ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: BUDOWNICTWO z. 47 Nr kol. 603

Jerzy SĘKOWSKI

O WPŁYWIE UWARSTWIENIA NA ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ W PODŁOŻU GRUNTOWYM

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki analizy wpływu uwarstwienia na składowe stanu naprężenia w podłożu dwuwarstwowym znajdującym się w płaskim stanie odkształcenia. Obliczenia dla szeregu odpowiednio dobranych przykładów liczbowych przeprowadzono metodą elementów skończonych.

1. Wstęp

Założenia klasycznej półprzestrzeni nie uwzględniają szeregu czynników mających istotny wpływ na wartości składowych stanu naprężenia i odkształcenia ośrodka. Wspomina o tym wielu badaczy powołując się na wyniki prac własnych. Uwzględnienie tych czynników w myśl postulatu adekwatności napotyka na znaczne trudności zwłaszcza, że nie doczekało się wszechstronnego opracowania teoretycznego i odpowiedniej weryfikacji empirycznej.

Stosunkowo najbogatszą literaturę posiada problem niejednorodności skokowej, czyli uwarstwienia ośrodka. Badania teoretyczne jej wpływu na rozkład naprężeń i odkształceń bazujące na uzyskanych rozwiązaniach analitycznych potwierdziły, że jest on znaczny, szczególnie gdy odkształcalności poszczególnych warstw są wyraźnie zróżnicowane.

Z bardziej znanych rozwiązań omawianego zagadnienia należy wymienić prace D.M. Burministera [1] oraz B.I. Kogana [4]. Uzyskane przez nich rozwiązania mają charakter wzorów zamkniętych, a opracowane nomogramy i tablice [6] są wykorzystywane m.in. przy projektowaniu nawierzchni drogowych. Analiza stabelaryzowanych rozwiązań pozwala stwierdzić, iż koncentrują się one głównie na uchwyceniu wpływu zróżnicowania odkształcalności poszczególnych warstw ośrodka na wartości składowych stanu naprężenia i odkształcenia. Dotyczą one ponadto zagadnienia osiowej symetrii oraz układu warstw charakteryzowanego zależnością $M_{01} \neq M_{02}$. Pełne rozwiązania dla obciążonego uwarstwionego podłoża gruntowego podali również m.in. W. S. Nikiszyn, G.S. Szapiro [5] oraz M. Gryczmański [2]. W cytowanych pracach podali oni algorytmy otrzymanych rozwiązań.

Metoda elementów skończonych stworzyła nowe możliwości w zakresie analizy i rozwiązywania zagadnień niejednokrotnie bardzo skomplikowanych i zróżnicowanych tematycznie. Dowodzą tego bardzo liczne publikacje krajowe i zagraniczne. Istnieją również próby zastosowania tej metody w rozwiązy-

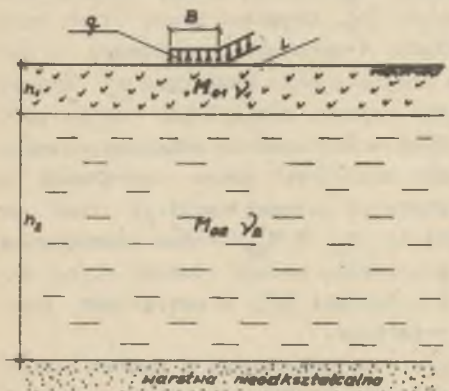
waniu zagadnień z zakresu geotechniki. Przykładem może być tutaj praca [3], z której programu obliczeniowego o nazwie FINESA - zmodyfikowanego dodatkowo przez jej autora - korzystano w przedstawionych poniżej obliczeniach. W pracy niniejszej wykorzystując gotowy algorytm i program MES szczegółowiej przeanalizowano jakościowy i ilościowy wpływ uwarstwienia podłoża gruntowego na wartości naprężeń pionowych σ_{11}. Wpływ ten analizowano głównie jako funkcję stosunku miąższości warstw przy dodatkowo zmiennym ilorazie odkształcalności tychże warstw.

