

Jan SIENKIEWICZ

Wojskowa Akademia Techniczna  
w Warszawie

## WPLYW IMPULSOWEGO ZASILANIA

### NA DYNAMIKĘ SILNIKA PRĄDU STAŁEGO O MAGNESACH TRWAŁYCH

**Streszczenie.** Rozpatrzono silnik prądu stałego o magnesach trwałych zasilany z układu tranzystorowego jednokierunkowym impulsowym napięciem prostokątnym. Analizę teoretyczną dynamiki tego silnika przeprowadzono w oparciu o klasyczny model obwodowy. Rozwiązania równań różniczkowych dokonano dla dowolnych warunków początkowych metodą operatorową.

Na podstawie otrzymanego rozwiązania przeprowadzono na maszynie cyfrowej obliczenia zmian prądu twornika i prędkości kątowej przy rozruchu silnika dla różnych częstotliwości impulsowania. Otrzymane wyniki obliczeń zweryfikowano badaniami eksperymentalnymi.

## 1. WSTĘP

Ważną grupą maszyn elektrycznych o bardzo różnorodnych zastosowaniach są maszyny prądu stałego, wśród których na szczególną uwagę zasługują szybko reagujące silniki wykonawcze małej mocy. Pełne wykorzystanie własności regulacyjnych i dynamicznych tych silników jest możliwe przy ich sterowaniu z układów elektronicznych.

Napędy elektryczne z silnikami prądu stałego zasilanymi impulsowo zyskały w kraju znaczenie przemysłowe dopiero z chwilą podjęcia własnej produkcji elementów półprzewodnikowych. Rozszerzający się ciągle zakres zastosowań omawianych napędów oraz dalsze ich udoskonalanie w celu rozszerzenia zakresu regulacji oraz zwiększenie precyzji i niezawodności działania przy różnych warunkach eksploatacyjnych, zmusza do poszukiwania najkorzystniejszych parametrów układu sterującego i parametrów silnika pracującego w tym układzie.

Sterowanie silnika napięciem impulsowym powoduje pulsację prądu twornika, a więc i strumienia magnetycznego, przez co powstaje pulsacja momentu obrotowego, wywołująca wahania chwilowej wartości prędkości obrotowej; rosną straty mocy w silniku oraz pogarszają się jego warunki komutacji. Ograniczenie niekorzystnego wpływu impulsowego zasilania na pracę silnika może odbywać się poprzez zastosowanie odpowiedniej jego konstrukcji oraz przez wybór odpowiedniego układu sterowania i odpowiedniej częstotliwości impulsowania. Wysoką częstotliwość impulsowania mogą zapewnić układy tran-

zystorowe, które współpracują z silnikami prądu stałego o magnesach trwałych umożliwiając spełnienie większości wymagań stawianych obecnie nowoczesnym szybko reagującym układom napędowym.

Przy zasilaniu silnika z układu tranzystorowego prąd twornika może być ciągły lub nieciągły. Ciągłość prądu można uzyskać przez zastosowanie odpowiedniego układu sterowania lub przez dobór możliwie wysokiej częstotliwości impulsowania. W omawianych układach regulacja prędkości kątowej odbywa się poprzez zmianę szerokości impulsów napięcia zasilającego, przy stałej częstotliwości impulsowania i ciągłym prądzie twornika.

Przedmiotem poniższych rozważań będzie więc:

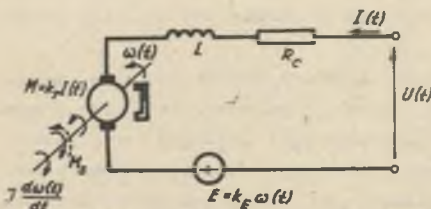
- analiza teoretyczna dynamiki magnetoelektrycznego silnika prądu stałego zasilanego jednokierunkowym napięciem prostokątnym, ze szczególnym uwzględnieniem procesów mechanicznych;
- obliczenie zmian prędkości kątowej i prądu twornika, przy rozruchu silnika zasilanego z tranzystorowego wzmacniacza mocy;
- omówienie wyników badań silnika, dla którego dokonano obliczeń.

## 2. ANALIZA TEORETYCZNA DYNAMIKI SILNIKA PRĄDU STAŁEGO O MAGNESACH TRWAŁYCH ZASILANEGO NAPIĘCIEM IMPULSOWYM

Analiza wpływu impulsowego zasilania na procesy przejściowe zachodzące w silniku o magnesach trwałych zostanie przeprowadzona w oparciu o klasyczny model obwodowy silnika. Podstawowym założeniem, upraszczającym przyjęty model matematyczny, jest stałość strumienia magnetycznego. Oprócz tego pomija się:

- wpływ prądów wirowych i zjawisko histerezy,
- reakcję twornika,
- spadek napięcia na szotkach,

zaś tranzystory i diody w obwodzie twornika są elementami biernymi o jednakowej rezystancji.



