

Władysław PASZEK, Zbigniew RYCZKO

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

BADANIA ELEKTRODYNAMICZNYCH STANÓW NIEUSTALONYCH
NIESKOMPENSOWANEJ MASZyny PRĄDU STAŁEGO
PRZY WYKORZYSTANIU ELEKTRONICZNEJ TECHNIKI OBLICZENIOWEJ

Streszczenie. Przedstawiono model matematyczny maszyny prądu stałego bez uzwojenia kompensacyjnego, przy uwzględnieniu nieliniowości charakterystyki magnesowania. Na podstawie tego modelu opracowano dwie metody rozwiązywania dowolnych elektrodynamicznych przebiegów nieustalonych, przystosowane do odmiennych własności cyfrowej i analogowej techniki obliczeniowej. Przedyskutowano wpływ nieliniowości oddziaływania twornika na przebiegi.

1. WPROWADZENIE

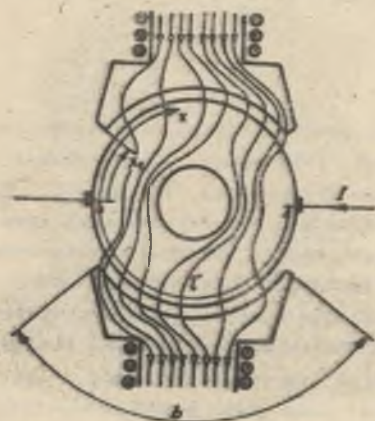
Równania stanu nieskompensowanej maszyny prądu stałego ze wzbudzeniem obrotowym i dozwojeniem szeregowym są nieliniowe (występują nieliniowości charakterystyki magnesowania i nieliniowości dynamiczne, związane z napięciem rotacji i momentem obrotowym) i nie dają się rozwiązać analitycznie. Przy zastosowaniu maszyn matematycznych można otrzymać rozwiązanie równań stanu maszyny o nieliniowej charakterystyce magnesowania. Nieliniowość charakterystyki magnesowania ujawnia się w sposób najbardziej skomplikowany w maszynie pozbawionej uzwojenia kompensacyjnego. Cechą charakterystyczną takiej nieliniowości jest fakt, że wpływa jednocześnie na strumień w osi wzdłużnej i poprzecznej. Przedstawiony niżej model matematyczny nieskompensowanej maszyny prądu stałego umożliwił rozwiązanie dowolnych przebiegów regulacyjnych i okazał się szczególnie przydatny do analizy własności dynamicznych silników średniej mocy zasilanych z przekształtników tyrystorowych.

Zagadnienie oddziaływania twornika w maszynach prądu stałego było dokładnie rozpatrywane przy stałej i nierównomiernej szoselinie [2], jednak dotyczyło wyłącznie stanów ustalonych. Badania nieskompensowanego silnika trapezowego wykazały, że uwzględnienie oddziaływania twornika w stanach przejściowych jako liniowej funkcji prądu twornika było dotychczas dużym uproszczeniem.

2. RÓWNANIA STANU MASZYNY

Przyjęte następujące założenia upraszczające:

- pomija się efekt prądów wirowych w rdzeniu obwodu magnetycznego,
- szczotki są ustawione w osi poprzecznej maszyny,
- pomija się oddziaływanie komutujących zezwojów twornika na przepływ wzdłużny Φ_d , co jest tożsame komutacji prostoliniowej,
- zakłada się nieliniową i jednoznacznie charakterystykę magnesowania w osi wzdłużnej przy pominięciu histerezy,
- zakłada się liniową charakterystykę w strefie biegunów pomocniczych w poprzecznym obwodzie magnetycznym $\Phi_{bp}(\Theta_q)$ na skutek majoryzowania reaktancji obwodu przez szczelinę powietrzną,
- zakłada się całkowite sprzężenie strumienia głównego maszyny z uzwojeniem wzbudzenia, co odpowiada pominięciu indukcijności rozproszenia uzwojenia.