2. Przedstawienie problemu

W pracy podjęto próbę określenia wpływu uwarstwienia na wartości składowej stanu naprężenia σ_{11} w ośrodku gruntowym. Wyniki wielu prac dowodzą, że wpływ ten na tę i pozostałe składowe jest znaczny. Przedstawione w cytowanej literaturze wyniki analiz głównie dotyczą wpływu zróżnicowania w odkształcalnościach poszczególnych warstw na składowe naprężenia i odkształcenia. W pracy głównie skoncentrowano się na wpływie geometrii podłoża - ściślej względnej grubości warstwy górnej (h_1/B) oraz współczynnika Poissona ν na wartości naprężenia σ_{11}. Parametrem zmiennym był stosunek odkształcalności poszczególnych warstw podłoża. Parametrami niezmiennymi były: geometria obciążenia (płaski stan odkształcenia) oraz pewne warunki brzegowe podłoża.

3. Program badań numerycznych

W prowadzonych obliczeniach szczegółowych ograniczono się do podłoża dwuwarstwowego o heryzontalnym układzie warstw. Traktowano przyjęty schemat jako posiadający każdorazowo ten sam układ warstw, lecz zmienne ich miąższości do rozważanej głębokości 6B oraz zmienny stosunek uogólnionych modułów odkształcalności tychże warstw (rys. 1).



Rys. 1. Schemat podłoża przyjęty do analizy

Dla schematu przyjęto:

$B = 1{,}0$ m

$L = 10{,}0$ m (∞)

$h_1 = 0{,}25\,B;\ 0{,}5B;\ 1{,}0B;\ 2{,}0B;\ 4{,}0B$

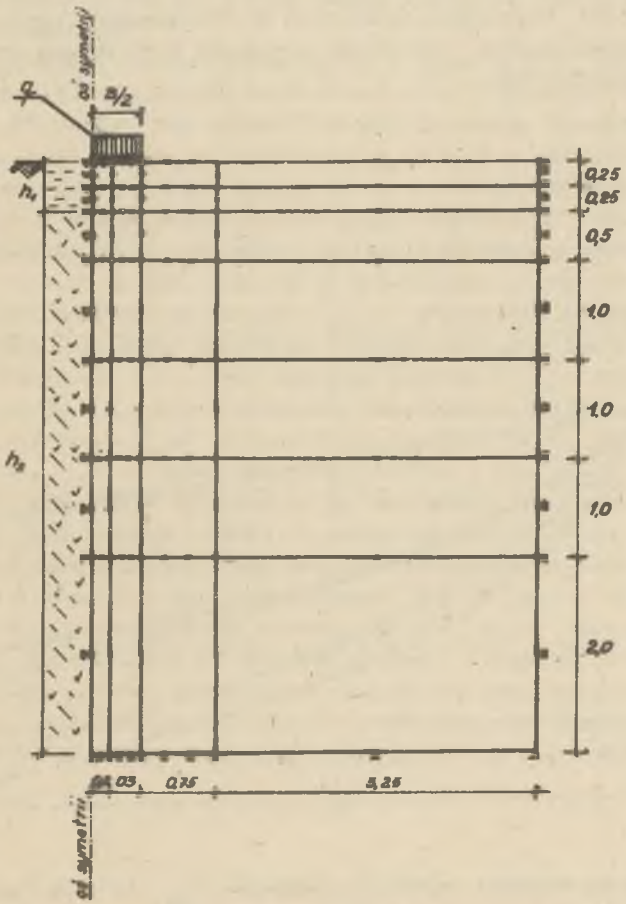
$h_1 + h_2 = 6B$

$q = 1{,}0$ MPa $\frac{1}{\beta} = \frac{M_{02}}{M_{01}}$; $\beta = 0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}5;\ 1{,}0;\ 2{,}0;\ 5{,}0;\ 10{,}0$

Ponadto przyjęto dla całego podłoża średni współczynnik Poissona. Wartości współczynników ν przyjęto w obliczeniach jako 0,2; 0,3; 0,4. Określono następujące składowe stanu naprężenia σ_{11}, σ_{22}, σ_{12} oraz odkształcenia u_1, u_2 w węzłach i punktach pośrednich elementów dla przyjętego modelu dyskretnego podłoża gruntowego (rys. 2). Wykonane obliczenia obejmowały dodatkowo określenie wartości naprężeń głównych σ_{max}, σ_{min}.

Przeprowadzono również obliczenia dla zróżnicowanych wartości współczynnika Poissona poszczególnych warstw podłoża. Obliczenia te obejmowały przykłady liczbowe przy miąższości warstw odpowiednio: B i 5B.

Założony program obliczeń numerycznych zrealizowano na EMC Odra 1204. Średni czas jednego pełnego obliczenia wynosił około 45 min. Niedokładności w wartościach szczegółowych wynikające z zaburzeń na krawędziach modelu eliminowano stosując interpolację graficzną dla wyników w punktach pośrednich.



