

Tadeusz GLINKA, Andrzej PAWLAK
Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

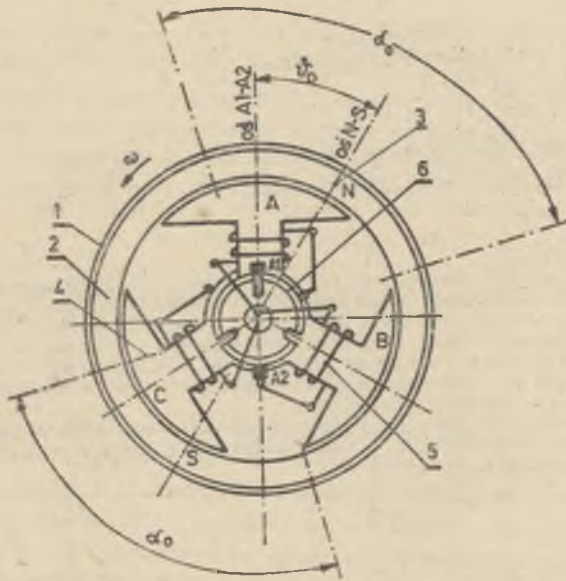
WPLYW KSZTAŁTU POLA W SILNIKACH PRĄDU STAŁEGO MAŁEJ MOCY
WZBUDZANYCH OD MAGNESÓW TRWAŁYCH NA PARAMETRY TYCH SILNIKÓW

Streszczenie. Przedstawiono zagadnienia związane z konstrukcją i technologią silników małej mocy o 3 zębach wirnika. W silnikach tych przebiegi czasowe napięcia rotacji i moment elektromagnetyczny zależą od kształtu pola w szczelinie silnika. Poszukuje się najbardziej korzystnych rozkładów pola, przy których wartości średnie napięcia rotacji i momentu elektromagnetycznego są stosunkowo duże, a ich składowe zmienne minimalne. Omówiono również problem wpływu względów technologicznych (dokładności montażu podzespołów), przy założonych kształtach pola na pogarszanie własności silnika.

WSTĘP

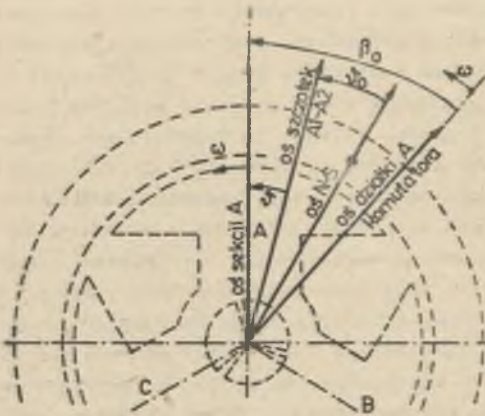
Mikrosilniki prądu stałego wzbudzone od magnesów trwałych stanowią najmniejszą grupę maszyn elektrycznych. W porównaniu z innymi typami mikrosilników charakteryzują się najmniejszą objętością i masą oraz najwyższą sprawnością. Silnik taki w najprostszym rozwiązaniu został przedstawiony na rys. 1. Znamiennym dla tego rozwiązania jest ekstremalnie mała liczba zębów $Z = 3$ i liczba działek komutatora $K=3$. Z tytułu małej liczby zębów i działek komutatora występują w nim pulsacje napięcia rotacji, momentu elektromagnetycznego i prądu. Pulsacje te wpływają na równomierność prędkości obrotowej silnika a zależą od kształtu pola wzbudzenia wytworzonego przez magnes trwały oraz od tolerancji montażu poszczególnych detali silnika, natomiast praktycznie nie zależą od rodzaju uzwojenia. Dokładność montażu detali silnika wpływa na wartość kąta φ_0 (między osią biegunów N-S i osią szczytów A1-A2) i β_0 (między osią symetrii sekcji A wirnika a osią symetrii wycinka A komutatora) - rys. 2. Uzwojenie wirnika może być połączony w gwiazdę (λ) lub trójkąt (Δ). Układ gwiazdy uzyskuje się, gdy początki cewek uzwojenia nawiniętego na zębach są przyłączone do komutatora a końce tych cewek są zwarte - rys. 1. Układ trójkąta uzyskuje się, gdy do działki komutatora przyłączony jest początek jednej cewki i koniec drugiej cewki. Układy te pod względem elektromagnetycznym są w pełni równoważne. Wykonanie uzwojenia w układzie λ jest jednak tańsze od układu Δ , gdyż układ Δ wymaga (przy tej samej masie miedzi) cięższe

go drutu i większej liczby zwojów. Dlatego też w praktyce stosuje się prawie wyłącznie układ połączeń \wedge .



Rys. 1. Obwód elektromagnetyzny silnika

1 - obudowa, 2 - magnesy trwałe, 3 - znak osi bieguna N, 4 - rdzeń wirnika, 5 - uzwojenie wirnika, 6 - komutator



Rys. 2. Oznaczenie osi charakterystycznych w silniku oraz kątów α_0 , β_0 , γ_0 . Przesunięcia kątowe zgodne ze strzałkami uważa się za dodatnie

Wzbudzenie silnika pochodzi od magnesu trwałego pierścieniowego namagnesowanego na łuku α_0 dwubiegunowo w sposób promieniowy. Z doświadczenia wiadomo, że rozkład pola magnetycznego w szczelinie oraz błędy montażowe (kąty γ_0 i β_0) wpływają na wartość średnią oraz pulsacje napięcia rotacji, prądu i momentu elektromagnetycznego. Dlatego też w modelu matematycznym silnika kąty te będziemy stawali się uwzględniać.

2. MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA

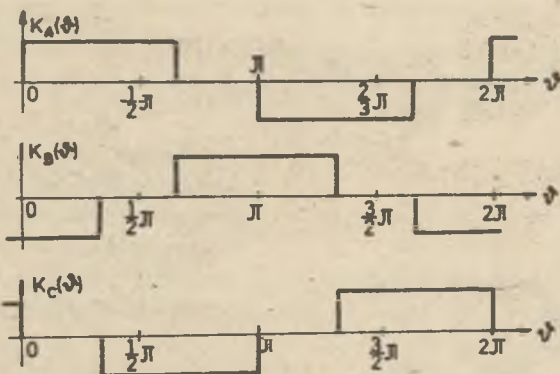
Podczas wirowania wirnika szczołki załączają prąd kolejno na poszczególne sekcje uzwojenia a następnie wyłączają go (rys. 3). Działanie komutatora, który powoduje załączanie i wyłączanie poszczególnych sekcji uzwojenia zostanie uwzględnione za pomocą funkcji komutatorowej $K(\psi)$. Funkcja $K(\psi)$ będzie uwzględniać, w równaniach silnika, prostokątne działanie komutatora (stan aktywny sekcji). Zatem funkcję komutatora $K(\psi)$ definiujemy następująco:

$K(\psi) = +1$ - gdy analizowana sekcja uzwojenia jest połączona poprzez działkę komutatora ze szczołką A1,

$K(\psi) = -1$ - gdy analizowana sekcja uzwojenia jest połączona ze szczołką A2,

$K(\psi) = 0$ - dla stanów biernych sekcji.

Zgodnie z powyższą definicją funkcja $K(\psi)$ dla poszczególnych sekcji będzie mieć przebieg podany na rys. 3.



Rys. 3. Definicja funkcji komutatorowej $K(\psi)$ dla sekcji A, B, C.

W całej analizie pracy silnika kąt $\psi = 0$ i odpowiadający mu czas $t = 0$ oznaczają chwilę połączenia sekcji A ze szczołką A1.

Zakładając, że przepływ twornika nie wpływa na strumień wzbudzenia, wytworzony przez magnes trwały, można równania silnika, opisujące jego stan elektromechaniczny, przedstawić w formie [1]

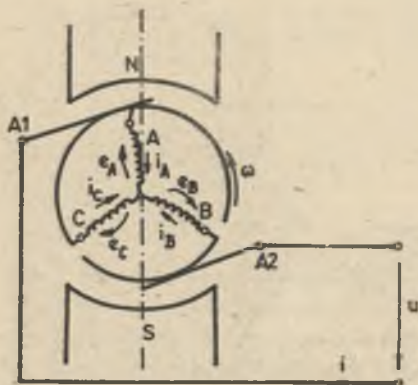
$$U = e + Ri + L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = M(t) - M_{ob}$$

$$\begin{aligned}
 i_k &= i K_k(\psi) \quad \text{dla } k = A, B, C \\
 &= \sum_{k=A,B,C} e_k K_k(\psi) = \frac{1}{R} \omega \sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[- \frac{d \Phi_{sk}(\psi)}{d \psi} \right] \\
 \psi &= \omega t \\
 M(\psi) &= \sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[- \frac{d \Phi_{sk}(\psi)}{d \psi} \right],
 \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie:

- $U; i; i_k$ - zaznaczone na rys. 4,
- R - rezystancja silnika równa podwójnej rezystancji jednej sekoji,
- L - indukcyjność własna obwodu twornika,
- J - moment bezwładności,
- M_{ob} - moment obciążenia,
- e, e_k - napięcie rotacji silnika i sekoji k ,
- $M(t); M_k(t)$ - moment elektromagnetyczny silnika i sekoji k ,
- Φ_{sk} - strumień wytworzony przez stojan (magnes trwały) a sprzężony z sekoją k .



Rys. 4. Schemat elektryczny silnika

jest nienamagnesowana. W zależności od namagnesowania magnesu trwałego można teoretycznie uzyskać nieskończenie dużo różnych kształtów pola magnetycznego w szczeliny silnika. Wyrażenie

Aby zestaw równań (1) przy zadanych parametrach $U; L; J; M_{ob}$ był rozwiązywalny, to znaczy, aby można było w oparciu o jego rozwiązanie określić przebiegi i oraz ω , należy znaleźć funkcje

$$\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[- \frac{d \Phi_{sk}(\psi)}{d \psi} \right].$$

Funkcja ta zależy od rozkładu pola magnetycznego silnika oraz kąta ψ .

Jak zaznaczono już na rys. 1 biegun magnesu trwałego przy $2p = 2$ obejmuje łuk α_0 , pozostała część podziałki biegunowej o łuku $(\pi - \alpha_0)$

$$\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[- \frac{d \Phi_{sk}(\psi)}{d \psi} \right],$$

do którego jest proporcjonalne napięcie rotacji e i moment elektromagnetyczny silnika $M(\psi)$, zostało określone metodą grafoanalityczną dla kilku wybranych charakterystycznych kształtów pola w szczelinie silnika.

I tak dla $\alpha_0 = \pi$ zostały przeanalizowane kształty pola magnetycznego:

- sinusoidalny,
- prostokątny,
- trapezowy (trapez równoboczny o dolnej podstawie π i o górnej podstawie $\frac{2}{3}\pi$),
- trójkątny.

Dla kąta $\alpha_0 \leq \pi$ zostały przeanalizowane kształty pola o rozkładzie:

- odcinkowo sinusoidalnym,
- odcinkowo prostokątnym.

Dla tych rozkładów pola dokonano analizy pracy silnika celem ustalenia wpływu kształtu pola na jego parametry elektromechaniczne.

W ogólnym przypadku wyrażenie

$$\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[- \frac{d \Phi_{sk}(\psi)}{d \psi} \right] = N + n \quad (2)$$

N - oznacza składową stałą,

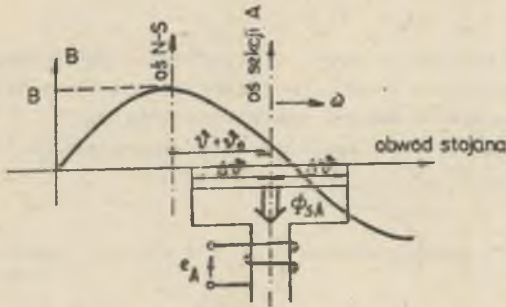
n - oznacza składową zmienną,

$$N = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[- \frac{d \Phi_{sk}(\psi)}{d \psi} \right] \right\} dt \quad (3)$$

Składowa zmienna n ma przebieg okresowy o okresie $(\pi/3)$ lub $T/6$ (T - czas jednego obrotu wirnika).