Rys. 1. Przebieg linii sił pola magnetycznego wzdłuż obwodu twornika nieskompensowanej maszyny prądu stałego

Nasylenie magnetyczne wpływa nie tylko na indukcyjności własne uzwojeń wzbudzenia i uzwojenia twornika, lecz także na indukcyjność wzajemną między uzwojeniami twornika i wzbudzenia. Na podstawie znajomości charakterystyk przejścia $\Phi_0(V)$ i magnesowania $\Phi_0(\Theta_q)$ przy biegu jałowym maszyny wyznaczono zależności uwzględniające nasycenie magnetyczne.

Napięcie magnetyczne V w szczelinie i zębach nieskompensowanej maszyny prądu stałego zmienia się wzdłuż obwodu maszyny pod biegunami głównymi na skutek oddziaływania twornika. Wprowadzenie magnetycznych powierzchni ekwipotencjalnych w nabiegunkniku i w poboczniczy walca wirnika pokrywającej się z dnem żłobka umożliwia wyznaczenie strumienia wzbudzenia nieskompensowanej maszyny przy obciążeniu (rys. 1). Rozkład przestrzenny napięcia magnetycznego pod biegunem

$$V(x) = V_0 + A \left(x - \frac{l}{2} \right)$$

$V_0 = V(x = \frac{l}{2})$ - napięcie magnetyczne w osi bieguna,
 A - skład prądowy twornika.

Rozkład przestrzenny indukcji wynika z charakterystyki przejścia $\Phi_o(V)$ przy biegu jałowym, która przedstawia zależność strumienia wzbudzenia jako funkcję napięcia magnetycznego w szczelinie powietrznej i zębach. W innej skali jest ona charakterystyką magnesowania strefy: szczelina powietrzna - zęby twornika.

Strumień wzbudzenia przy obciążeniu

$$\Phi = 1 \int_{x_1}^{x_1+b} B(x) dx = \frac{1}{k b} \int_{V_o - \frac{k b}{2} I}^{V_o + \frac{k b}{2} I} \Phi_o(V) dV \quad (1)$$

gdzie:

$$k = A/I,$$

b - idealna szerokość bieguna,

l - idealna długość bieguna.

Równanie (1) jest nieliniową funkcją dwóch zmiennych I , V_o .

Wypadkowy przepływ magnesujący maszyny:

$$\Theta_d = I \Xi_a + I_f \Xi_f, \quad (2)$$

$$\Theta_d = V_j(\Theta) + V_o. \quad (3)$$

$V_j(\Phi)$ jest funkcją odwrotną od $\Phi(V_j)$, przedstawia charakterystykę magnesowania jarzma.

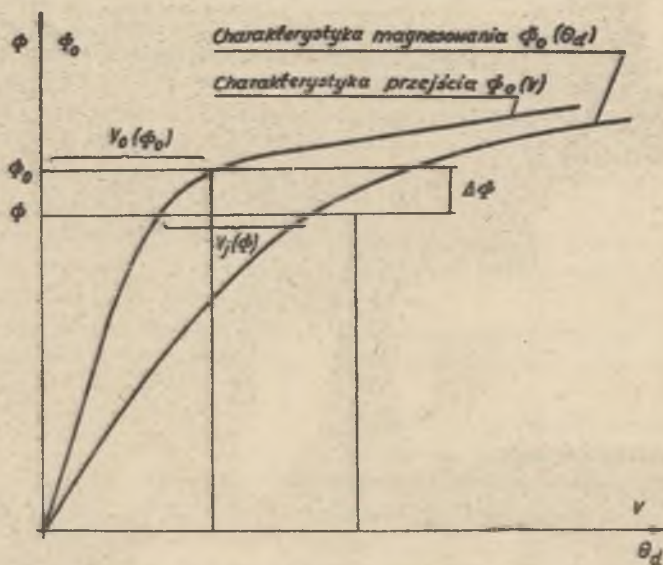
Obie charakterystyki $\Phi_o(V)$ i $\Phi(V_j)$ opisują nieliniowość podłużnego obwodu magnetycznego (rys. 2).

Strumień skojarzony Φ_q w obwodzie poprzecznym maszyny składa się z dwóch składowych. Pierwsza, nieliniowa jest strumieniem Φ_{aq} skojarzonym z uzwojenia twornika rozłożonym pod biegunem głównym a wywołanym przez oddziaływanie twornika. Druga jest strumieniem Φ_{bp} skojarzonym z uzwojeniem biegunów pomocniczych i jest liniową funkcją prądu twornika zgodnie z założeniami upraszczającymi.