Rys. 1. Schemat ideowy silnika prądu stałego o magnesach trwałych

Przy tych założeniach upraszczających i stałym obciążeniu dynamikę silnika, którego schemat ideowy przedstawiony jest na rys. 1, opisują liniowe stacjonarne równania różniczkowe:

$$\left. \begin{aligned} L \frac{dI(t)}{dt} + k_E \omega(t) + R_c I(t) &= U(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} \pm M_s &= k_T I(t) \end{aligned} \right\} (1)$$

gdzie:

- $L$  - indukcja obwodu twornika,  
 $R_0$  - rezystancja całkowita obwodu twornika,  
 $J$  - moment bezwładności sprowadzony do wału twornika,  
 $I(t), \omega(t)$  - prąd i prędkość kątowa twornika,  
 $U(t)$  - napięcie zasilania,  
 $M_s = k_T I_s$  - statyczny moment oporowy,  
 $k_E = \frac{E}{\omega} = k_T = \frac{\Delta M}{\Delta I}$  - stała maszynowa.

Określenie zmian prądu twornika i prędkości kątowej przy zasilaniu impulsowym wiąże się z rozwiązaniem układu równań różniczkowych (1), które zapisane w wielkościach względnych przyjmują postać [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\beta} \cdot \frac{di(\tau)}{d\tau} + \varphi(\tau) + i(\tau) &= u(\tau) \\ \frac{1}{\beta_m} \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} \pm i_s &= i(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

W równaniach oznaczają:

$$u(\tau) = \frac{U(\tau)}{U_m}; \quad \tau = \frac{t}{T}; \quad i(\tau) = \frac{I(\tau)}{I_m}; \quad I_m = \frac{U_m}{R_0};$$

$$\varphi(\tau) = \frac{\omega(\tau)}{\omega_0} = \frac{R(\tau)}{U_m}; \quad \beta = \frac{T}{L}; \quad T_0 = \frac{L}{R_0};$$

$$\beta_m = \frac{T}{T_m}; \quad T_m = \frac{J\omega_0}{M_m} = \frac{JR_0}{k_T k_T}; \quad M_m = k_T I_m.$$

Jeżeli w przedstawionym układzie równań rozdzielimy zmienne, to otrzymamy równanie (3) opisujące względny prąd twornika i równanie (4) na względną prędkość kątową silnika, gdzie funkcją wymuszającą jest względne napięcie twornika

$$\frac{1}{\beta} \cdot \frac{d[\Delta i(\tau)]}{d\tau} + \beta_m \int_0^\tau \Delta i(\tau) d\tau + \Delta i(\tau) = u(\tau) - \varphi(0) \mp i_s \quad (3)$$

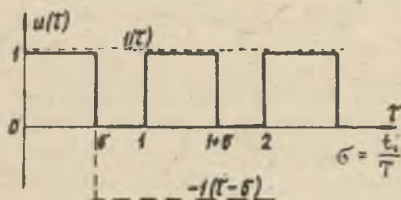
gdzie  $\Delta i(\tau) = i(\tau) \mp i_s$

$$\frac{1}{\beta \beta_m} \cdot \frac{d^2 \varphi(\tau)}{d\tau^2} + \frac{1}{\beta_m} \cdot \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} + \varphi(\tau) = u(\tau) \mp i_s \quad (4)$$

Dokonując przekształceń Laplace'a tych równań, z uwzględnieniem warunków początkowych, dochodzimy do równań:

$$\Delta i(s) (s^2 + \beta s + \beta \beta_m) = s \beta u(s) - \beta [\psi(0) \pm i_m] + s \Delta i(0), \quad (5)$$

$$\psi(s) (s^2 + \beta s + \beta \beta_m) = \beta \beta_m u(s) + \beta \beta_m \frac{1}{s} + \beta \psi(0) \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) s + \frac{d\psi}{dt}(0). \quad (6)$$



$t_i$  - czas trwania impulsu

$T$  - okres impulsowania

Rys. 2. Przebieg napięcia twornika wyrażony w wielkościach względnych

Przebieg impulsowego napięcia  $u(\tau)$ , dla którego szukane będzie rozwiązanie przedstawia rys. 2. Napięcie to można wyrazić sumą i różnicą funkcji jednostkowych. Transformata napięcia twornika przyjmie więc postać:

$$u(s) = \frac{1 - e^{-s t_i}}{s} (1 + e^{-s T} + e^{-2s T} + \dots + e^{-ns T} + \dots) \quad (7)$$

czyli dokonując odwrotnego przekształcenia Laplace'a równań (5) i (6), otrzymamy rozwiązanie opisujące dynamikę silnika o magnesach trwałych, przy stałym obciążeniu, zasilanego napięciem pulsującym. Zmianę prądu w czasie określiśmy z wyrażenia (8), a zmianę prędkości kątowej z wyrażenia (9).