3. OBLICZENIE PARAMETRU N DLA RÓŻNYCH KSZTAŁTÓW POLA

Znamienną cechą wszystkich rozpatrywanych kształtów pola magnetycznego jest wartość maksymalna indukcji B_m , która jest determinowana właściwościami materiałowymi magnesu trwałego. A zatem, we wszystkich rozpatrywanych przypadkach zakłada się $B_m = \text{const}$. Metodyka postępowania przy obliczaniu parametru N zostanie zobrazowana na przykładzie rozkładu sinusoidalnego, dla innych rozkładów zostaną podane tylko wyniki analizy.

Rys. 5. Obliczanie strumienia Φ_{sk}

Przy sinusoidalnym rozkładzie pola magnetycznego strumień pochodzący od magnesów trwałych, a sprzężony z sekcją A, można obliczyć w oparciu o rys. 5. Wirnik wiruje z prędkością kątową ω względem pola stojana, a zatem oś sekcji A zmienia w czasie swoje położenie względem osi biegunów N-S o kąt $(\psi' + \psi'_0) = \omega t + \psi'_0$ (rys. 2). Równanie indukcji względem wspólnej ψ'

$$B(\psi') = B_m \cos(\psi' + \psi'_0). \quad (4)$$

Jeżeli przyjąć, że łuk zęba sekcji A wynosi $2\Delta\psi' = \frac{2}{3}\pi$, to strumień

$$\Phi_{sA} = b l_1 B_{sr} = \frac{\pi}{3} D l_1 B_{sr}, \quad (5)$$

gdzie:

- b - długość łuku zęba,
- D - średnica wirnika,
- ζ - podziałka biegunowa ($2p = 2$),
- l_1 - długość czynna rdzenia,

$$B_{sr} = \frac{1}{2\Delta\psi'} \int_{(\psi' - \Delta\psi')}^{(\psi' + \Delta\psi')} B(\psi') d\psi' = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} B_m \cos(\psi' + \psi'_0). \quad (6)$$

Stąd

$$\Phi_{sA} = \frac{\sqrt{3}}{2} D l_1 B_m \cos(\psi' + \psi'_0) = \Phi_0 \cos(\psi' + \psi'_0), \quad (7a)$$

gdzie:

$\Phi_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} D l_1 B_m$ oznacza maksymalną wartość strumienia Φ_{sA} sprzężonego z sekcją A.

Wykorzystując symetrię magnetyczną sekcji wirnika można napisać, że:

$$\Phi_{sB} = \Phi_0 \cos(\psi' + \psi'_0 - \frac{2}{3}\pi), \quad (7b)$$

$$\Phi_{sC} = \Phi_0 \cos(\psi' + \psi'_0 + \frac{2}{3}\pi). \quad (7c)$$

Natomiast

$$\left. \begin{aligned} \left[-\frac{d\tilde{\Phi}_{sA}}{d\psi'} \right] &= \tilde{\Phi}_0 \sin(\psi' + \psi'_0) \\ \left[-\frac{d\tilde{\Phi}_{sB}}{d\psi'} \right] &= \tilde{\Phi}_0 \sin(\psi' + \psi'_0 - \frac{2}{3}\pi) \\ \left[-\frac{d\tilde{\Phi}_{sC}}{d\psi'} \right] &= \tilde{\Phi}_0 \sin(\psi' + \psi'_0 + \frac{2}{3}\pi) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Natomiast przebieg wypadkowy funkcji

$$\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi') \left[-\frac{d\tilde{\Phi}_{sk}}{d\psi'} \right]$$

uzyskuje się sumując poszczególne funkcje składowe (rys. 6).

Z rys. 6 widać, że funkcja $\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi') \left(-\frac{d\tilde{\Phi}_{sk}}{d\psi'} \right)$ jest okresowa o okresie $\left(\frac{2\pi}{K}\right) = \frac{\pi}{K}$. Dla $K=3$ okres ten wynosi $\frac{1}{3}\pi$. Sumując równania (8)-patrz rys. 6-otrzymuje się:

$$\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi') \left[-\frac{d\tilde{\Phi}_{sk}}{d\psi'} \right] = \sqrt{3} \tilde{\Phi}_0 \sin(\psi' + \psi'_0 + \pi/6) \quad (9)$$

