

Jadwiga PŁOSZYŃSKA, Jan PROKOP

Instytut Elektrotechniki
Politechniki Rzeszowskiej

WPLYW SZEROKOŚCI SZCZOTKI

NA WŁASNOŚCI DYNAMICZNE MASZYNY PRĄDU STAŁEGO

Streszczenie. W pracy zaproponowano uproszczoną metodę pozwalającą na określenie wpływu zwieranych przez rzeczywistą szczotkę zewzwojów twornika na własności dynamiczne maszyny prądu stałego. Pracę rzeczywistej szczotki pokrywającą dowolną liczbę wycinków komutatora zamodelowano za pomocą układu dwóch szczotek punktowych połączonych ze sobą i tym samym zwierających część uzwojenia twornika.

Przedstawiono ogólne równania stanu maszyny z tak przyjętym modelem rzeczywistej szczotki. Na podstawie zaproponowanego modelu oraz wykonanych obliczeń numerycznych przedstawiono przebiegi wybranych procesów przejściowych silnika modelowego, dla szerokości szczotki równej 0 (szczotka punktowa), 1, 2, 3 (szczotka rzeczywista) szerokościom wycinka komutatora.

WSTĘP

Przy identyfikacji własności elektrodynamicznych maszyn prądu stałego stwierdza się rozbieżności pomiędzy rzeczywistymi, mierzonymi w stanach przejściowych, przebiegami zmiennych stanu, a przebiegami wynikającymi z wybranego modelu matematycznego maszyny. Dlatego też celowe staje się poszukiwanie nowych modeli matematycznych tych maszyn, które możliwie dokładnie będą odwzorowywać występujące w nich zjawiska.

Zastosowanie zasilania maszyn prądu stałego z przekształtników tyrystorowych spowodowało ponowne zwrócenie uwagi na zestyk komutator-szczotka i związane z tym zagadnienie tłumienia wewnętrznego, którego najistotniejszymi przyczynami są zjawiska zachodzące w zewzwojach zwartych przez szczotki w czasie procesu komutacji. Ponieważ zagadnienie to w opisie matematycznym maszyn prądu stałego sprawia wiele trudności, dlatego w niniejszej pracy zaproponowano pewną uproszczoną metodę pozwalającą na określenie wpływu zwieranych przez rzeczywistą szczotkę zewzwojów twornika na własności dynamiczne maszyny prądu stałego.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

- \underline{u} - wektor napięć,
 \underline{i} - wektor prądów,
 \underline{R} - macierz rezystancji,
 \underline{L} - macierz indukcyjności własnych i wzajemnych,
 \underline{G} - macierz rotacji,
 J - moment bezwładności,
 D - współczynnik dyssypacji w ruchu obrotowym,
 m - moment obrotowy,
 m_0 - moment elektromagnetyczny,
 ω - prędkość kątowna,
 η - kąt wysunięcia szozotek ze strefy neutralnej,
 k_w - liczba wycinków komutatora pokrywanych przez szozotkę.

Proponowana metoda

Podstawę opisu matematycznego maszyny prądu stałego stanowią równania otrzymane na bazie uogólnionych równań Lagrange'a dla quasi-współrzędnych [1,2], które można przedstawić w ogólnej postaci:

$$\underline{u} = \underline{R} \underline{i} + \frac{d}{dt} \underline{L} \underline{i} + \omega \underline{G} \underline{i}, \quad (1)$$

$$m = D\omega + \frac{d}{dt} J\omega - \underline{i}^T \underline{G} \underline{i} \quad (2)$$

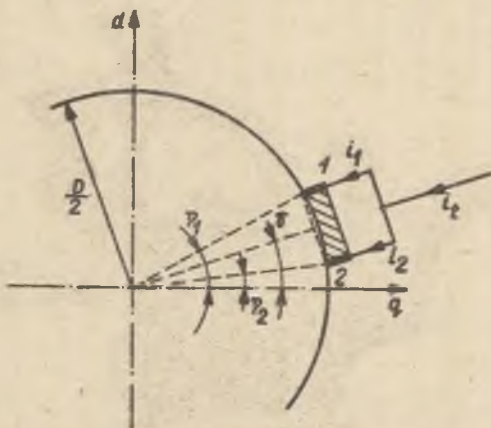
Równania (1) i (2) formułowane są przy zwykle przyjmowanych założeniach upraszczających: liczba działek komutatora jest nieskończenie wielka, kontakt szozotki z komutatorem jest punktowy. Tak więc w ogóle nie uwzględnia się w takim opisie wpływu zwieranych przez szozotkę zewzwojów uzwojenia twornika. W rzeczywistej maszynie szozotka równocześnie pokrywa dwa lub większą liczbę sąsiednich wycinków komutatora. Ponieważ uwzględnienie tego zjawiska w opisie matematycznym maszyn komutatorowych nastrocza wiele trudności, przeto przyjmujemy pewien model przybliżony.

Zalóżmy mianowicie, że rzeczywistą szozotkę o szerokości a_{sz} , wysuniętą ze strefy neutralnej o kąt η oraz pokrywającą k_w wycinków komutatora, można zastąpić dwiema szozotkami punktowymi ($k_w = 0$, reprezentującymi nadbiegającą oraz zbiegającą koniec rzeczywistej szozotki) wysuniętymi ze strefy neutralnej o kąty

$$\eta_1 = \eta + \arcsin \frac{a_{sz}}{D_k}, \quad (3)$$

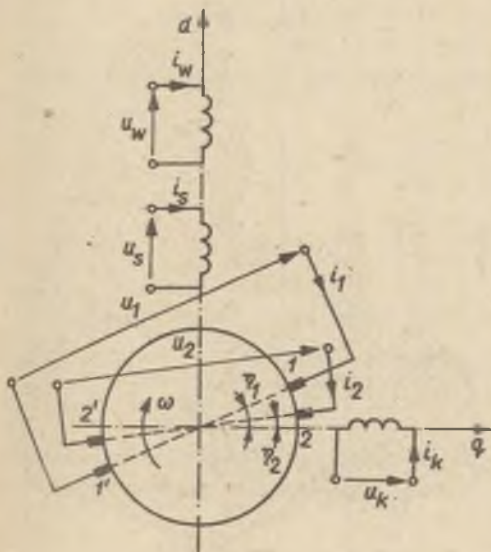
$$\eta_2 = \eta - \arcsin \frac{a_{sz}}{D_k}, \quad (4)$$

gdzie D_k jest średnicą komutatora, na które narzucono więzy przedstawione na rysunku 1. Taki układ szozotek powoduje zwieranie części uzwojenia



Rys. 1. Model rzeczywistej szozotki

twornika, modelując tym samym pracę rzeczywistej szozotki. Zmiana kąta rozchylenia szozotek punktowych γ_1 - γ_2 odpowiadająca zmianie szerokości rzeczywistej szozotki, pozwoli na określenie jej wpływu na własności dynamiczne maszyny prądu stałego.