$$\Delta i(\tau) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s \beta u(s)}{s^2 + \beta s + \beta \beta_m} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\beta [\pm i_s - \psi(0)] + s \Delta i(0)}{s^2 + \beta s + \beta \beta_m} \right] = i_1(\tau) + i_c(\tau), \quad (8)$$

$$\psi(\tau) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\beta \beta_m u(s)}{s^2 + \beta s + \beta \beta_m} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\beta \beta_m \frac{1}{s} + \beta \psi(0) \left(1 + \frac{s}{\beta}\right) + \frac{d\psi(0)}{dt}}{s^2 + \beta s + \beta \beta_m} \right] = \psi_1(\tau) + \psi_0(\tau) \quad (9)$$

Z wyrażen tych wynika, że zarówno prąd twornika, jak i prędkość kątowa, zależą od dwóch składowych:

- impulsowej  $i_1(\tau)$  lub  $\psi_1(\tau)$ , wywołanej składową impulsową napięcia twornika;
- ciągłej  $i_c(\tau)$  lub  $\psi_0(\tau)$ , wywołanej energią magazynowaną w elementach układu, reprezentowaną tu przez warunki początkowe.

Składowe impulsowe dla prądu ciągłego określa się w dwóch przedziałach każdego okresu  $T$ : w czasie trwania impulsu  $t_i = \delta \cdot T$  i w czasie przerwy w zasilaniu  $t_p = (1 - \delta) \cdot T$ .

Korzystając z twierdzenia o rozkładzie i dokonując zmiany skali czasu ostatecznie otrzymamy [2]:

- składową ciągłą prądu twornika (składową przejściową):

$$i_o(\tau) = \frac{\Delta i(0)(s_1 e^{s_1 \tau} - s_2 e^{s_2 \tau})}{s_1 - s_2} - \frac{\beta [v(0) \pm i_s]}{s_1 - s_2} (e^{s_1 \tau} - e^{s_2 \tau}), \quad (10)$$

gdzie:

$s_1$  i  $s_2$  - rzeczywiste pierwiastki równania charakterystycznego,

- składową impulsową prądu twornika dla  $n+1$  okresu:

$$\Delta i_{2n+1,1}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{s_1^2}{\beta}}} \left( \frac{1-s_1(1-\delta) + \left[ \frac{s_1(1-\delta) - s_1}{1-s_1} \right] s_1^n s_2 \tau}{1-s_1} s_1^n s_2 \tau - \frac{1-s_2(1-\delta) + \left[ \frac{s_2(1-\delta) - s_2}{1-s_2} \right] s_2^n s_2 \tau}{1-s_2} s_2^n s_2 \tau \right) \quad (11)$$

dla  $0 \leq \tau \leq \delta$

$$\Delta i_{2n+1,2}(\tau) = -\frac{1}{\sqrt{1-\frac{s_1^2}{\beta}}} \left( \frac{1-s_1 \delta}{1-s_1} \left[ 1-s_1(n+1) \right] s_1^n s_2 \tau - \frac{1-s_2 \delta}{1-s_2} \left[ 1-s_2(n+1) \right] s_2^n s_2 \tau \right) \quad (12)$$

dla  $0 \leq \tau \leq 1-\delta$

- składową ciągłą prędkości kątowej:

$$v_o(\tau) = -i_s \left( 1 - \frac{s_2 e^{s_2 \tau} - s_1 e^{s_1 \tau}}{s_1 - s_2} \right), \quad (13)$$

- składową impulsową prędkości kątowej dla  $n+1$  okresu:

$$v_{2n+1,1}(\tau) = 1 - \frac{1}{\beta \sqrt{1-\frac{s_1^2}{\beta}}} \left( \frac{1-s_2(1-\delta) + \left[ \frac{s_2(1-\delta) - s_2}{1-s_2} \right] s_2^n s_2 \tau}{1-s_2} s_2^n s_2 \tau - \frac{1-s_1(1-\delta) + \left[ \frac{s_1(1-\delta) - s_1}{1-s_1} \right] s_1^n s_2 \tau}{1-s_1} s_1^n s_2 \tau \right) \quad (14)$$

dla  $0 \leq \tau \leq \delta$

$$v_{2n+1,2}(\tau) = -\frac{1}{\beta \sqrt{1-\frac{s_1^2}{\beta}}} \left( \frac{1-s_1 \delta}{1-s_1} \left[ 1-s_1(n+1) \right] s_2^n s_2 \tau - \frac{1-s_2 \delta}{1-s_2} \left[ 1-s_2(n+1) \right] s_1^n s_2 \tau \right) \quad (15)$$

dla  $0 \leq \tau \leq 1-\delta$

Otrzymane rozwiązanie pozwala na analizę dynamiki silnika dla dowolnych warunków początkowych. Warunki te dla rozruchu silnika podaje zależność:

$$\Delta i(0) = i(0) - i_s = 0; \quad v(0) = 0, \quad (16)$$

zatem składowe ciągłe względne prądu twornika i prędkości kątowej obliczamy wtedy z wyrażień:

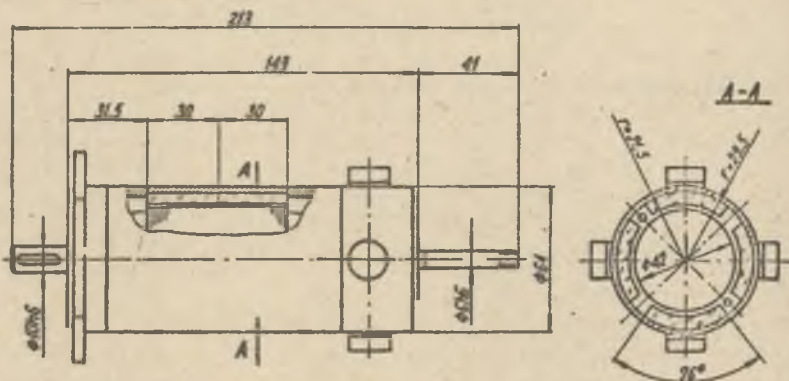
$$i_o(\tau) = -\frac{\beta i_s (e^{s_1 \tau} - e^{s_2 \tau})}{s_1 - s_2}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \omega_c(\tau) = & \frac{1}{s} \left( 1 - \frac{s_1 e^{s_2 \tau} - s_2 e^{s_1 \tau}}{s_1 - s_2} \right) + \\ & + \omega(0) \frac{s_1 e^{s_1 \tau} - s_2 e^{s_2 \tau}}{s_1 - s_2} + \frac{\beta \omega(0) + \frac{d\omega}{dt}(0)}{s_1 - s_2} (e^{s_1 \tau} - e^{s_2 \tau}) \end{aligned} \quad (18)$$

Wykorzystując zależności analityczne (17), (11), (12) oraz (18), (14), (15) można dokonać obliczeń przebiegu względnej prędkości kątowej i względnego prądu twornika w funkcji czasu dla rozruchu silnika.

### 3. WYNIKI OBLICZEŃ ORAZ BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH ZMIAN PRĘDKOŚCI KĄTOWEJ I PRĄDU TWORNIKA PRZY ROZRUCHU SILNIKA

Obiektem, dla którego dokonano obliczeń oraz wykonano badania laboratoryjne jest, oszterobiegunowy silnik prądu stałego o anizotropowych magnesach trwałych, którego konstrukcję przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Rysunek konstrukcyjny badanego silnika

Został on wykonany w Instytucie Systemów Pomiarowych i Automatyki WAT. Wirnik silnika o budowie klasycznej wykonany z blach o stratności 2,  $3\text{W/kg}$  i grubości 0,5 mm ma 27 zębów, w których nawinięto uzwojenie pętlicowe proste o rezystancji  $2\ \Omega$ . W celu zmniejszenia momentu biernego na wirniku wykonano skos wynoszący jedną podziałkę zębówką. Komutator ma 54 wycinki. Bieguny stojana są klejone i każdy z nich składa się z dwóch segmentów. Indukcja remanentu dla zastosowanych magnesów wynosi  $B_r = 0,375\ \text{T}$ , zaś natężenie pola magnetycznego koerecji  $H_o = 270\ \text{kA/m}$ . W silniku zastosowano osztery szozotki o wymiarach  $4 \times 6,3 \times 12,5\ \text{mm}$ .

W celu określenia parametrów silnika potrzebnych do obliczeń, poddano go badaniom laboratoryjnym przy zasilaniu napięciem stałym z akumulatora. Dane te wynoszą:

- stała maszynowa  $k_E = 1,65 \frac{Vs}{\text{rad}} = k_T = 1,65 \frac{\text{Nm}}{\text{A}};$

- elektromagnetyczna stała czasowa  $T_o = \frac{L}{R_o} = \frac{2,7 \text{ mH}}{2,7 \text{ A}} = 1 \text{ ms};$

- elektromechaniczna stała czasowa  $T_m = \frac{R_o}{k_E k_T} = 7,5 \text{ ms};$