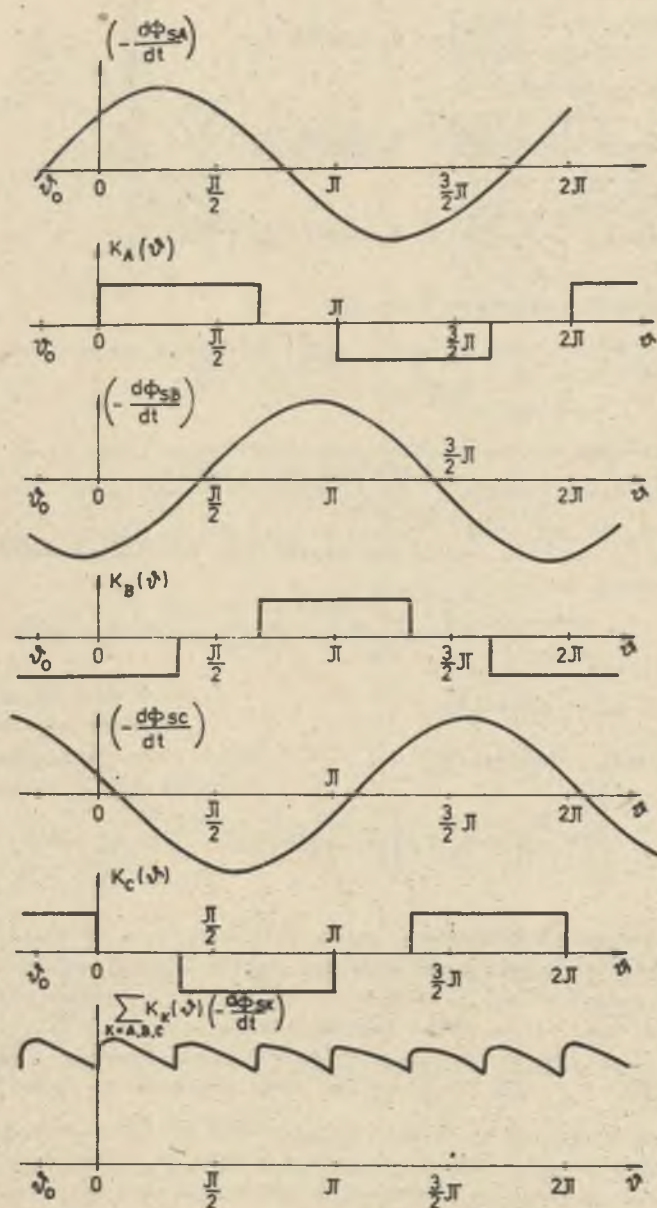
$$\text{dla } 0 < \psi' < \frac{1}{3}\pi.$$

Wartość średnia z funkcji (9)

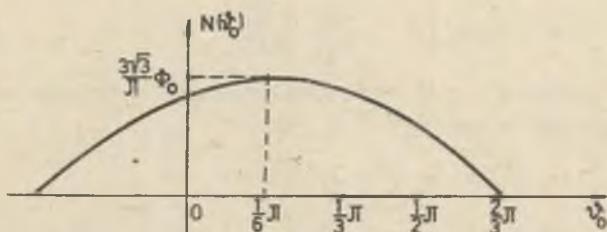
$$N = \frac{3}{\pi} \int_0^{\frac{1}{3}\pi} \left[\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi') \left[-\frac{d\tilde{\Phi}_{sk}}{d\psi'} \right] \right] d\psi' = \frac{9}{2\pi} D_{1Bm} \cos(\psi'_0 - \pi/6). \quad (10)$$

Jak już zaznaczono poprzednio w kącie ψ'_0 zawarte są odchyłki tolerancji operacji technologicznych, związanych z montażem poszczególnych elementów silnika. Z równania (10) jednoznacznie wynika, że optymalna wartość kąta ψ'_0 (rys. 2) jest równa $\pi/6$ - przy założeniu, że $\alpha \beta_0 = \frac{\pi}{3}$. Jeśli kąt $\beta_0 \neq \frac{\pi}{3}$, to uzyskuje się maksymalną wartość współczynnika N , gdy jest spełniony warunek $(\psi'_0 + \beta_0) = \frac{\pi}{2}$. Wykres współczynnika $N = f(\psi'_0)$ podano na rys. 7. Charakteryzuje on stopień zmniejszenia napięcia rotacji i momentu elektromagnetycznego silnika przy zmianach kąta ψ'_0 . Nie bez znaczenia na pulsacje prądu i pulsacje prędkości obrotowej posiada składowa zmienna n

wyrażenia $\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi') \left[-\frac{d\tilde{\Phi}_{sk}}{d\psi'} \right]$, składowa ta będzie rosła wraz z odchyleniem z kątem ψ'_0 od wartości optymalnej, tzn $\pi/6$. Na rys. 8 przedsta-

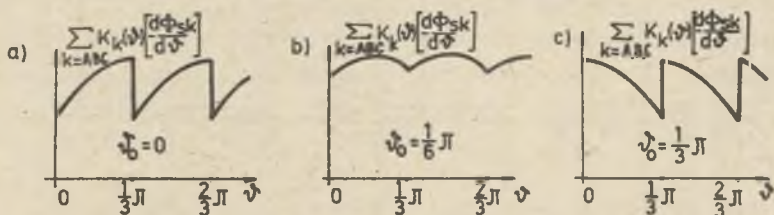


Rys. 6. Wykres funkcji $\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[-\frac{d\phi_{sk}}{dt} \right] = f(\psi)$ przy $\psi_0 = \frac{1}{4}\pi$, $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$ i sinusoidalnym rozkładzie pola magnetycznego w szczelinie



Rys. 7. Zależność współczynnika $N=f(\psi_0)$ dla sinusoidalnego rozkładu pola przy $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$

wiono kilka charakterystycznych przebiegów tego współczynnika, przy kątach $\psi_0 = 0; \frac{1}{6}\pi; \frac{1}{3}\pi$. Podobnie można znaleźć równania opisujące wyrażenie N dla innych rozkładów pola w szczelinie silnika.



Rys. 8. Wykresy funkcji $\sum K_k(\psi) \left[-\frac{d\phi_{sk}}{d\psi} \right] = f(\psi)$ przy sinusoidalnym rozkładzie pola magnetycznego w szczelinie
 a - $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi; \psi_0 = 0$, b - $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi; \psi_0 = \frac{1}{6}\pi$ (przebieg optymalny),
 c - $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi; \psi_0 = \frac{1}{3}\pi$

Dla rozkładu prostokątnego przy $\alpha_0 = \pi$

$$N = 2Dl_1 B_m \left[\frac{4}{3} - \frac{2\psi_0}{\pi} \right] \quad \text{dla } \pi/6 < \psi_0 < \frac{7}{6}\pi \quad (11a)$$

lub

$$N = 2Dl_1 B_m \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{\pi} \psi_0 \right) \quad \text{dla } (-\frac{5}{6}\pi) < \psi_0 < \frac{\pi}{6} \quad (11b)$$