Rys. 2. Model maszyny prądu stałego

Rozważmy obecnie model maszyny prądu stałego posiadającej trzy uzwojenia na stojanie: wzbudzenie (w) i dozwojenia szeregowego (s) w osi podłużnej, biegunów komutacyjnych (k) w osi poprzecznej oraz dwie pary punktowych szozotek na tworniku (modelujących rzeczywistą parę szozotek) przedstawiony na rysunku 2. Zakładając, że szozotki są nieruchome i wysunięte ze strefy neutralnej o

kąty γ_1 i γ_2 opisane zależnościami (3) i (4), przy wyborze wektora stanu, wektora wejścia i wyjścia: $\underline{X} = \text{col}(\underline{i}, \omega)$, $\underline{U} = \text{col}(\underline{u}, m)$, $\underline{Y} = \text{col}(\underline{i}, \omega, m)$, równanie stanu i równanie wyjścia tak przyjętego modelu maszyny na podstawie równań (1) i (2) przyjmuje postać:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{i} \\ \underline{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{L}^{-1}(\underline{R} + \underline{\omega} \underline{G})\underline{i} + \underline{L}^{-1} \underline{u} \\ \underline{J}^{-1} \underline{i}^T \underline{G} \underline{i} - \underline{J}^{-1} \underline{D} \underline{\omega} + \underline{J}^{-1} \underline{m} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{i} \\ \underline{\omega} \\ \underline{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i} \\ \underline{\omega} \\ \underline{i}^T \underline{G} \underline{i} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie:

$$\underline{u} = \text{col}(u_w, u_s, u_k, u_1, u_2),$$

$$\underline{i} = \text{col}(i_w, i_s, i_k, i_1, i_2),$$

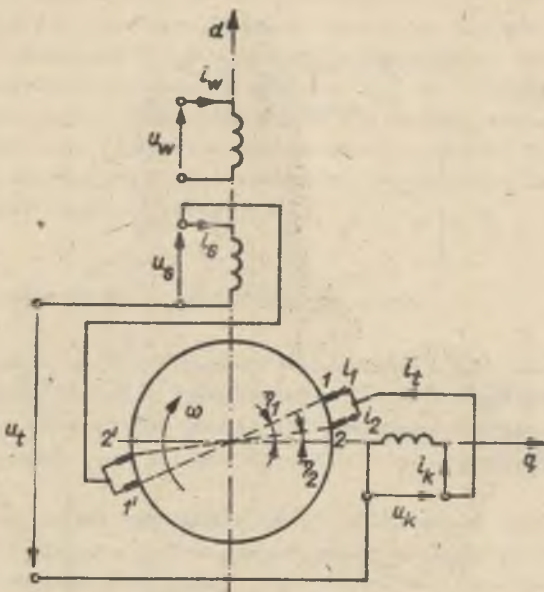
$$\underline{R} = \text{diag}(R_w, R_s, R_k, R_1, R_2),$$

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} L_w & M_{ws} & 0 & M_{w1} & M_{w2} \\ M_{ws} & L_s & 0 & M_{s1} & M_{s2} \\ 0 & 0 & L_k & M_{k1} & M_{k2} \\ M_{w1} & M_{s1} & M_{k1} & L_1 & M_{12} \\ M_{w2} & M_{s2} & M_{k2} & M_{12} & L_2 \end{bmatrix},$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial M_{w1}}{\partial \eta_1}, \frac{\partial M_{s1}}{\partial \eta_1}, \frac{\partial M_{k1}}{\partial \eta_1}, \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_1}{\partial \eta_1}, \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_1} \\ \frac{\partial M_{w2}}{\partial \eta_2}, \frac{\partial M_{s2}}{\partial \eta_2}, \frac{\partial M_{k2}}{\partial \eta_2}, \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_2}, \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \eta_2} \end{bmatrix}$$

Uwzględniając równanie więzów wynikające z układu połączeń obwodu twornika (rys. 3), któremu to odpowiada macierz połączenia \underline{K} spełniająca równanie $\underline{i} = \underline{K}^T \underline{i}^*$, gdzie

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 1, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 1, -1, 0, 1 \\ 0, 0, 0, 1, -1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$



Rys. 3. Model maszyny prądu stałego z uwzględnieniem więzów

po dokonaniu transformacji według zależności

$$\begin{aligned}
 \underline{u}^* &= \underline{K} \underline{u}, \\
 \underline{R}^* &= \underline{K} \underline{R} \underline{K}^T, \\
 \underline{L}^* &= \underline{K} \underline{L} \underline{K}^T, \\
 \underline{G}^* &= \underline{K} \underline{G} \underline{K}^T,
 \end{aligned} \tag{8}$$

równania (5) i (6) przyjmują postać:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{i}^* \\ \omega \\ \underline{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{L}^{*-1}(\underline{R}^* + \omega \underline{G}^*) \underline{i}^* + \underline{L}^{*-1} \underline{u}^* \\ \underline{J}^{-1} \underline{i}^{*T} \underline{G}^* \underline{i}^* - \underline{J}^{-1} D \omega + \underline{J}^{-1} \underline{m} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{i}^* \\ \omega \\ \underline{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}^* \\ \omega \\ \underline{i}^{*T} \underline{G}^* \underline{i}^* \end{bmatrix}, \tag{10}$$

gdzie:

$$\underline{u}^* = \text{col}(u_w, u_t, 0), \quad (11)$$

$$\underline{i}^* = \text{col}(i_w, i_t, i_1), \quad (12)$$

$$\underline{R}^* = \begin{bmatrix} R_w, & 0, & 0 \\ 0, & R_s + R_k + R_2, & -R_2 \\ 0, & -R_2, & R_1 + R_2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\underline{L}^* = \begin{bmatrix} L_w, & M_{ws} + M_{w2} \\ M_{ws} + M_{w2}, & L_s + L_k + L_2 + 2 M_{s2} - 2 M_{k2} \\ M_{w1} - M_{w2}, & M_{s1} - M_{s2} - M_{k1} + M_{k2} + M_{12} - L_2, \\ & M_{w1} - M_{w2} \\ & M_{s1} - M_{s2} - M_{k1} + M_{k2} + M_{12} - L_2 \\ & L_1 + L_2 - 2 M_{12} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\underline{C}^* = \begin{bmatrix} 0, & 0 \\ \frac{\partial M_{w2}}{\partial \eta_2}, & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \eta_2} + \frac{\partial M_{s2}}{\partial \eta_2} - \frac{\partial M_{k2}}{\partial \eta_2} \\ \frac{\partial M_{w1}}{\partial \eta_1} - \frac{\partial M_{w2}}{\partial \eta_2}, & \frac{\partial M_{s1}}{\partial \eta_1} - \frac{\partial M_{s2}}{\partial \eta_2} + \frac{\partial M_{k2}}{\partial \eta_2} - \frac{\partial M_{k1}}{\partial \eta_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \eta_2}, \\ & 0 \\ & \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \eta_2} \\ & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_1}{\partial \eta_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \eta_2} - \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_1} - \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_2} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$i_t = i_s = -i_k = i_1 + i_2$$

