będzie określona przez:

$$F_{io} = \left(D_{ii} + M_i\right)\ddot{q}_i + \left(D_{iii} + D_{sii}\right)\dot{q}_i^2 + D_i \quad . \qquad /15/$$

Różnica siły F_i określonej równaniem /14/ i siły F_{io} określonej równaniem /15/ wyznacza korektę siłową jaką należy zapewnić aby uzyskać odsprzężenie i-tego stopnia.



Rys. 2. Ilustracja odsprzężeń i-tego stopnia
Fig. 2. The illustration of corre coupling for i-th joints

Sprzężeń strukturalnych z innymi stopniami swobody nie można usunąć, a jedynie skompensować je w sposób podany na rys. 2a. Fizyczna realizacja tej idei jest możliwa przez zastosowanie węzła sumacyjnego na wejściu siłownika. Jeśli sile $F_i - F_{io}$ odpowiada sygnał sterujący Δu_i, to należy go dodać do sygnału u_i jak na rys. 2b. Kompensacja ta jest poprawna dla manipulatora z pustym chwytakiem.

Kompensację tą zakłóca przedmiot manipulowany, który zmienia środek ciężkości, moment bezwładności i masę N-tego ramienia. Wówczas N-te ramię wraz z uchwyconym przedmiotem stanowią jakby jeden sztywny zespół. Znając masę przedmiotu, jego środek ciężkości oraz momenty bezwładności względem układu $\mathbb{T}_N$ związanego z ostatnim ramieniem, można dokonywać korekty bieżącej przez korektę współczynników występujących w równaniach /14/ i /15/.

4. Wnioski

Z równania sił /14/ wynika, że przy kompensacji wpływu dynamicznych sprzężeń strukturalnych nie można pominąć współczynników D_{sij}, a także należy uwzględnić współczynniki D_{ij} i D_{ijk} przedstawione w tej pracy. Współczynniki te zawierają w sobie pochodną $\partial A_{si}^T/\partial q_i$, która jest zależna od przełożenia i-tego siłownika. W robotach często stosuje się przekładnie falowe o przełożeniu sięgającym 10^5 [10]. Fakt ten, pomimo małych elementów macierzy bezwładności ${}^{S}J_{si}$, czyni wspomniane współczynniki porównywalne z D_{ij} i D_{ijk}, w których pominięto oddziaływanie energii części wirujących siłowników [4].

Do bieżącej korekty zmiany współczynników równania sił, a tym samym kompensacji sprzężeń strukturalnych, dla serii detali o mało zmiennych kształtach i masie można by zaprogramować odpowiednią sekwencję ruchów badawczych. Przebiegi sygnałów z sensorów elektrycznych badających naprężenia w kilku punktach wybranych ramion w trakcie ruchów badawczych mogłyby posłużyć do estymacji poprawek dla współczynników równania sił. Badania te dotyczyłyby tylko pierwszego detalu serii.

Uzupełnienie

Do wyznaczenia współczynników występujących w równaniu sił /14/ niezbędne jest różniczkowanie transformat.

Jeśli mamy transformatę homogeniczną $\mathbb{T}$;

$$\mathbb{T} = \begin{bmatrix} n_x, & o_x, & a_x, & p_x \\ n_y, & o_y, & a_y, & p_y \\ n_z, & o_z, & a_z, & p_z \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

to jej różniczka ma postać:

$$d\mathbb{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial n_x}{\partial x}, & \frac{\partial o_x}{\partial x}, & \frac{\partial a_x}{\partial x}, & \frac{\partial p_x}{\partial x} \\ \frac{\partial n_y}{\partial x}, & \frac{\partial o_y}{\partial x}, & \frac{\partial a_y}{\partial x}, & \frac{\partial p_y}{\partial x} \\ \frac{\partial n_z}{\partial x}, & \frac{\partial o_z}{\partial x}, & \frac{\partial a_z}{\partial x}, & \frac{\partial p_z}{\partial x} \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{bmatrix} \cdot dx .$$

Różniczkę transformaty można potraktować jako zmianę położenia i orienta-

cji układu współrzędnych $\bar{T}$ spowodowane przemieszczeniem o (d_x, d_y, d_z) oraz obrót wokół pewnej jednostkowej osi $\mathbb{C}$ o kąt $d\Theta$. Obrót wokół dowolnej jednostkowej osi $\mathbb{C}$ można zastąpić obrotem wokół: osi x o δ_x, y o δ_y, z o δ_z, przy czym $\mathbb{C}_x\, d\Theta = \delta_x$, $\mathbb{C}_y\, d\Theta = \delta_y$, $\mathbb{C}_z\, d\Theta = \delta_z$. Przekształcenia te można zapisać w dwóch postaciach:

$$\bar{T} + d\bar{T} = \mathrm{Trans}(d_x, d_y, d_z)\,\mathrm{Rot}(x, \delta_x)\,\mathrm{Rot}(y, \delta_y)\,\mathrm{Rot}(z, \delta_z)\,\bar{T} \qquad /I/$$

lub

$$\bar{T} + d\bar{T} = \bar{T}\,\mathrm{Trans}(d_x, d_y, d_z)\,\mathrm{Rot}(x, \delta_x)\,\mathrm{Rot}(y, \delta_y)\,\mathrm{Rot}(z, \delta_z). \qquad /II/$$