Dla rozkładu trapezowego o dolnej podstawie trapezu $\alpha_0 = \pi$ i górnej podstawie równej $\frac{2}{3}\pi$

$$N = 3 D l_1 B_m \left[\frac{1}{2} + \frac{\psi_0}{\pi} - \frac{3\psi_0^2}{\pi^2} \right] \quad \text{dla } 0 < \psi_0 < \frac{1}{3}\pi \quad (12)$$

Dla rozkładu trójkątnego przy $\alpha_0 = \pi$

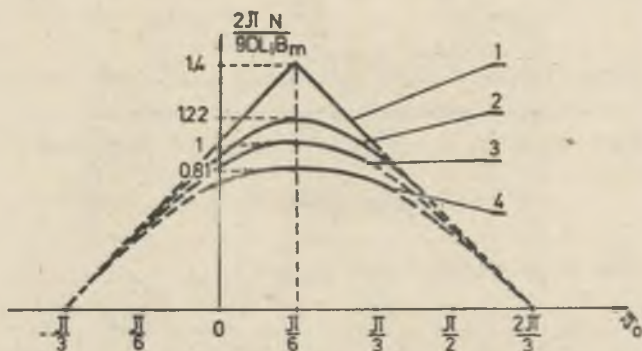
$$N = 2 D_{11} B_m \left[\frac{1}{2} + \frac{\psi_0'}{\pi} - \frac{3\psi_0'^2}{\pi^2} \right] \quad \text{dla } 0 < \psi_0' < \frac{1}{3}\pi. \quad (13)$$

Porównanie funkcji $N = f(\psi_0')$ dla rozpatrywanych rozkładów pola magnetycznego przedstawiono w tabeli 1 i na rys. 9.

Tabela 1

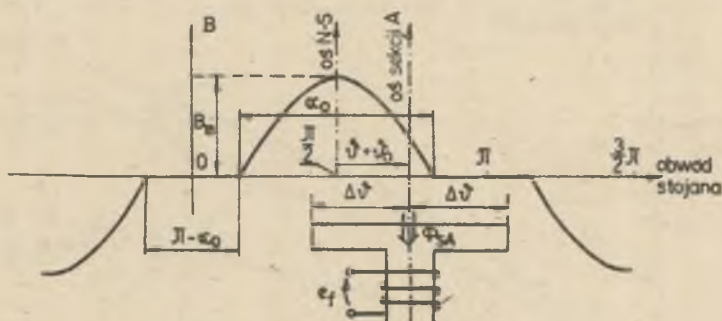
Porównanie parametru N dla różnych rozkładów pola w szczelinie przy $B_m = \text{const}$.

Parametr \ Rozkład pola	Sinusoidalny $\alpha_0 = \pi$ $\psi_0' + \beta_0 = \frac{\pi}{2}$	Prostokątny $\alpha_0 = \pi$ $\psi_0' + \beta_0 = \frac{\pi}{2}$	Trapezowy $\alpha_0 = \pi$ $\psi_0' + \beta_0 = \frac{\pi}{2}$	Trójkątny $\alpha_0 = \pi$ $\psi_0' + \beta_0 = \frac{\pi}{2}$
N	$\frac{9}{2\pi} D_{11} B_m$	$2 D_{11} B_m$	$\frac{7}{4} D_{11} B_m$	$\frac{7}{6} D_{11} B_m$
$\frac{2\pi N}{9 D_{11} B_m}$	1	1,4	1,22	0,81



Rys. 9. Wykresy $N = f(\psi_0')$ przy $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$; $\alpha_0 = \pi$ dla rozkładu pola prostokątnego (1), trapezowego (2), sinusoidalnego (3) i trójkątnego (4)

Przy odcinkowo sinusoidalnym rozkładzie pola magnetycznego (rys. 10) $\alpha_0 < \pi$ wyrażenie na N jest bardziej uwikłaną funkcją kątów α_0 , ψ_0' , dlatego też w tabeli 2 i na rys. 11 podano wartość liczbową N dla kilku wybranych wartości kątów α_0 , ψ_0' [1]. Podobnie dla rozkładu pola magnetycznego odcinkowo prostokątnego $\alpha_0 < \pi$ podano wykres $N = f(\psi_0')$ dla kilku wybra-



Rys. 10. Obliczanie strumienia Φ_{SA} przy rozkładzie pola odcinkowo sinusoidalnym

Tabela 2

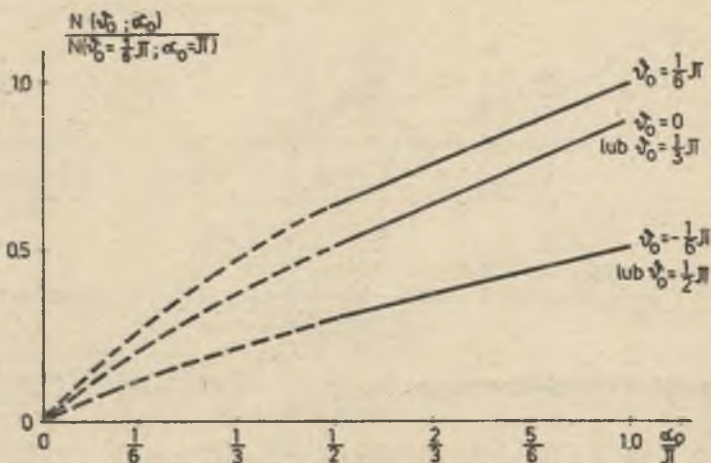
Wartości względne
$$\frac{N(\psi'_0 + \beta_0; \alpha_0)}{N[\psi'_0 + \beta_0 = \frac{\pi}{2}; \alpha_0 = \pi]} = \frac{2\pi N(\psi'_0 + \beta_0; \alpha_0)}{9 D l_1 B_m}$$