$$u_t = u_s + u_2 - u_k.$$

Równanie (9) stwarza możliwość przeprowadzenia analizy wpływu szerokości rzeczywistej szozotki na przebieg czasowy wektora wyjścia (10) poprzez zmianę parametrów tego równania dla różnych wartości kąta rozsunienia mo-

delujących szczołek punktowych. Na bazie równań (9) i (10) można łatwo otrzymać równania silnika obcowzbudnego (pomijając wielkości odnoszące się do dozwojenia szeregowego) lub szeregowego (eliminując odpowiednio pierwszy wiersz i pierwszą kolumnę we wzorach (11) do (15)). Ze względu na nieliniowość strukturalną, charakteryzującą się występowaniem dwuliniowej formy współrzędnych elektrycznych i mechanicznej prędkości kątowej oraz formy kwadratowej współrzędnych elektrycznych, rozwiązanie równania (9) wymaga zastosowania maszyny cyfrowej.

SYMULACJA CYFROWA WYBRANYCH STANÓW PRZEJŚCIOWYCH

W celu wykazania wpływu szerokości szczołki na własności elektrodynamiczne maszyny prądu stałego, wykorzystując proponowaną metodę, wykonano obliczenia na maszynie cyfrowej ODRA 1304 w języku FORTRAN dla maszyny prądu stałego o danych: $P_N = 1,5 \text{ kW}$; $U_N = 230 \text{ V}$; $n_N = 2850 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$; $I_N = 6,5 \text{ A}$; $I_{wN} = 0,25 \text{ A}$.

Do całkowania równań różniczkowych (9) zastosowano metodę numeryczną Rungego-Kutty IV rzędu z krokiem całkowania $h = 0,001 \text{ s}$. Obliczenia zostały przeprowadzone przy założeniu, że szerokość szczołki jest równa 0 (szczołka punktowa), 1, 2, 3 (szczołka rzeczywista) szerokościom wycinka komutatora oraz że oś szczołki pokrywa się z osią geometrycznej strefy neutralnej ($\eta = 0$).

Wyniki identyfikacji parametrów dynamicznych badanej maszyny dla rozważanego przypadku, otrzymane w oparciu o metodę przedstawioną w pracy [3] zestawiono w tab. I. Obliczenia wykonano dla całkowitego momentu bezwładności $J_c = 2 \text{ J}$.

Do badań symulacyjnych zostały wybrane trzy najbardziej typowe stany dynamiczne: rozruch, udarowe obciążenie oraz hamowanie przeciwwładczeniem, a więc stany charakteryzujące się dużymi udarami prądowymi. Przykładowe wyniki symulacji cyfrowej przedstawiono na rysunkach 4 i 13. Na rys. 14 przedstawiono zależność ustalonych wartości prądów twornika I_t oraz szczołek modelujących I_1 i I_2 od liczby wycinków komutatora pokrywanych przez rzeczywistą szczołkę dla maszyny obciążonej momentem znamionowym.

WNIOSKI

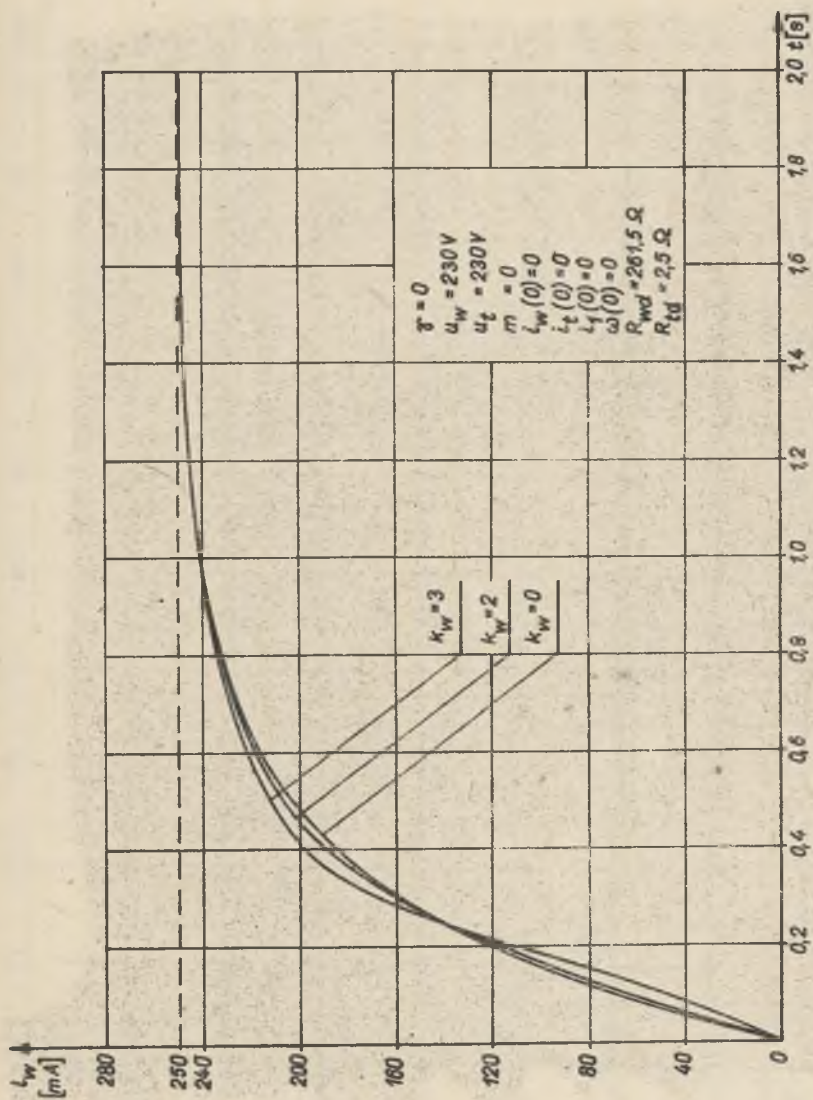
Przedstawione wyniki obliczeń potwierdzają stwierdzone eksperymentalnie zjawiska, jak: spowolnienie przebiegów osazowych wraz ze wzrostem szerokości szczołki, nierównomierny rozptył prądów na nadbiegającym i zbiegającym końcu szczołki, zmiany prądu wzbudzenia silnika obcowzbudnego przy zmianie napięcia twornika lub momentu obciążenia dla rzeczywistych szczołek umieszczonych w strefie neutralnej.