Łącznie:

$$\Phi_q = \Phi_{aq} + \Phi_{bp}, \quad (4)$$

$$\Phi_{bp} = L_{bp} I. \quad (5)$$



Rys. 2. Charakterystyka przejścia i charakterystyka magnesowania

Po uwzględnieniu rozkładu przestrzennego indukcji wg rys. 1 otrzymuje się składową

$$\phi_{aq} = 1 \int_{x_1}^{\tau-x_1} \left[\frac{z_a}{\tau} x - \frac{z_a}{\tau} (\tau - x) \right] B(x) dx = \frac{1}{\tau} \int_{x_1}^{\tau-x_1} (2x-\tau) B(x) dx$$

gdzie:

- $\frac{z_a}{4a} = \frac{N}{4a}$ - efektywna liczba zwojów uzwojenia twornika,
- N - liczba prętów uzwojenia twornika,
- a - liczba par gałęzi równoległych uzwojenia twornika,
- τ - podziałka biegunowa.

Przez podstawienie zmiennej $V(x)$ otrzymuje się strumień skojarzony

$$\phi_{aq} = \frac{N}{2\tau ab A^2} \int_{V_0 - \frac{kb}{2}I}^{V_0 + \frac{kb}{2}I} (v - v_0) \Phi_0(v) dv \quad (6)$$

jako funkcję dwóch zmiennych I, V_0 .

Elektromagnetyczne i elektromechaniczne równania stanu maszyny składają się z równań (1) do (6) i

$$U = R I + \frac{d \psi_a}{dt} + \frac{x_s}{z_f} \cdot \frac{d \psi_f}{dt} + k_e \omega \dot{\phi} \quad (7)$$

$$U_f = R_f I_f + \frac{d \psi_d}{dt}, \quad (8)$$

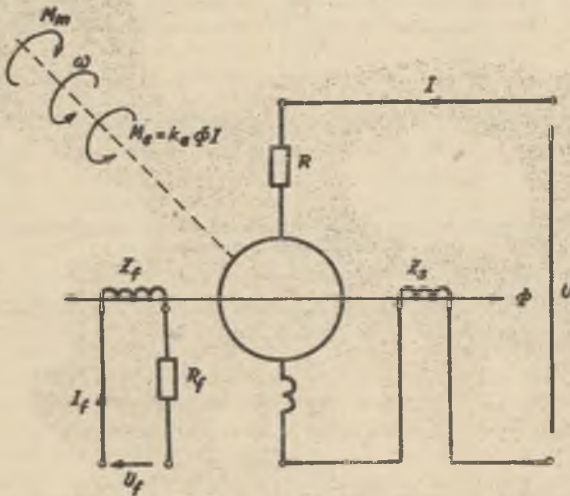
$$J \frac{d\omega}{dt} = k_m I \dot{\phi} - M_m, \quad (9)$$

gdzie:

J - moment bezwładności,

ω - prędkość kątową wirnika,

$\psi_d = z_f \dot{\phi}$.