dla rozkładów pola odcinkowo sinusoidalnego, przy $l_m = \text{const.}$

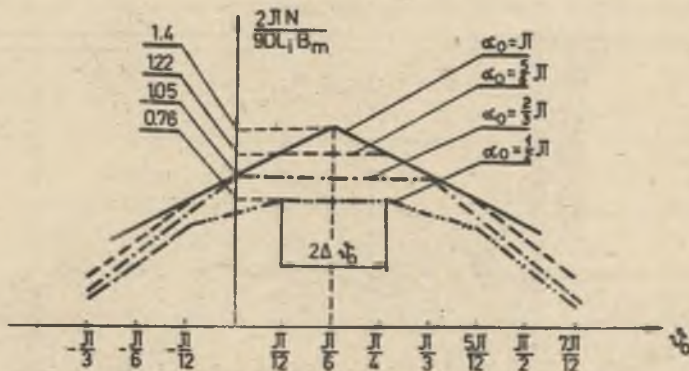
α_0	π	$\frac{5}{6} \pi$	$\frac{2}{3} \pi$	$\frac{1}{2} \pi$
$\frac{\pi}{2}$	1	0,882	0,7587	0,622
$\frac{1}{3} \pi$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	0,7925	0,666	0,477
$\frac{2}{3} \pi$				
$\frac{1}{6} \pi$	$\frac{1}{2}$	0,441	0,379	0,311
$\frac{5}{6} \pi$				

nych wartości α_0 (rys. 12). Z przedstawionych równań oraz wykresów $N = f(\alpha_0)$ wynikają następujące spostrzeżenia:

- dla rozpatrywanej konstrukcji silnika optymalna wartość kąta $\psi'_0 = \frac{1}{6} \pi$ [lub ściślej $\psi'_0 + \beta_0 = \frac{\pi}{2}$],
- największą wartość współczynnika N uzyskuje się dla rozkładów pól prostokątnych i trapezowych, przy $\alpha_0 = \pi$,



Rys. 11. Wykres $N = f(\psi_0)$ przy $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$ i różnych ψ_0 uzyskany dla rozkładu pola magnetycznego odcinkowo sinusoidalnego

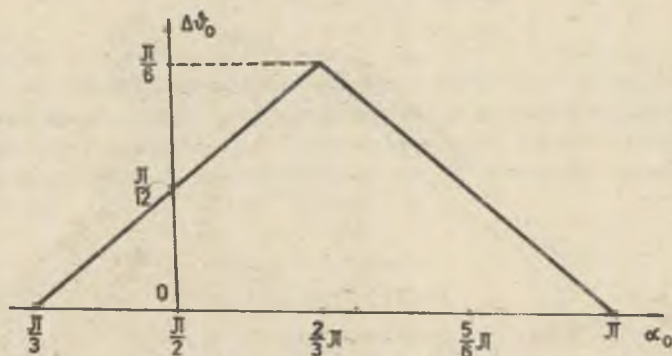


Rys. 12. Wykres parametru $N = f(\psi_0)$ przy $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$ dla rozkładu pola magnetycznego odcinkowo prostokątnego o kącie namagnesowania α_0

- szczególnie interesujące są rozkłady odcinkowo prostokątne, przy $\alpha_0 < \pi$ uzyskuje się dla pewnego przedziału kąta $\psi_0 \pm \Delta\psi_0$ stałą wartość współczynnika N (rys. 12). Składowa zmienna w tym przedziale jest również stała ($n = \text{const}$).

Wniosek ten jest szczególnie istotny dla montażu silników w produkcji wielkoseryjnej. Dokładność montażu podzespołów detali silnika z tolerancją

($\pm \Delta \psi'_0$) nie powoduje pogorszenia parametrów silnika. Zależność tolerancji kąta $\Delta \psi'_0 = f(\alpha_0)$ przedstawiono na rys. 13.



Rys. 13. Dopuszczalne tolerancje w dokładności ustawienia kątów $(\psi'_0 + \beta_0) = \frac{\pi}{2} \pm \Delta \psi'_0$, w zakresie których parametry silnika są stałe. Wykres dotyczy rozkładów pola odcinkowo prostokątnego o kącie namagnesowania α_0 .

4. ANALIZA PRACY SILNIKA W STANIE USTALONYM

Analizę pracy silnika w stanie ustalonym można oprzeć na równaniu (1). Z uwagi na to że wyrażenie $\sum_{k=A,B,C} K_k(\psi) \left[- \frac{d \psi_{sk}}{d \psi} \right]$ posiada składową stałą N i składowe zmienne n , również pozostałe parametry występujące w równaniu (1), a mianowicie e , i , $M(\psi)$, będą zawierać składowe stałe i składowe zmienne. Załóżmy zatem:

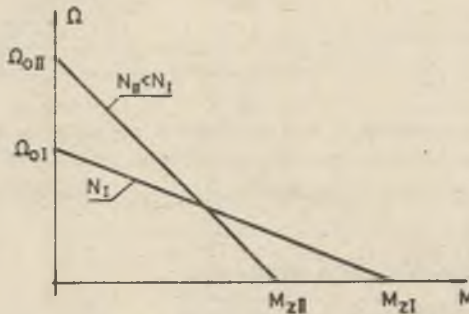
$$\left. \begin{aligned} u &= U = \text{const} \\ M_{ob} &= \text{const} \\ e &= E + e_n \\ i &= I + i_n \\ M(\psi) &= M + m_n \\ \omega &= \Omega + \omega_n \\ \psi &= \Omega t + \psi_n t \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Wartości U oraz M_{ob} są wymuszone przez źródło zasilania i układ napędowy. Po wprowadzeniu warunków (14) do równania (1) i przy pominięciu zaburzeń komutacyjnych zachodzących przy przełączeniu prądu z jednej sekcji do drugiej, oraz przy założeniu ($\omega_n \cdot n = 0$; $i_n \cdot n = 0$), dla ustalonego stanu pracy otrzymuje się [2]

$$\left. \begin{aligned} U &= E + R I \\ M &= M_{ob} \\ E &= z \Omega N \\ M &= z I N \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 0 &= e_{\omega} + R i_{\omega} + L \frac{d i_{\omega}}{d t} \\
 J \frac{d \omega_{\omega}}{d t} &= m_{\omega} \\
 e_{\omega} &= z \Omega n + z N \omega_{\omega} \\
 m_{\omega} &= z I n + z N i_{\omega}
 \end{aligned} \tag{16}$$

Równanie (15) może być wykorzystane dla celów projektowych, np. do opracowania mutacji konstrukcyjnych rozwiązania podstawowego, jak również do analizy wpływu rozkładu pola w szczelinie oraz odchyłek tolerancyjnych w montażu silnika (parametr N) na charakterystykę mechaniczną $\Omega = f(M)$ (rysunek 14).