- moment bezwładności  $J = 0,12 \cdot 10^{-3} \text{ Nms}^2;$

- napięcie zasilania  $U = 60V;$

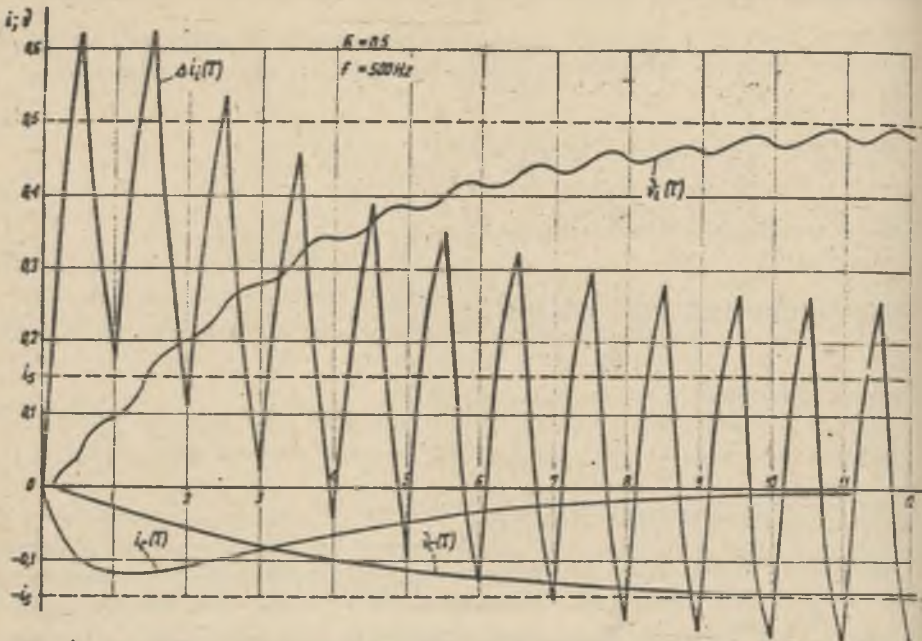
- prąd twornika (dopuszczalny trwale)  $I = 3A.$

Obliczenia wpływu czasu trwania impulsu odniesionego do okresu impulsowania na procesy mechaniczne i pulsację prądu twornika, jak również analiza teoretyczna wykazują, że maksymalna pulsacja tego prądu jak i maksymalne wahania prędkości kątowej występują przy współczynniku wypełnienia  $\frac{t_i}{T} = 0,5$ . Dlatego też przedstawione tu wyniki będą dotyczyły tego właśnie przypadku.

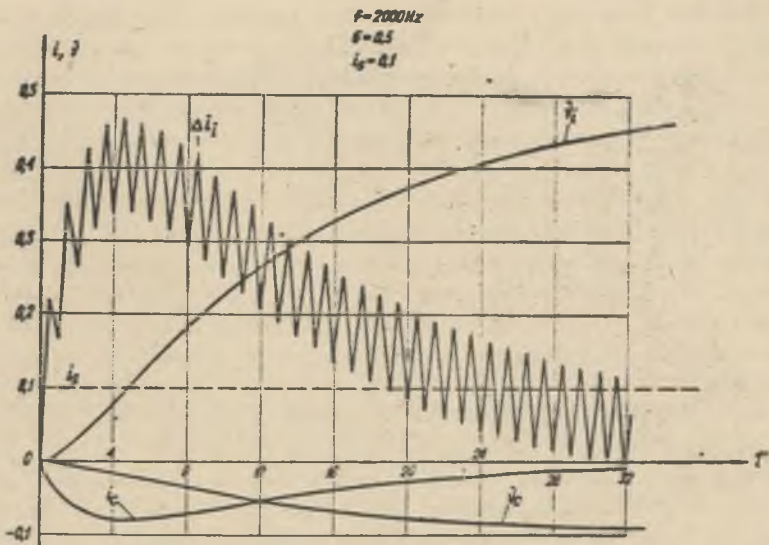
Obliczenia przebiegów względnego prądu twornika i względnej prędkości kątowej w funkcji czasu dla rozruchu silnika wykonano dla różnych częstotliwości impulsowania na maszynie cyfrowej, wykorzystując wyrażenia (17), (11), (12) oraz (18), (14), (15). Okres impulsowania podzielono na 10 odcinków czasowych, powtarzając obliczenia dla  $n$  okresów, aż do ustalenia się przebiegów.

Na rys. 4 wykreślone zostały na podstawie wyników obliczeń: składowa impulsowa prądu twornika odniesionego do prądu zwarcia  $\Delta i_1(\tau)$  i składowa impulsowa prędkości kątowej odniesionej do prędkości idealnego biegu jałowego  $\omega_1(\tau)$  w funkcji względnego czasu  $\tau = \frac{t}{T}$  dla częstotliwości powtarzania impulsów  $f = 500 \text{ Hz}$ . Dodatkowo wykreślone zostały składowe ciągle prądu i prędkości kątowej dla obciążenia momentem znamionowym. Kolejne wykresy (rys. 5 i rys. 6) przedstawiają identyczne przebiegi jak na rys. 4, przy częstotliwości impulsowania  $f = 2000 \text{ Hz}$  i  $f = 5000 \text{ Hz}$ .