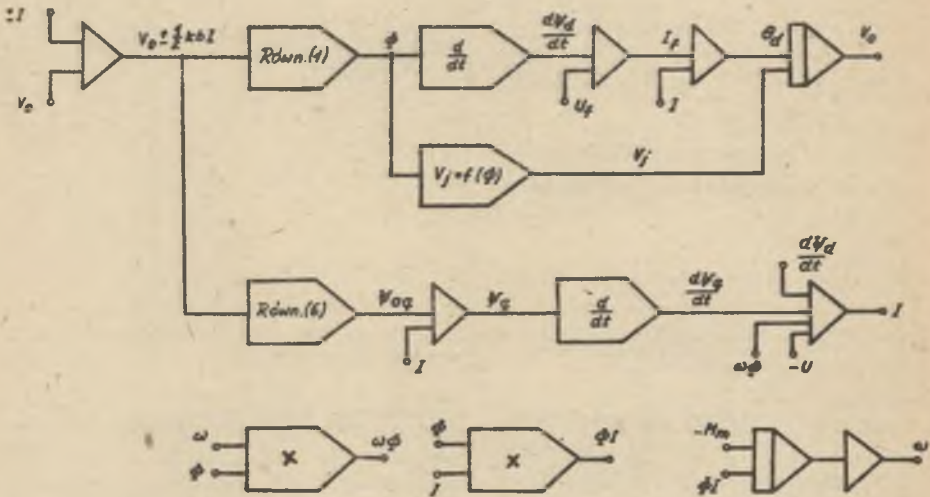


Rys. 3. Układ połączeń maszyny prądu stałego

Rys. 3 przedstawia schemat połączeń uzwojeń silnika. Równania (1) ... (9) pozwalają obliczyć przebiegi przejściowe jedynie za pomocą cyfrowych bądź analogowych maszyn matematycznych. Uwzględniając odmienne własności obu technik obliczeniowych, opracowano różne metody rozwiązywania równań różniczkowo-oalkowych.

Zastosowanie maszyny cyfrowej umożliwia bezpośrednie rozwiązanie równań (1), (6) do (9), przy uwzględnieniu równań (2) do (4). Przedstawiony na rys. 4 schemat blokowy maszyny prądu stałego zawiera dwa układy różniczkujące niezbędne do obliczenia napięć transformacji: $d \psi_a / dt$, $d \psi_d / dt$. Ope-

racje całkowania wg równań (1) i (6) przedstawiono schematycznie na rys. 4 za pomocą dwóch bloków sterowanych wielkościami $V_0 \pm I kb/2$. Zastosowanie maszyny analogowej jest utrudnione, ponieważ równania opisujące model matematyczny nie dają się przedstawić w postaci sprzężonych równań różniczkowych rzędu pierwszego.



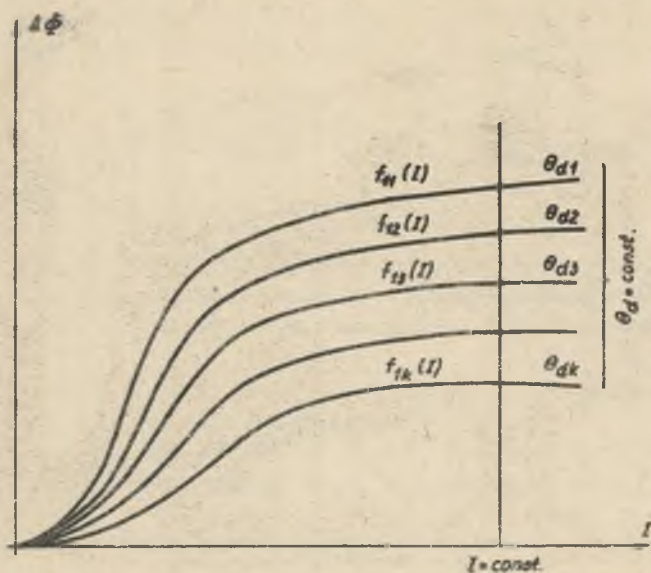
Rys. 4. Schemat blokowy maszyny prądu stałego przystosowany do obliczeń na maszynie cyfrowej

Równania (1) i (6) zastąpiono w sposób przybliżony nieliniowymi funkcjami dwóch zmiennych:

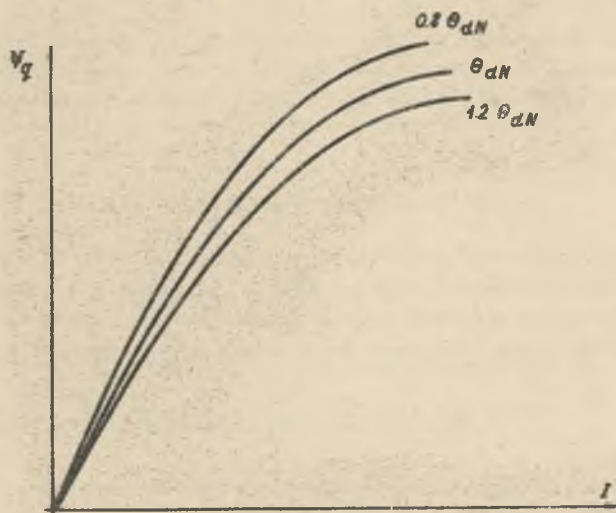
$$\Phi = \Phi_0 - \Delta\Phi(I, \theta_d), \quad (10)$$