Czyli

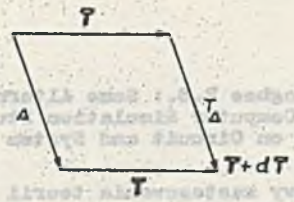
$$d\bar{T} = \left[\mathrm{Trans}(d_x, d_y, d_z)\,\mathrm{Rot}(x, \delta_x)\,\mathrm{Rot}(y, \delta_y)\,\mathrm{Rot}(z, \delta_z) - I\right]\bar{T}, \qquad /III/$$

lub

$$d\bar{T} = \bar{T}\left[\mathrm{Trans}(d_x, d_y, d_z)\,\mathrm{Rot}(x, \delta_x)\,\mathrm{Rot}(y, \delta_y)\,\mathrm{Rot}(z, \delta_z) - I\right]. \qquad /IV/$$

Transformacje homogeniczne translacji i obrotów przedstawiono w [4, 6]. I jest macierzą jednostkową o wymiarach 4 x 4. Równania /I/ i /III/ opisują przemieszczenia i obrót względem układu bazowego, a równania /II/ i /IV/ względem układu $\bar{T}$.

Transformaty w nawiasach kwadratowych w równaniach /III/ i /IV/ oznaczymy odpowiednio Δ i ${}^{T}\Delta$. Będą to transformaty homogeniczne różniczek względem układu bazowego i układu transformowanego transformatą $\bar{T}$. Związki pomiędzy tymi transformatami wyznaczymy za pomocą rysunku I



Rys. I

Z rys. I, wynika, że $\Delta\bar{T} = \bar{T}\,{}^{T}\Delta$, czyli ${}^{T}\Delta = \bar{T}^{-1}\Delta\bar{T}$.

Po rozpisaniu ${}^{T}\Delta$ i redukcji otrzymamy następującą jej postać:

$$
{}^{T}\Delta = \begin{bmatrix} 0, & -{}^{T}\delta_z, & {}^{T}\delta_y, & {}^{T}dx \\ {}^{T}\delta_z, & 0, & -{}^{T}\delta_x, & {}^{T}dy \\ -{}^{T}\delta_y, & {}^{T}\delta_x, & 0, & {}^{T}dz \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{bmatrix} \qquad /V/
$$

Jeśli przez ${}^{i-1}\Delta_i$ oznaczymy jednostkowy obrót lub jednostkowe przesunięcie i-tego przegubu względem i-1 układu współrzędnych, to zmianę orientacji k-tego układu współrzędnych można przedstawić w postaci:

$$
\partial \bar{T}_k = {}^{i-1}\bar{T}_k \, {}^{T_k}\Delta_i \, dq_i \, , \qquad /VI/
$$

czyli

$$
\frac{\partial \bar{T}_k}{\partial q_i} = {}^{i-1}\bar{T}_k \, {}^{T_k}\Delta_i \, , \qquad /VII/
$$

${}^{i-1}\bar{T}_k$ - transformata homogeniczna przekształcająca i-1 układ współrzędnych w k-ty układ współrzędnych.

Tu, lokalnym układem bazowym jest i-1-szy układ współrzędnych. Dlatego rolę Δ przyjmuje ${}^{i-1}\Delta_i$ i określa ją zmiana dq_i w i-tym przegubie. Jeśli jest to przegub obrotowy, wtedy dq_i oznacza obrót δ_x, δ_y lub δ_z. Dla przegubu przesuwnego dq_i oznacza dx, dy bądź dz.

LITERATURA

[1] Hemani H., Jaswa V.C., Moghee R.B.: Some Alternative Formulations of Manipulator Dynamics for Computer Simulation Studies, Proceedings of 13 th Allerton Conference on Circuit and System Theory, University of Illinois, October 1975.

[2] Staszulonek A.: Perspektywy zastosowania teorii układów o zmiennej strukturze do sterowania robotów przemysłowych, ZN Polit.Śląskiej seria Automatyka 75, 1984.

[3] Freund E.: A Nonlinear Control Concept for Computer Controlled Manipulators, Proc. 1978 IFAC Conference.

[4] Paul R.P.: Robot Manipulators: Mathematic, Programming and Control, MIT Press, Cambridge, Massachusetts and London, England 1983.

[5] Paul R.P.: The Mathematic of Computer Controlled Manipulation, The 1977 Joint Automatic Control Conference, July 1977.

[6] Szkodny T.: Wyznaczanie parametrów sterowania robotów w oparciu o równania kinematyki manipulatorów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej seria Automatyka, nr 86 , 1986.

[7] Skalmierski B.: Kinematyka i dynamika dla automatyków, skrypt Pol.Śl., Gliwice 1968.

[8] Szkodny T.: Dynamika manipulatorów. Praca własna /nie publikowana/.

[9] Byron F.W., Fuller R.W.: Matematyka w fizyce klasycznej i kwantowej. PWN, Warszawa 1973.

[10] Niederliński A.: Roboty przemysłowe. Wyd. Szkolne i Pedagog., Warszawa 1981.

Recenzent: Prof.dr h.inż. Antoni Woźniak

Wpłynęło do Redakcji do 1986.04.30

КОРРЕКЦИЯ СОПРЯЖЕНИЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРОВ РОБОТОВ

Р е з ю м е

В работе дан анализ динамики манипуляторов с использованием уравнений Лагранжа. Из полученных уравнений динамики определены динамические структуральные сопряжения а также способ их компенсации с целью отсоединения между степенями свободы.

THE CORRECTION OF COUPLINGS CONTROLS FOR ROBOTS MANIPULATORS

S u m m a r y

Dynamical properties of manipulators are analized. Lagrange equations have been used to study the problem. Dynamical structural couplings have been found and their corrections are proposed.