Tablica I

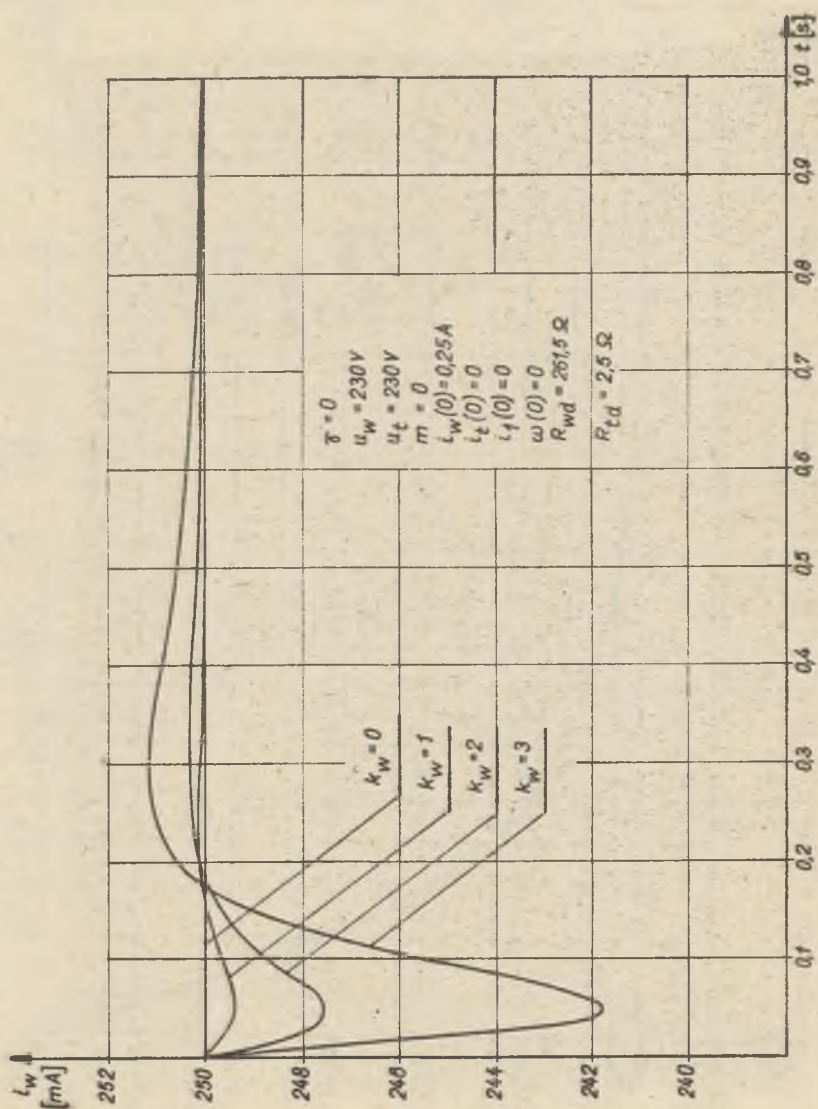
Parametry maszyny prądu stałego

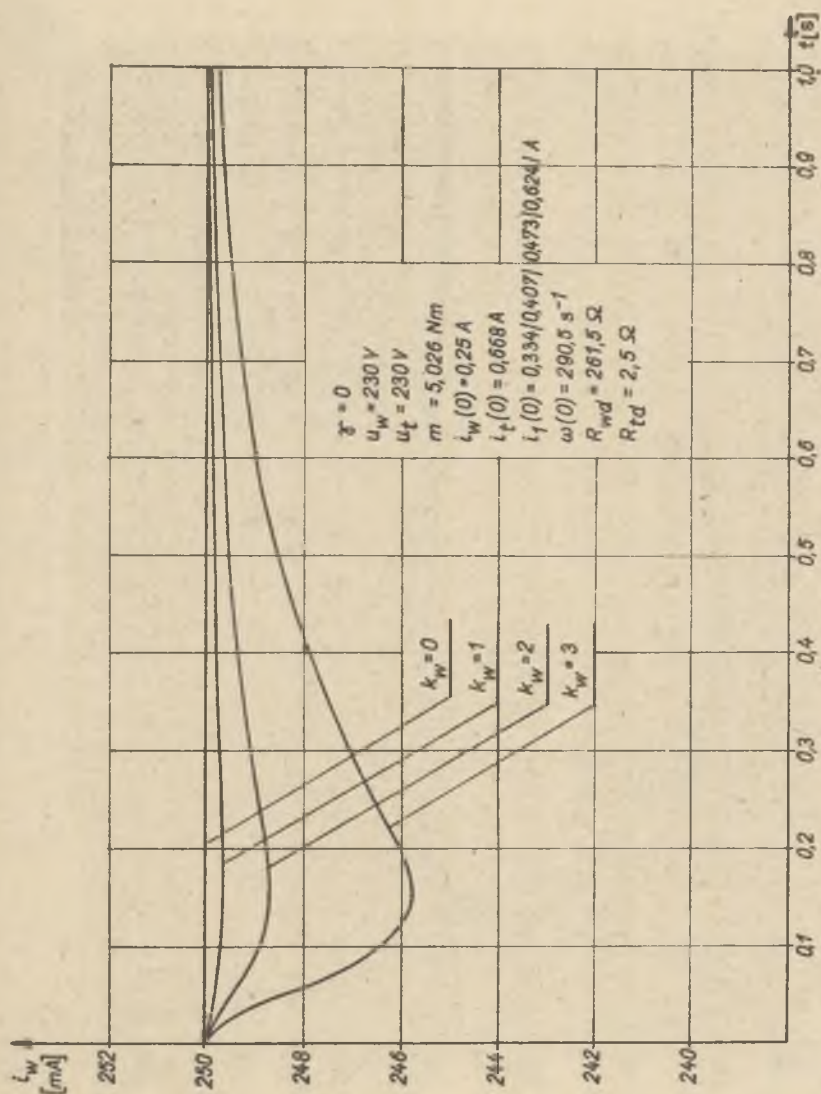
k_w		$k_w = 0$	$k_w = 1$	$k_w = 2$	$k_w = 3$
Parametr					
$R_1 = R_2$	Ω	1,32	1,32	1,32	1,32
$L_1 = L_2$	mH	58,0	58,0	58,0	58,0
M_{w1}	H	0	0,133	0,266	0,4
M_{w2}	H	0	-0,133	-0,266	-0,4
M_{k1}	mH	7,8	8,2	8,6	9,0
M_{k2}	mH	7,8	7,4	6,7	6,0
$\frac{\partial M_{w1}}{\partial \eta_1}$	$\frac{H}{rd}$	3,1	3,1	3,1	3,1
$\frac{\partial M_{w2}}{\partial \eta_2}$	$\frac{H}{rd}$	3,1	3,1	3,1	3,1
$\frac{\partial M_{k1}}{\partial \eta_1}$	$\frac{mH}{rd}$	-13,1	-12,5	-12,1	-10,32
$\frac{\partial M_{k2}}{\partial \eta_2}$	$\frac{mH}{rd}$	-13,1	-13,5	-14,0	-14,25