$$\phi_I = f(I, \theta_d). \quad (11)$$

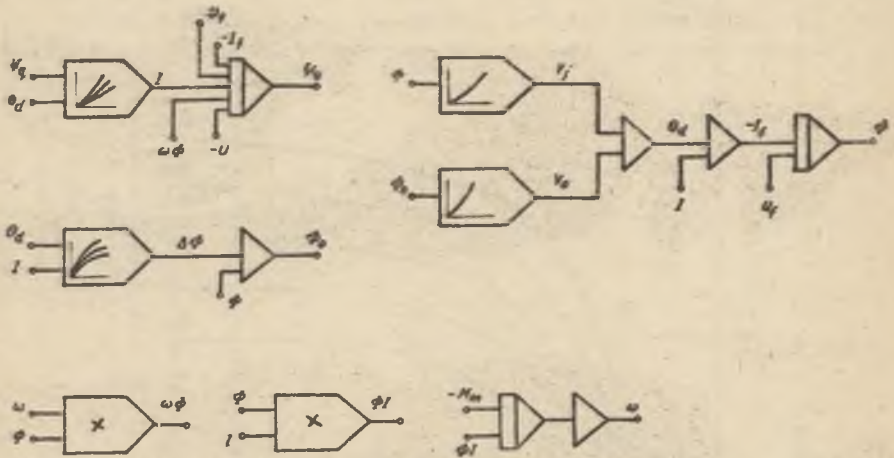
Przebiegi funkcji wg równań (10) i (11) pokazano na rys. 5 i rys. 6. Rys. 7 przedstawia schemat blokowy maszyny przystosowany do techniki analogowej. Funkcje (10) i (11) zaznaczono jako dwuwęściowe bloki nieliniowe z odpowiednimi rodzinami krzywych.



Rys. 5. Rodzina krzywych ubytku strumienia $\Delta\phi$ w funkcji prądu twornika I przy parametrycznie zmiennym przepływie wzbudzenia θ_d



Rys. 6. Rodzina krzywych strumienia skojarzonego ϕ_g w obwodzie porzecznym w funkcji prądu twornika I przy parametrycznie zmiennym przepływie wzbudzenia θ_{dN}



Rys. 7. Schemat blokowy maszyny prądu stałego przystosowany do obliczeń na maszynie analogowej

3. SYMULACJA CYFROWA

Obliczenia przebiegów przejściowych wykazały, że nieliniowość indukcyjności twornika praktycznie nie wpływa na stany nieustalone maszyny. Wystarczające przybliżenie otrzymuje się przy pominięciu równania (6) i założenie

$$\dot{\psi}_q = L_q I, \quad (12)$$

przy czym L_q zgodnie z założeniem przyjęto jako wartość stałą. W rzeczywistości zmienność L_q na skutek nasycenia nie przekracza na ogół 15% przy 10-krotnym prądowym przeciążeniu twornika. Równanie (7), przy uwzględnieniu równania (12), przyjmuje następującą postać:

$$U = R I + L_q \frac{dI}{dt} + \frac{z_a}{z_f} \cdot \frac{d\psi_d}{dt} + k_e \omega \Phi. \quad (13)$$

Rozwiązanie równania (1) wyznacza strumień wzbudzenia. Przy wyzniesianiu zależności

$$I_f = \frac{1}{R_f} (U_f - \frac{d\psi_d}{dt}) \quad (14)$$

można obliczyć prąd wzbudzenia.

Równanie (14) wymaga wykonania operacji różniczkowania strumienia wzbudzenia. Nieliniowość charakterystyki magnesowania jarzma $V_j(\Phi)$ i charakterystyki przejścia $\Phi_0(V)$ opisano za pomocą następujących funkcji apromksymujących:

$$V_j = C\Phi + D\Phi^2 + E\Phi^3 + F\Phi^4, \quad (15a)$$

$$\Phi_0 = A_0 \arctg (BV). \quad (15b)$$

Z równań (1) do (3), (4), (13), (14) wynika przedstawiony na rys. 8 schemat blokowy. Pełny schemat blokowy rozwinięto przy wykorzystaniu języka symulacyjnego $\#x3AB/3$. Posłużył on do opracowania programu całkowania na maszynie cyfrową [3].