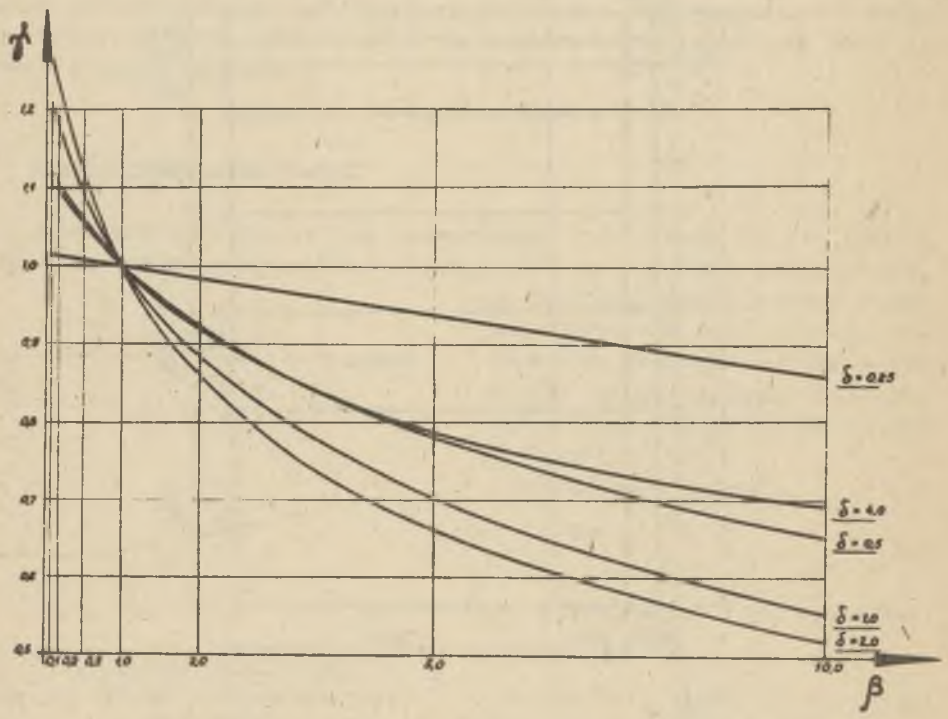
Rys. 2. Dyskretny model podłoża gruntowego

4. Wyniki szczegółowa przeprowadzonych obliczeń i ich analiza

Jak już wspomniano przeprowadzone obliczenia dotyczyły określenia wartości składowych stanu naprężenia i odkształcenia w zadanych punktach rozważanego modelu.

W przedstawionej pracy ograniczono się do szczegółowego przeanalizowania tylko niektórych z określonych wartości a mianowicie: rozkładu naprężeń pionowych σ_{11}. Wartości σ_{11} analizowane pod środkiem geometrycznym obciążenia dla całego zakresu przeprowadzonych obliczeń. Porównywanymi były w tej analizie rozwiązania dla jednorodnej izotropowej półprzestrzeni sprężystej oraz ośrodka dwuwarstwowego izotropowego.

Wiadomo, iż uwarstwienie powoduje wolniejszy lub szybszy zanik naprężeń pionowych w ośrodku w stosunku do rozwiązania porównawczego (półprzestrzeń sprężysta). Odchylenie rozkładu naprężeń w podłożu uwarstwionym od rozkładu porównawczego jest funkcją odkształcalności i miąższości poszczególnych warstw. Największe odchylenia w rozwiązaniach porównywanych obserwowano na styku warstw. Ilustruję to wykresy przytoczone przykładowo w[6] za D.M. Burministerem.