Rys. 14. Charakterystyka mechaniczna silnika

Jeśli składową zmienną n rozłożyć na szereg Fouriera

$$n = \sum_{\nu=1,3,5} \Delta N_{\nu} \sin 6 \nu \Omega t \tag{17}$$

i ograniczyć rozważania do 1-harmonicznej

$$n = \Delta N \sin 6 \Omega t \hat{=} \Delta N e^{j 6 \Omega t} = \hat{\Delta} N, \tag{18}$$

to z równań (16) można obliczyć kołysanie prędkości obrotowej silnika

$$\omega_{\omega} \hat{=} \hat{\Delta} \Omega = \frac{(R \frac{I}{N} - z \Omega) + j 6 \Omega L \frac{I}{N}}{z N - 6 \Omega L J + j J R} \hat{\Delta} N = \hat{\omega}_{\omega} \hat{\Delta} N, \tag{19}$$

przy czym z równań (15), przy zadanym napięciu U i momencie obciążenia M_{ob} , oblicza się

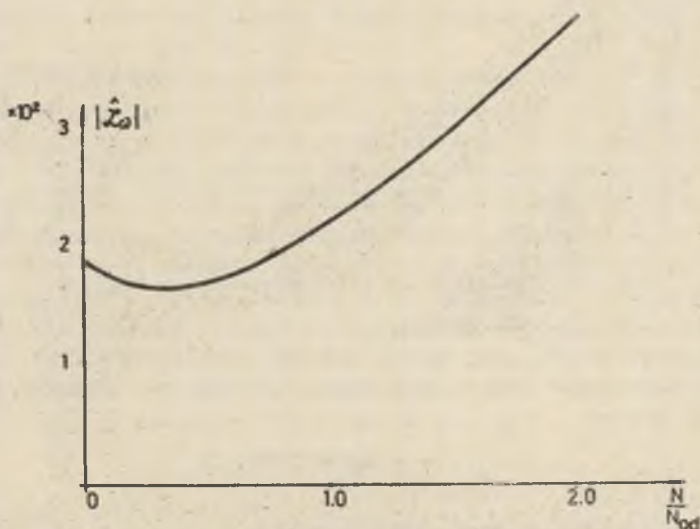
$$I = \frac{M_{ob}}{z N}; \quad \Omega = \frac{U - R I}{z N}. \tag{20}$$

Amplituda kołysań prędkości obrotowej

$$\Delta\Omega = |\Delta\hat{\Omega}| = \left| \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial N} \right| |\Delta N| = \left| \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \omega} \right| \Delta N \quad (21)$$

będzie zależać od parametrów silnika. Na rys. 15 przedstawiono wykresy $|\frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \omega}| = f(N)$ przy znamionowym prądzie silnika $I = I_N$ i znamionowej prędkości kątowej Ω_N . Wykresy dotyczą silnika typu E-3208 o danych:

$$\begin{aligned} R &= 10 [\Omega], \\ \Omega &= 210 [\text{rad/s}], \\ I_N &= 0,12 [\text{A}], \\ z &= 250 \text{ zwojów}, \\ L &= 18 \cdot 10^{-3} [\text{H}], \\ N_{\text{od}} &= \frac{3}{z \cdot 210} \left[\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{rad}} \right], \\ J &= 1,5 \cdot 10^{-6} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]. \end{aligned}$$



Rys. 15. Zależność współczynnika $|\frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \omega}| = f.(\frac{N}{N_{\text{od}}})$

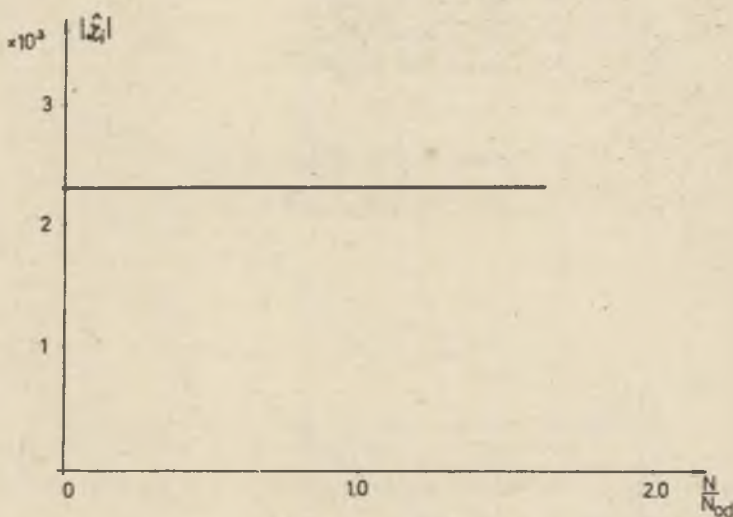
Rysunek odnosi się do najbardziej niekorzystnego przypadku pracy silnika, to jest takiego, przy którym moment bezwładności urządzeń napędzanych jest równy zero.