W stanie nieustalonym nasycenie obwodu magnetycznego jest określone przez strumień wzbudzenia Φ i napięcie magnetyczne V_0 . Napięcie magnetyczne V_0 oblicza się wg równania (3) (rys. 4), które jest z kolei sygnałem wykorzystanym do obliczenia strumienia wzbudzenia wg równania (1)

$$\Phi = \frac{1}{kbI} \left[\int_0^{V_0 + \frac{kb}{2} I} \Phi_0(V) dV - \int_0^{V_0 - \frac{kb}{2} I} \Phi_0(V) dV \right] = \frac{1}{kbI} \left(S_{(+\frac{1}{2})} - S_{(-\frac{1}{2})} \right).$$

Całki w tym wyrażeniu są nieliniowymi funkcjami górnych granic całkowania. Przez podstawienie do nich równania (15b) otrzymuje się

$$S_{\left(\pm \frac{1}{2}\right)} = A_0 \left(V_0 \pm \frac{kb}{2} I \right) \arctan B \left(V_0 \pm \frac{kb}{2} I \right) - \frac{A_0}{2B} \ln \left[1 + B^2 \left(V_0 \pm \frac{kb}{2} I \right)^2 \right]. \quad (16)$$

Na rys. 8 przedstawiono funkcje (16) jako nieliniowe bloki z sygnałami wejściowymi $V_0 \pm kbI/2$.

Strumień wzbudzenia otrzymuje się z układu dzielącego

$$\Phi = \frac{S_{\left(+\frac{1}{2}\right)} - S_{\left(-\frac{1}{2}\right)}}{kbI}. \quad (17)$$