Wykonane obliczenia zmian prądu twornika i prędkości kątowej przy rozruchu silnika o magnesach trwałych, przedstawione tu graficznie, pozwalają określić wpływ okresu impulsowania na procesy mechaniczne silnika. Ma to istotny wpływ na równomierność biegu i zakres regulacji prędkości obrotowej.

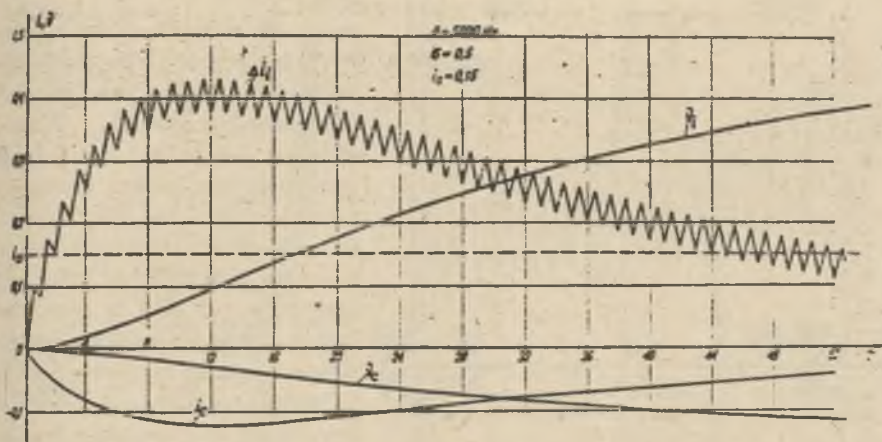


Rys. 4. Przebiegi składowych impulsowej i ciągłej względnej prądu i prędkości kątowej przy rozruchu silnika dla  $\frac{T}{T_0} = 2$



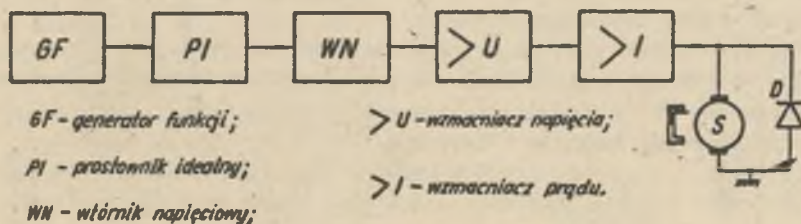
Rys. 5. Przebiegi składowych impulsowej i ciągłej względnej prądu i prędkości kątowej przy rozruchu silnika dla  $\frac{T}{T_0} = 0,5$



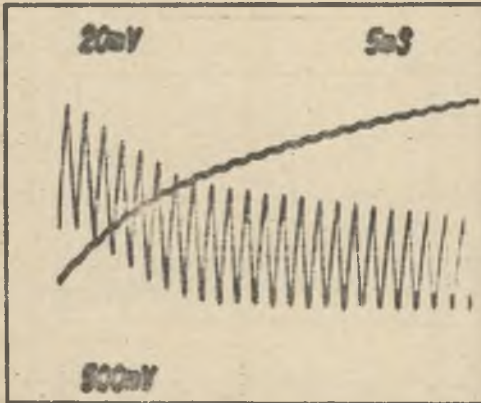


Rys. 6. Przebiegi składowych impulsowej i ciągłej względnej prądu i prędkości kątowej przy rozruchu silnika dla  $\frac{T}{T_0} = 0,2$

Otrzymane wyniki zweryfikowano badaniami eksperymentalnymi. Silnik, dla którego wykonano obliczenia, zasilano z liniowego wzmacniacza tranzystorowego, którego schemat blokowy przedstawia rys. 7 [3]. Wartość średnia napięcia twornika przy współczynniku wypełnienia  $\delta = 0,5$  wynosiła 24 V. W celu uzyskania ciągłości prądu dla częstotliwości impulsów napięcia 500 Hz silnik obciążono innym silnikiem, którego moment bezwładności był zbliżony do momentu bezwładności silnika badanego. Spowodowało to dwukrotne zwiększenie elektromechanicznej stałej czasowej. Oscylogram na rys. 8 przedstawia przebieg prądu i prędkości kątowej przy rozruchu silnika dla częstotliwości impulsowania 500 Hz. Do rejestracji prądu wykorzystano napięcie z bocznika, a prędkości kątowej z prądnicy tachometrycznej sprzężonej