$R_w = 658,5 \Omega$,	$M_{ws} = M_{s1} = M_{s2} = M_{12} = 0$,
$L_w = 273,4 \text{ mH}$,	$\frac{\partial M_{s1}}{\partial \eta_1} = \frac{\partial M_{s2}}{\partial \eta_2} = \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_1} = \frac{\partial M_{12}}{\partial \eta_2} = \frac{\partial L_1}{\partial \eta_1} = \frac{\partial L_2}{\partial \eta_2} = 0$,
$R_k = 0,35 \Omega$,	
$L_k = 0,031 \text{ H}$,	
$R_s = 0$,	$D = 0,0018 \text{ Nms}$,
$L_s = 0$,	$J = 2,64 \cdot 10^{-3} \text{ Nm s}^2$.

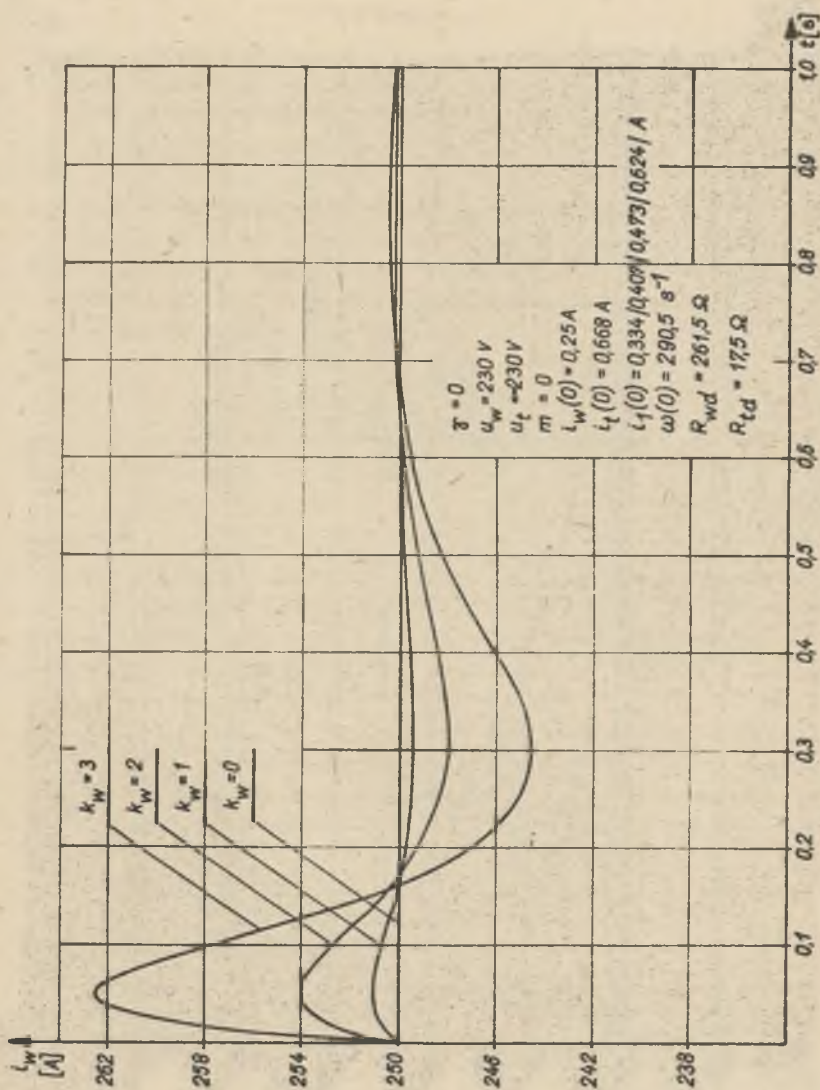


Rys. 4. Wpływ szerokości szczotki na przebieg czasowy prądu wzbudzenia przy rozruchu dla $i_w(0) = 0$,

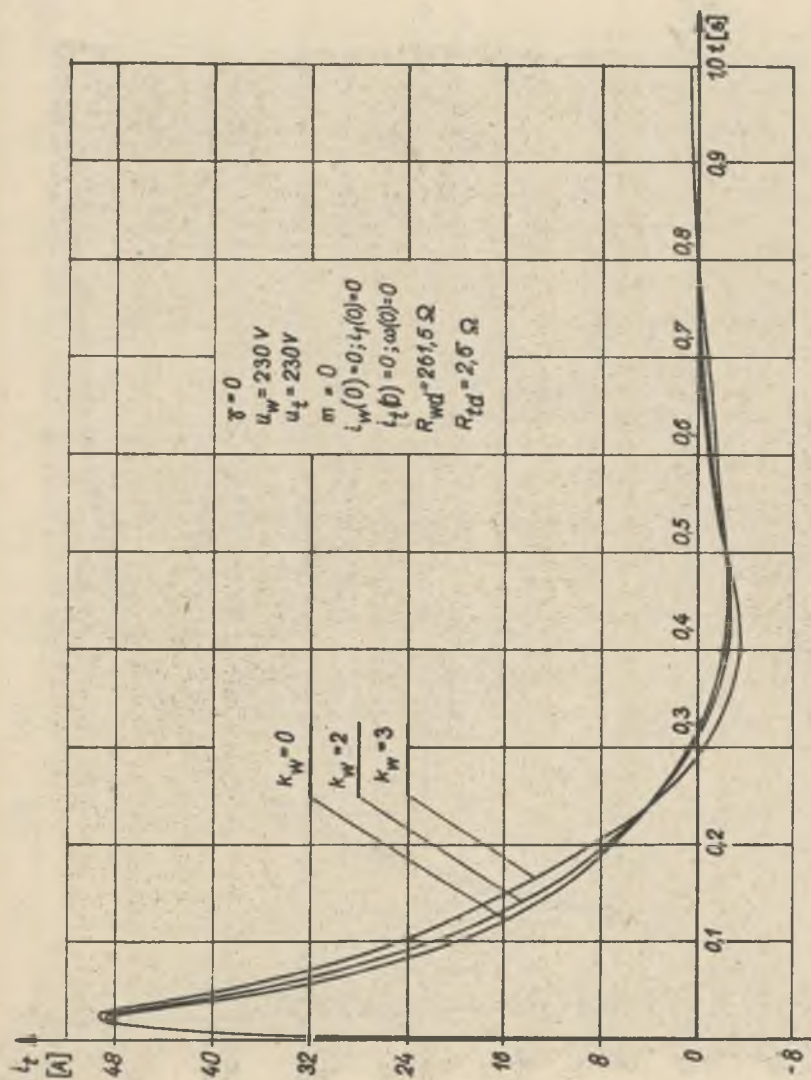

 Kys. 5. Wpływ szerokości impulsu na przebieg chwilowy prądu wzbudzenia przy rozruchu dla $i_W(0) = I_{W0}$



Rys. 6. Wpływ szerokości szostki na przebieg czasowy prądu wzbudzenia przy udarowym obciążeniu momentem znamionowym



Rys. 7. Wpływ szerokości szczytki na przebieg czasowy prądu wzbudzenia przy przeciwłączeniu



Rys. 8. Wpływ szerokości szosotki na przebieg czasowy prądu twornika przy rozruchu dla $i_W(0) = 0$.