Gdy prąd twornika zbliża się do zera, iloraz (17) zdąża do

$$\Phi = (I \rightarrow 0) = \Phi_0 = A_0 \arctan (BV_0).$$

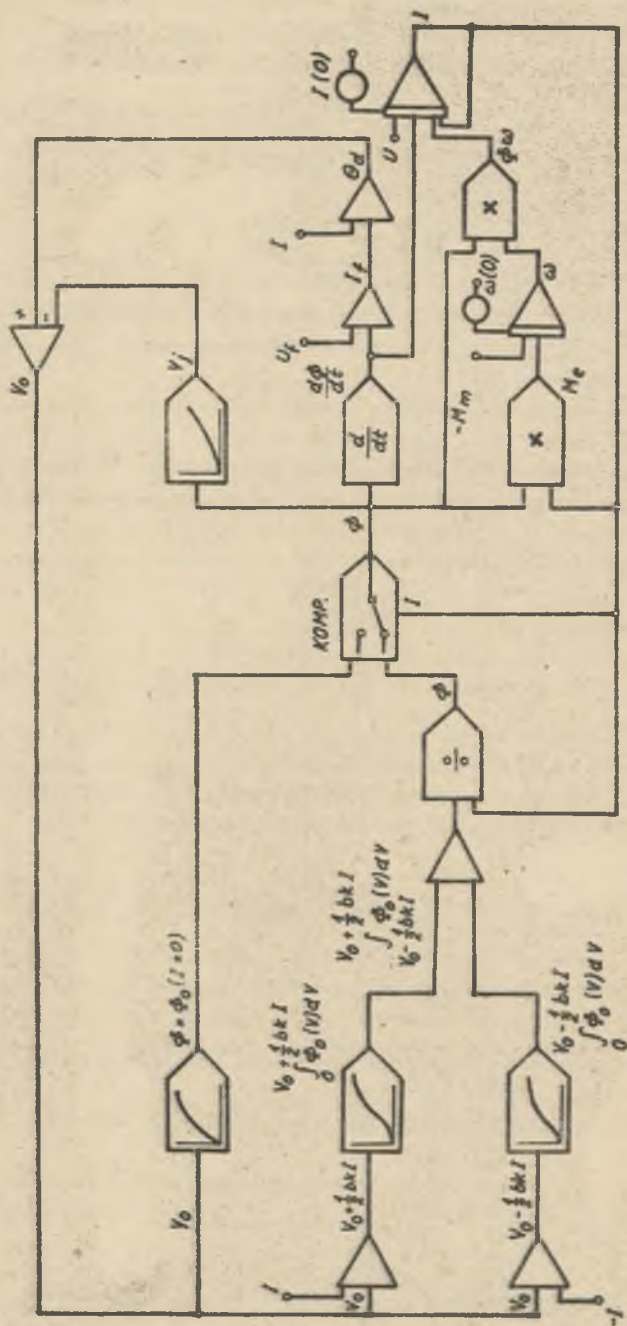


Рис. 8. Упрощенный схемат блокowy silnika прądu stałego до облікоз на машинні цифрові

Mając na względzie, że maszyna cyfrowa nie realizuje dzielenia przy $I=0$, wprowadzono w schemacie blokowym na rys. 8 dodatkowy blok funkcyjny $\Phi_0 = f(V_0)$ włączony równolegle do układu dzielącego.

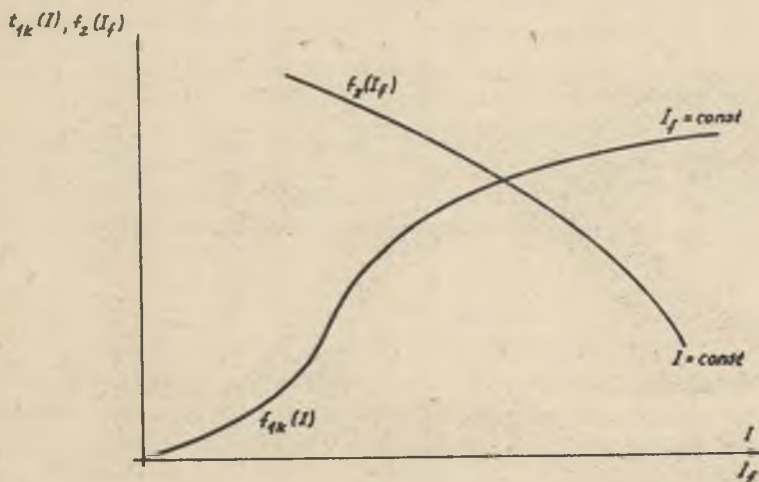
4. SYMULACJA ANALOGOWA

Badania nieliniowości wg równ. (10) wykazały dobre przybliżenie rodziny krzywych $\Delta\Phi = f(I, \Theta_d)$ za pomocą iloczynu dwóch funkcji, z których każda zależy od jednej zmiennej.

$$\Delta\Phi = f_{1k}(I) f_2(\Theta_d), \quad (18)$$

przy czym

$f_{1k}(I)$ - przedstawia funkcję z rodziny krzywych z parametrem Θ_d (rys.9),
 $f_2(\Theta_d)$ - dodatkową funkcję, którą otrzymuje się z zależności $\Delta\Phi = f(I, \Theta_d)$ przy parametrycznej zmienności I .



Rys. 9. Przebieg funkcji f_{1k} i f_2

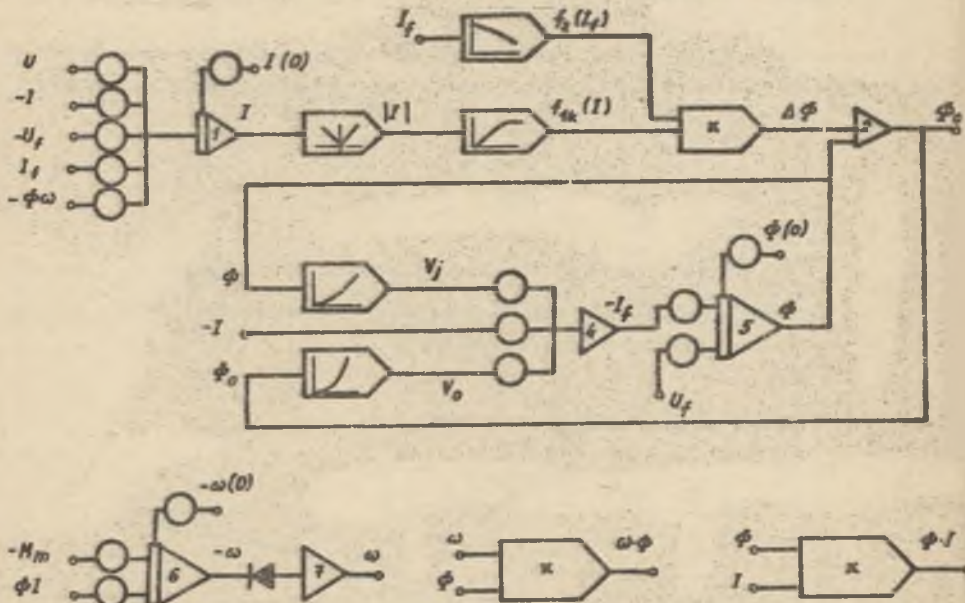
Rys. 9 przedstawia funkcje f_{1k} i f_2 .