Rys. 7. Schemat blokowy wzmacniacza



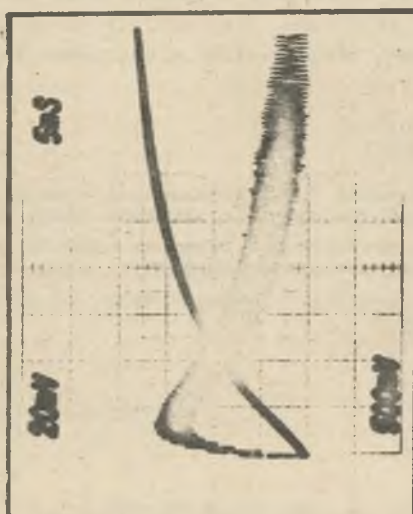
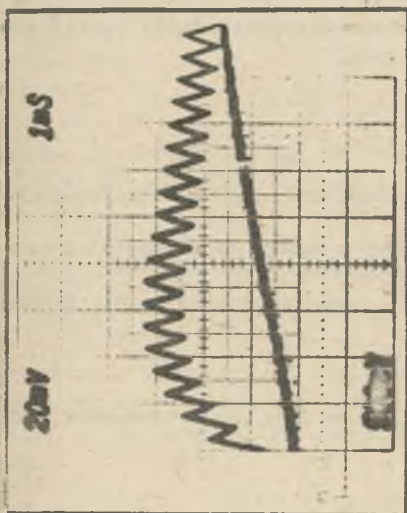
Rys. 8. Prąd i prędkość kątowa przy rozruchu silnika zasilanego napięciem pulsującym 500 Hz

mechanicznie z badanym silnikiem. Maksymalny prąd przy rozruchu wynosi 9 A, zaś ustalona prędkość obrotowa 1440 obr/min. Przy takim zasilaniu na oscylogramie widoczna jest nierównomierność prędkości kątowej silnika. Kolejne oscylogramy przedstawiają zmiany prądu i prędkości kątowej przy rozruchu silnika dla częstotliwości impulsowania 2000 Hz (rys. 9) i 5000 Hz (rys. 10). W celu dokładniejszego pokazania zmian prądu twornika na rysunkach 9b i 10b zamieszczono przebiegi rozciągnięte w osi, obrazujące początkową fazę rozruchu silnika.

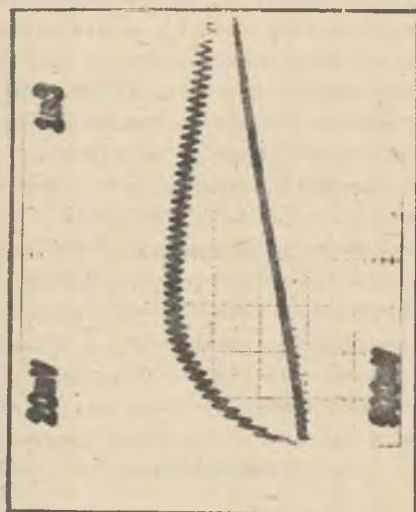
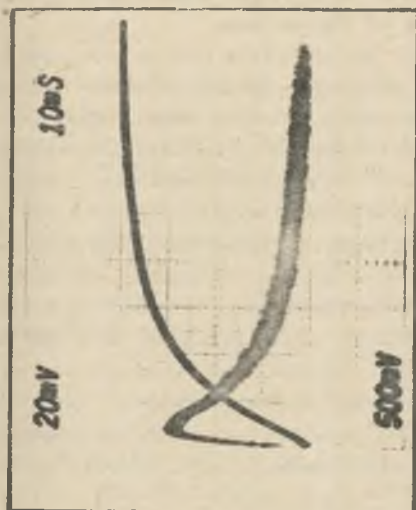
#### 4. PODSUMOWANIE WYNIKÓW

W szybkoreagujących układach napędowych do współpracy z elektronicznym układem sterowania doskonale nadają się silniki wykonawcze o magnesach trwałych. Obwód magnetyczny tych silników dzięki małej permeancji poprzecznej powoduje, że składowa pulsująca strumienia magnetycznego jest mała. Dobre są wtedy warunki komutacji oraz małe dodatkowe straty mocy w obwodzie magnetycznym. Dalsze ograniczenie wpływu impulsowego zasilania na pracę napędu można uzyskać przez sterowanie silnika z układu tranzystorowego. Pozwala on na zwiększenie częstotliwości powtarzania impulsów napięcia zasilającego w porównaniu z powszechnie stosowanymi układami tyrystorowymi z komutacją sieciową, a więc zmniejszenie składowej pulsującej prądu. Powoduje to zmniejszenie dodatkowych strat mocy w uzwojeniu twornika oraz w obwodzie magnetycznym. Takie sterowanie silnikiem wpływa również korzystnie na procesy mechaniczne napędu.