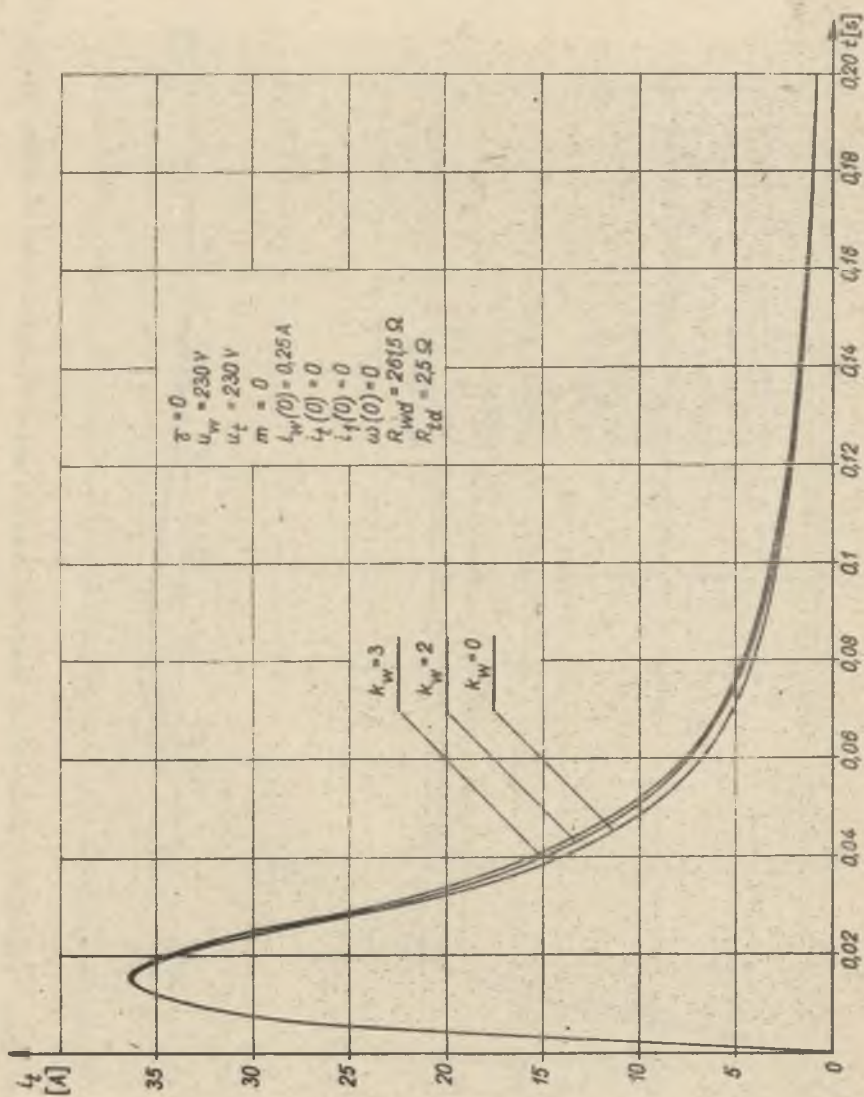
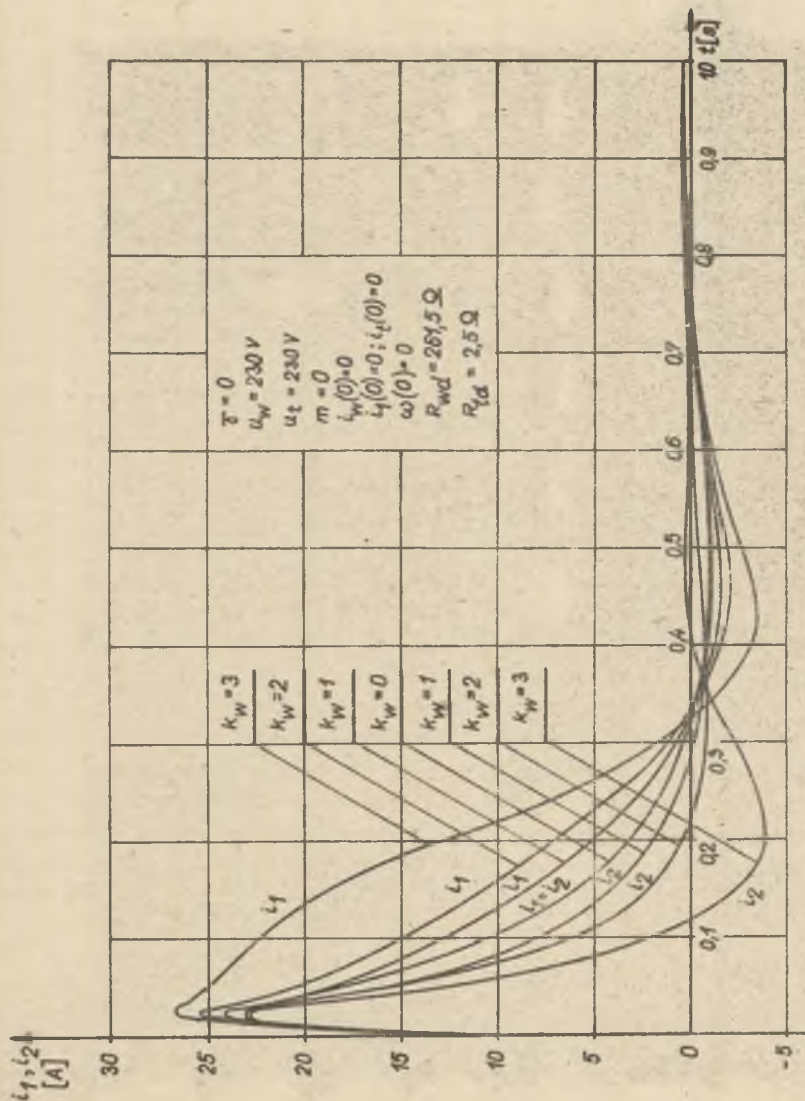
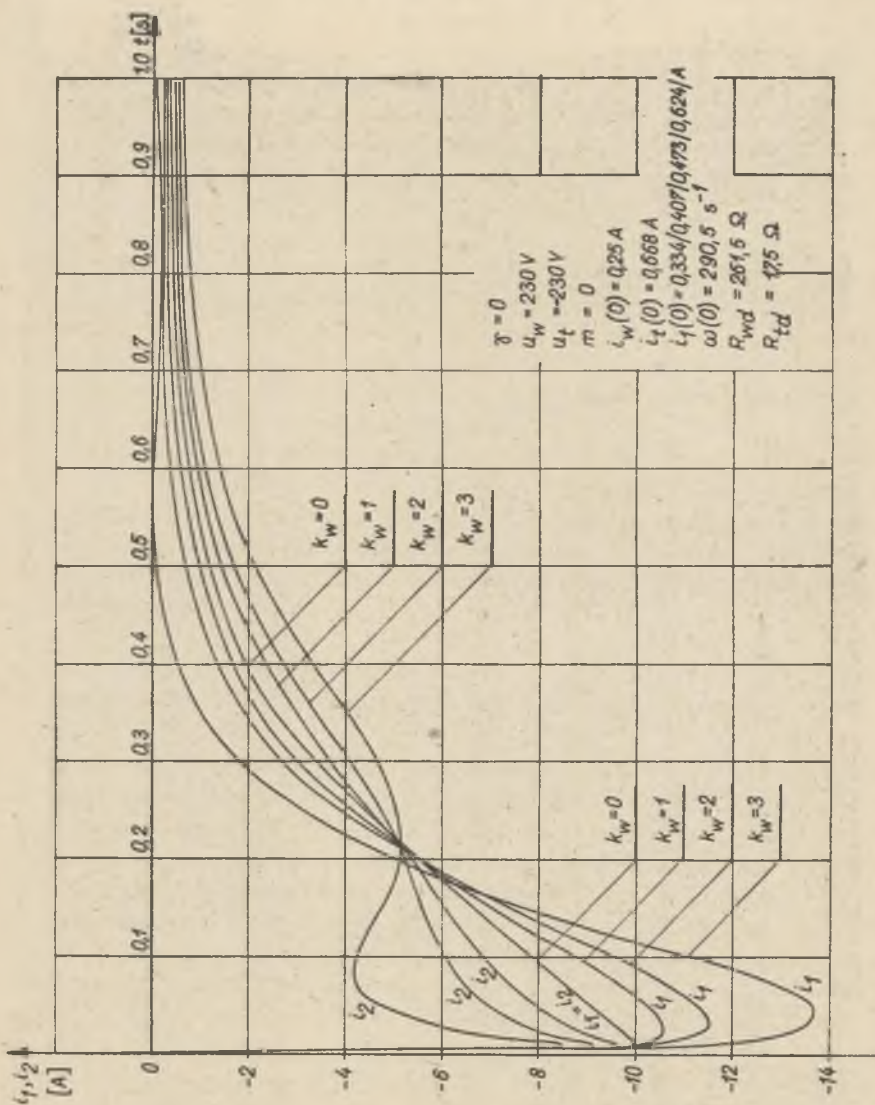