Z równań (2) i (3) wynika prąd wzbudzenia

$$I_f = \frac{1}{z_f} \left[v_0(\Phi_0) + v_j(\Phi) - I z_s \right]. \quad (19)$$

Równania (12), równania różniczkowe (8), (13), (9) przekształcone do postaci kanonicznej razem z zależnościami (10), (18), (19) i nieliniowościami $v_j(\Phi)$ i $v_o(\Phi_o)$ stanowią zestaw zależności rozwiązujących dowolny stan nieustalony.

Rys. 10 przedstawia program całkowania na maszynie analogowej.



Rys. 10. Program całkowania na maszynie analogowej

5. WNIOSKI

Uściślony model matematyczny nieskompensowanej maszyny prądu stałego posłużył do badań dowolnych przebiegów przejściowych z wykorzystaniem cyfrowej i analogowej techniki obliczeniowej. Jakkolwiek metoda symulacji cyfrowej jest bardziej poprawna pod względem teoretycznym, metody symulacji oparte na obu technikach zapewniają praktycznie jednakową dokładność [1]. Istotna różnica obu technik polega na tym, że przy symulacji analogowej zastąpiono funkcje dwóch zmiennych $\Phi(I, \theta_d)$ przybliżeniem $\Delta\Phi = f(I, \theta_d)$ zrealizowanym dwuwęzłowym blokiem nieliniowym. Takie podejście prowadzi do budowy układu równań sprzężonych różniczkowych pierwszego rzędu, co umożliwia bezpośrednie całkowanie. Metoda symulacji cyfrowej daje rozwiązanie równań różniczkowych strumienia wzbudzenia, natomiast w technice analogowej operacja różniczkowania napotyka na trudności realizacji.

LITERATURA

- [1] Paszek W., Ryzko Z.: Das mathematische Modell der nichtkompensierten Gleichstrommaschine: Elektrie 34(1980) H.7.
- [2] Dąbrowski M.I.: Demagnetizing effect caused by cross armature reaction in DC machines with an irregular air - gap. International Conference on Electrical Machines 15-17, 1980. Athens - Greece.
- [3] Publikacja ELWRO: Program symulacji cyfrowej maszyny analogowej # x 3AB/3 WZE Wyd. I. 1972.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Zygmunt

Wpłynęło do redakcji 5.IV.1982 r.

ИСПЫТАНИЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ
НЕКОМПЕНСИРОВАННОЙ МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭЭМ

Р е з ю м е

В работе представлена математическая модель машины постоянного тока без компенсированной обмотки с учетом нелинейной характеристики намагничивания. На основе этой модели разработаны два метода решения произвольных электродинамических переходных процессов, которые приспособлены к разным свойствам цифровой и аналоговой вычислительной техники. Обсуждено влияние нелинейного воздействия якоря на процессы.

COMPUTER AIDED INVESTIGATIONS OF ELECTRODYNAMIC TRANSIENTS
OF THE NONCOMPENSATED d.c. MACHINES

S u m m a r y

The mathematical model of the noncompensated d.c. machine with non linear magnetizing characteristic was presented. On the basis of that model two methods of solving the differential equations of arbitrary electrodynamic transients were elaborated. The methods were adapted to different properties of analog and digital calculation techniques. The influence of non linear armature reaction on the transients was discussed,