Zarówno z równania (19), jak i rys. 15 widać, że wraz ze zmniejszeniem się parametru N współczynnik $|\frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \omega}|$ spada, ponieważ zmniejszeniu się N towarzyszy wzrost amplitudy ΔN , stąd należy się liczyć z tym, że kołysa-

nia prędkości obrotowej przy zmniejszaniu parametru N są w przybliżeniu stałe. Prąd obciążenia nie ma wielkiego wpływu na kołysanie prędkości obrotowej,

Podobnie można określić składową zmienną prądu twornika

$$\Delta I = - \frac{z\Omega + j\mathcal{L}\omega zN}{R + j6\Omega L} \Delta N = \mathcal{L}_1 \Delta N \quad (22)$$



Rys. 16. Zależność współczynnika $|\mathcal{L}_1| = f(\frac{N}{N_{od}})$

Zależność parametru $|\mathcal{L}_1|$ od N dla silnika E 3208 podano na rys. 16. Składowa przemienna prądu jest źródłem strat dodatkowych wydzielanych w silniku, które wynoszą

$$\Delta P_{Cu} = R \sqrt{I^2 + |\Delta I|^2}$$

oraz powoduje obniżenie sprawności silnika

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P_{Cu} + \Delta P_m + \Delta P_{Fe}}{P_1} \quad (23)$$

gdzie:

ΔP_m - straty mechaniczne w silniku,

ΔP_{Fe} - straty w obwodzie magnetycznym silnika.

5. WNIOSKI

Rozkład pola magnetycznego w silniku prądu stałego wzbudzonym magnesem trwałym ma istotny wpływ na parametry i charakterystyki elektromechaniczne silnika. Przy zadanej indukcji maksymalnej w szczelinie silnika B_m najkorzystniejszy przebieg charakterystyki mechanicznej $\omega = f(M)$ (rys. 14) i maksymalny moment rozruchowy uzyskuje się przy prostokątnym rozkładzie indukcji w szczelinie. Dla innych rozkładów indukcji charakterystyka mechaniczna $\omega = f(M)$ staje się bardziej stroma, a moment rozruchowy maleje o wartość względną jak w tabelach 1 i 2 oraz na rysunkach 9, 11, 12.

W analizowanej konstrukcji silnika najkorzystniejsza wartość kąta między osią szczołek A1 A2 i osią biegunów N-S wynosi $\gamma'_0 = \pi/6$, a kąta między osią sekcji A, a osią odpowiadającej jej działki komutatora $\beta_0 = \pi/3$. Optymalna wartość sumy kątów $(\gamma'_0 + \beta_0) = \pi/2$. Kąty γ'_0 i β_0 są ustawiane w czasie montażu silnika z pewną tolerancją, im bardziej suma rzeczywistych wartości kątów $(\gamma'_0 + \beta_0)$ odbiega od $\pi/2$, tym bardziej pogarszają się parametry silnika. Wyjątek tutaj jednak stanowią rozkłady pola odcinkowo prostokątne, które w zależności od kąta namagnesowania α_0 dopuszczają znaczną tolerancję w dokładności ustawienia kątów $(\gamma'_0 + \beta_0) = \pi/2 \pm \Delta\gamma'_0$ bez pogorszenia parametrów silnika. Wykres dopuszczalnych tolerancji $\Delta\gamma'_0 = f(\alpha_0)$ podaje rys. 13.

Kształt pola magnetycznego w szczelinie oraz kąty $(\gamma'_0 + \beta_0)$ mają wpływ na składową zmienną napięcia rotacji indukowanego w uzwojeniu i składową zmienną momentu elektromagnetycznego silnika. Dla każdego z rozkładów pól w szczelinie minimalną wartość składowych zmiennych napięcia rotacji i momentu elektromagnetycznego uzyskuje się przy warunku $(\gamma'_0 + \beta_0) = \pi/2$. Korzystne są pod tym względem również rozkłady odcinkowo prostokątne $\alpha_0 = \frac{2}{3}\pi$, które przy zmianach kątów $(\gamma'_0 + \beta_0) = \frac{\pi}{2} \pm \frac{1}{6}\pi$ nie generują składowych zmiennych w napięciu rotacji i nie wytwarzają składowych zmiennych momentu elektromagnetycznego. Dla rozkładów pola odcinkowo prostokątnego, lecz $\alpha_0 \neq \frac{2}{3}\pi$, składowe zmienne w napięciu rotacji i momencie elektromagnetycznym wystąpią, lecz są stałe, jeśli tylko kąty $(\gamma'_0 + \beta_0) \neq \frac{\pi}{2} \pm \Delta\gamma'_0$. Wykres $\Delta\gamma'_0 = f(\alpha_0)$ podaje rys. 13.

LITERATURA

- [1] Pawlak A.: Wpływ kształtu pola wzbudzenia na parametry silnika prądu stałego małej mocy o magnesach trwałych. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1980.
- [2] Adkins B.: The general theory of electrical machines. Chapman and Hall London 1959.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

ВЛИЯНИЕ ФОРМ ПОЛЯ ИНДУКЦИИ В МАЛОМОЩНЫХ ДВИГАТЕЛЯХ
ПОСТОЯННОГО ТОКА, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ
НА ПАРАМЕТРЫ ЭТИХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Р е з ю м е

В статье представлены вопросы связанные с конструкцией и технологией двигателей малой мощности с тремя зубцами ротора. В этих двигателях временные характеристики электродвижущей силы (э.д.с) и электромагнитный момент зависят от формы индукции в зазоре двигателя. Отыскиваются наиболее благоприятные распределения поля, при которых средние значения э.д.с. и электромагнитного момента являются относительно большими, а их переменные составляющие - минимальными. Рассматривается тоже проблема влияния технологических свойств (точности монтажа подузлов) при заданных формах поля на ухудшение свойств двигателя.

THE EFFECT OF A FIELD SHAPE IN DC MICROMOTORS
INDUCED FROM PERMANENT MAGNETS ON THE PARAMETERS
OF THESE MOTORS

S u m m a r y

The constructions and technology of micromotors with three slot rotors are discussed. Time courses of rotational electromotive force observed in these motors as well as the electromagnetic moment depended on the field shape in the air gap. A most favourable field distribution, at which the mean values of rotational emf and electromagnetic moment were relatively high and their variable components - the least possible, was searched. The effect of technological conditions on the impairment of motors parameters at the assumed field shapes is discussed as well.