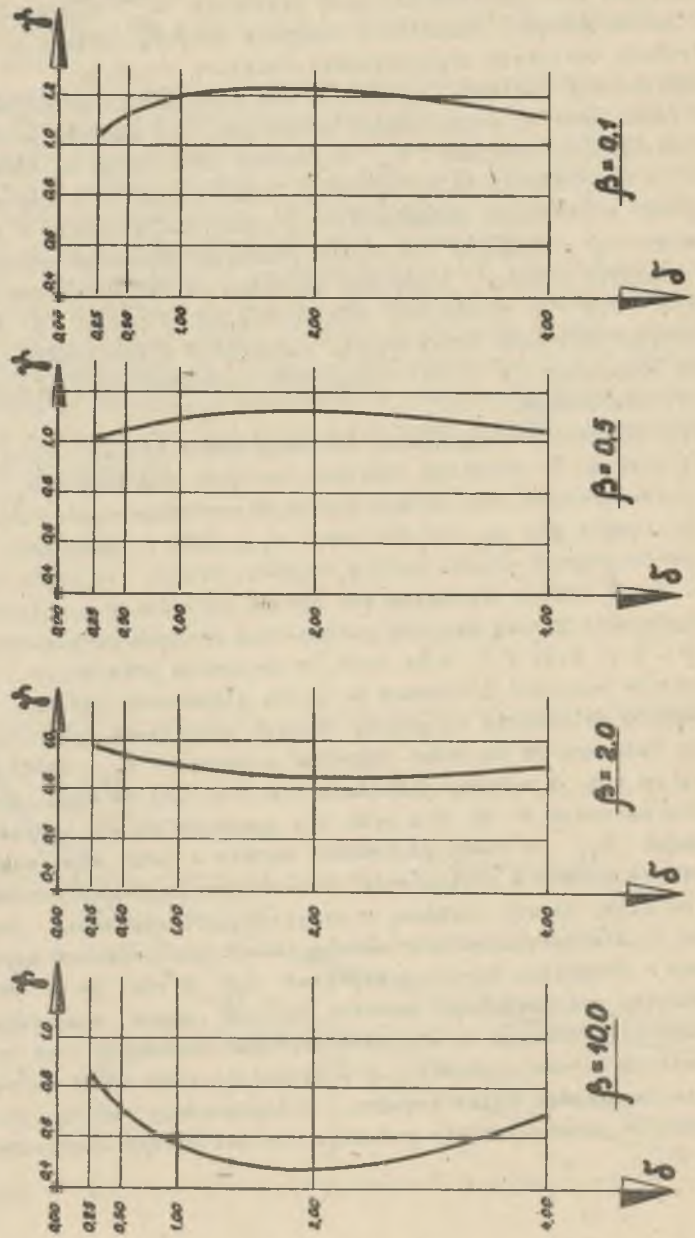
Rys. 3. Iloraz wartości naprężeń pionowych σ_{11} na styku warstw podłoża z rozwiązań porównywanych jako funkcja odkształcalności i miąższości tychże warstw

Wpływ omawianych czynników na wartości σ_{11} przedstawiono na rysunku 3. Przedstawiono na nim w układzie zmiennych $\delta, \beta \left(\beta = \frac{M_{01}}{M_{02}}, \delta = \frac{h_1}{B}\right)$ funkcję γ wyrażającą się ilorazem naprężeń pionowych σ_{11} uzyskanych w rozwiązaniach porównywanych. Rozważania powyższe dotyczą podłoża charakteryzowanego średnią wartością współczynnika Poissona $\nu = 0,3$.

Na przedstawionym wykresie uwidacznia się duży przedział zmienności wartości γ w zależności od wspomnianych zmiennych. Dla pewnego układu zmiennych δ, β odchylenia rozkładu σ_{11} w podłożu warstwowym od rozkładu porównawczego (w półprzestrzeni sprężystej) osiągają wartości znaczne, dla innego mogą być praktycznie pominięte. Ekstremalne odchylenia w rozwiązaniach porównywanych występują dla układu charakteryzowanego zmienną δ z przedziału wartości 1,0÷3,0. Ilościowo zwiększa je zmiana parametru β. Przykładowo dla $\delta = 2,0$ i $\beta \in (0,10\rangle$ odchylenie to wynosiło od +24% do -48%. Z przebiegu wykresów można wnosić o powolnym stabilizowaniu się wpływu zmiennych zwłaszcza dla $\beta > 1$, jakkolwiek ilościowo jest on większy niż dla przypadku odwrotnego.

Z analizy rozwiązań szczegółowych wynikają pewne wnioski odnośnie wpływu geometrii podłoża na przebieg rozkładu naprężeń pionowych σ_{11} w rozwiązaniach porównywanych. Dla układu charakteryzowanego następująco $\delta < 0,25$ oraz $\delta > 4,0$ - czyli gdy $h_1 < 0,25B$ oraz $h_1 > 4,0B$ - odchylenia w rozwiązaniach porównywanych szybko maleją do zera. Proces ten można prześledzić na rys. 4, na którym przedstawiono zmianę wartości γ w zależności od względnej miąższości górnej warstwy podłoża dla stałych parametrów β, a mianowicie $\beta = 0,1$; 0,5; 2,0 oraz 10,0. O powyższym przekonuje również analiza rozkładów naprężeń pionowych na całej głębokości modelu.