Przeprowadzona analiza teoretyczna dynamiki silnika o magnesach trwałych, zasilanego jednokierunkowym impulsowym napięciem prostokątnym o ustalonym okresie  $T$  i zmiennym współczynniku wypełnienia pozwala na określenie zmian prądu twornika (wyrażenia (10), (11), (12)) i prędkości kątowej (wyrażenia (13), (14), (15)) w funkcji czasu dla dowolnych warunków początkowych, tj. dla dowolnego stanu jego pracy. Dla ciągłego prądu twornika



Rys. 9. Prąd i prędkość kątowna przy rozruchu silnika zasilanego napięciem pulsującym 2000 Hz



Rys. 10. Prąd i prędkość kątowna przy rozruchu silnika zasilanego napięciem pulsującym 5000 Hz

a)

b)

a)

b)

ka maksymalna jego pulsacja występuje dla współczynnika wypełnienia  $\zeta = 0,5$ . Pulsacja ta zależy od okresu impulsowania  $T$  i elektromagnetycznej stałej czasowej twornika  $T_e$ , a nie zależy od obciążenia.

Prawidłowość przeprowadzonej analizy, na podstawie której dokonano za pomocą maszyny cyfrowej obliczeń zmian prędkości kątowej i prądu twornika przy rozruchu silnika z ferrytowymi magnesami trwałymi zasilanego napięciem pulsującym, w pełni potwierdzają przeprowadzone badania laboratoryjne. Porównując przebiegi prądu i prędkości kątowej dla rozruchu silnika, zasilanego napięciem prostokątnym o współczynniku wypełnienia  $\zeta = 0,5$  i częstotliwości 500; 2000; 5000 Hz otrzymane z obliczeń (rys. 4, 5 i 6) oraz zdjęte eksperymentalnie (oscylogramy z rys. 8, 9, i 10) można stwierdzić, że liniowy model matematyczny opisuje dynamikę takiego silnika i odpowiedniej konstrukcji magnetowodu z dokładnością wystarczającą dla potrzeb praktycznych. Przy odpowiednio dużej częstotliwości impulsowania, w stosunku do elektromagnetycznej stałej czasowej, ohwilowe zmiany prędkości kątowej w silniku o magnesach trwałych są niewielkie i w praktyce można je pominąć. Dla silnika badanego względna pulsacja prędkości kątowej wynosi:

- dla  $f = 500$  Hz

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_{\text{sr}}} = 3,2\%$$

zaś dla  $f = 5000$  Hz

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_{\text{sr}}} = 0,032\%$$

Z wystarczającą więc dokładnością w układach rzeczywistych można wyznaczyć zmiany prędkości kątowej silnika o magnesach trwałych w stanie nieustalonym, posługując się średnią wartością prędkości za okres. Takie ujęcie zagadnienia znacznie upraszcza analizę dynamiki silnika,

Przeprowadzone rozważania oraz obliczenia i badanie eksperymentalne mogą być przydatne, przy projektowaniu tranzystorowych układów napędowych s silnikami prądu stałego o magnesach trwałych.

#### LITERATURA

- [1] Glazenko T.A.: Poluprowodnikowyje preobrazowateli w elektroprwodach postajannogo toka. Energia 1973.
- [2] Sienkiewicz J.: Dynamika silnika prądu stałego o magnesach trwałych przy zasilaniu impulsowym. Rozprawa doktorska, WAT Warszawa 1980.
- [3] Koniew J.I.: Tranzystorowe impulsowe układy napędowe. WNT, Warszawa 1967.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Władysław Paszek

Wpłynęło do redakcji 5.IV.1982 r.

**ВЛИЯНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ПИТАНИЯ НА ДИНАМИКУ ДВИГАТЕЛЯ  
ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ****Р е з ю м е**

В статье рассмотрен двигатель постоянного тока с постоянными магнитами, питаемый от транзисторной системы односторонним импульсным прямоугольным напряжением. Теоретический анализ динамики этого двигателя был проведен на основании классической контурной модели. Дифференциальные уравнения были решены для любых начальных условий операторным методом.

На основе полученного решения были проведены на цифровой машине расчеты измерений тока якоря и угловой скорости при пуске двигателя для разных частот пульсирования. Полученные результаты расчетов были подтверждены экспериментами.

**EFFECT OF THE TRANSISTOR CHOPPER SUPPLY ON THE DYNAMICS  
OF THE PERMANENT MAGNET D.C. MOTOR****S u m m a r y**

The permanent magnet D.C. motor supplied from the transistor chopper supply was considered. The theoretical analysis of the dynamics of the motor was carried out basing on the conventional model of motor. The differential equations for arbitrary initial conditions were solved with the use of the operational method. Variations of the armature current and of the angular speed at starting the motor for various pulse frequencies were computed basing on the given solution. The results of computation were verified by experiments.