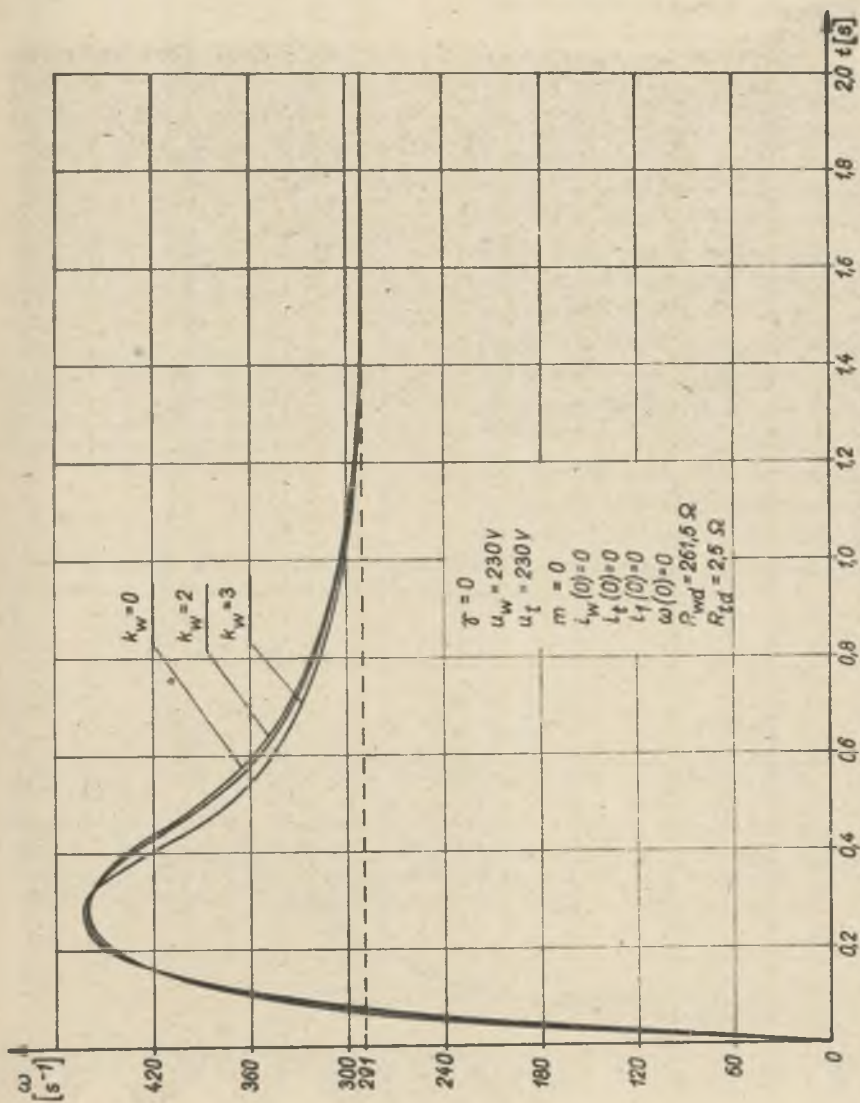
Fig. 9. Wpływ szerokości oszołki na przebieg czasowy prądu twornika przy rozruchu dla $i_w(0) = I_{wN}$