Przeprowadzone obliczenia dotyczyły również określenia wpływu wartości współczynnika Poissona na wartości naprężeń pionowych σ_{11}. Jeśli przyjąć przedstawione na rys. 3 wykresy (uzyskane dla $\nu = 0,3$) za bazę porównawczą, to zmiana wartości ν na 0,2 oraz 0,4 powoduje zmianę wartości naprężeń pionowych σ_{11} na całej głębokości modelu - lecz nie większą niż 6%. Odchylenia te podano w odniesieniu do rozwiązania przedstawionego na rys. 3 oraz na styku warstw podłoża. W przypadku zróżnicowania wartości współczynnika ν dla poszczególnych warstw obserwowano również bardzo nieznaczne zmiany w przebiegu wartości naprężeń σ_{11} z tym, że zmiany te były różne w obrębie poszczególnych warstw. Ogólnie można powiedzieć, że wpływ współczynnika Poissona na wartości naprężeń pionowych jest na całej głębokości podłoża bardzo nieznaczny i maksymalnie przy dużej wartości parametru β nie przekracza kilku procent. Zróżnicowanie współczynnika ν dla poszczególnych warstw podłoża powoduje również bardzo nieznaczną zmianę wartości σ_{11}.



Rys. 4. Przebieg funkcji γ przy ustalonym parametrze β

5. Wnioski i spostrzeżenia

Analiza otrzymanych rozwiązań pozwala na wyciągnięcie pewnych wniosków, którym można nadać bardziej ogólne znaczenie.

1. Wpływ uwarstwienia podłoża gruntowego na wartości naprężeń pionowych σ_{11}, wyrażający się zmianą ich wartości w odniesieniu do rozwiązań dla półprzestrzeni sprężystej, zależy wyraźnie od miąższości poszczególnych warstw podłoża. O ile dla przypadku, gdy $h_1 \in (B \div 3B)$ odchylenia w rozwiązaniach porównywanych są największe, o tyle przy $h_1 < 0{,}25B$ i $h_1 > 4B$ są niewielkie i w obliczeniach praktycznych mogą być pomijane. Z analizy otrzymanych rozwiązań wynika, że maksymalne odchylenia wystąpią, w przypadku gdy h_1 wynosi około $2{,}0B \div 2{,}5B$.
2. Współczynnik Poissona ma pewien wpływ na wartości rozwiązań szczegółowych zwłaszcza wówczas, gdy podłoże jest silnie zróżnicowane pod względem odkształcalności oraz miąższości poszczególnych warstw są takie, jak powyżej (pkt. 1). Odchylenia w wartościach naprężeń dla podłoża charakteryzowanego różnymi wartościami współczynnika ν nie przekraczają kilku procent.

LITERATURA

[1] Burminister D.M.: The general theory of stresses and displacements in layered systems. Journal of Applied Physics, Vol. 16, Nr 2,3,5, 1945.

[2] Gryczmański M.: Rozwiązanie zagadnienia równowagi wielowarstwowego podłoża obciążonego pionowo w obszarze prostokątnym z zastosowaniem szeregów trygonometrycznych. Archiwum Hydrotechniki, z. 2, 1969.

[3] Gryczmański M.: Metoda elementów skończonych w analizie podłoża budowli. Zeszyty Naukowe WSI Opole, Budownictwo, Nr 2, 1975.

[4] Kogan B.I.: Napriażenija i deformacji mnogosłojnych pokrytij. Trudy MADI. wyp. 14, 1953.

[5] Nikiszyn W.S., Szapiro G.S.: Zadaczi teorii uprugostii dla mnogosłojnych sried. I zdat. Nauka, Moskwa 1973.

[6] Wiżun Z.: Zarys geotechniki. Wyd. Kom i Łączn. 1976.

О ВОЗДЕЙСТВИИ СЛОИСТОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТОВОМ СЛОЕ

Р е з ю м е

В статье приводятся результаты анализа влияния слоистости на составные состояния напряжения в двухслойном состоянии находящимся в плоском состоянии деформации.

Вычисления для ряда собственно похожих численных примеров произведено методом конечных элементов.

ON THE EFFECT OF STRATIFICATION ON THE DISTRIBUTION OF STRESSES IN THE SUBSOIL

S u m m a r y

The paper presents analysis results concerning the influence of stratification upon stress components in a two-layer subsoil in a plane strain.

Calculations for selected examples have been carried out by the finite method elements.