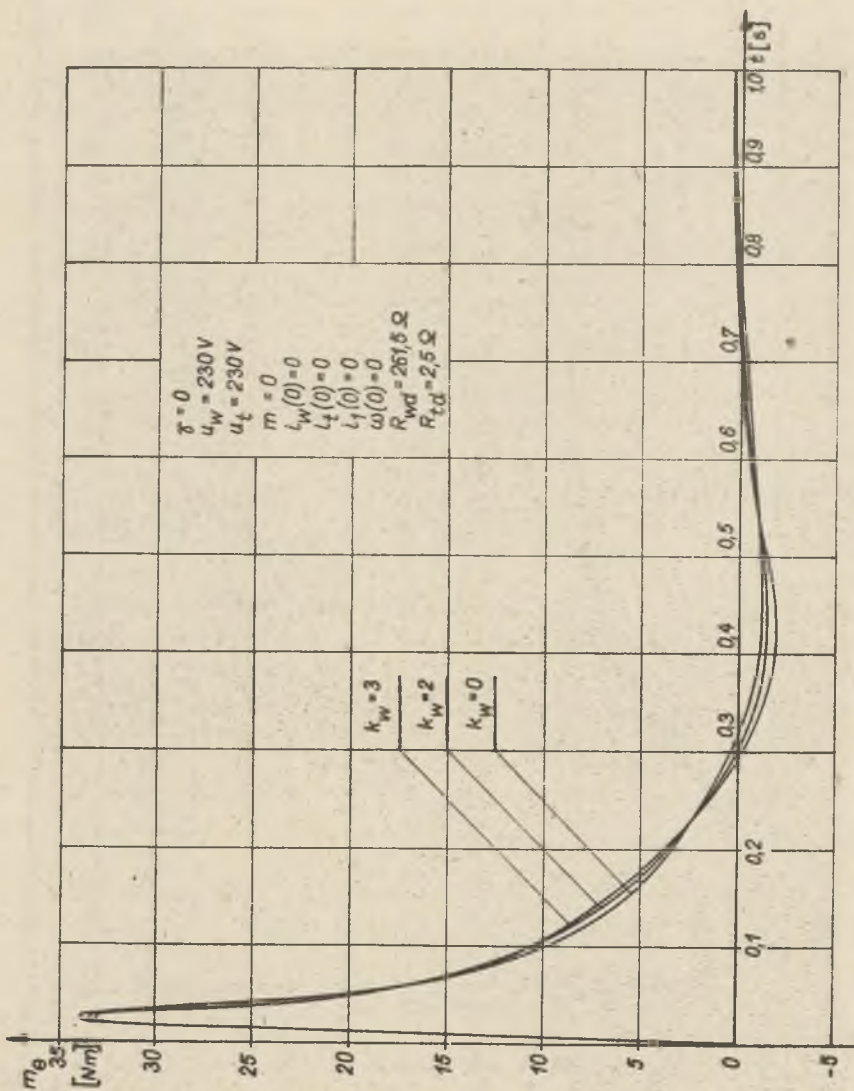
Rys. 10. Wpływ szerokości szostki na przebiegi czasowe prądów szostek modelu języcznych przy rozruchu



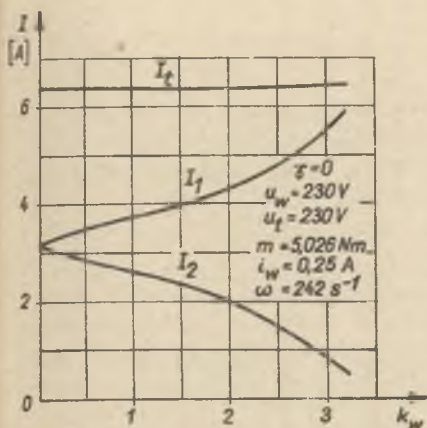
Rys. 11. Wpływ szerokości szczytki na przebiegi czasowe prądu szczytek modelujących przy przezeiwłączeniu



Rys. 12. Wpływ szerokości szostki na przebieg czasowy prędkości kątowej przy rezonansie



Rys. 13. Wpływ szerokości szotki na przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy rozruchu



rys. 14. Zależność ustalonych wartości prądów twornika I_1 i szozotek modelujących I_2 od liczby wycinków komutatora pokrywanych przez rzeczywistą szozotkę przy obciążeniu momentem znamionowym

Przedstawiona metoda okazuje się w zakresie przyjętych uproszczeń niezwykle operatywna, oczywiście może być rozwinięta przez zwiększenie liczby punktowych szozotek modelujących szozotkę rzeczywistą.

Przedstawiona metoda pozwoli na: analizę wpływu na własności dynamiczne maszyn prądu stałego szozotek o różnych konstrukcjach, jak np.: szozotki warstwowe, dzielone itp., dobór optymalnego ze względu na własności dynamiczne pokrycia wycinków komutatora przez szozotki, ocenę wpływu zwiększenia liczby szozotek punktowych modelujących rzeczywistą szozotkę na wyniki obliczeń (wybór wariantu optymalnego), uwzględnienie rezystancji poprzecznej i podłużnej szozotki itp., analizę

wpływu szerokości szozotki na procesy przejściowe maszyn zasilanych prądem pulsującym z przekształtników tyrystorowych.

LITERATURA

- [1] Puchała A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych. PWN, Warszawa 1977.
- [2] Puchała A.; Noga M., Gołębiowski L.: Zbiór zadań z dynamiki maszyn i układów elektromechanicznych. PWN, Warszawa 1979.
- [3] Czajkowski J.: Estymacja parametrów dynamicznych modeli maszyn elektrycznych. Zeszyty Naukowe AGH, Kraków, z. 111, 1979.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Władysław Paszek

Wpłynęło do redakcji 5.IV.1982 r.

ВЛИЯНИЕ ШИРИНЫ ЩЕТКИ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Резюме

В работе предложен упрощенный метод, позволяющий определить влияние закорачиваемых реальной щеткой якорных секций на динамические свойства постоянного тока. Работа реальной щетки покрывающей произвольное количество пластин коллектора моделирована при помощи системы двух точечных щеток, соединенных друг с другом и таким образом замыкающих накоротко часть обмотки якоря.

Приводятся общие уравнения состояния машины для раньше принятой модели реальной щетки. На основе предложенной модели и численных расчетов представлено протекание (характеристика) избранных переходных процессов модельного двигателя, для ширины щетки равной 0 (точечная щетка), 1, 2, 3 (реальная щетка) шириной коллекторной пластины.

THE INFLUENCE OF BRUSH WIDTH ON THE DYNAMIC PROPERTIES OF THE DIRECT CURRENT MACHINE

Summary

The paper presents a simplified method defining the influence of shorting by brush armature coil on the dynamic proprieties of the direct current machines. The work of the real brush has been modeled with the aid of an arrangement connecting two point brushes and in this way shorting part of the armature coil.

The general equations of the state for the machine with the received model of the real brush are presented. The choice transients of modelling motor on the basis of the proposed model and numerical calculation for brush width equal 0 (point brush), 1, 2, 3 (real brush) width of commutator bar have been given.